

**MODEL MATEMATIKA *CO-INFECTON*  
TUBERKULOSIS DAN COVID-19 DENGAN  
INTERVENSI OBAT ANTI TUBERKULOSIS (OAT)**

**Skripsi**

**Disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar**

**Sarjana Matematika**



**Safira Putri Islamiati**

**1305617022**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA**

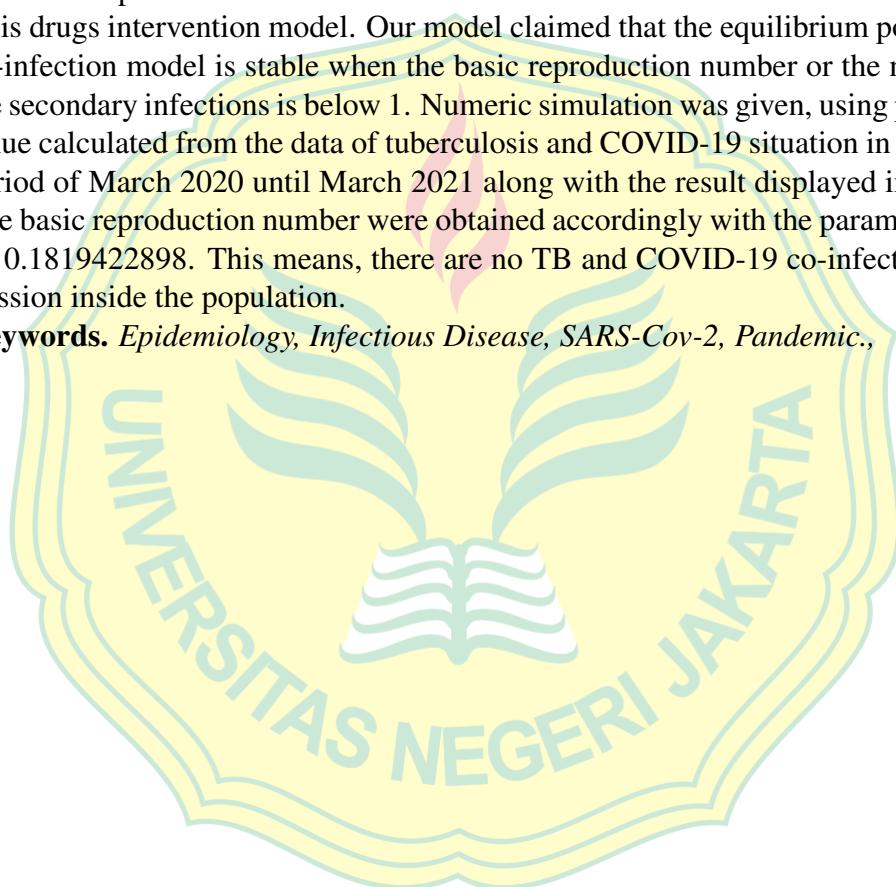
**2021**

## ABSTRACT

SAFIRA PUTRI ISLAMIATI. Mathematical Modelling of Tuberculosis and COVID-19 Co-Infection with Anti-Tuberculosis Drugs Intervention. Mini Thesis, Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Science, State University of Jakarta. June 2021.

Tuberculosis and COVID-19 are deadly infectious diseases with similar symptoms which mostly attacks lung. When these infections conduct in a single host simultaneously, it will give a low chance of survival. This thesis constructed and analyzed a compartmental tuberculosis and COVID-19 co-infection with anti-tuberculosis drugs intervention model. Our model claimed that the equilibrium point of the co-infection model is stable when the basic reproduction number or the number of the secondary infections is below 1. Numeric simulation was given, using parameter value calculated from the data of tuberculosis and COVID-19 situation in Indonesia period of March 2020 until March 2021 along with the result displayed in graphic. The basic reproduction number were obtained accordingly with the parameter value by 0.1819422898. This means, there are no TB and COVID-19 co-infection transmission inside the population.

**Keywords.** Epidemiology, Infectious Disease, SARS-Cov-2, Pandemic.,

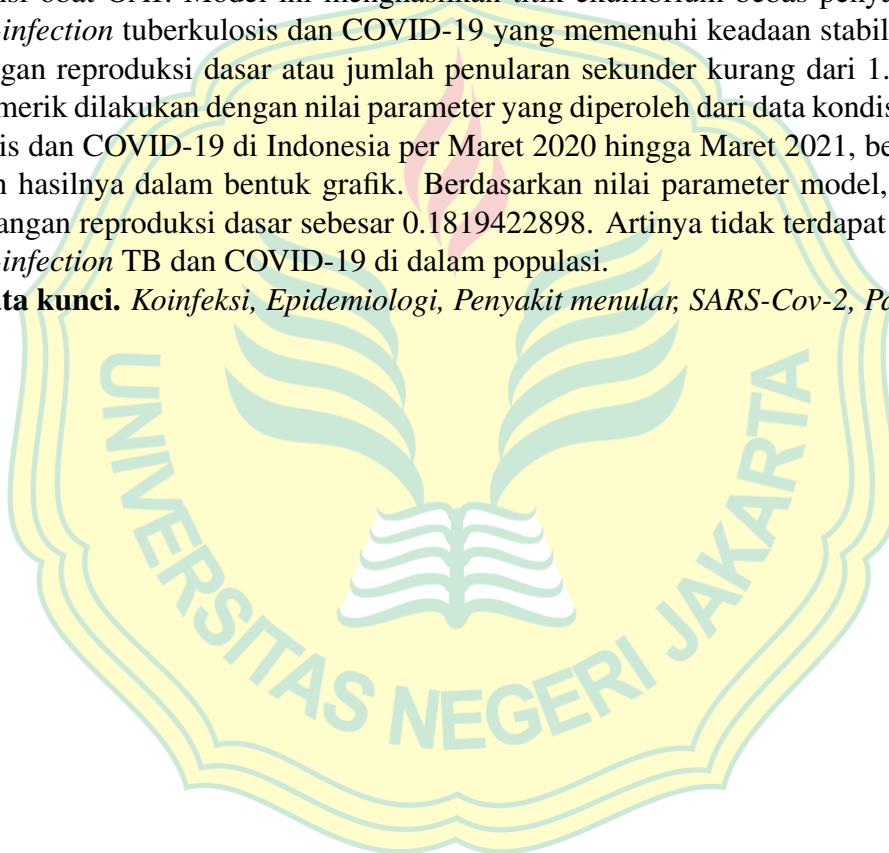


## ABSTRAK

**SAFIRA PUTRI ISLAMIATI.** Model Matematika *Co-Infection* Tuberkulosis dan COVID-19 dengan Intervensi Obat Anti Tuberkulosis (OAT). Skripsi, Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta. Juni 2021.

COVID-19 dan tuberkulosis merupakan penyakit menular mematikan dengan gejala yang hampir sama. Apabila kedua infeksi ini menyerang suatu inang, risiko kematian yang diberikan akan sangat tinggi. Penelitian ini membentuk dan menganalisis model penyebaran *co-infection* tuberkulosis dan COVID-19 dengan intervensi obat OAT. Model ini menghasilkan titik ekuilibrium bebas penyakit model *co-infection* tuberkulosis dan COVID-19 yang memenuhi keadaan stabil ketika bilangan reproduksi dasar atau jumlah penularan sekunder kurang dari 1. Simulasi numerik dilakukan dengan nilai parameter yang diperoleh dari data kondisi tuberkulosis dan COVID-19 di Indonesia per Maret 2020 hingga Maret 2021, beserta dengan hasilnya dalam bentuk grafik. Berdasarkan nilai parameter model, diperoleh bilangan reproduksi dasar sebesar 0.1819422898. Artinya tidak terdapat penularan *co-infection* TB dan COVID-19 di dalam populasi.

**Kata kunci.** Koinfeksi, Epidemiologi, Penyakit menular, SARS-Cov-2, Pandemi.,



## LEMBAR PENGESAHAN

**Judul Penelitian** : Model Matematika *Co-Infection* Tuberkulosis dan COVID-19 dengan Intervensi Obat Anti Tuberkulosis (OAT)

**Nama Mahasiswa** : Safira Putri Islamiati

**No. Registrasi** : 1305617022

**Program Studi** : Matematika

Disetujui:

Dosen Pembimbing

Dosen Pembimbing 1



Dr. Eti Dwi W., S.Pd., M.Si.

NIP. 19810203 200604 2 001

Dosen Pembimbing 2



Devi Eka W. M., S.Pd., M.Si.

NIP. 19900516 201903 2 014

Diketahui:

Koordinator Program Studi



Dr. Lukita Ambarwati, S.Pd., M.Si.

NIP. 19721026 200112 2 001

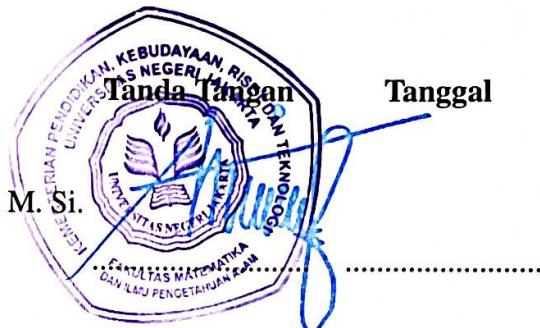
# LEMBAR PERSETUJUAN HASIL SIDANG SKRIPSI

## MODEL MATEMATIKA CO-INFECTION TUBERKULOSIS DAN COVID-19 DENGAN INTERVENSI OBAT ANTI TUBERKULOSIS (OAT)

Nama : Safira Putri Islamiati

No. Registrasi : 1305617022

Nama



Tanggal

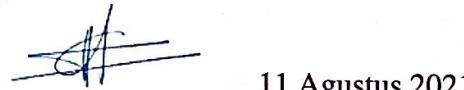
### Penanggung Jawab

Dekan : Prof. Dr. Muktiningsih Nurjayadi, M. Si.  
NIP. 196405111989032001



### Wakil Penanggung Jawab

Wakil Dekan I : Dr. Esmar Budi, S. Si., MT.  
NIP. 197207281999031002



Ketua : Drs. Sudarwanto, M. Si., DEA.  
NIP. 196503251993031003

11 Agustus 2021

Sekretaris : Dr. Yudi Mahatma, M. Si.  
NIP. 197610202008121001

10 Agustus 2021

Pengaji Ahli : Dr. Lukita Ambarwati, S. Pd., M. Si.  
NIP. 197210262001122001

19 Agustus 2021



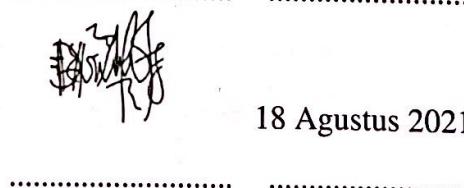
Pembimbing I : Dr. Eti Dwi Wiraningsih, S. Pd., M. Si.  
NIP. 198102032006042001

18 Agustus 2021



Pembimbing II : Devi Eka W. M., S.Pd., M.Si.  
NIP. 199005162019032014

18 Agustus 2021



Dinyatakan lulus ujian skripsi tanggal : 6 Agustus 2021

## **SURAT PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI**

Saya yang bertanda tangga dibawah ini, mahasiswa Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta:

Nama : Safira Putri Islamiati

No. Registrasi : 1305617022

Program Studi : Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi yang saya buat dengan judul "*Model Matematika Co-infection Tuberkulosis dan COVID-19 dengan Intervensi Obat Anti Tuberkulosis (OAT)*" adalah:

1. Dibuat sendiri, mengadopsi hasil kuliah, buku-buku, dan referensi acuan yang tertera di dalam referensi pada skripsi saya.
2. Bukan merupakan hasil duplikasi skripsi yang telah dipublikasikan atau pernah dipakai untuk mendapatkan gelar sarjana di Universitas lain kecuali pada bagian-bagian sumber informasi dicantumkan berdasarkan tata cara referensi yang semestinya.

Pernyataan ini dibuat dengan sesungguhnya dan saya menanggung segala akibat yang timbul jika pernyataan saya tidak benar.

Jakarta, 18 Juli 2021



Safira Putri Islamiati

NIM. 1305617022



KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN  
UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA  
UPT PERPUSTAKAAN

Jalan Rawamangun Muka Jakarta 13220  
Telepon/Faksimili: 021-4894221  
Laman: [lib.unj.ac.id](http://lib.unj.ac.id)

**LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI  
KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS**

Sebagai sivitas akademika Universitas Negeri Jakarta, yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : Safira Putri Islamiati  
NIM : 1305617022  
Fakultas/Prodi : FMIPA / Matematika  
Alamat email : putriislamiati@gmail.com

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada UPT Perpustakaan Universitas Negeri Jakarta, Hak Bebas Royalti Non-Ekslusif atas karya ilmiah:

Skripsi     Tesis     Disertasi     Lain-lain (.....)

yang berjudul :

Model Matematika Co-Infection Tuberkulosis dan COVID-19  
dengan Intervensi Obat Anti Tuberkulosis (OAT).

Dengan Hak Bebas Royalti Non-Ekslusif ini UPT Perpustakaan Universitas Negeri Jakarta berhak menyimpan, mengalihmediakan, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data (*database*), mendistribusikannya, dan menampilkan/mempublikasikannya di internet atau media lain secara *fulltext* untuk kepentingan akademis tanpa perlu meminta ijin dari saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan atau penerbit yang bersangkutan.

Saya bersedia untuk menanggung secara pribadi, tanpa melibatkan pihak Perpustakaan Universitas Negeri Jakarta, segala bentuk tuntutan hukum yang timbul atas pelanggaran Hak Cipta dalam karya ilmiah saya ini.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Jakarta, 29 - Agustus 2021

Penulis

( SAFIRA PUTRI ISLAMIATI )

## KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah Subhanahu wa ta'ala atas segala berkah dan karunia Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini yang menjadi salah satu syarat kelulusan atas gelar Sarjana Matematika Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta dengan judul **Model Matematika Co-Infection Tuberkulosis dan COVID-19 dengan Intervensi Obat Anti Tuberkulosis (OAT)**.

Skripsi ini dapat diselesaikan atas dukungan serta bantuan dari beberapa pihak, oleh karena nya pada kesempatan kali ini penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada:

1. Ibu Eti Dwi W., S.Pd., M.Si. selaku Dosen pembimbing pertama yang telah memberikan arahan serta masukan dalam penulisan skripsi.
2. Ibu Devi Eka W. M., S.Pd., M.Si. selaku Dosen pembimbing kedua yang juga telah memberikan arahan serta masukan dalam penulisan skripsi.
3. Segenap dosen pengajar yang telah memberikan banyak ilmu kepada penulis.
4. Keluarga yang telah memberikan semangat dan fasilitas yang memadai dalam menunjang penulisan skripsi.
5. Teman-teman seperjuangan mahasiswa Matematika angkatan 2017 terutama Sarah yang telah memberikan motivasi kepada penulis.

Jakarta, 6 April 2021



Safira Putri Islamiati

NIM. 1305617022

# DAFTAR ISI

<b>LEMBAR PERSETUJUAN HASIL SIDANG SKRIPSI</b>	i
<b>SURAT PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI</b>	ii
<b>ABSTRACT</b>	iii
<b>ABSTRAK</b>	iv
<b>PERSEMAHANKU</b>	v
<b>KATA PENGANTAR</b>	vi
<b>1 PENDAHULUAN</b>	1
1.1 Latar Belakang . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	3
1.3 Tujuan Penelitian . . . . .	3
1.4 Manfaat Penelitian . . . . .	4
1.5 Batasan Masalah . . . . .	4
<b>2 LANDASAN TEORI</b>	6
2.1 Pemodelan Matematika . . . . .	6
2.2 Model Epidemi . . . . .	7
2.3 Persamaan Diferensial . . . . .	8
2.4 Sistem Persamaan Diferensial . . . . .	10
2.5 Titik Ekuilibrium . . . . .	12
2.6 Vektor dan Nilai Eigen . . . . .	15
2.7 Analisis Kestabilan Titik Ekuilibrium . . . . .	17
2.8 Linearisasi . . . . .	18

2.9	<i>Next Generation Matrix</i>	19
2.10	Bilangan Reproduksi Dasar	21
2.11	Tuberkulosis	22
2.11.1	Gejala	23
2.11.2	Pencegahan dan Pengobatan	23
2.12	Corona Virus Disease 2019	25
2.12.1	Gejala	25
2.12.2	Pencegahan dan Pengobatan	26
2.13	Tuberkulosis dan COVID-19 <i>Co-infection</i>	27
<b>3</b>	<b>TAHAP PENELITIAN</b>	<b>28</b>
<b>4</b>	<b>HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	<b>30</b>
4.1	Model Matematika <i>Co-Infection</i> Tuberkulosis dan COVID-19 dengan Intervensi Pengobatan Anti Tuberkulosis	30
4.1.1	Fakta-Fakta	30
4.1.2	Asumsi-Asumsi	31
4.2	Pembentukan Model Matematika	32
4.3	Formulasi Model	33
4.4	Titik Ekuilibrium Model	36
4.4.1	Titik Ekuilibrium Model TB	37
4.4.2	Titik Ekuilibrium Model COVID-19	40
4.4.3	Titik Ekuilibrium Model <i>Co-Infection</i>	42
4.5	Analisis Titik Ekuilibrium	44
4.5.1	Bilangan Reproduksi Dasar	49
4.5.2	Simulasi Numerik	52
<b>5</b>	<b>PENUTUP</b>	<b>62</b>
5.1	Kesimpulan	62
5.2	Saran	64
<b>DAFTAR PUSTAKA</b>		<b>64</b>

<b>LAMPIRAN</b>	<b>69</b>
<b>RIWAYAT HIDUP</b>	<b>75</b>

## Daftar Gambar

Gambar 2.1 Ilustrasi titik ekuilibrium stabil . . . . .	14
Gambar 2.2 Ilustrasi titik ekuilibrium stabil asimtotik . . . . .	14
Gambar 2.3 Ilustrasi titik ekuilibrium tidak stabil . . . . .	14
Gambar 3.1 Bagan Tahapan Penelitian . . . . .	29
Gambar 4.1 Diagram Alir Penyebaran <i>co-infectious</i> TB dan COVID-19 dengan intervensi OAT. . . . .	33
Gambar 4.2 Plot kompartemen populasi rentan terhadap waktu $t$ . . . . .	55
Gambar 4.3 Plot kompartemen terinfeksi COVID-19 terhadap waktu $t$ . . . . .	56
Gambar 4.4 Plot kompartemen terinfeksi TB terhadap waktu $t$ . . . . .	57
Gambar 4.5 Plot kompartemen <i>co-infection</i> TB - COVID-19 terhadap waktu $t$ . . . . .	58
Gambar 4.6 Plot kompartemen pengobatan TB terhadap waktu $t$ . . . . .	59
Gambar 4.7 Plot kompartemen sembuh COVID-19 terhadap waktu $t$ . . . . .	60
Gambar 4.8 Plot kompartemen sembuh TB terhadap waktu $t$ . . . . .	61
Gambar 5.1 Titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik model TB . . . . .	73
Gambar 5.2 Titik ekuilibrium endemik model COVID-19 . . . . .	73
Gambar 5.3 Titik ekuilibrium endemik <i>co-infection</i> TB - COVID-19 . . . . .	74

# Daftar Tabel

Tabel 4.1 Daftar Variabel . . . . .	32
Tabel 4.2 Daftar Parameter . . . . .	32
Tabel 4.3 Nilai Parameter . . . . .	53
Tabel 4.4 Bilangan Reproduksi Dasar Model TB dan Model COVID-19	54
Tabel 5.1 Data Kondisi TB dan COVID-19 di Indonesia Tahun 2020 . .	69

