

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Persamaan diferensial merupakan persamaan matematis yang mengandung turunan terhadap satu variabel bebas atau lebih. Jika turunan dalam persamaan adalah turunan biasa terhadap satu variabel bebas, persamaannya dinamakan persamaan diferensial biasa. Sedangkan jika turunannya adalah turunan parsial terhadap dua variabel bebas atau lebih, persamaannya dinamakan persamaan diferensial parsial (Yulida dkk, 2012). Berdasarkan linearitasnya, persamaan diferensial parsial terbagi menjadi dua, yaitu persamaan diferensial parsial linear dan persamaan diferensial parsial nonlinear.

Persamaan diferensial parsial seringkali muncul dalam berbagai model matematika. Menurut (Ledder, 2005) dalam (Astreandini, 2016), model matematika merupakan kumpulan rumus atau persamaan yang dibuat berdasarkan fenomena nyata dalam kehidupan serta diharapkan mampu menyatakan fenomena tersebut dengan baik. Model matematika dalam bentuk persamaan diferensial parsial yang digunakan untuk menjelaskan fenomena nyata dan kejadian dalam kehidupan sehari-hari seringkali tidak dapat dijelaskan dalam bentuk linear, sehingga banyak terdapat persamaan diferensial parsial dalam bentuk nonlinear, diantaranya adalah persamaan Burgers, persamaan Fisher, persamaan Bousinesq dan persamaan Liouville. Dalam penelitian ini akan dibahas mengenai persamaan Burgers.

Persamaan Burgers adalah salah satu jenis persamaan diferensial parsial nonlinear yang penting dalam mekanika fluida dan muncul dalam beragam persoalan pada matematika terapan, seperti permodelan dinamika, konduksi panas, gelombang akustik, dinamika gas, arus lalu lintas, dan berbagai aplikasi lain yang berkaitan dengan gelombang nonlinear (Maleknejad dkk, 2011). Hal-hal tersebut dapat dijumpai dalam persoalan kehidupan sehari-hari seperti mekanika fluida yang sering dijumpai pada dongkrak hidrolik. Dinamika gas sering dijumpai pada alat-alat penyemprotan, seperti penyemprotan parfum dan lain-lain. Sedangkan arus lalu lintas berkaitan erat dengan kemacetan lalu lintas. (Widiastuti, 2019).

Karena mempunyai bentuk nonlinear dalam persamaannya, solusi eksak dari persamaan Burgers sulit untuk dicari sehingga terus dikembangkan beragam metode untuk mencari solusi hampiran yang dapat mendekati solusi eksaknya. Solusi hampiran persamaan Burgers telah dikaji oleh berbagai peneliti dengan metode berbeda-beda. (Maleknejad dkk, 2011) menyelesaikan persamaan Burgers menggunakan fungsi *Block Pulse* dua dimensi dengan matriks operasional, (Akpan, 2015) menggunakan metode dekomposisi Adomian, (Huda dkk, 2017) dengan metode ekspansi (G'/G) , (Widiastuti, 2019) dengan metode Lax-Friedrich dan metode Lax-Wendroff serta (Amin, 2019) menggunakan metode fungsi eksponensial.

Metode lain yang dapat digunakan dalam penyelesaian hampiran persamaan diferensial parsial linear serta nonlinear adalah metode dekomposisi Adomian Laplace (*Laplace Adomian Decomposition Method*). Metode ini merupakan salah satu metode semi analitik yang menggabungkan penggunaan transformasi Laplace dengan metode dekomposisi Adomian (Wartono dan Muhajir, 2013). Dinamakan semi analitik karena metode ini memadukan solusi analitik dan numerik. Transformasi Laplace merupakan salah satu metode untuk

menghasilkan solusi analitik dari suatu persamaan diferensial, sementara itu metode dekomposisi Adomian menghasilkan solusi numerik dengan mengham-piri bagian nonlinear dari persamaan. Dengan metode ini, akan didapatkan solusi hampiran berbentuk deret tak hingga berdasarkan kondisi awal yang di-berikan dengan menguraikan bagian nonlinear dalam persamaan menggunakan polinomial Adomian dan dikombinasikan dengan penggunaan transformasi Laplace (Gonzalez-Gaxiola, 2017).

Beberapa peneliti telah menggunakan metode dekomposisi Adomian La-place dalam mencari penyelesaian dari berbagai persamaan diferensial nonli- near, diantaranya (Wazwaz, 2010) telah menyelesaikan persamaan diferensial- integral nonlinear Volterra, (Wartono dan Muhajir, 2013) menyelesaikan per- samaan Ricatti, (Astreandini, 2016) telah berhasil menyelesaikan persamaan Korteweg de Vries (KdV), (Adawiyah, 2016) telah menyelesaikan persama- an *shock wave*, (Gonzalez-Gaxiola, 2017) menyelesaikan persamaan Kundu- Eckhaus dan (Mahmood dkk, 2019) telah menyelesaikan model waktu fraksio- nal dari persamaan Navier-Stokes.

Melalui penelitian-penelitian diatas, telah disimpulkan bahwa metode de- komposisi Adomian Laplace merupakan metode yang akurat dan efektif untuk mencari penyelesaian dari persamaan diferensial nonlinear karena dapat meng- hasilkan solusi hampiran yang mendekati solusi eksaknya dengan perhitung- an yang lebih sederhana tanpa perlu melinearkan persamaannya terlebih dulu dan deret tak hingga dari solusi tersebut cepat mencapai konvergen (Gonzalez- Gaxiola, 2017). Oleh karena itu pada penelitian ini, akan digunakan metode dekomposisi Adomian Laplace dalam mencari solusi semi analitik dari persaa- man Burgers. Solusi yang dihasilkan akan dibandingkan dengan solusi ham- piran pada penelitian (Akpan 2015) dan solusi eksaknya untuk menunjukkan keefektifan dari metode yang digunakan.

1.2 Perumusan Masalah

Rumusan masalah yang dikaji dalam skripsi ini adalah:

1. Bagaimana penyelesaian semi analitik persamaan Burgers menggunakan metode dekomposisi Adomian Laplace?
2. Bagaimana tingkat akurasi solusi yang dihasilkan jika dibandingkan dengan penelitian sebelumnya serta solusi eksaknya?

1.3 Pembatasan Masalah

Batasan masalah yang terdapat dalam skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Persamaan Burgers yang digunakan dalam penelitian ini adalah *viscid* Burgers, dimana konstanta viskositas ν bernilai tidak nol.
2. Solusi hampiran dari persamaan Burgers diperoleh menggunakan metode dekomposisi Adomian Laplace.

1.4 Tujuan Penulisan

Skripsi ini bertujuan untuk:

1. Menjelaskan mengenai penyelesaian semi analitik persamaan Burgers menggunakan metode dekomposisi Adomian Laplace.
2. Menjelaskan mengenai tingkat akurasi solusi yang dihasilkan jika dibandingkan dengan penelitian sebelumnya serta solusi eksaknya.

1.5 Manfaat Penulisan

Skripsi ini bermanfaat untuk:

1. Memberikan informasi mengenai penyelesaian semi analitik persamaan Burgers menggunakan metode dekomposisi Adomian Laplace.
2. Memberikan informasi mengenai tingkat akurasi solusi yang dihasilkan jika dibandingkan dengan penelitian sebelumnya serta solusi eksaknya.

1.6 Metode Penelitian

Skripsi ini memakai metode kajian teori dalam bidang matematika terapan dan persamaan diferensial parsial yang didasarkan pada buku serta jurnal ilmiah mengenai persamaan diferensial, persamaan Burgers dan metode dekomposisi Adomian Laplace.

