

PERHITUNGAN BIAYA PENSIUN MENGGUNAKAN
METODE *ATTAINED AGE NORMAL*
PADA DANA PENSIUN

Skripsi

Disusun untuk melengkapi syarat-syarat
guna memperoleh gelar Sarjana Sains



CHRISNA SANDY

3125120208









PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA

2017

LEMBAR PERSETUJUAN HASIL SIDANG SKRIPSI
PERHITUNGAN BIAYA PENSIUN MENGGUNAKAN
METODE *ATTAINED AGE NORMAL* PADA DANA PENSIUN

Nama : Chrisna Sandy

No. Registrasi : 3125120208

	Nama	Tanda Tangan	Tanggal
Penanggung Jawab			
Dekan	: Prof. Dr. Suyono, M.Si. NIP. 19671218 199303 1 005		16-02-2017
Wakil Penanggung Jawab			
Wakil Dekan I	: Dr. Muktiningsih, M.Si. NIP. 19640511 198903 2 001		16-02-2017
Ketua	: Dr. Lukita Ambarwati, S.Pd., M.Si. NIP. 19721026 200112 2 001		13-02-2017
Sekretaris	: Med Irzal, M.Kom NIP. 19770615 200312 1 001		13-02-2017
Penguji	: Dra. Widyanti Rahayu, M.Si. NIP. 19661103 200112 2 001		14-02-2017
Pembimbing I	: Drs. Sudarwanto, M.Si., DEA NIP. 19650325 199303 1 003		14-02-2017
Pembimbing II	: Ibnu Hadi, M.Si. NIP. 19810718 200801 1 017		14-02-2017

Dinyatakan lulus ujian skripsi tanggal: 10 Februari 2017

ABSTRACT

CHRISNA SANDY, 3125120208. Pension Funding Calculation Using Attained Age Normal Method in Pension Instituion. Thesis. Faculty of Mathematics and Natural Sciences, State University of Jakarta. 2017

The planning for retirement fund can be done by join the pension plan. The pension plan provide insurance for employees after they do not work anymore due to the age with the periodic payment plan for retirement called pension benefits for normal pension. The benefit pension funding obtained from normal cost. Benefit pension and normal cost can be calculated by Attained Age Normal Method. The Calculation of pension benefits based on employee's age enter pension plan, employee salary earned during working (salary factor) and the precentage of salary that is prepared for retirement. Normal cost paid by participants starting from the date of calculation until the pension age of participants. The calculation of normal cost does with the known value of pension benefits and the present value of pension benefits. The method used is Attained Age Normal method.

Keywords :*pension benefits, normal cost, Attained Age Normal method.*

ABSTRAK

CHRISNA SANDY, 3125120208. Perhitungan Biaya Pensiun Menggunakan Metode *Attained Age Normal* pada Dana Pensiun. Skripsi. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta. 2017

Perencanaan dana untuk hari tua dapat dilakukan dengan mengikuti program pensiun. Program pensiun memberikan jaminan bagi karyawan setelah tidak bekerja lagi diakibatkan oleh usia dengan merencanakan pembayaran berkala selama masa pensiun yang disebut manfaat pensiun untuk jenis pensiun normal. Pembiayaan manfaat pensiun diperoleh dari iuran normal. Perhitungan manfaat pensiun dan iuran normal dapat dilakukan dengan menggunakan metode *Attained Age Normal*. Perhitungan manfaat pensiun berdasarkan usia karyawan mengikuti program pensiun, gaji yang didapat karyawan selama bekerja (faktor gaji) dan persentase gaji yang disiapkan untuk masa pensiun. Iuran normal dibayarkan oleh peserta mulai dari tanggal perhitungan sampai usia pensiun peserta. Perhitungan iuran normal dilakukan dengan diketahui nilai manfaat pensiun dan nilai sekarang manfaat pensiun.

Kata kunci : manfaat pensiun, iuran normal, metode *Attained Age Normal*.

KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Tuhan Yang Maha Esa atas penyertaan dan kasih-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Perhitungan Biaya Pensiun Menggunakan Metode *Attained Age Normal* pada Dana Pensiun" yang merupakan salah satu syarat dalam memperoleh gelar Sarjana Jurusan Matematika Universitas Negeri Jakarta.

Skripsi ini berhasil diselesaikan tidak terlepas dari adanya bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis ingin menyampaikan terima kasih terutama kepada:

1. Bapak Drs. Sudarwanto, M.Si., DEA selaku Dosen Pembimbing I dan Bapak Ibnu Hadi, M.Si. selaku Dosen Pembimbing II, yang telah meluangkan waktunya dalam memberikan bimbingan, saran, nasehat serta arahan sehingga skripsi ini dapat menjadi lebih baik dan terarah.
2. Ibu Lukita Ambarwati, S.Pd., M.Si., selaku Ketua Prodi Matematika FMIPA UNJ yang telah banyak membantu penulis.
3. Ibu Ir. Fariani Hermin I, MT, selaku Pembimbing Akademik atas segala bimbingan dan kerja sama Ibu selama perkuliahan, dan seluruh Bapak/Ibu dosen atas pengajarannya yang telah diberikan, serta karyawan/karyawati FMIPA UNJ yang telah memberikan informasi yang penulis butuhkan dalam menyelesaikan skripsi.
4. Bapak dan Ibu serta Kakak yang selalu mendukung, memberi motivasi, mendoakan penulis untuk tetap semangat dan setia mengerjakan skripsi ini.

5. Bapak Des, Bapak Azwir, Nia, Mas Ivan yang telah memberikan waktu dan tenaga dalam memberikan pengetahuannya terkait topik dalam skripsi ini.
6. Kelompok kecil The Brother's Jr (Agus, Mikael, Edo, Daniel, Yories, Ervano), The Brothers (Bobby, Yosua, Bang Iyus) dan KTB Precious (Bintang, Febrian, Sonta, Desi, Lia, Lina) serta rekan pelayanan di PTK FMIPA (Pina, Rio, Tina) yang selalu mendoakan penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
7. Teman-teman Matematika 2012 yang selalu mengingatkan untuk tetap mengerjakan dan menyemangati penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna. Masukan dan kritikan akan sangat berarti. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi pembaca sekalian.

Jakarta, Februari 2017

Chrisna Sandy

DAFTAR ISI

ABSTRACT	i
ABSTRAK	ii
KATA PENGANTAR	iv
DAFTAR ISI	vi
DAFTAR GAMBAR	viii
I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Perumusan Masalah	4
1.3 Pembatasan Masalah	4
1.4 Tujuan Penulisan	4
1.5 Manfaat Penulisan	4
1.6 Metode Penelitian	5
II LANDASAN TEORI	6
2.1 Fungsi Peluang Kehidupan	6
2.2 Tingkat Bunga Majemuk	9
2.3 Faktor Diskonto dan Tingkat Diskonto	11
2.4 Fungsi Gaji dan Simbol Komutasi	12
2.5 Dwiguna Murni (<i>Pure Endowment</i>)	13
2.6 Anuitas	14
2.6.1 Anuitas Awal (<i>Due Annuity</i>)	14
2.6.2 Anuitas Akhir (<i>Forbone Annuity</i>)	15

2.7	Anuitas Hidup	16
2.7.1	Anuitas Seumur Hidup (<i>Whole Life Annuity</i>)	17
2.7.2	Anuitas Hidup Berjangka (<i>Temporary Life Annuity</i>)	18
2.8	Asumsi-Asumsi Aktuaria	19
2.9	Fungsi Manfaat	21
III PEMBAHASAN		26
3.1	Konsep-Konsep Dasar Biaya Pensiun Manfaat Pasti	28
3.1.1	Nilai Sekarang Manfaat Pensiun	28
3.1.2	Nilai Sekarang Iuran Normal	32
3.2	Iuran Normal	37
3.3	Perhitungan Biaya Pensiun dengan Perubahan Persentase Gaji	38
3.3.1	Variasi 1: Persentase Gaji Awal Dipertimbangkan	39
3.3.2	Variasi 2: Persentase Gaji Awal Tidak Dipertimbangkan	40
3.4	Contoh Kasus	41
IV PENUTUP		45
4.1	Kesimpulan	45
4.2	Saran	46
DAFTAR PUSTAKA		47
LAMPIRAN-LAMPIRAN		49

DAFTAR GAMBAR

2.1	Anuitas awal	15
2.2	Anuitas akhir	16
2.3	Anuitas awal seumur hidup	17
2.4	Anuitas hidup awal berjangka	18
3.1	Diagram alir perhitungan aktuarial metode <i>attained age normal</i>	27
3.2	$(PVFB)_x$ sebelum usia pensiun	29
3.3	$(PVFB)_x$ setelah usia pensiun	31
3.4	$(PVFNC)_w$ untuk peserta meninggal sebelum usia pensiun . . .	32
3.5	$(PVFNC)_x$ untuk peserta meninggal setelah usia pensiun . . .	33

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Setiap orang membutuhkan penghasilan untuk memenuhi kebutuhan hidupnya sendiri beserta keluarganya. Kebutuhan hidup tersebut tetap ada meskipun telah mencapai usia pensiun. Hal ini membuat setiap orang harus merencanakan untuk menjaga kesinambungan penghasilan di masa pensiun. Salah satu cara terbaik mempersiapkan penghasilan di masa pensiun adalah mengikuti program pensiun.

Program pensiun yang dipakai secara umum oleh perusahaan-perusahaan pemerintah maupun swasta diklasifikasikan menjadi dua yaitu Program Pensiun Manfaat Pasti (*Defined Benefit Pension Plan*) dan Program Pensiun Iuran Pasti (*Defined Contribution Pension Plan*). Program Pensiun Manfaat Pasti adalah program pensiun yang manfaat pensiunnya ditetapkan terlebih dahulu dalam peraturan dana pensiun. Program Pensiun Iuran Pasti adalah program pensiun yang iuran atau preminya ditetapkan terlebih dahulu dalam peraturan dana pensiun dan seluruh iuran serta hasil pengembangannya dibukukan pada rekening masing-masing peserta sebagai manfaat pensiun.

Manfaat pensiun pada prinsipnya berkaitan dengan usia dimana peserta berhak untuk mengajukan pensiun dan mendapatkan manfaat pensiun. Salah satunya adalah pensiun normal. Pensiun normal merupakan manfaat pensiun dimana peserta mengajukan pensiun di usia pensiun normal. Usia pensiun normal adalah usia paling rendah dimana pegawai berhak untuk pensiun tanpa

perlu persetujuan dari pemberi kerja, dengan memperoleh manfaat pensiun penuh.

Metode perhitungan aktuarial umumnya dibagi dalam dua kategori besar, yaitu *Accrued Benefit Cost Method* dan *Projected Benefit Cost Method*. *Accrued Benefit Cost Method* adalah metode perhitungan aktuarial yang menunjukkan nilai manfaat pensiun berdasarkan jasa yang telah diberikan karyawan sampai dengan tanggal penilaian, sedangkan *Projected Benefit Cost Method* adalah metode perhitungan aktuarial yang menunjukkan nilai manfaat pensiun berdasarkan jasa yang telah diberikan maupun yang akan diberikan oleh karyawan pada tanggal penilaian. Metode yang termasuk dalam *Accrued Benefit Cost Method* yaitu metode *unit credit* dan metode *projected unit credit*. Metode yang termasuk dalam *Projected Benefit Cost Method* adalah metode *attained age normal*, metode *aggregate*, dan metode *entry age normal*.

Metode *unit credit* menghitung nilai manfaat pensiun tanpa menggunakan asumsi tingkat kenaikan gaji. Hal ini tidak sesuai dengan kenyataan dimana gaji seseorang akan mengalami peningkatan seiring berjalannya waktu. Selanjutnya, metode *projected unit credit* memasukkan tingkat kenaikan gaji dalam perhitungannya. Perhitungan iuran normal menggunakan metode *projected unit credit* akan meningkat seiring tahun berjalan. Metode *aggregate* menghitung nilai manfaat pensiun berdasarkan seluruh masa kerja (masa kerja lalu dan masa kerja yang akan datang) yang pembiayaannya dialokasikan secara merata, selama sisa masa kerja yang akan datang dari peserta yang bersangkutan. Namun melalui metode ini akan menghasilkan iuran normal yang besar dan membebankan kepada karyawan. Metode *entry age normal* adalah suatu metode perhitungan dimana pembiayaan dari nilai sekarang manfaat pensiun dari peserta dialokasikan antara usia peserta yang bersangkutan saat pertama kali menjadi peserta sampai usia pensiun normal. Perhitung-

an iuran normal menggunakan metode *entry age normal* stabil selama tahun berjalan. Hal ini mengakibatkan kewajiban aktuarial yang harus ditanggung oleh perusahaan pemberi kerja sangat tinggi. Metode *attained age normal* adalah suatu metode perhitungan dimana nilai sekarang manfaat pensiun peserta dialokasikan antara usia peserta pada tanggal perhitungan sampai usia pensiun normal. Perhitungan iuran normal menggunakan metode *attained age normal* meningkat seiring tahun berjalan dan kewajiban aktuarial diharapkan tidak ada. Hal ini menyebabkan metode *attained age normal* cukup baik dari sisi peserta maupun lembaga pensiun. Menurut data statistik tahun 2015 yang dimiliki oleh Otoritas Jasa Keuangan, metode *attained age normal* banyak digunakan Dana Pensiun sebesar 68,95%, sementara metode *aggregate* digunakan sebesar 4,21% dan metode *projected unit credit* digunakan sebesar 13,68%. Sisa 13,16% Dana Pensiun menggunakan metode-metode lainnya.

Penelitian sebelumnya mengenai perhitungan biaya pensiun dilakukan oleh Sharp (1994) yang membahas perhitungan biaya pensiun jika terjadi perubahan pendanaan menggunakan metode *entry age normal* dan metode *projected unit credit*. Andriani (2009) membahas perhitungan biaya pensiun menggunakan metode *constant dollar* tanpa memperhatikan tingkat kenaikan gaji. Salah satu metode yang cukup banyak digunakan oleh lembaga-lembaga pensiun adalah metode *attained age normal* yaitu metode pendanaan yang perhitungannya berdasarkan usia peserta pada tanggal perhitungan aktuarial sampai usia pensiun normal dari peserta. Metode ini memiliki keuntungan bagi lembaga dana pensiun karena menghasilkan kewajiban aktuarial yang lebih sedikit dibanding metode yang lain sedangkan bagi peserta keuntungan dari metode ini adalah besarnya manfaat pensiun disebar secara merata dalam iuran tahun berjalan. Metode *attained age Normal* merupakan metode yang akan dijelaskan dalam skripsi ini.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang dijelaskan di atas, perumusan masalah yang akan dikaji adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana perhitungan manfaat pensiun menggunakan metode *Attained Age Normal*?
2. Bagaimana perhitungan iuran normal menggunakan metode *Attained Age Normal*?

1.3 Pembatasan Masalah

Pembatasan masalah dalam penulisan ini adalah perhitungan dana pensiun untuk manfaat pensiun pasti yang terbatas pada jenis pensiun normal untuk perorangan, asumsi penyusutan yang digunakan hanya terbatas pada tingkat kematian (tabel mortalita) dan kebijakan pemerintah dianggap tidak ada.

1.4 Tujuan Penulisan

Tujuan yang ingin dicapai dalam skripsi ini adalah mengetahui cara perhitungan manfaat pensiun dan iuran normal dengan menggunakan metode *Attained Age Normal*.

1.5 Manfaat Penulisan

Penulisan skripsi ini diharapkan dapat memberikan manfaat bagi:

1. Bagi penulis, skripsi ini bermanfaat menambah pengetahuan dalam menghitung manfaat pensiun dan iuran normal menggunakan metode *Attained Age Normal*.

2. Bagi pembaca, skripsi ini bermanfaat untuk mengedukasi tentang pentingnya merencanakan jaminan masa depan dalam bentuk asuransi pensiun dengan mengetahui aturan perhitungan yang jelas menggunakan metode *Attained Age Normal*.

1.6 Metode Penelitian

Skripsi ini merupakan kajian teori dalam bidang matematika asuransi dan matematika keuangan yang didasarkan pada buku-buku dan jurnal-jurnal. Referensi utama yang digunakan adalah *Costing of Pension Plan Amendments* oleh Sharp (1994)

BAB II

LANDASAN TEORI

Pada bab ini akan dibahas teori-teori yang diperlukan dalam menghitung biaya pensiun. Pertama-tama akan dijelaskan mengenai fungsi peluang kehidupan, tingkat bunga majemuk, faktor diskonto dan tingkat diskonto, fungsi gaji dan simbol komutasi, dwiguna murni, anuitas, anuitas hidup, asumsi-asumsi aktuarial. Fungsi manfaat yang akan digunakan untuk penelitian pada bab selanjutnya juga akan diperkenalkan pada bab ini.

2.1 Fungsi Peluang Kehidupan

Misal X adalah variabel acak kontinu dan $F_X(x)$ merupakan fungsi distribusi X dimana $F_X(x)$ didefinisikan sebagai berikut:

$$F_X(x) = P(X \leq x) \quad x \geq 0$$

Pada dunia aktuarial $F_X(x)$ diartikan sebagai peluang seseorang akan meninggal sebelum atau pada usia x tahun.

Fungsi survival dari x dinotasikan dengan $S(x)$ adalah peluang seseorang akan bertahan hidup sampai usia x dan didefinisikan dengan:

$$\begin{aligned} S(x) &= 1 - F_X(x) \\ &= P(X > x) \quad x \geq 0 \end{aligned}$$

Peluang seorang berusia x tahun akan bertahan hidup hingga usia $x + t$

tahun dapat dinyatakan hubungannya dengan fungsi survival sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 P[X > x + t | X > x] &= \frac{P[X > x + t \text{ dan } X > x]}{P[X > x]} \\
 &= \frac{P[X > x + t]}{P[X > x]} \\
 &= \frac{S(x + t)}{S(x)} \tag{2.1}
 \end{aligned}$$

Peluang seseorang yang hidup akan meninggal antara usia x dan z ($x < z$) adalah

$$\begin{aligned}
 P(x < X \leq z) &= P(X \leq z) - P(X \leq x) \\
 &= [1 - P(X > z)] - [1 - P(X > x)] \\
 &= 1 - P(X > z) - 1 + P(X > x) \\
 &= P(X > x) - P(X > z) \\
 &= S(x) - S(z)
 \end{aligned}$$

Misal l_0 merupakan jumlah orang yang baru lahir dan $L(x)$ adalah variabel acak yang menunjukkan jumlah orang dari l_0 yang bertahan hidup sampai usia x . Untuk setiap l_0 didefinisikan variabel acak indikator,

$$I_j = \begin{cases} 0, & \text{jika individu ke } j \text{ mati sebelum mencapai usia } x; \\ 1, & \text{jika individu ke } j \text{ hidup mencapai usia } x \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 E[I_j] &= (0 \times P(I_j = 0) + (1 \times P(I_j = 1))) \\
 &= P(I_j = 1) \\
 &= P(X_j > x)
 \end{aligned}$$

karena I_j lahir di waktu yang sama maka variabel acak yang mewakili individu ke- j yaitu X_j bersifat homogen

$$P(X_j > x) = P(X > x) \tag{2.2}$$

Sehingga

$$E[I_j] = P(X > x) = S(x) \quad (2.3)$$

Selanjutnya terdapat

$$L(x) = \sum_{j=1}^{l_0} I_j \quad (2.4)$$

Berdasarkan Persamaan (2.3) dan (2.4) akan mendapatkan persamaan sebagai berikut

$$E[L(x)] = E \left[\sum_{j=1}^{l_0} I_j \right] = \sum_{j=1}^{l_0} E[I_j] = \sum_{j=1}^{l_0} S(x) = l_0 S(x) \quad (2.5)$$

Misal $l_x = E[L(x)]$ maka l_x adalah ekspektasi dari jumlah orang yang hidup mencapai usia x untuk l_0 kelahiran. Jadi berdasarkan Persamaan (2.5) akan mendapatkan persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} l_x &= l_0 S(x) \\ S(x) &= \frac{l_x}{l_0} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Jadi fungsi survival merupakan rasio antara jumlah orang yang hidup pada usia x dan jumlah orang yang hidup pada usia 0.

Beberapa notasi fungsi peluang dan kaitannya dengan fungsi *survival* adalah sebagai berikut:

1. Notasi ${}_t p_x$ adalah peluang seseorang berusia x dapat bertahan hidup sampai usia $(x + t)$

$$\begin{aligned} {}_t p_x &= P[X > x + t | X > x] \\ &= \frac{S(x + t)}{S(x)} \\ &= \frac{l_{x+t}}{l_0} \\ &= \frac{l_x}{l_0} \\ &= \frac{l_{x+t}}{l_x} \end{aligned} \quad (2.7)$$

dimana l_{x+t} adalah jumlah orang yang berusia $(x+t)$ tahun dan l_x adalah jumlah orang yang berusia x .

2. Notasi ${}_tq_x$ adalah peluang seseorang berusia x akan meninggal sebelum mencapai usia $(x+t)$

$$\begin{aligned}
 {}_tq_x &= 1 - P[X > x+t | X > x] \\
 &= 1 - \frac{S(x+t)}{S(x)} \\
 &= 1 - \frac{l_{x+t}}{l_x} \\
 &= \frac{l_x - l_{x+t}}{l_x} \\
 &= \frac{{}_td_x}{l_x}
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

dimana ${}_td_x$ adalah jumlah orang yang meninggal diantara usia x dan $x+t$. Persamaan (2.8) dapat dituliskan juga seperti di bawah ini

$${}_tq_x = 1 - {}_tp_x \tag{2.9}$$

2.2 Tingkat Bunga Majemuk

Tingkat bunga adalah jumlah bunga yang dihasilkan pada akhir periode ketika satu unit mata uang yang diinvestasikan pada awal periode. Ada dua metode dalam menghitung tingkat bunga, yaitu tingkat bunga sederhana dan tingkat bunga majemuk. Dalam penulisan ini akan dipakai metode tingkat bunga majemuk. Tingkat bunga majemuk merupakan cara menghitung tingkat bunga dimana besar pokok atau *principle* selanjutnya adalah besar pokok sebelumnya ditambah dengan presentase pokok sebelumnya terhadap bunga yang diperoleh.

Misal besar pokok adalah P dan tingkat bunga setahun adalah i maka nilai akumulasi dinotasikan dengan $a(t)$ dalam setahun adalah

$$\begin{aligned} a(1) &= P + P \times i \\ &= P(1 + i) \end{aligned}$$

Nilai akumulasi dalam dua tahun adalah

$$\begin{aligned} a(2) &= a(1) + a(1) \times i \\ &= a(1) \times (1 + i) \\ &= P(1 + i)^2 \end{aligned}$$

Nilai akumulasi untuk n tahun adalah

$$a(n) = P(1 + i)^n$$

Jadi,

$$a(t) = P(1 + i)^t \quad t = 0, 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.10)$$

Bukti: (menggunakan induksi matematis)

Akan dibuktikan $a(0)$ benar

$$\begin{aligned} a(0) &= P(1 + i)^0 \\ &= P \end{aligned}$$

Selanjutnya asumsikan $a(k)$ benar, sehingga

$$a(k) = P(1 + i)^k$$

akan ditunjukkan $a(k+1)$ juga benar, yaitu $P(1 + i)^{k+1}$

$$\begin{aligned} a(k + 1) &= a(k) + a(k) \times i \\ &= a(k)[(1 + i)] \\ &= P(1 + i)^k[(1 + i)] \\ &= P(1 + i)^{k+1} \end{aligned}$$

Jadi $a(t) = P(1 + i)^t$, $t = 0, 1, 2, 3, \dots, n$

2.3 Faktor Diskonto dan Tingkat Diskonto

Faktor diskonto adalah nilai sekarang dari satu unit mata uang yang dibayarkan satu tahun dari sekarang. Faktor diskonto dinotasikan dengan v . Jika ingin mengakumulasikan satu unit mata uang pada akhir tahun maka besar pokok senilai v akan diinvestasikan pada awal tahun dengan suku bunga tahunan sebesar i . Berdasarkan tingkat bunga majemuk, faktor diskonto dapat dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned} 1 &= v(1 + i) \\ v &= \frac{1}{1 + i} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Berdasarkan Persamaan (2.11) maka didapatkan

$$v^t = \frac{1}{(1 + i)^t} \quad (2.12)$$

dimana:

v = faktor diskonto

t = waktu (tahun)

Selanjutnya nilai v akan disebut dengan nilai sekarang.

Tingkat diskonto adalah ukuran bunga yang dibayarkan pada awal periode (rasio dari jumlah bunga yang diperoleh selama satu periode untuk jumlah yang diinvestasikan pada akhir periode). Tingkat diskonto dinotasikan dengan d . Jika satu unit mata uang dipinjam dan bunga dibayarkan pada awal periode maka sisanya sebesar $1 - d$, nilai akumulasi dari $1 - d$ pada akhir tahun sebesar 1.

$$\begin{aligned}
(1-d)(1+i) &= 1 \\
1-d &= \frac{1}{1+i} \\
d &= 1 - \frac{1}{1+i} \\
d &= \frac{1+i}{1+i} - \frac{1}{1+i} \\
d &= \frac{1+i-1}{1+i} \\
d &= \frac{i}{1+i}
\end{aligned}$$

Hubungan v dan d adalah sebagai berikut:

$$iv = d$$

Nilai sekarang dari bunga yang dibayarkan pada akhir tahun merupakan diskonto yang dibayarkan pada awal tahun.

2.4 Fungsi Gaji dan Simbol Komutasi

Gaji adalah balas jasa yang diterima pekerja dalam bentuk uang berdasarkan waktu tertentu. Gaji seorang berusia x dilambangkan dengan s_x dan S_x merupakan notasi untuk kumulatif gaji dari usia masuk program pensiun (dinotasikan dengan y) sampai usia $x-1$, dimana $x > y$. Persamaan S_x dapat diformulasikan sebagai berikut:

$$S_x = \sum_{t=y}^{x-1} s_t, \quad x > y$$

(Winklevoss, 1993)

Jika seorang karyawan mendapat kenaikan gaji sebesar s setiap tahun maka besarnya gaji seorang karyawan pada saat berusia $x+t$, berdasarkan gaji pada usia x adalah

$$s_{x+t} = s_x(1 + s)^t$$

dimana:

$$s_{x+t} = \text{gaji pada usia } (x + t)$$

$$s_x = \text{gaji pada usia } (x)$$

$$s = \text{tingkat kenaikan gaji}$$

Simbol komutasi digunakan oleh para aktuaris untuk membantu dalam menyelesaikan pemodelan notasi aktuarial. Berikut adalah beberapa simbol komutasi untuk anuitas:

$$D_x = v^x l_x \quad (2.13)$$

$$N_x = \sum_{t=0}^{\infty} D_{x+t} \quad (2.14)$$

Notasi D_x merupakan nilai sekarang pada usia 0 dari pembayaran sebesar 1 untuk masing-masing orang yang hidup dan berusia x . Notasi N_x merupakan nilai sekarang pada usia 0 yang dibutuhkan orang berusia x untuk setiap orang yang hidup dari usia x sampai tak hingga (atau sampai usia maksimal dalam tabel mortalitas)

2.5 Dwiguna Murni (*Pure Endowment*)

Dwiguna murni adalah pembayaran yang dilakukan pada akhir jangka waktu tertentu kepada seseorang jika dia masih hidup sampai akhir jangka waktu tersebut (Bowers, 1997). Di lain sisi, jika seseorang tersebut meninggal sebelum mencapai akhir jangka waktu tersebut maka tidak ada pembayaran yang dilakukan. Endowment murni merupakan *present value* aktuarial $v^n {}_n p_x$ yang dinotasikan ${}_n E_x$ yaitu pembayaran kepada peserta jika peserta hidup sampai waktu ke- n . Notasi ${}_n E_x$ dapat dituliskan dalam fungsi komutasi sebagai

berikut:

$$\begin{aligned}
 {}_nE_x &= v^n {}_np_x \\
 &= v^n \frac{l_{x+n}}{l_x} \\
 &= \frac{v^{x+n} \times l_{x+n}}{v^x \times l_x} \\
 &= \frac{D_{x+n}}{D_x}
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

Contoh 2.5.1. Hitunglah *present value* suatu endowment murni sebesar Rp1.000.000 yang dikeluarkan bagi seseorang berusia 25 tahun selama 40 tahun! (diketahui $D_{65} = 337.5742$, $D_{25} = 2.926, 2477$, $i = 5\%$)

Jawab: $x = 25$, $n = 40$, $D_{x+n} = D_{65}$, $D_x = D_{25}$

$$\begin{aligned}
 1.000.000 {}_nE_x &= 1.000.000 \frac{D_{x+n}}{D_x} \\
 &= 1.000.000 \frac{D_{65}}{D_{25}} \\
 &= 1.000.000 \frac{337, 5742}{2.926, 2477} \\
 &= Rp115.360, 7741
 \end{aligned}$$

2.6 Anuitas

Anuitas adalah suatu pembayaran dalam jumlah tertentu yang dilakukan secara berkala selama periode tertentu (Kellison, 1991). Anuitas berdasarkan pembayarannya dibagi menjadi dua yaitu anuitas awal (*due annuity*) dan anuitas akhir (*forbone annuity*). Anuitas yang dipakai dalam penulisan ini adalah anuitas awal.

2.6.1 Anuitas Awal (*Due Annuity*)

Anuitas awal adalah anuitas yang pembayarannya pada setiap awal periode (Kellison, 1991). Gambar di bawah ini merupakan pembayaran anuitas awal

sebesar satu.



Gambar 2.1: Anuitas awal

Nilai sekarang dari anuitas awal sebesar satu selama n periode dinotasikan dengan $\ddot{a}_{\overline{n}|}$. Persamaan $\ddot{a}_{\overline{n}|}$ adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \ddot{a}_{\overline{n}|} &= 1 + v^1 + v^2 + v^3 + \dots + v^{n-1} \\
 &= \frac{1 - v^n}{1 - v} \\
 &= \frac{1 - v^n}{1 - \frac{1}{1+i}} \\
 &= \frac{1 - v^n}{\frac{(1+i)-1}{1+i}} \\
 &= \frac{1 - v^n}{\frac{i}{1+i}} \\
 &= \frac{1 - v^n}{d}
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

keterangan:

i = tingkat bunga

v = faktor diskonto

d = tingkat diskonto

2.6.2 Anuitas Akhir (*Forbone Annuity*)

Anuitas akhir adalah anuitas yang pembayarannya pada setiap akhir periode (Kellison, 1991). Nilai sekarang dari anuitas akhir sebesar satu selama n periode dinotasikan dengan $a_{\overline{n}|}$. Gambar di bawah ini merupakan pembayaran



Gambar 2.2: Anuitas akhir

anuitas akhir sebesar satu.

Persamaan $a_{\overline{n}|}$ adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 a_{\overline{n}|} &= v^1 + v^2 + v^3 + \dots + v^{n-1} + v^n \\
 &= v(1 + v^1 + v^2 + v^3 + \dots + v^{n-1}) \\
 &= \left(\frac{1}{1+i} \right) \left(\frac{1-v^n}{1-v} \right) \\
 &= \left(\frac{1}{1+i} \right) \left(\frac{1-v^n}{d} \right) \\
 &= \left(\frac{1}{1+i} \right) \left(\frac{1-v^n}{\frac{i}{1+i}} \right) \\
 &= \frac{(1)(1-v^n)}{(1+i) \left(\frac{i}{1+i} \right)} \\
 &= \frac{1-v^n}{i}
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

keterangan:

i = tingkat bunga

v = faktor diskonto

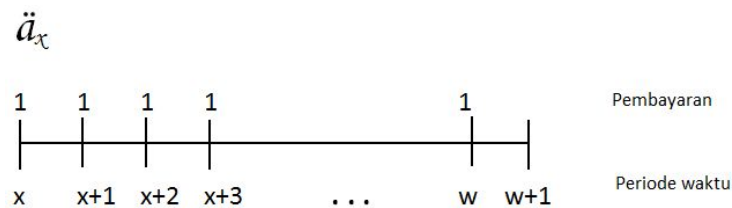
2.7 Anuitas Hidup

Anuitas hidup adalah pembayaran berkala secara periodik (bulanan, kuartalan, tahunan, dll) selama seseorang bertahan hidup (Bowers, 1997). Hal yang membedakan anuitas hidup dengan anuitas adalah pembayaran akan ber-

henti jika seseorang tersebut meninggal untuk kasus anuitas hidup tetapi untuk kasus anuitas pembayaran akan tetap dilakukan meskipun seseorang tersebut meninggal.

2.7.1 Anuitas Seumur Hidup (*Whole Life Annuity*)

Anuitas seumur hidup adalah pembayaran berkala yang dilakukan selama tertanggung masih hidup (Bowers, 1997). Menurut cara pembayarannya, anuitas seumur hidup dibagi menjadi dua yaitu anuitas awal seumur hidup (*due whole life annuity*) dan anuitas akhir seumur hidup (*forbone whole life annuity*)



Gambar 2.3: Anuitas awal seumur hidup

Nilai sekarang dari anuitas awal seumur hidup dari seseorang yang berusia x adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \ddot{a}_x &= \sum_{t=0}^{\infty} v^t {}_t p_x \\
 &= 1 + v^1 {}_1 p_x + v^2 {}_2 p_x + v^3 {}_3 p_x + \dots + v^n {}_n p_x + \dots \\
 &= 1 + {}_1 E_x + {}_2 E_x + {}_3 E_x + \dots + {}_n E_x + \dots \\
 &= \frac{D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + D_{x+3} + \dots + D_{x+n} + \dots}{D_x} \\
 &= \frac{\sum_{t=0}^{\infty} D_{x+t}}{D_x} \\
 &= \frac{N_x}{D_x} \tag{2.18}
 \end{aligned}$$

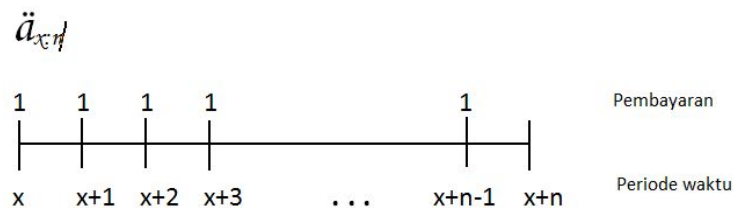
Contoh 2.7.1. Tentukan nilai sekarang dari anuitas awal seumur hidup untuk seorang pria berusia 45 tahun!(diketahui $N_{45} = 9.946, 1507$, $D_{45} = 702, 2476$, $i = 6\%$)

Jawab: $x = 45$, $N_x = N_{45}$, $D_x = D_{45}$

$$\begin{aligned}\ddot{a}_x &= \frac{N_x}{D_x} \\ \ddot{a}_{45} &= \frac{N_{45}}{D_{45}} \\ &= \frac{9.946, 1507}{702, 2476} \\ &= 14, 1633\end{aligned}$$

2.7.2 Anuitas Hidup Berjangka (*Temporary Life Annuity*)

Anuitas berjangka adalah pembayaran berkala yang dilakukan selama jangka waktu tertentu, paling lama n tahun (Bowers, 1997). Menurut cara pembayarannya, anuitas berjangka dibagi menjadi dua yaitu anuitas hidup awal berjangka (*due temporary life annuity*) dan anuitas hidup akhir berjangka (*forbone temporary life annuity*)



Gambar 2.4: Anuitas hidup awal berjangka

Nilai sekarang dari anuitas awal berjangka dari seseorang yang berusia x adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\ddot{a}_{x:n} &= \sum_{t=0}^{n-1} v^t p_x \\
&= 1 + v^1 p_x + v^2 p_x + v^3 p_x + \dots + v^{n-1} p_x \\
&= 1 + {}_1E_x + {}_2E_x + {}_3E_x + \dots + {}_{n-1}E_x \\
&= \frac{D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + D_{x+3} + \dots + D_{x+n-1}}{D_x} \\
&= \frac{\sum_{t=0}^{n-1} D_{x+t}}{D_x} \\
&= \frac{N_{x-1} - N_{x+n}}{D_x} \tag{2.19}
\end{aligned}$$

Contoh 2.7.2. Seorang pria berusia 30 tahun mendapat pembayaran sebesar Rp1.000 tiap awal tahun. Pembayaran dilakukan selama 15 tahun jika dia masih hidup. Berapa nilai sekarang pembayaran tersebut pada saat ini? (Diketahui $N_{29} = 29.357,4503$, $N_{44} = 10.692,4503$, $D_{30} = 1.719,3883$, $i = 6\%$)

Jawab: $x = 30$, $n = 15$, $N_{x-1} = N_{29}$, $N_{x+n-1} = N_{44}$, $D_x = D_{30}$

$$\begin{aligned}
1000\ddot{a}_{x:n} &= 1000 \frac{N_{x-1} - N_{x+n}}{D_x} \\
1000\ddot{a}_{30:15} &= 1000 \frac{N_{29} - N_{44}}{D_{30}} \\
&= 1000 \frac{29.357,4503 - 10.692,4503}{1.719,3883} \\
&= Rp10.855,605
\end{aligned}$$

2.8 Asumsi-Asumsi Aktuaria

Asumsi perhitungan aktuaria yang digunakan oleh Aktuaris mencerminkan penilalannya mengenai keadaan di masa yang akan datang, dengan memperhitungkan dan memperhatikan keadaan Dana Pensiun yang bersangkutan. Asumsi yang dipilih Aktuaris harus sesuai dengan prinsip-prinsip aktuaria

yang wajar dan diterima secara umum dan sesuai pula untuk Dana Pensiun yang bersangkutan, khususnya berkenaan dengan stabilitas pendanaan jangka panjang.

Menghitung hak dan kewajiban program pensiun memerlukan asumsi-asumsi tertentu yaitu:

1. Asumsi Penurunan (*Decrement Assumptions*)

Asumsi ini berhubungan dengan penurunan jumlah peserta program pensiun. Penurunan jumlah peserta aktif dapat disebabkan oleh kematian, cacat, pengunduran diri dari pekerjaan sebelum usia pensiun dan mencapai usia pensiun. Penurunan jumlah peserta tak aktif (sudah pensiun) disebabkan oleh kematian.

2. Asumsi Gaji (*Salary Assumption*)

Manfaat pensiun tergantung pada besarnya gaji. Oleh karena itu perlu taksiran dari gaji yang akan datang. Besar taksiran gaji yang akan datang ada tiga faktor yang perlu diperhatikan, yaitu:

- (a) Kenaikan gaji karena jasa.
- (b) Kenaikan gaji yang dihubungkan dengan produksi.
- (c) Kenaikan gaji karena inflasi.

3. Asumsi Suku Bunga (*Interest Assumption*)

Asumsi tingkat bunga merupakan asumsi yang paling mendasar dan selalu digunakan. Asumsi ini menggambarkan nilai waktu pada uang. Misalnya, Rp100,00 (seratus rupiah) pada saat ini akan berkembang nilainya dari tahun ke tahun menjadi lebih dari Rp100,00 (seratus rupiah). Aktuaris menggunakan tingkat bunga yang konservatif dalam program pensiun manfaat pasti karena keberadaan program pensiun secara alamiah

akan berlangsung dalam jangka waktu yang panjang.

2.9 Fungsi Manfaat

Fungsi manfaat digunakan untuk menentukan jumlah manfaat pensiun yang akan dibayarkan kepada peserta. Manfaat pensiun yang akan dibayarkan dimulai dari masa pensiun disimbolkan dengan B_r .

Faktor-faktor yang digunakan untuk menentukan besarnya manfaat pensiun yaitu:

1. Persentase menurut gaji terakhir.
2. Persentase menurut rata-rata gaji selama n tahun terakhir.
3. Persentase menurut rata-rata gaji selama bekerja.

Berikut merupakan manfaat pensiun menurut beberapa faktor gaji yang digunakan:

1. Manfaat Pensiun Menurut Gaji Terakhir

Penentuan besarnya manfaat pensiun berdasarkan gaji terakhir yang diterima peserta sebelum pensiun. Besar manfaat pensiun seorang berusia x yang masuk program pensiun pada usia y dan pensiun di usia r tahun adalah

$$B_r = k(r - y)s_{r-1}$$

dimana

k : presentasi gaji yang dipersiapkan untuk manfaat pensiun

s_{r-1} : gaji pada usia $(r - 1)$ tahun

Jika diketahui y usia masuk program pensiun, r usia pensiun, x usia sekarang dan s_x gaji pada usia x , maka diperoleh $s_{r-1} = s_x(1 + s)^{r-x-1}$

dimana s merupakan tingkat kenaikan gaji. Sehingga perhitungan manfaat pensiunnya menjadi

$$B_r = k(r - y)s_x(1 + s)^{r-x-1} \quad (2.20)$$

Contoh 2.9.1. Seseorang yang masuk program pensiun pada usia 20 tahun memiliki penghasilan sebesar Rp20.000.000,00 selama setahun pada usia 25 tahun dan akan pensiun pada usia 56 tahun. Berapa besar manfaat pensiun yang akan diperoleh orang tersebut?

Diketahui $k = 2,5\%$; $s = 5\%$

Jawab: $x = 25$; $y = 20$; $r = 56$; $s_x = s_{25} = 20000000$; $k = 0,025$; $s = 0,05$

$$\begin{aligned} B_{56} &= 0,025(56 - 20)s_{25}(1 + 0,05)^{56-20-1} \\ &= 0,025(36)(20000000)(1,05)^{35} \\ &= 99288276,62 \end{aligned}$$

Jadi, orang tersebut akan menerima manfaat pensiun sebesar Rp99.288.276,62/tahun setelah memasuki masa pensiun

2. Manfaat Pensiun Menurut Rata-rata Gaji n Tahun Terakhir

Penentuan besarnya manfaat pensiun berdasarkan gaji peserta selama n tahun sebelum pensiun (*Final Average Salary/FAS*) yang dirata-ratakan, misal 4 atau 5 tahun sebelum pensiun. Besar manfaat pensiun seorang berusia x yang masuk program pensiun pada usia y dan pensiun di usia r tahun adalah

$$B_r = k(r - y)FAS$$

keterangan:

FAS : gaji n tahun terakhir peserta sebelum pensiun

$$\begin{aligned} FAS &= \frac{1}{n}[s_{r-n} + s_{r-n-1} + s_{r-n-2} + \dots + s_{r-1}] \\ &= \frac{s_x}{n}[(1 + s)^{r-x-n} + \dots + (1 + s)^{r-x-1}] \end{aligned}$$

jadi besar manfaat pensiunnya yaitu

$$B_r = k(r - y) \frac{s_x}{n} [(1 + s)^{r-x-n} + \dots + (1 + s)^{r-x-1}] \quad (2.21)$$

Contoh 2.9.2. (menggunakan contoh yang sama dengan di atas) Hitung manfaat pensiun yang akan diterima orang tersebut jika menggunakan rata-rata gaji 4 tahun terakhir!

jawab: $x = 25$; $y = 20$; $r = 56$; $s_x = s_{25} = 20000000$; $k = 0,025$;

$s = 0,05$; $n = 4$

$$\begin{aligned} B_r &= k(r - y) \frac{s_x}{n} [(1 + s)^{r-x-n} + (1 + s)^{r-x-(n-1)} + (1 + s)^{r-x-(n-2)} \\ &\quad + (1 + s)^{r-x-1}] \\ &= 0,025(56 - 20) \frac{s_{25}}{4} [(1 + 0,05)^{56-20-4} + (1 + 0,05)^{56-20-(4-1)} \\ &\quad + (1 + 0,05)^{56-20-(4-2)} + (1 + 0,05)^{56-20-1}] \\ &= 0,025(36) \frac{20000000}{4} [(1,05)^{32} + (1,05)^{33} + (1,05)^{34} + (1,05)^{35}] \\ &= 0,025(36)(5000000)[20,54] \\ &= 92430000 \end{aligned}$$

Jadi, orang tersebut akan menerima manfaat pensiun sebesar Rp92.430.000,00 /tahun setelah memasuki masa pensiun

3. Manfaat Pensiun Menurut Rata-rata Gaji Selama Bekerja

Penentuan besarnya manfaat pensiun berdasarkan rata-rata gaji yang diterima peserta selama bekerja. Besar manfaat pensiun seorang berusia x yang masuk program pensiun pada usia y dan pensiun di usia r tahun adalah

$$\begin{aligned} B_r &= k(r - y) \frac{S_r}{(r - y)} \\ B_r &= kS_r \end{aligned} \quad (2.22)$$

keterangan:

S_r : jumlah gaji yang diperoleh selama bekerja = $\sum_{t=y}^{r-1} S_t$

Contoh 2.9.3. (menggunakan contoh yang sama dengan di atas) Hitung manfaat pensiun yang akan diterima orang tersebut jika menggunakan rata-rata gaji selama bekerja!

Diketahui gaji pada saat usia 20 tahun - 24 tahun secara berturut-turut sebesar Rp15.000.000,00 ; Rp16.000.000,00 ; Rp17.000.000,00 ; Rp17.750.000,00 ; Rp19.000.000,00

jawab: $x = 25$; $y = 20$; $r = 56$; $s_x = s_{25} = 20000000$; $k = 0,025$;

$s = 0,05$; $s_{20} = 15000000$; $s_{21} = 16000000$; $s_{22} = 17000000$; $s_{23} = 17750000$;

$s_{24} = 19000000$

$$\begin{aligned} B_r &= kS_r \\ B_r &= k \sum_{t=y}^{r-1} S_t \\ B_{56} &= 0,025 \sum_{t=20}^{56-1} S_t \\ &= 0,025[15000000 + 16000000 + 17000000 + 17750000 + 19000000 \\ &\quad + 20000000 + 20000000(1+s)^1 + \dots + 20000000(1+s)^{r-x-1}] \\ &= 0,025[15000000 + 16000000 + 17000000 + 17750000 + 19000000 \\ &\quad + 20000000 \sum_{t=0}^{r-x-1} (1+s)^t] \\ &= 0,025[15000000 + 16000000 + 17000000 + 17750000 + 19000000 \\ &\quad + 20000000 \sum_{t=0}^{30} (1+0,05)^t] \end{aligned}$$

karena $\sum_{t=0}^{30} (1+0,05)^t$ merupakan deret geometri dengan $a = 1$ dan $r = 1,05$ maka,

$$\begin{aligned} &= 0,025[15000000 + 16000000 + 17000000 + 17750000 + 19000000 \\ &\quad + 200000000\left(\frac{1(1 - 1,05^{31})}{1 - 1,05}\right)] \\ &= 0,025[15000000 + 16000000 + 17000000 + 17750000 + 19000000 \\ &\quad + 200000000(70,76)] \\ &= 0,025[1499950000] \\ &= 37498750 \end{aligned}$$

Jadi, orang tersebut akan menerima manfaat pensiun sebesar Rp37.498.750,00 /tahun setelah memasuki masa pensiun

BAB III

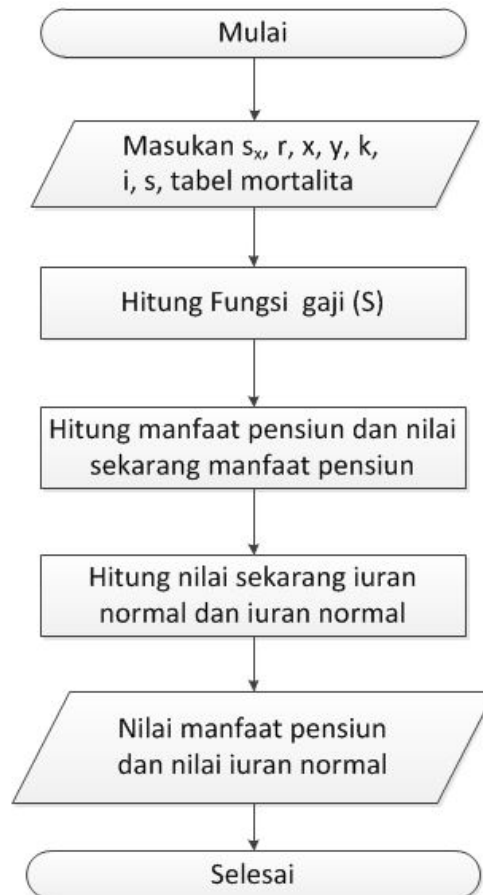
PEMBAHASAN

Pembahasan dalam tugas akhir ini akan mengaplikasikan bagaimana perhitungan aktuarial pensiun manfaat pasti menggunakan metode *attained age normal*. Metode *attained age normal* yang diterapkan dalam penulisan ini adalah perhitungan untuk perorangan. Asumsi penyusutan yang berlaku adalah tabel mortalita yaitu peluang seseorang meninggal selama masa kepesertaan. Tabel mortalita yang digunakan adalah tabel mortalita Taspen 2012.

Langkah-langkah perhitungan aktuarial pensiun manfaat pasti:

1. Masukkan data berupa gaji peserta pada usia x (s_x), usia peserta saat perhitungan terjadi (x), usia pensiun peserta (r), usia peserta masuk program pensiun (y), persentase gaji yang dipersiapkan untuk manfaat pensiun (k), bunga yang diberlakukan/asumsi bunga (i), tingkat kenaikan gaji (s) dan tabel mortalita yang digunakan.
2. Hitung fungsi gaji (S) yang digunakan. Hal ini berfungsi untuk menghitung manfaat pensiun (B_r).
3. Hitung nilai manfaat pensiun (B_r) berdasarkan faktor gaji yang digunakan kemudian hitung nilai sekarang manfaat pensiun ($(PVFB)_x$).
4. Hitung nilai sekarang iuran normal ($(PVFNC)_x$) dan iuran normal peserta selama setahun ($(NC)_x$).
5. Hasil perhitungan yang didapatkan adalah berupa nilai manfaat pensiun (B_r) dan nilai iuran normal ($(NC)_x$).

Berikut merupakan diagram alir dalam perhitungan aktuaria pensiun manfaat pasti



Gambar 3.1: Diagram alir perhitungan aktuaria metode *attained age normal*

Metode *attained age normal* menghitung manfaat pensiun berdasarkan masa kerja karyawan (mulai dari masuk program hingga pensiun) dan menghitung iuran normal berdasarkan usia tanggal perhitungan. Hal ini merupakan keuntungan yang dimiliki metode *Attained Age Normal* karena menghasilkan kewajiban aktuaria yang lebih sedikit dibanding metode yang lain (bagi lembaga dana pensiun) sedangkan bagi peserta, besarnya manfaat pensiun disebar secara merata dalam iuran tahun berjalan.

3.1 Konsep-Konsep Dasar Biaya Pensiun Manfaat Pasti

Konsep-konsep dasar biaya pensiun memberikan landasan yang kuat untuk memahami metode perhitungan aktuarial.

3.1.1 Nilai Sekarang Manfaat Pensiun

Present value of future benefit adalah nilai sekarang dari manfaat pensiun yang akan diterima oleh peserta program pensiun di masa yang akan datang. Besaran tersebut harus dapat mencukupi manfaat pensiun yang dibayarkan di masa mendatang. Nilai sekarang dari pembayaran manfaat pensiun secara berkala sebesar B_r yang dibayarkan di awal kepada seseorang berusia x tahun, masuk program saat berusia y dan pensiun pada saat berusia r adalah $(PVFB)_x$. Berdasarkan Winklevoss (1993), secara matematis $(PVFB)_x$ dirumuskan sebagai berikut:

$$(PVFB)_x = \begin{cases} B_r {}_{r-x}p_x v^{r-x} \ddot{a}_r & y \leq x < r \\ B_r \ddot{a}_x & x \geq r \end{cases}$$

Keterangan:

B_r : besar manfaat pensiun untuk peserta yang berusia r .

${}_{r-x}p_x$: peluang seseorang berusia x tetap bekerja sampai usia pensiun yaitu r

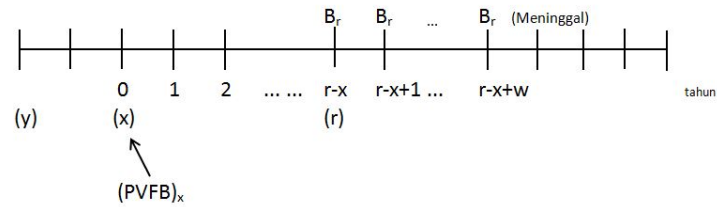
v^{r-x} : bunga diskonto dari usia x sampai r tahun.

\ddot{a}_r : anuitas awal seumur hidup pada usia r tahun.

Bukti:

Present value of future benefit dapat dihitung dengan melihat dari dua segi waktu yaitu, sebelum usia pensiun ($y \leq x < r$) dan setelah usia pensiun ($x \geq r$).

- Sebelum usia pensiun ($y \leq x < r$)



Gambar 3.2: $(PVFB)_x$ sebelum usia pensiun

Gambar di atas merupakan ilustrasi diagram waktu dari *Present value of future benefit* dengan y adalah usia karyawan masuk program pensiun, x adalah usia perhitungan aktuarial, dan r adalah usia pensiun. Perhitungan $(PVFB)_x$ dilihat pada usia x berjalan sampai usia pensiun. Manfaat pensiun (dinotasikan dengan B_r) dibayarkan pada usia pensiun r sampai peserta meninggal.

Misal Z adalah peubah acak yang menyatakan nilai sekarang dari anuitas diskrit awal sebesar B_r yang akan dibayarkan setelah usia pensiun selama orang tersebut masih hidup (dilihat pada usia x). Peubah acak W menyatakan banyaknya tahun di masa mendatang yang akan dijalani oleh seseorang yang berusia x (dengan kata lain merupakan lama waktu hidup seorang berusia x). Secara matematis Z dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$Z = \begin{cases} 0 & W = 0, 1, 2, \dots, r - x - 1 \\ B_r v^{r-x} \ddot{a}_{\overline{w+1-(r-x)}|} & W = r - x, r - x + 1, \dots \end{cases}$$

ambil $n = r - x$. Nilai harapan dari peubah acak Z dinotasikan dengan

$(PVFB)_x$, yaitu:

$$\begin{aligned}
 (PVFB)_x &= E(Z) \\
 &= \sum_{w=n}^{\infty} B_r v^n \ddot{a}_{\overline{w+1-n}|} P(W = w) \\
 &= \sum_{w=n}^{\infty} B_r v^n \ddot{a}_{\overline{w+1-n}|} {}_w p_x q_{x+w} \\
 &= B_r v^n \sum_{w=n}^{\infty} \ddot{a}_{\overline{w+1-n}|} {}_w p_x q_{x+w}
 \end{aligned}$$

ambil $j = w - n$ maka $w = j + n$, sehingga

$$\begin{aligned}
 (PVFB)_x &= B_r v^n \sum_{j=0}^{\infty} \ddot{a}_{\overline{j+1}|} {}_{j+n} p_x q_{x+(j+n)} \\
 &= B_r v^n \sum_{j=0}^{\infty} \ddot{a}_{\overline{j+1}|} \left[\frac{s(x+j+n)}{s(x)} \right] q_{x+(j+n)} \\
 &= B_r v^n \sum_{j=0}^{\infty} \ddot{a}_{\overline{j+1}|} \left[\frac{s(x+j+n)}{s(x)} \cdot \frac{s(x+n)}{s(x+n)} \right] q_{x+(j+n)} \\
 &= B_r v^n \sum_{j=0}^{\infty} \ddot{a}_{\overline{j+1}|} \left[\frac{s(x+n)}{s(x)} \cdot \frac{s(x+j+n)}{s(x+n)} \right] q_{x+(j+n)} \\
 &= B_r v^n \sum_{j=0}^{\infty} \ddot{a}_{\overline{j+1}|} {}_n p_x {}_j p_{x+n} q_{x+(j+n)} \\
 &= B_r v^n {}_n p_x \sum_{j=0}^{\infty} \ddot{a}_{\overline{j+1}|} {}_j p_{x+n} q_{(x+j)+n} \\
 &= B_r v^n {}_n p_x \ddot{a}_{x+n}
 \end{aligned}$$

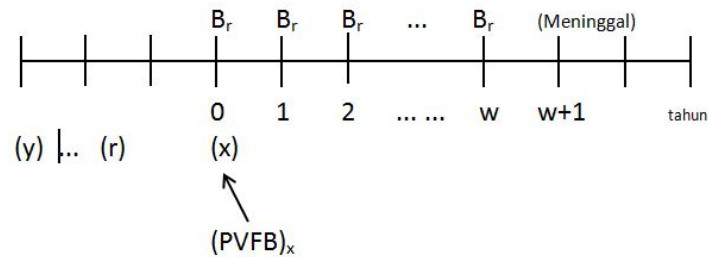
karena $n = r - x$, maka

$$(PVFB)_x = B_r v^{r-x} {}_{r-x} p_x \ddot{a}_r \quad (3.1)$$

- Setelah usia pensiun ($x \geq r$)

Gambar di bawah merupakan ilustrasi diagram waktu dari *Present value of future benefit* dengan y adalah usia karyawan masuk program pensiun, x adalah usia perhitungan aktuarial, dan r adalah usia pensiun. Perhitungan $(PVFB)_x$ dilihat pada usia x berjalan dari usia pensiun sampai

sebelum meninggal (usia w). Manfaat pensiun (dinotasikan dengan B_r) dibayarkan pada usia pensiun r sampai peserta meninggal.



Gambar 3.3: $(PVFB)_x$ setelah usia pensiun

Secara matematis Z dapat dinyatakan sebagai berikut

$$Z = B_r \ddot{a}_{\overline{w+1}|} \quad W = 0, 1, 2, \dots$$

Nilai harapan dari peubah acak Z dinotasikan dengan $(PVFB)_x$, yaitu:

$$\begin{aligned} (PVFB)_x &= E(Z) \\ &= \sum_{w=0}^{\infty} B_r \ddot{a}_{\overline{w+1}|} P(W = w) \\ &= \sum_{w=0}^{\infty} B_r \ddot{a}_{\overline{w+1}|} {}_wP_x q_{x+w} \\ &= B_r \sum_{w=0}^{\infty} \ddot{a}_{\overline{w+1}|} {}_wP_x q_{x+w} \\ &= B_r \ddot{a}_x \end{aligned} \tag{3.2}$$

Jadi, berdasarkan Persamaan (3.1) dan (3.2) maka dapat disimpulkan bahwa rumus $(PVFB)_x$ sebagai berikut:

$$(PVFB)_x = \begin{cases} B_r {}_{r-x}p_x v^{r-x} \ddot{a}_r & y \leq x < r \\ B_r \ddot{a}_x & x \geq r \end{cases}$$

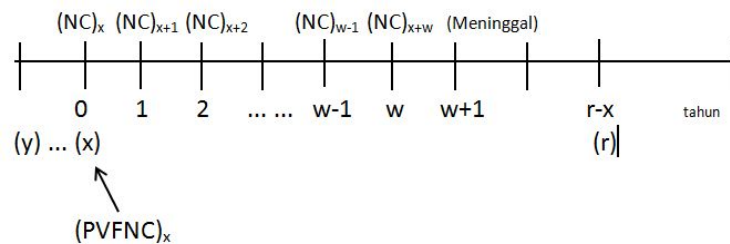
3.1.2 Nilai Sekarang Iuran Normal

Present value of future normal cost adalah nilai sekarang dari pembayaran berkala oleh peserta program pensiun. *Present value of future normal cost* dari seseorang yang berusia x tahun, masuk program pensiun pada usia y tahun dan pensiun pada usia r dinotasikan dengan $(PVFNC)_x$ dirumuskan sebagai berikut:

$$(PVFNC)_x = \sum_{t=x}^{r-1} (NC)_t v^{t-x} {}_{t-x}p_x$$

Bukti:

- Peserta meninggal sebelum usia pensiun



Gambar 3.4: $(PVFNC)_w$ untuk peserta meninggal sebelum usia pensiun

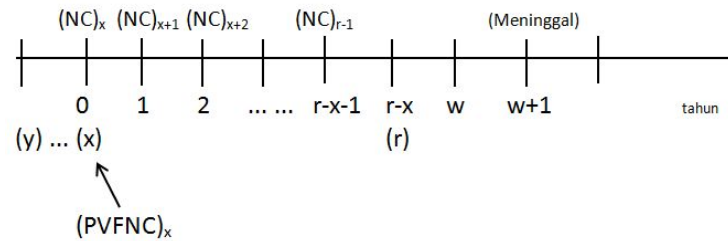
Gambar di atas merupakan ilustrasi diagram waktu dari *Present value of future normal cost* dengan y adalah usia karyawan masuk program pensiun, x adalah usia perhitungan aktuaria, dan r adalah usia pensiun. Perhitungan $(PVFNC)_x$ dilihat pada usia x berjalan sampai usia sebelum meninggal (usia w). Iuran normal (dinotasikan dengan $(NC)_x$) dibayarkan pada usia x sampai peserta meninggal (usia w).

Misal Y adalah peubah acak yang menyatakan nilai sekarang dari pembayaran berkala seorang peserta berusia x sebesar $(NC)_t$ yang dibayar setiap awal periode berjangka $(r-x)$ tahun. Peubah acak W menyatakan banyaknya tahun di masa mendatang yang akan dijalani oleh seseorang

yang berusia x (dengan kata lain merupakan lama waktu hidup seorang berusia x). Secara matematis Y dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y = \sum_{j=0}^w (NC)_{x+j} v^j \quad W = 0, 1, 2, \dots, r - x - 1 \quad (3.3)$$

- Peserta meninggal setelah usia pensiun



Gambar 3.5: $(PVFNC)_x$ untuk peserta meninggal setelah usia pensiun

Gambar di atas merupakan ilustrasi diagram waktu dari *Present value of future normal cost* dengan y adalah usia karyawan masuk program pensiun, x adalah usia perhitungan aktuaria, dan r adalah usia pensiun. Perhitungan $(PVFNC)_x$ dilihat pada usia x berjalan sampai usia sebelum meninggal (usia w). Iuran normal (dinotasikan dengan $(NC)_x$) dibayarkan pada usia x sampai peserta sebelum pensiun (usia $r - 1$).

Secara matematis Y dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y = \sum_{j=0}^{r-x-1} (NC)_{x+j} v^j \quad W = r - x, r - x + 1, \dots \quad (3.4)$$

Berdasarkan Persamaan (3.3) dan 3.4 maka

$$Y = \begin{cases} \sum_{j=0}^w (NC)_{x+j} v^j & W = 0, 1, 2, \dots, r - x - 1 \\ \sum_{j=0}^{r-x-1} (NC)_{x+j} v^j & W = r - x, r - x + 1, \dots \end{cases}$$

Nilai harapan dari peubah acak Y dinotasikan dengan $(PVFNC)_x$, yang dapat dirumuskan sebagai berikut

$$\begin{aligned}
(PVFNC)_x &= E(Y) \\
&= \sum_{w=0}^{r-x-1} \left[\sum_{j=0}^w (NC)_{x+j} v^j \right] P(W = w) \\
&\quad + \sum_{w=r-x}^{\infty} \left[\sum_{j=0}^{r-x-1} (NC)_{x+j} v^j \right] P(W = w) \quad (3.5)
\end{aligned}$$

Bagian pertama ruas kanan pada Persamaan (3.5)

$$\sum_{w=0}^{r-x-1} \left[\sum_{j=0}^w (NC)_{x+j} v^j \right] P(W = w) = \sum_{w=0}^{r-x-1} \left[\sum_{j=0}^w (NC)_{x+j} v^j \right] {}_w p_x q_{x+w}$$

dengan menggunakan penjumlahan parsial

$$\begin{aligned}
&= \sum_{j=0}^w (NC)_{x+j} v^j (-{}_w p_x) \Big|_0^{r-x} + \sum_{w=0}^{r-x-1} (NC)_{x+(w+1)} v^{w+1} {}_{w+1} p_x \\
&= \left[- \sum_{j=0}^{r-x} (NC)_{x+j} v^j {}_{r-x} p_x - \sum_{j=0}^0 (NC)_{x+j} v^j (-{}_0 p_x) \right] + \sum_{w=0}^{r-x-1} (NC)_{x+(w+1)} v^{w+1} {}_{w+1} p_x \\
&= \left[- \sum_{j=0}^{r-x} (NC)_{x+j} v^j {}_{r-x} p_x - (NC)_{x+0} v^0 (-1) \right] + \sum_{w=0}^{r-x-1} (NC)_{x+(w+1)} v^{w+1} {}_{w+1} p_x \\
&= \left[- \sum_{j=0}^{r-x} (NC)_{x+j} v^j {}_{r-x} p_x + (NC)_x \right] + \sum_{w=0}^{r-x-1} (NC)_{x+(w+1)} v^{w+1} {}_{w+1} p_x
\end{aligned}$$

ambil $n = w + 1$ maka $w = n - 1$, sehingga

$$\begin{aligned}
&= \left[- \sum_{j=0}^{r-x} (NC)_{x+j} v^j {}_{r-x} p_x + (NC)_x \right] + \sum_{n=1}^{r-x} (NC)_{x+n} v^n {}_n p_x \\
&= \left[- \sum_{j=0}^{r-x} (NC)_{x+j} v^j {}_{r-x} p_x + (NC)_x \right] + \sum_{n=1}^{r-x-1} (NC)_{x+n} v^n {}_n p_x + (NC)_r v^{r-x} {}_{r-x} p_x \\
&= \left[- \sum_{j=0}^{r-x-1} (NC)_{x+j} v^j {}_{r-x} p_x - (NC)_r v^{r-x} {}_{r-x} p_x + (NC)_x \right] + \sum_{n=1}^{r-x-1} (NC)_{x+n} v^n {}_n p_x \\
&\quad + (NC)_r v^{r-x} {}_{r-x} p_x
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= - \sum_{j=0}^{r-x-1} (NC)_{x+j} v^j {}_{r-x}p_x + \left[(NC)_x + \sum_{n=1}^{r-x-1} (NC)_{x+n} v^n {}_n p_x \right] \\
&\quad + \left[-(NC)_r v^{r-x} {}_{r-x}p_x + (NC)_r v^{r-x} {}_{r-x}p_x \right] \\
&= - \sum_{j=0}^{r-x-1} (NC)_{x+j} v^j {}_{r-x}p_x + \sum_{n=0}^{r-x-1} (NC)_{x+n} v^n {}_n p_x
\end{aligned}$$

Bagian kedua ruas kanan pada Persamaan (3.5)

$$\begin{aligned}
&= \sum_{w=r-x}^{\infty} \left[\sum_{j=0}^{r-x-1} (NC)_{x+j} v^j \right] P(W = w) \\
&= \sum_{w=r-x}^{\infty} \left[\sum_{j=0}^{r-x-1} (NC)_{x+j} v^j \right] (w p_x - w+1 p_x) \\
&= \left[\sum_{j=0}^{r-x-1} (NC)_{x+j} v^j \right] \left[\sum_{w=r-x}^{\infty} w p_x - w+1 p_x \right] \\
&= \left[\sum_{j=0}^{r-x-1} (NC)_{x+j} v^j \right] [(r-x)p_x - r-x+1 p_x) + (r-x+1 p_x - r-x+2 p_x) \\
&\quad (r-x+2 p_x - r-x+3 p_x) + \dots] \\
&= \left[\sum_{j=0}^{r-x-1} (NC)_{x+j} v^j \right] {}_{r-x}p_x \tag{3.6}
\end{aligned}$$

jadi, dari Persamaan (3.6) dan Persamaan (3.6) diperoleh

$$\begin{aligned}
(PVFNC)_x &= \left[- \sum_{j=0}^{r-x-1} (NC)_{x+j} v^j {}_{r-x}p_x + \sum_{n=0}^{r-x-1} (NC)_{x+n} v^n {}_n p_x \right] \\
&\quad + \left[\sum_{j=0}^{r-x-1} (NC)_{x+j} v^j \right] {}_{r-x}p_x \\
&= - \sum_{j=0}^{r-x-1} (NC)_{x+j} v^j {}_{r-x}p_x + \sum_{n=0}^{r-x-1} (NC)_{x+n} v^n {}_n p_x \\
&\quad + \sum_{j=0}^{r-x-1} (NC)_{x+j} v^j {}_{r-x}p_x \\
&= \sum_{n=0}^{r-x-1} (NC)_{x+n} v^n {}_n p_x
\end{aligned}$$

ambil $t = n + x$ maka $n = t - x$, sehingga

$$(PVFNC)_x = \sum_{t=x}^{r-1} (NC)_t v^{t-x} {}_{t-x}p_x \tag{3.7}$$

Perhitungan untuk manfaat pensiun ditentukan oleh fungsi gaji yang digunakan, usia masuk program pensiun, usia pensiun (penyebab pensiun) serta presentase gaji (dilambangkan dengan k) yang dipersiapkan untuk manfaat pensiun. Misalnya, Manfaat pensiun yang akan diterima oleh seseorang berusia 25 tahun yang menerima gaji terakhir yang diterima selama setahun sebesar Rp24.000.000,00 dengan usia masuk program pensiun yaitu 25 tahun dan akan pensiun pada usia 56 tahun (pensiun normal) adalah sebagai berikut: (perhitungan dilakukan dengan asumsi $i = 5\%$ dan $k = 2,5\%$)

Diketahui: $s_{r-1} = 24.000.000$; $r = 56$; $y = 25$; $x = 25$

$$\begin{aligned} B_r &= k(r - y)s_{r-1} \\ B_{56} &= 0,025(56 - 25)24000000 \\ &= 18600000 \end{aligned}$$

Jadi, besarnya manfaat pensiun yang akan diterima oleh peserta setelah usia pensiun sebesar Rp18.600.000,00/tahun selama peserta hidup.

Nilai di atas merupakan nilai pada saat peserta berusia 56 tahun (pada masa pensiun) maka perlu dihitung juga nilai sekarang dari manfaat pensiun di atas (PVFB). Perhitungan PVFB di atas adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} (PVFB)_x &= B_r {}_{r-x}p_x v^{r-x} \ddot{a}_r \\ (PVFB)_{25} &= B_{56} {}_{56-25}p_{25} v^{56-25} \ddot{a}_{56} \\ &= B_{56} {}_{31}p_{25} v^{31} \ddot{a}_{56} \\ &= (18600000) \left(\frac{l_{56}}{l_{25}} \right) (0,22) \left(\frac{N_{56}}{D_{56}} \right) \\ &= (18600000) \left(\frac{903,689}{998,816} \right) (0,22) \left(\frac{108,623}{108,623} \right) \\ &= (18600000) (0,9048) (0,22) (1) \\ &= 3702278,886 \end{aligned}$$

Jadi, besarnya nilai sekarang manfaat pensiun pada saat berusia 25 tahun sebesar Rp3.702.278,886

3.2 Iuran Normal

Iuran normal merupakan biaya tahunan yang diberikan oleh peserta aktif untuk membiayai pendanaan program pensiunnya. Perhitungan iuran normal dalam program pensiun manfaat pasti disesuaikan dengan jumlah manfaat tahunan yang akan diperoleh saat pensiun nanti. Persamaan umum iuran normal untuk peserta aktif berusia x sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 (PVFNC)_x &= (PVFB)_x \\
 \sum_{t=x}^{r-1} (NC)_t v^{t-x} {}_{t-x}p_x &= B_r {}_{r-x}p_x v^{r-x} \ddot{a}_r \\
 \sum_{t=x}^{r-1} (NC) v^{t-x} {}_{t-x}p_x &= B_r {}_{r-x}p_x v^{r-x} \ddot{a}_r \\
 (NC) \sum_{t=x}^{r-1} v^{t-x} {}_{t-x}p_x &= B_r {}_{r-x}p_x v^{r-x} \ddot{a}_r \\
 (NC) &= \frac{B_r {}_{r-x}p_x v^{r-x} \ddot{a}_r}{\sum_{t=x}^{r-1} v^{t-x} {}_{t-x}p_x} \\
 NC &= \frac{B_r {}_{r-x}p_x v^{r-x} \ddot{a}_r}{\ddot{a}_{x:r-x}^{\lceil}}
 \end{aligned}$$

Jadi,

$$(NC)_x = \frac{B_r {}_{r-x}p_x v^{r-x} \ddot{a}_r}{\ddot{a}_{x:r-x}^{\lceil}} \quad x \leq r \quad (3.8)$$

atau

$$(NC)_x = \frac{(PVFB)_x}{\ddot{a}_{x:r-x}^{\lceil}} \quad x \leq r \quad (3.9)$$

Berdasarkan Persamaan (3.8) dan (3.9) dapat dilihat bahwa besarnya iuran normal bergantung pada nilai x yaitu usia pada tanggal perhitungan aktuaria. Setiap peserta pada awal mengikuti program pensiun akan dilakukan

perhitungan aktuarial terhadap dirinya dan akan dievaluasi pada jangka waktu tertentu secara kontinu. Maka dapat disimpulkan bahwa semakin cepat seseorang masuk dalam program pensiun maka semakin kecil juga iuran normal yang harus dibayar oleh peserta

Perhitungan untuk iuran normal peserta program pensiun manfaat pasti berdasarkan metode *Attained Age Normal* (menggunakan kondisi sebelumnya) adalah sebagai berikut:

Diketahui:

$$(PVFB)_{25} = 3702278,886 ; i = 5\% ; k = 2,5\% ; r = 56 ; y = 25 ; x = 25$$

$$\begin{aligned} (NC)_x &= \frac{(PVFB)_x}{\ddot{a}_{x:r-x}} \\ (NC)_{25} &= \frac{(PVFB)_{25}}{\ddot{a}_{25:56-25}} \\ &= \frac{3702278,886}{16,073} \\ &= 230341,4973 \end{aligned}$$

Jadi, iuran normal yang harus dibayarkan selama setahun oleh peserta program pensiun pada usia 25 tahun sebesar Rp230.341,4973

3.3 Perhitungan Biaya Pensiun dengan Perubahan Persentase Gaji

Perubahan persentase gaji yang disiapkan untuk usia pensiun merupakan faktor penyebab perubahan pendanaan program pensiun. Hal ini biasa dilakukan untuk meningkatkan manfaat pensiun setelah tanggal amandemen. Perhitungan akibat adanya perubahan pada persentase gaji terdapat dua variasi dalam perhitungannya, yaitu variasi 1 dilakukan dengan tetap mempertimbangkan persentase gaji awal di masa lampau dalam menghitung manfaat

pensiun dan variasi 2 dilakukan tanpa memperhitungkan persentase gaji awal di masa lampau.

3.3.1 Variasi 1: Persentase Gaji Awal Dipertimbangkan

Perhitungan biaya pensiun sebagai akibat perubahan persentase gaji yang disiapkan untuk usia pensiun adalah sebagai berikut:

$$B_{r_1} = [k_0(x(t) - y) + k_1(r - x(t))]S \quad (3.10)$$

dimana

B_{r_1} : manfaat pensiun tahunan setelah perubahan

S : fungsi gaji

k_0 : persentase gaji awal

k_1 : persentase gaji perubahan

$x(t)$: tanggal perhitungan atau tanggal perubahan

y : usia masuk

r : usia pensiun

Perbandingan iuran normal sebelum dan setelah perubahan adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{(NC)_{x_1}}{(NC)_{x_0}} &= \frac{B_{r_1} \frac{v^{r-x} \ddot{a}_r}{\ddot{a}_{x:r-x}}}{B_{r_0} \frac{v^{r-x} \ddot{a}_r}{\ddot{a}_{x:r-x}}} \\ &= \frac{[k_0(x(t) - y) + k_1(r - x(t))]S}{k_0(r - y)S} \\ &= \frac{[k_0(x(t) - y) + k_1(r - x(t))]}{k_0(r - y)} \end{aligned}$$

Perbandingan iuran normal menurut variasi 1 bergantung pada nilai $x(t)$ dan y . Misalnya, ada dua orang peserta i dan k dengan usia masuk program pensiun yang sama ($y_i = y_k$) tetapi dengan usia yang berbeda saat perubahan terjadi ($x_i(t) \neq x_k(t)$) maka perbandingan iuran normal untuk individu- i tidak sama dengan individu- k . Berdasarkan persamaan di atas dapat dilihat

bahwa peningkatan iuran normal tidak sama dengan rasio $\frac{k_1}{k_0}$ seperti peningkatan dalam nilai manfaat.

3.3.2 Variasi 2: Persentase Gaji Awal Tidak Dipertimbangkan

Variasi alternatif untuk mengatasi iuran normal dengan perubahan manfaat akan dijelaskan dalam bagian ini. Manfaat pensiun dalam variasi 2 ini menggunakan persentase gaji perubahan dari mulai awal masuk program pensiun. Persamaan manfaat pensiun yang diproyeksikan setelah perubahan adalah sebagai berikut:

$$B_{r_1} = k_1(r - y)S \quad (3.11)$$

dimana

B_{r_1} : manfaat pensiun tahunan setelah perubahan

S : fungsi gaji

k_1 : persentase gaji perubahan

y : usia masuk

r : usia pensiun

Perbandingan iuran normal sebelum dan setelah perubahan adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{(NC)_{x_1}}{(NC)_{x_0}} &= \frac{B_{r_1} {}_{r-x}p_x v^{r-x} \ddot{a}_r}{\ddot{a}_{x:r-x^\top}} \\ &= \frac{B_{r_0} {}_{r-x}p_x v^{r-x} \ddot{a}_r}{\ddot{a}_{x:r-x^\top}} \\ &= \frac{k_1(r - y)S}{k_0(r - y)S} \\ &= \frac{k_1(r - y)}{k_0(r - y)} \\ &= \frac{k_1}{k_0} \end{aligned}$$

Perbandingan iuran normal menurut variasi 2 setara dengan peningkatan pada nilai manfaat sebesar $\frac{k_1}{k_0}$. Hal ini merupakan keuntungan dari perhitungan

variasi 2 karena akan lebih mudah untuk menjelaskan kepada peserta pensiun.

3.4 Contoh Kasus

Seorang karyawan mulai bekerja dan mengikuti program pensiun pada usia 23 tahun (tahun 2017) dan akan memasuki masa pensiun pada usia 56 tahun. Ia mengikuti program dana pensiun dengan metode *Attained Age Normal*. Pada awal masuk kerja dia memperoleh gaji sebesar Rp3.500.000,00 dengan tingkat kenaikan gaji setiap tahun sebesar 7%. Pada Tahun 2020, saat usianya 26 tahun, terjadi perubahan pendanaan dalam program pensiun berupa perubahan persentase gaji yang semula sebesar 2% menjadi 2,5%.

Asumsi-asumsi aktuarial yang digunakan adalah sebagai berikut:

Tingkat suku bunga (i)	=	5%
Jenis program pensiun	=	Pensiun normal
Tabel mortalita	=	Tabel mortalita Taspen 2012
Tingkat kenaikan gaji (s)	=	7% per tahun
Persentase gaji sebelum perubahan (k_0)	=	2%
Persentase gaji setelah perubahan (k_1)	=	2,5%

Maka akan dihitung besarnya manfaat pensiun yang akan diterima dan iuran normal peserta menggunakan dua variasi diatas.

Diketahui:

i	=	5%	y	=	23 tahun
s	=	7%	r	=	56 tahun
k_0	=	2%	x	=	26 tahun
k_1	=	2,5%	s_{23}	=	42.000.000

Penyelesaian

Pertama akan dihitung manfaat pensiun pada usia 26 tahun sebelum terjadi

perubahan dengan menggunakan rata-rata gaji terakhir dengan $n = 5$ tahun.

$$\begin{aligned}
 B_{r_0} &= k_0(r - y)FAS \\
 B_{56} &= 2\%(56 - 23)\frac{1}{5}(S_{56} - S_{51}) \\
 &= 2\%(56 - 23)\frac{1}{5}(5386868122 - 3668554230) \\
 &= (0,02)(33)(0,2)(1718313893) \\
 &= 226817434
 \end{aligned}$$

Sebelum menghitung iuran normal terlebih dahulu harus dihitung nilai sekarang manfaat pensiun $(PVFB)_x$ sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 (PVFB)_x &= B_{r_0} {}_{r-x}p_x v^{r-x} \ddot{a}_r \\
 (PVFB)_{26} &= B_{56} {}_{56-26}p_{26} v^{56-26} \ddot{a}_{56} \\
 &= B_{56} {}_{30}p_{26} v^{30} \ddot{a}_{56} \\
 &= (226817434)\left(\frac{l_{56}}{l_{26}}\right)(0,231)\frac{N_{56}}{D_{56}} \\
 &= (226817434)\left(\frac{903,689}{998,144}\right)(0,231)\left(\frac{180,623}{180,623}\right) \\
 &= (226817434)(0,905)(0,231)(1) \\
 &= 47514188
 \end{aligned}$$

Berdasarkan Persamaan (3.9) dapat dihitung iuran normal per tahun pada saat peserta berusia 26 tahun sebelum perubahan.

$$\begin{aligned}
 (NC)_x &= \frac{(PVFB)_x}{\ddot{a}_{x:r-x}} \\
 (NC)_{26} &= \frac{(PVFB)_{26}}{\ddot{a}_{26:56-26}} \\
 &= \frac{47514188}{15,838} \\
 &= 3000076
 \end{aligned}$$

Jadi, manfaat pensiun yang akan diterima karyawan tersebut pada masa usia pensiun sebesar Rp226.817.434,00 /tahun dan iuran normal yang harus dibayarkan selama setahun oleh peserta sebesar Rp3.000.076,00.

Selanjutnya akan dicari manfaat pensiun dan iuran normal setelah perubahan menggunakan variasi 1 : persentase gaji awal dipertimbangkan.

$$\begin{aligned}
 B_{r_1} &= [k_0(x(t) - y) + k_1(r - x(t))]FAS \\
 B_{56} &= [2\%(26 - 23) + 2,5\%(56 - 26)]\left(\frac{1}{5}\right)(1718313893) \\
 &= [(0,02)(3) + (0,025)(30)](0,2)(1718313893) \\
 &= 278366851
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (PVFB)_x &= B_{r_0} \cdot p_{x:r-x} \cdot v^{r-x} \cdot \ddot{a}_r \\
 (PVFB)_{26} &= B_{56} \cdot p_{26:56-26} \cdot v^{56-26} \cdot \ddot{a}_{56} \\
 &= B_{56} \cdot p_{30} \cdot v^{30} \cdot \ddot{a}_{56} \\
 &= (278366851) \left(\frac{l_{56}}{l_{26}}\right) (0,231) \frac{N_{56}}{D_{56}} \\
 &= (278366851) \left(\frac{903,689}{998,144}\right) (0,231) \left(\frac{180,623}{180,623}\right) \\
 &= (278366851) (0,905) (0,231) (1) \\
 &= 58312867
 \end{aligned}$$

Berdasarkan Persamaan (3.9) dapat dihitung iuran normal per tahun pada saat peserta berusia 26 tahun setelah perubahan.

$$\begin{aligned}
 (NC)_x &= \frac{(PVFB)_x}{\ddot{a}_{x:r-x}} \\
 (NC)_{26} &= \frac{(PVFB)_{26}}{\ddot{a}_{26:56-26}} \\
 &= \frac{58312867}{15,838} \\
 &= 3681911
 \end{aligned}$$

Jadi, manfaat pensiun yang akan diterima karyawan tersebut setelah terjadi perubahan pada masa pensiun sebesar Rp278.366.851,00/tahun dan iuran normal yang harus dibayarkan selama setahun oleh peserta sebesar Rp3.681.911,00.

Selanjutnya akan dicari manfaat pensiun dan iuran normal setelah perubahan menggunakan variasi 2 : persentase awal tidak dipertimbangkan.

$$\begin{aligned}
 B_{r_1} &= k_1(r - y)FAS \\
 B_{56} &= 2,5\%(56 - 23)\left(\frac{1}{5}\right)(1718313893) \\
 &= (0,025)(33)(0,2)(1718313893) \\
 &= 283521792
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (PVFB)_x &= B_{r_0} \cdot r^{-x} p_x v^{r-x} \ddot{a}_r \\
 (PVFB)_{26} &= B_{56} \cdot v^{56-26} p_{26} v^{56-26} \ddot{a}_{56} \\
 &= B_{56} \cdot v^{30} \ddot{a}_{56} \\
 &= (283521792) \left(\frac{l_{56}}{l_{26}}\right) (0,231) \frac{N_{56}}{D_{56}} \\
 &= (283521792) \left(\frac{903,689}{998,144}\right) (0,231) \left(\frac{180,623}{180,623}\right) \\
 &= (283521792) (0,905) (0,231) (1) \\
 &= 59392735
 \end{aligned}$$

Berdasarkan Persamaan (3.9) dapat dihitung iuran normal per tahun pada saat peserta berusia 26 tahun setelah perubahan.

$$\begin{aligned}
 (NC)_x &= \frac{(PVFB)_x}{\ddot{a}_{x:r-x}} \\
 (NC)_{26} &= \frac{(PVFB)_{26}}{\ddot{a}_{26:56-26}} \\
 &= \frac{59392735}{15,838} \\
 &= 3750095
 \end{aligned}$$

Jadi, manfaat pensiun yang akan diterima karyawan tersebut setelah terjadi perubahan pada masa pensiun sebesar Rp283.521.792,00/tahun dan iuran normal yang harus dibayarkan selama setahun oleh peserta sebesar Rp3.750.095,00.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

1. Perhitungan manfaat pensiun dilakukan berdasarkan pada usia karyawan mengikuti program pensiun, faktor gaji, persentase gaji yang disiapkan untuk masa pensiun. Semakin besar persentase gaji dan lama masa kepesertaan yang dipersiapkan maka semakin besar manfaat pensiun yang akan diterima.
2. Perhitungan iuran normal dilakukan berdasarkan nilai sekarang manfaat pensiun. Semakin cepat seseorang masuk program pensiun maka semakin sedikit juga iuran normal yang dibayarkan oleh peserta sebagai beban untuk membiayai manfaat pensiun yang akan diterimanya.
3. Perubahan dalam pembiayaan pensiun dimungkinkan terjadi sebagai akibat perubahan kondisi di dunia nyata. Terdapat dua variasi dalam menghitung biaya pensiun jika perubahan terjadi dalam hal persentase gaji yang disiapkan untuk usia pensiun. Variasi dua lebih mudah dimengerti oleh peserta program pensiun karena besar peningkatan iuran normal sebelum dan sesudah perubahan sebanding dengan tingkat kenaikan persentase gaji sebesar $\frac{k_1}{k_0}$ sementara perbandingan iuran normal menurut variasi satu bergantung pada tanggal terjadi perubahan (dinotasikan dengan $x(t)$) dan usia masuk peserta (dinotasikan dengan y).

4.2 Saran

1. Perhitungan biaya pensiun hanya terbatas pada menghitung manfaat pensiun dan iuran normal, selanjutnya disarankan dapat membahas sampai kepada menghitung besar kewajiban aktuarial, iuran tambahan, perhitungan aset yang dimiliki lembaga pensiun, dan keuntungan dan kerugian aktuarial suatu lembaga pensiun.
2. Metode yang digunakan dalam skripsi ini adalah metode *Attained Age Normal* untuk pensiun normal, selanjutnya disarankan terdapat penelitian yang menggunakan metode yang sama untuk jenis pensiun dini, pensiun kematian, pensiun cacat.

DAFTAR PUSTAKA

- Aitken, William H. 1996. *A Problem Solving Approach to Pension Funding and Valuation*, Second Edition. Windsted, CT: ACTEX Publication, Inc.
- Andriani, Yuli. 2009. "Perhitungan Dana Pensiun untuk Pensiun Normal Berdasarkan Metode *Constant Dollar*; Studi Kasus: PT. Taspen Palembang, Jurnal Penelitian Sains, Vol. 12, No. 2(A).
- Bower, N.L., dkk. 1997. *Actuarial Mathematics*. Illionis: Society of Actuaries.
- Irhamni, Farah. 2011. "Metode Spreading Gains and Loses pada Pendanaan Program Pensiun Manfaat Pasti", Depok: Universitas Indonesia.
- Kellison, S.G. 1991. *The Theory of Interest*, Second Edition. Illinois: Richard D. Irwin, Inc.
- Munir, Rinaldi. 2010. *Matematika Diskrit*, edisi 3. Bandung: Informatika Bandung.
- Otoritas Jasa Keuangan. 2016. *Buku Statistik Dana Pensiun 2015*. [ON LINE]. Tersedia: <http://www.ojk.go.id/id/kanal/iknb/data-dan-statistik/dana-pensiun/Pages/Buku-Statistik-Dana-Pensiun-2015.aspx> (diakses pada tanggal 11 Februari 2017 pukul 22.56 WIB).
- Persatuan Aktuaris Indonesia. 1998. *Standar Praktik Aktuarial Dana Pensiun*. Jakarta.
- Sharp, Keith P. 1994. "Costing of Pension Plan Amendments", *Actuarial Research Clearing House*, Vol.1, 16-23
- Trowbridge, C.L. 1952. "Fundamental of Pension Funding", *Transaction of The Society of Actuaries*, Vol.4, 17-43. [ON LINE]. Tersedia: <https://www.soa.org/Library/Research/Transactions-Of-Society-Of-Actuaries/1949-59/1952/January/tsa52v4n83.aspx> (diakses pada

tanggal 25 Februari 2016 pukul 23.40 WIB)

Winklevoss, H.E. 1993. *Pension Mathematics with Numerical Illustration*, Second Edition. Pennsylvania: Pension Research Council.

LAMPIRAN-LAMPIRAN

Lampiran 1: Persentase kenaikan gaji, Gaji per bulan, Gaji per tahun, Kumulatif gaji

usia	kenaikan gaji	gaji per bulan	gaji per tahun (sx)	kumulatif gaji (5x)
23	7%	Rp3.500.000	Rp42.000.000	Rp42.000.000
24	7%	Rp3.745.000	Rp44.940.000	Rp86.940.000
25	7%	Rp4.007.150	Rp48.085.800	Rp135.025.800
26	7%	Rp4.287.651	Rp51.451.806	Rp186.477.606
27	7%	Rp4.587.786	Rp55.053.432	Rp241.531.038
28	7%	Rp4.908.931	Rp58.907.173	Rp300.438.211
29	7%	Rp5.252.556	Rp63.030.675	Rp363.468.886
30	7%	Rp5.620.235	Rp67.442.822	Rp430.911.708
31	7%	Rp6.013.652	Rp72.163.820	Rp503.075.527
32	7%	Rp6.434.607	Rp77.215.287	Rp580.290.814
33	7%	Rp6.885.030	Rp82.620.357	Rp662.911.171
34	7%	Rp7.366.982	Rp88.403.782	Rp751.314.953
35	7%	Rp7.882.671	Rp94.592.047	Rp845.907.000
36	7%	Rp8.434.458	Rp101.213.490	Rp947.120.490
37	7%	Rp9.024.870	Rp108.298.434	Rp1.055.418.924
38	7%	Rp9.656.610	Rp115.879.325	Rp1.171.298.249
39	7%	Rp10.332.573	Rp123.990.877	Rp1.295.289.127
40	7%	Rp11.055.853	Rp132.670.239	Rp1.427.959.365
41	7%	Rp11.829.763	Rp141.957.156	Rp1.569.916.521
42	7%	Rp12.657.846	Rp151.894.156	Rp1.721.810.677
43	7%	Rp13.543.896	Rp162.526.747	Rp1.884.337.425
44	7%	Rp14.491.968	Rp173.903.620	Rp2.058.241.045
45	7%	Rp15.506.406	Rp186.076.873	Rp2.244.317.918
46	7%	Rp16.591.855	Rp199.102.254	Rp2.443.420.172
47	7%	Rp17.753.284	Rp213.039.412	Rp2.656.459.584
48	7%	Rp18.996.014	Rp227.952.171	Rp2.884.411.755
49	7%	Rp20.325.735	Rp243.908.823	Rp3.128.320.578
50	7%	Rp21.748.537	Rp260.982.440	Rp3.389.303.018
51	7%	Rp23.270.934	Rp279.251.211	Rp3.668.554.230
52	7%	Rp24.899.900	Rp298.798.796	Rp3.967.353.026
53	7%	Rp26.642.893	Rp319.714.712	Rp4.287.067.737
54	7%	Rp28.507.895	Rp342.094.742	Rp4.629.162.479
55	7%	Rp30.503.448	Rp366.041.374	Rp4.995.203.853
56	7%	Rp32.638.689	Rp391.664.270	Rp5.386.868.122

Lampiran 2: Tabel Mortalita TASPEN 2012

Usia (x)	TMT 2012 (qx)	Usia (x)	TMT 2012 (qx)	Usia (x)	TMT 2012 (qx)	Usia (x)	TMT 2012 (qx)
0	0,00426377	15	0,00026160	30	0,0009486	45	0,00343661
1	0,00049113	16	0,00028507	31	0,00103364	46	0,00374428
2	0,00038199	17	0,00031063	32	0,0011263	47	0,00407945
3	0,00030559	18	0,00033849	33	0,00122727	48	0,00444455
4	0,00025830	19	0,00036884	34	0,00133728	49	0,00484225
5	0,00023647	20	0,00040192	35	0,00145714	50	0,00527544
6	0,00023283	21	0,00043797	36	0,00158774	51	0,00574727
7	0,00022556	22	0,00047724	37	0,00173003	52	0,00626117
8	0,00021464	23	0,00052004	38	0,00188506	53	0,00682086
9	0,00020373	24	0,00056667	39	0,00205398	54	0,00743039
10	0,00018918	25	0,00061748	40	0,00223801	55	0,00809417
11	0,00018554	26	0,00067285	41	0,0024385	56	0,00881699
12	0,00020218	27	0,00073318	42	0,00265694		
13	0,00022031	28	0,00079892	43	0,00289492		
14	0,00024007	29	0,00087055	44	0,00315417		

Lampiran 3: Tabel perhitungan sebelum perubahan ($i = 5\%$, $k = 2\%$, $r = 56$ tahun, $s_{23} = Rp42.000.000$)

t	x	q_x	p_x	l_x	v^t	D_x	N_x	a_x	$(r-x)p_x$	$v^t(r-x)$	$(1+i)^t(r-x)$	$a/(r-x)$	Manfaat Pensiun	$(PVF)_x$	NC
0	23	0,00052	0,99947996	1000,000	1,000	1000,000	16694,197	16,694	0,904	0,200	5,003	16,514	Rp226.817.434	Rp40.968.370	Rp2.480.890
1	24	0,0005667	0,99943333	999,433	0,952	951,841	15694,197	16,488	0,904	0,210	4,765	16,298	Rp226.817.434	Rp43.041.178	Rp2.640.808
2	25	0,0006175	0,99938252	998,816	0,907	905,956	14742,356	16,273	0,905	0,220	4,538	16,073	Rp226.817.434	Rp45.221.160	Rp2.813.427
3	26	0,0006729	0,99932715	998,144	0,864	862,234	13836,400	16,047	0,905	0,231	4,322	15,838	Rp226.817.434	Rp47.514.188	Rp3.000.076
4	27	0,0007332	0,99926682	997,412	0,823	820,574	12974,166	15,811	0,906	0,243	4,116	15,591	Rp226.817.434	Rp49.926.503	Rp3.202.269
5	28	0,0007989	0,99920108	996,615	0,784	780,874	12153,592	15,564	0,907	0,255	3,920	15,333	Rp226.817.434	Rp52.464.743	Rp3.421.738
6	29	0,0008706	0,99912945	995,748	0,746	743,042	11372,718	15,306	0,908	0,268	3,733	15,063	Rp226.817.434	Rp55.135.979	Rp3.660.474
7	30	0,0009486	0,9990514	994,803	0,711	706,988	10629,676	15,035	0,908	0,281	3,556	14,780	Rp226.817.434	Rp57.947.747	Rp3.920.773
8	31	0,0010336	0,99896636	993,775	0,677	672,626	9922,688	14,752	0,909	0,295	3,386	14,484	Rp226.817.434	Rp60.908.091	Rp4.205.307
9	32	0,0011263	0,9988737	992,656	0,645	639,875	9250,062	14,456	0,910	0,310	3,225	14,174	Rp226.817.434	Rp64.025.608	Rp4.517.189
10	33	0,0012273	0,99877273	991,437	0,614	608,657	8610,187	14,146	0,911	0,326	3,072	13,849	Rp226.817.434	Rp67.309.495	Rp4.860.082
11	34	0,0013373	0,99866272	990,112	0,585	578,898	8001,530	13,822	0,913	0,342	2,925	13,510	Rp226.817.434	Rp70.769.609	Rp5.238.314
12	35	0,0014571	0,99854286	988,669	0,557	550,528	7422,632	13,483	0,914	0,359	2,786	13,155	Rp226.817.434	Rp74.416.525	Rp5.657.044
13	36	0,0015877	0,99841226	987,099	0,530	523,480	6872,105	13,128	0,915	0,377	2,653	12,783	Rp226.817.434	Rp78.261.610	Rp6.122.466
14	37	0,00173	0,99826997	985,391	0,505	497,690	6348,625	12,756	0,917	0,396	2,527	12,393	Rp226.817.434	Rp82.317.102	Rp6.642.081
15	38	0,0018851	0,99811494	983,534	0,481	473,097	5850,935	12,367	0,919	0,416	2,407	11,986	Rp226.817.434	Rp86.596.196	Rp7.225.064
16	39	0,002054	0,99794602	981,514	0,458	449,643	5377,838	11,960	0,921	0,436	2,292	11,559	Rp226.817.434	Rp91.113.150	Rp7.882.753
17	40	0,002238	0,99776199	979,317	0,436	427,273	4928,196	11,534	0,923	0,458	2,183	11,111	Rp226.817.434	Rp95.883.395	Rp8.629.329
18	41	0,0024385	0,99756615	976,929	0,416	405,934	4500,923	11,088	0,925	0,481	2,079	10,643	Rp226.817.434	Rp100.923.668	Rp9.482.760
19	42	0,0026569	0,99734306	974,333	0,396	385,577	4094,989	10,620	0,927	0,505	1,980	10,152	Rp226.817.434	Rp106.252.157	Rp10.466.157
20	43	0,0028949	0,99710508	971,513	0,377	366,153	3709,412	10,131	0,930	0,530	1,886	9,637	Rp226.817.434	Rp111.888.673	Rp11.609.753
21	44	0,0031542	0,99684583	968,449	0,359	347,617	3343,259	9,618	0,933	0,557	1,796	9,098	Rp226.817.434	Rp117.854.841	Rp12.953.867
22	45	0,0034366	0,99656339	965,120	0,342	329,926	2995,642	9,080	0,936	0,585	1,710	8,532	Rp226.817.434	Rp124.174.322	Rp14.553.497
23	46	0,0037443	0,99625572	961,507	0,326	313,039	2665,715	8,516	0,940	0,614	1,629	7,939	Rp226.817.434	Rp130.873.063	Rp16.485.650
24	47	0,0040795	0,99592055	957,584	0,310	296,916	2352,676	7,924	0,944	0,645	1,551	7,315	Rp226.817.434	Rp137.979.597	Rp18.861.582
25	48	0,0044446	0,99555545	953,328	0,295	281,520	2055,760	7,302	0,948	0,677	1,477	6,661	Rp226.817.434	Rp145.525.372	Rp21.848.194
26	49	0,0048423	0,99515775	948,712	0,281	266,816	1774,240	6,650	0,953	0,711	1,407	5,973	Rp226.817.434	Rp153.545.145	Rp25.707.787
27	50	0,0052754	0,99472456	943,707	0,268	252,770	1507,423	5,964	0,958	0,746	1,340	5,249	Rp226.817.434	Rp162.077.432	Rp30.877.561
28	51	0,0057473	0,99425273	938,283	0,255	239,350	1254,653	5,242	0,963	0,784	1,276	4,487	Rp226.817.434	Rp171.165.035	Rp38.144.518
29	52	0,0062612	0,99373883	932,409	0,243	226,525	1015,303	4,482	0,969	0,823	1,216	3,685	Rp226.817.434	Rp180.855.655	Rp49.082.712
30	53	0,0068209	0,99317914	926,049	0,231	214,267	788,778	3,681	0,976	0,864	1,158	2,838	Rp226.817.434	Rp191.202.603	Rp67.365.014
31	54	0,0074304	0,99256961	919,168	0,220	202,547	574,511	2,836	0,983	0,907	1,103	1,945	Rp226.817.434	Rp202.265.646	Rp104.010.148
32	55	0,0080942	0,99190583	911,728	0,210	191,341	371,964	1,944	0,991	0,952	1,050	1,000	Rp226.817.434	Rp214.111.987	Rp214.111.987
33	56	0,008817	0,99118301	903,689	0,200	180,623	180,623	1,000	1,000	1,000	1,000	0,000	Rp226.817.434	Rp226.817.434	-

Lampiran 4: Tabel perhitungan variasi 1: persentase awal di-
pertimbangkan ($i = 5\%$, $k_0 = 2\%$, $k_1 = 2,5\%$, $r = 56$ tahun, $s_{23} =$
 $Rp42.000.000$)

t	x	qx	px	lx	v ^t	Dx	Nx	ax	(r-x)px	v ^t (r-x)	(1+i) ^t (r-x)	a/(kr-x)	Manfaat Pensiun	(PVF) _x	NC
0	23	0,00052	0,99947996	1000,000	1,000	1000,000	16694,197	16,694	0,904	0,200	5,003	16,514	Rp226.817.434	Rp40.968.370	Rp2.480.890
1	24	0,0005667	0,99943333	999,433	0,952	951,841	15694,197	16,488	0,904	0,210	4,765	16,298	Rp226.817.434	Rp43.041.178	Rp2.640.808
2	25	0,0006175	0,99938252	998,816	0,907	905,956	14742,356	16,273	0,905	0,220	4,538	16,073	Rp226.817.434	Rp45.221.160	Rp2.813.427
3	26	0,0006729	0,99932715	998,144	0,864	862,234	13836,400	16,047	0,905	0,231	4,322	15,838	Rp278.366.851	Rp58.312.867	Rp3.681.911
4	27	0,0007332	0,99926682	997,412	0,823	820,574	12974,166	15,811	0,906	0,243	4,116	15,591	Rp278.366.851	Rp61.273.435	Rp3.930.058
5	28	0,0007989	0,99920108	996,615	0,784	780,874	12153,592	15,564	0,907	0,255	3,920	15,333	Rp278.366.851	Rp64.388.548	Rp4.199.406
6	29	0,0008706	0,99912945	995,748	0,746	743,042	11372,718	15,306	0,908	0,268	3,733	15,063	Rp278.366.851	Rp67.666.883	Rp4.492.399
7	30	0,0009486	0,9990514	994,803	0,711	706,908	10629,676	15,035	0,908	0,281	3,556	14,780	Rp278.366.851	Rp71.117.690	Rp4.811.858
8	31	0,0010336	0,99896636	993,775	0,677	672,626	9922,688	14,752	0,909	0,295	3,386	14,484	Rp278.366.851	Rp74.750.839	Rp5.161.058
9	32	0,0011263	0,9988737	992,656	0,645	639,875	9250,062	14,456	0,910	0,310	3,225	14,174	Rp278.366.851	Rp78.576.883	Rp5.543.823
10	33	0,0012273	0,99877273	991,437	0,614	608,657	8610,187	14,146	0,911	0,326	3,072	13,849	Rp278.366.851	Rp82.607.108	Rp5.964.646
11	34	0,0013373	0,99866272	990,112	0,585	578,898	8001,530	13,822	0,913	0,342	2,925	13,510	Rp278.366.851	Rp86.853.611	Rp6.428.840
12	35	0,0014571	0,99854286	988,669	0,557	550,528	7422,632	13,483	0,914	0,359	2,786	13,155	Rp278.366.851	Rp91.329.371	Rp6.942.736
13	36	0,0015877	0,99841226	987,099	0,530	523,480	6872,105	13,128	0,915	0,377	2,653	12,783	Rp278.366.851	Rp96.048.339	Rp7.513.935
14	37	0,00173	0,99826997	985,391	0,505	497,690	6348,625	12,756	0,917	0,396	2,527	12,393	Rp278.366.851	Rp101.025.534	Rp8.151.645
15	38	0,0018851	0,99811494	983,534	0,481	473,097	5850,935	12,367	0,919	0,416	2,407	11,986	Rp278.366.851	Rp106.277.149	Rp8.867.124
16	39	0,002054	0,99794602	981,514	0,458	449,643	5377,838	11,960	0,921	0,436	2,292	11,559	Rp278.366.851	Rp111.820.684	Rp9.674.288
17	40	0,002238	0,99776199	979,317	0,436	427,273	4928,196	11,534	0,923	0,458	2,183	11,111	Rp278.366.851	Rp117.675.076	Rp10.590.540
18	41	0,0024385	0,99755615	976,929	0,416	405,934	4500,923	11,088	0,925	0,481	2,079	10,643	Rp278.366.851	Rp123.860.865	Rp11.637.933
19	42	0,0026569	0,99734306	974,333	0,396	385,577	4094,989	10,620	0,927	0,505	1,980	10,152	Rp278.366.851	Rp130.400.374	Rp12.844.829
20	43	0,0028949	0,99710508	971,513	0,377	366,153	3709,412	10,131	0,930	0,530	1,886	9,637	Rp278.366.851	Rp137.317.917	Rp14.248.333
21	44	0,0031542	0,99684583	968,449	0,359	347,617	3343,259	9,618	0,933	0,557	1,796	9,098	Rp278.366.851	Rp144.640.032	Rp15.897.928
22	45	0,0034366	0,99656339	965,120	0,342	329,926	2995,642	9,080	0,936	0,585	1,710	8,532	Rp278.366.851	Rp152.395.759	Rp17.861.110
23	46	0,0037443	0,99625572	961,507	0,326	313,039	2665,715	8,516	0,940	0,614	1,629	7,939	Rp278.366.851	Rp160.616.941	Rp20.232.389
24	47	0,0040795	0,99592055	957,584	0,310	296,916	2352,676	7,924	0,944	0,645	1,551	7,315	Rp278.366.851	Rp169.338.597	Rp23.148.305
25	48	0,0044446	0,99555545	953,328	0,295	281,520	2055,760	7,302	0,948	0,677	1,477	6,661	Rp278.366.851	Rp178.599.320	Rp26.813.692
26	49	0,0048423	0,99515775	948,712	0,281	266,816	1774,240	6,650	0,953	0,711	1,407	5,973	Rp278.366.851	Rp188.441.768	Rp31.550.466
27	50	0,0052754	0,99472456	943,707	0,268	252,770	1507,423	5,964	0,958	0,746	1,340	5,249	Rp278.366.851	Rp198.913.211	Rp37.895.189
28	51	0,0057473	0,99425273	938,283	0,255	239,350	1254,653	5,242	0,963	0,784	1,276	4,487	Rp278.366.851	Rp210.066.179	Rp46.813.727
29	52	0,0062612	0,99373883	932,409	0,243	226,525	1015,303	4,482	0,969	0,823	1,216	3,685	Rp278.366.851	Rp221.959.212	Rp60.237.874
30	53	0,0068209	0,99317914	926,049	0,231	214,267	788,778	3,681	0,976	0,864	1,158	2,838	Rp278.366.851	Rp234.657.741	Rp82.675.244
31	54	0,0074304	0,99256961	919,168	0,220	202,547	574,511	2,836	0,983	0,907	1,103	1,945	Rp278.366.851	Rp248.235.111	Rp127.648.819
32	55	0,0080942	0,99190583	911,728	0,210	191,341	371,964	1,944	0,991	0,952	1,050	1,000	Rp278.366.851	Rp262.773.803	Rp262.773.803
33	56	0,008817	0,99118301	903,689	0,200	180,623	180,623	1,000	1,000	1,000	1,000	0,000	Rp278.366.851	Rp278.366.851	-

Lampiran 5: Tabel perhitungan variasi 5: persentase awal tidak dipertimbangkan ($i = 5\%$, $k_0 = 2\%$, $k_1 = 2,5\%$, $r = 56$ tahun, $s_{23} = Rp42.000.000$)

t	x	qx	px	lx	v ^t	Dx	Nx	ax	(r-x)px	v ^t (r-x)	(1+i) ^t (r-x)	a/(r-x)	Manfaat Pensiun	(P/FB)x	NC
0	23	0,00052	0,99947996	1000,000	1,000	1000,000	16694,197	16,694	0,904	0,200	5,003	16,514	Rp226.817.434	Rp40.968.370	Rp2.480.890
1	24	0,0005667	0,99943333	999,433	0,952	951,841	15694,197	16,488	0,904	0,210	4,765	16,298	Rp226.817.434	Rp43.041.178	Rp2.640.808
2	25	0,0006175	0,99938252	998,816	0,907	905,956	14742,356	16,273	0,905	0,220	4,538	16,073	Rp226.817.434	Rp45.221.160	Rp2.813.427
3	26	0,0006729	0,99932715	998,144	0,864	862,234	13836,400	16,047	0,905	0,231	4,322	15,838	Rp283.521.792	Rp59.392.735	Rp3.750.095
4	27	0,0007332	0,99926682	997,412	0,823	820,574	12974,166	15,811	0,906	0,243	4,116	15,591	Rp283.521.792	Rp62.408.128	Rp4.002.836
5	28	0,0007989	0,99920108	996,615	0,784	780,874	12153,592	15,564	0,907	0,255	3,920	15,333	Rp283.521.792	Rp65.580.929	Rp4.277.173
6	29	0,0008706	0,99912945	995,748	0,746	743,042	11372,718	15,306	0,908	0,268	3,733	15,063	Rp283.521.792	Rp68.919.974	Rp4.575.592
7	30	0,0009486	0,9990514	994,803	0,711	706,908	10629,676	15,035	0,908	0,281	3,556	14,780	Rp283.521.792	Rp72.434.684	Rp4.900.967
8	31	0,0010336	0,99896636	993,775	0,677	672,626	9922,688	14,752	0,909	0,295	3,386	14,484	Rp283.521.792	Rp76.135.114	Rp5.256.633
9	32	0,0011263	0,9988737	992,656	0,645	639,875	9250,062	14,456	0,910	0,310	3,225	14,174	Rp283.521.792	Rp80.032.010	Rp5.646.486
10	33	0,0012273	0,99877273	991,437	0,614	608,657	8610,187	14,146	0,911	0,326	3,072	13,849	Rp283.521.792	Rp84.136.869	Rp6.075.102
11	34	0,0013373	0,99866272	990,112	0,585	578,898	8001,530	13,822	0,913	0,342	2,925	13,510	Rp283.521.792	Rp88.462.011	Rp6.547.893
12	35	0,0014571	0,99854286	988,669	0,557	550,528	7422,632	13,483	0,914	0,359	2,786	13,155	Rp283.521.792	Rp93.020.656	Rp7.071.305
13	36	0,0015877	0,99841226	987,099	0,530	523,480	6872,105	13,128	0,915	0,377	2,653	12,783	Rp283.521.792	Rp97.827.012	Rp7.653.082
14	37	0,00173	0,99826997	985,391	0,505	497,690	6348,625	12,756	0,917	0,396	2,527	12,393	Rp283.521.792	Rp102.896.377	Rp8.302.601
15	38	0,0018851	0,99811494	983,534	0,481	473,097	5850,935	12,367	0,919	0,416	2,407	11,986	Rp283.521.792	Rp108.245.245	Rp9.031.330
16	39	0,002054	0,99794602	981,514	0,458	449,643	5377,838	11,960	0,921	0,436	2,292	11,559	Rp283.521.792	Rp113.891.437	Rp9.853.442
17	40	0,002238	0,99776199	979,317	0,436	427,273	4928,196	11,534	0,923	0,458	2,183	11,111	Rp283.521.792	Rp119.854.244	Rp10.786.661
18	41	0,0024385	0,99755615	976,929	0,416	405,934	4500,923	11,088	0,925	0,481	2,079	10,643	Rp283.521.792	Rp126.154.585	Rp11.853.450
19	42	0,0026569	0,99734306	974,333	0,396	385,577	4094,989	10,620	0,927	0,505	1,980	10,152	Rp283.521.792	Rp132.815.196	Rp13.082.697
20	43	0,0028949	0,99710508	971,513	0,377	366,153	3709,412	10,131	0,930	0,530	1,886	9,637	Rp283.521.792	Rp139.860.841	Rp14.512.191
21	44	0,0031542	0,99684583	968,449	0,359	347,617	3343,259	9,618	0,933	0,557	1,796	9,098	Rp283.521.792	Rp147.318.551	Rp16.192.334
22	45	0,0034366	0,99656339	965,120	0,342	329,926	2995,642	9,080	0,936	0,585	1,710	8,532	Rp283.521.792	Rp155.217.902	Rp18.191.871
23	46	0,0037443	0,99625572	961,507	0,326	313,039	2665,715	8,516	0,940	0,614	1,629	7,939	Rp283.521.792	Rp163.591.329	Rp20.607.063
24	47	0,0040795	0,99592055	957,584	0,310	296,916	2352,676	7,924	0,944	0,645	1,551	7,315	Rp283.521.792	Rp172.474.497	Rp23.576.977
25	48	0,0044446	0,99555545	953,328	0,295	281,520	2055,760	7,302	0,948	0,677	1,477	6,661	Rp283.521.792	Rp181.906.715	Rp27.310.242
26	49	0,0048423	0,99515775	948,712	0,281	266,816	1774,240	6,650	0,953	0,711	1,407	5,973	Rp283.521.792	Rp191.931.431	Rp32.134.734
27	50	0,0052754	0,99472456	943,707	0,268	252,770	1507,423	5,964	0,958	0,746	1,340	5,249	Rp283.521.792	Rp202.596.789	Rp38.596.952
28	51	0,0057473	0,99425273	938,283	0,255	239,350	1254,653	5,242	0,963	0,784	1,276	4,487	Rp283.521.792	Rp213.956.294	Rp47.680.648
29	52	0,0062612	0,99373883	932,409	0,243	226,525	1015,303	4,482	0,969	0,823	1,216	3,685	Rp283.521.792	Rp226.069.568	Rp61.353.391
30	53	0,0068209	0,99317914	926,049	0,231	214,267	788,778	3,681	0,976	0,864	1,158	2,838	Rp283.521.792	Rp239.003.254	Rp84.206.268
31	54	0,0074304	0,99256961	919,168	0,220	202,547	574,511	2,836	0,983	0,907	1,103	1,945	Rp283.521.792	Rp252.832.058	Rp130.012.686
32	55	0,0080942	0,99190583	911,728	0,210	191,341	371,964	1,944	0,991	0,952	1,050	1,000	Rp283.521.792	Rp267.639.984	Rp267.639.984
33	56	0,008817	0,99118301	903,689	0,200	180,623	180,623	1,000	1,000	1,000	1,000	0,000	Rp283.521.792	Rp283.521.792	-

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Dengan ini saya yang bertanda tangan di bawah ini, mahasiswa Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta:

Nama : Chrisna Sandy
No. Registrasi : 3125120208
Program Studi : Matematika

Menyatakan bahwa skripsi ini yang saya buat dengan judul "**Perhitungan Biaya Pensiun Menggunakan Metode *Attained Age Normal* pada Dana Pensiun**" adalah :

1. Dibuat dan diselesaikan oleh saya sendiri.
2. Bukan merupakan duplikat skripsi yang pernah dibuat oleh orang lain atau jiplakan karya tulis orang lain.

Pernyataan ini dibuat dengan sesungguhnya dan saya bersedia menanggung segala akibat yang timbul jika pernyataan saya tidak benar.

Jakarta, Februari 2017

Yang membuat pernyataan



Chrisna Sandy

DAFTAR RIWAYAT HIDUP



CHRISNA SANDY. Lahir di Jakarta, 17 Oktober 1994. Anak kedua dari pasangan Bapak Radik Irianto dan Ibu Sumarjanti. Saat ini bertempat tinggal di Jalan Bangka II A No 13 RT 013/ RW 001, Jakarta Selatan 17270.

No. Ponsel : 085878582098

Email : chrisna.sandy@gmail.com

Riwayat Pendidikan : Penulis mengawali pendidikan di TK Baptis Cengkareng Indah selama 2 tahun, dan kemudian melanjutkan pendidikan di SD Baptis Cengkareng Indah pada tahun 2000 - 2002. Setelah itu, penulis pindah ke SD Negeri 1 Bae Kudus pada tahun 2003-2005 dan menamatkan pendidikan dasar di SD Negeri Perumnas Banyumanik 01 pada tahun 2006. Setelah itu, penulis melanjutkan ke SMP Negeri 12 Semarang hingga tahun 2009. Kemudian melanjutkan ke SMA Negeri 1 Semarang dan lulus tahun 2012. Di Tahun yang sama penulis melanjutkan ke Universitas Negeri Jakarta (UNJ), jurusan Matematika, melalui jalur SNMPTN Undangan.

Riwayat Organisasi : Selama di perkuliahan, penulis aktif di berbagai organisasi kemahasiswaan. Tahun kedua, penulis mendapat kepercayaan sebagai Tim Kerja FMIPA untuk organisasi mahasiswa PMK UNJ dan tahun ketiga sampai keempat mendapat kepercayaan sebagai Koordinator Fakultas MIPA untuk organisasi mahasiswa yang sama. Penulis juga aktif dalam mengikuti kegiatan serta kepanitiaan seperti Panitia Math Cup dan Math League yang diselenggarakan oleh BEMJ Matematika.