

BAB II

KAJIAN TEORI

A. Landasan Teori

1. Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI)

Pendidikan Matematika Realistik Indonesia merupakan pendekatan pembelajaran yang diadaptasi dari *Realistic Mathematics Education* (RME) yang telah berkembang di Belanda sejak tahun 1970-an atas gagasan Hans Freudenthal. Sembiring menjelaskan bahwa pendekatan matematika realistik yang diadaptasi ini bukan berarti menggunakan secara tepat sama semua kurikulum, buku teks dan teori pembelajaran pendekatan RME.¹ Pendekatan yang digunakan adalah pendekatan matematika realistik dilandasi kesesuaiannya dengan konteks Indonesia. Jadi, pendekatan matematika realistik yang dikembangkan dalam konteks Indonesia disebut dengan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia.

RME merupakan pembelajaran yang bertitik tolak dari hal-hal “*real*” bagi siswa. Landasan filosofis yang dikemukakan oleh Freudenthal dalam Prabowo yaitu “*mathematics must be connected to reality and mathematics should be seen as a human activity*”.² Hal ini dijadikan suatu landasan bagi PMRI yang berarti matematika harus terkoneksi pada situasi nyata dalam kehidupan siswa dan matematika harus diajarkan sebagai aktivitas manusia dalam proses pembelajarannya atau siswa melakukan matematika “*process of doing mathematics*” dalam pembelajarannya.

¹Robert K. Sembiring dkk., “Reforming Mathematics Learning in Indonesia Through RME,” *Journal ZDM Mathematics Education* Vol. 40 No.6 Tahun 2008.

²Agung Prabowo, Pramono Sidi, “Memahat Karakter Melalui Pembelajaran Matematika,” *Jurnal Pendidikan Matematika Paradikma* Vol. 6 No. 2 Tahun 2010.

PMRI mengikuti prinsip-prinsip dasar dari RME, namun dalam implementasinya disesuaikan dengan kebutuhan dan karakteristik siswa, guru, dan sekolah di Indonesia. Sembiring menjelaskan dalam PMRI dilakukan berbagai reformasi antara lain:

- a. PMRI disosialisasikan dan diimplementasikan secara realistik.
- b. materi dikembangkan melalui *development research* yang dilakukan di dalam kelas.
- c. guru senantiasa aktif dalam mengembangkan materi pembelajaran dan mendesain suasana atau lingkungan pembelajaran.
- d. menerapkan strategi *day-by-day* untuk menghasilkan siswa menjadi pemikir yang aktif.
- e. konteks yang dikembangkan dan materi pembelajaran menyesuaikan dengan lingkungan sekolah dan minat siswa.³

Dengan demikian, PMRI merupakan pendekatan yang bersifat realistik dimana pembelajaran dimulai dengan melibatkan siswa secara aktif melalui konteks permasalahan, materi pembelajaran disusun sesuai kebutuhan, lingkungan sekolah dan minat siswa serta, guru menyediakan suasana yang mendorong siswa menjadi aktif. Kegiatan pembelajaran dirancang dengan tujuan untuk mendorong siswa menemukan kembali konsep dan pengetahuan matematika dalam kegiatan diskusi, berkolaborasi, dan berargumentasi, sehingga konsep matematika dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah.

Terdapat tiga prinsip dalam RME, yaitu *Guided Reinvention through Progressive Mathematization*, *Didactical Phenomenology*, dan *Self Developed or Emergent Model*.⁴ Ketiga prinsip tersebut dijadikan landasan dalam mengembangkan PMRI dan disesuaikan dengan kebutuhan dan karakteristik

³Robert K. Sembiring dkk., *op.cit.*, hh. 928.

⁴Agung Prabowo, Pramono Sidi, *loc.cit.*

siswa, guru, dan sekolah di Indonesia. Berikut ini merupakan penjelasan dari tiga prinsip tersebut:

a. *Guided Reinvention through Progressive Mathematization*

Istilah “*guided reinvention*” merupakan proses yang dilakukan siswa secara aktif untuk menemukan kembali suatu konsep matematika dengan bimbingan guru.⁵ Prinsip yang pertama dibangun berdasarkan ide Freudenthal yang mengemukakan bahwa matematika merupakan aktivitas manusia, sehingga pembelajaran matematika bukanlah sebuah produk yang siap pakai. Aktivitas tersebut dikenal dengan istilah matematisasi. Wijaya menjelaskan bahwa, matematisasi merupakan suatu proses untuk mematematikakan suatu fenomena.⁶ Hal tersebut dapat berarti proses membangun konsep dari suatu fenomena.

b. *Didactical Phenomenology*

Prinsip yang kedua merupakan proses yang menuntut penalaran dalam menemukan masalah kontekstual yang dapat digeneralisasi dan dijadikan sebagai titik awal pembelajaran. Hal tersebut memberikan kemungkinan arahan untuk menghubungkan solusi pada konsep atau ide matematika. Gravemeijer menjelaskan tujuan dari penyelidikan fenomenologis adalah untuk menemukan masalah situasi yang mana mendekati situasi spesifik yang dapat digeneralisasi, dan untuk menemukan situasi yang dapat membangkitkan prosedur solusi yang dapat diambil sebagai konstruksi dasar untuk menuju matematika formal.⁷

⁵Ariyadi Wijaya, *Pendidikan Matematika Realistik Suatu Alternatif Pendekatan Pembelajaran Matematika* (Yogyakarta: Graha Ilmu, 2012), hh. 20.

⁶*Ibid.*, hh.41.

⁷Novi Komariyatiningih dan Nila Kesumawati, “Keterkaitan Kemampuan Komunikasi Matematis dengan Pendekatan Pendidikan Matematika,” *Jurnal Pendidikan Unhalu* Vol.8 No.1 Tahun 2012.

c. *Self Developed or Emergent Model*

Gravemeijer menjelaskan bahwa prinsip yang ketiga berhubungan dalam membangun pengetahuan matematika formal yang mencakup lebih banyak bentuk informal atas pemodelan dalam menggeneralisasikan jenis pengetahuan matematika.⁸ Pemodelan tersebut menjembatani antara pengetahuan matematika informal dan matematika formal. Dalam proses matematisasi digunakan *model of (model of situation)* yang dikembangkan menjadi *model for (model for formal mathematics)*. *Model of* dikembangkan dalam bentuk pengetahuan matematika informal, kemudian dikembangkan oleh siswa melalui bimbingan guru menjadi pengetahuan matematika formal dalam bentuk *model for*.

Karakteristik dari RME berhubungan dengan tingkat pembelajaran matematika Van Hiele.⁹ Van Hiele dalam Zulkardi menjelaskan proses dari hasil belajar didapatkan melalui tiga tingkatan yaitu, (1) siswa dapat mengenal karakteristik dari sebuah pola yang sudah dikenal, (2) siswa belajar untuk menggunakan keterhubungan dari karakteristik yang akan dicapai, dan (3) siswa mulai untuk menggunakan karakteristik dari hubungan-hubungan tersebut.¹⁰ Kombinasi dari tiga tingkat pembelajaran matematika Van Hiele, penyelidikan fenomenologis Freudenthal, dan matematisasi menghasilkan lima karakteristik dari RME. Lima karakteristik tersebut yaitu *Phenomenological Exploration, Using Models and Symbols for Progressive Mathematization, Using Students'*

⁸Koeno Gravemeijer dan Arthur Bakker, "Design Research and Design Heuristic in Statistics Education," *Journal for Research in Mathematics* Vol. 27 No.2 Tahun 2006.

⁹Zulkardi, "How to Design Mathematics Learning Based on the Realistic Approach," *Jurnal* (Palembang: Universitas Sriwijaya, 2010), hh. 6.

¹⁰*Ibid.*

*Own Constructions and Productions, Interactivity, dan Intertwinement.*¹¹ Berikut ini adalah penjelasan dari lima karakteristik RME:

a. *Phenomenological Exploration*

Eksplorasi fenomena atau penggunaan konteks digunakan sebagai titik awal kegiatan pembelajaran. Fenomena yang digunakan dimana konsep akan terlihat, harus menjadi sumber dari pembentukan konsep. Proses pembentukan konsep yang tepat dari eksplorasi fenomena ini dinamakan dengan matematisasi konseptual. Pada proses ini siswa dituntut untuk menyelidiki situasi, menemukan konsep matematika yang relevan, dan membangun hasil pemodelan dari konsep matematika. Wijaya mengemukakan beberapa hal yang dapat dijadikan pedoman untuk mengembangkan konteks yaitu, (1) konteks menarik perhatian siswa dan mampu membangkitkan motivasi belajar siswa, (2) penggunaan konteks sebagai titik awal membangun suatu konsep, (3) konteks tidak melibatkan suatu “emosi”, (4) konteks memperhatikan pengetahuan awal yang dimiliki siswa, dan (5) konteks tidak memihak gender (jenis kelamin).¹²

b. *Using Models and Symbols for Progressive Mathematization*

Penggunaan model dan simbol untuk matematisasi progresif merupakan hal yang penting dalam membangun konsep matematika. Penggunaan model berfungsi sebagai penghubung dari pengetahuan matematika informal menuju pengetahuan matematika formal yang penggunaannya tidak dapat dilepaskan dari proses matematisasi. Permasalahan kontekstual mengawali adanya model dari

¹¹*Ibid.*

¹²Ariyadi Wijaya, *op.cit.*, hh. 39.

(*model of*) suatu situasi, kemudian berkembang menjadi *model for* ketika siswa sudah mengarahkan model untuk menyelesaikan masalah secara matematis. Gravemeijer dalam Wijaya menyebutkan empat tingkatan dalam pengembangan model yaitu level situasional, referensial, general, dan formal¹³. Level situasional merupakan level yang paling dasar dari pemodelan, dimana pengetahuan dan model masih berkembang dalam konteks situasi masalah yang diberikan. Level referensial merupakan level yang sudah merujuk pada penggambaran situasi konteks, sehingga model yang dihasilkan dari level ini disebut dengan model dari (*model of*) situasi. Level general merupakan level yang sudah mengarah pada pencarian solusi secara matematis, sehingga model yang dihasilkan pada level ini disebut dengan model untuk (*model for*) penyelesaian masalah. Level formal merupakan level dimana siswa sudah bekerja dengan menggunakan simbol dan representasi matematis.

c. Using Students' Own Constructions and Productions

Siswa mengkonstruksi sendiri pengetahuannya melalui proses pembelajaran matematika. Hal tersebut mengacu pada pendapat Freudenthal yang telah dipaparkan sebelumnya bahwa matematika bukan merupakan sebuah produk jadi. Guru membimbing siswa dengan pertanyaan-pertanyaan yang akan mengarahkan siswa untuk menemukan pengetahuan baru, sehingga siswa dapat menyelesaikan masalah. Berbagai pengetahuan yang muncul dalam proses pembelajaran, akan bermakna bagi siswa ketika siswa dapat mengonstruksi

¹³*Ibid.*, hh.47.

sendiri pengetahuan matematika tersebut dalam memecahkan masalah. Zulkardi menjelaskan bahwa kontribusi besar siswa diwujudkan dengan hasil konstruksi dan produksi yang mengarahkan mereka dari strategi-strategi informal ke strategi formal matematika.¹⁴

d. *Interactivity*

Proses belajar siswa bukan hanya suatu proses individu, melainkan juga merupakan suatu proses sosial. Pembelajaran matematika dalam pendidikan matematika realistik melibatkan interaksi antara guru dengan siswa dan antara siswa dengan siswa. Proses interaksi dalam pembelajaran matematika bermanfaat dalam mengembangkan kemampuan kognitif dan afektif siswa. Zulkardi mengemukakan bentuk-bentuk interaksi dapat berupa negosiasi, diskusi, kerja sama, dan evaluasi yang melibatkan siswa untuk menjelaskan, membenarkan, menyetujui dan tidak menyetujui, menanyakan suatu alternatif, ataupun merefleksi.¹⁵

e. *Intertwinement*

Pendekatan matematika realistik menempatkan keterkaitan (*intertwinement*) antar konsep matematika dalam proses pembelajaran. Konsep matematika tidak diajarkan secara parsial, melainkan saling terintegrasi menjadi suatu kesatuan antar domain aljabar, aritmatika, geometri, dan statistika. Hal ini menunjukkan bahwa matematika bukanlah sekumpulan domain yang berdiri sendiri. Melalui keterkaitan antar konsep, diharapkan pembelajaran matematika dapat mengenalkan dan membangun lebih dari satu konsep secara bersamaan.

¹⁴Zulkardi, "Developing a 'Rich' Learning Environment on Realistic Mathematics Education (RME) for Student Teachers in Indonesia," *Tesis* (Enschede: University of Twente, 2003), hh.4.

¹⁵Zulkardi, *op.cit.*, hh.8.

2. Sistem Koordinat Cartesius

Sistem koordinat merupakan materi yang berkaitan dengan kehidupan sehari-hari. Hal tersebut terlihat dari penggunaan sistem koordinat dalam berbagai aspek kehidupan. Sebagai contoh, sistem koordinat digunakan untuk membagi zona waktu dunia, dan digunakan dalam pembuatan peta. Sistem koordinat juga digunakan sebagai navigasi untuk menentukan dan mencari lokasi tujuan dalam bidang transportasi dan teknologi. Khusus pada bidang pengetahuan yaitu matematika, sistem koordinat digunakan untuk membuat grafik dan fungsi. Selain itu, sistem koordinat dapat dengan mudah ditemui di lingkungan sekitar. Sebagai contoh, penggunaan sistem koordinat untuk pemberian nomor rumah dalam suatu kompleks, penempatan buku-buku pada perpustakaan, penempatan bangku pada bioskop dan kereta, dan lain-lain. Sistem koordinat dapat digunakan untuk menempatkan sesuatu pada bidang dua ataupun tiga dimensi. Sistem koordinat sangat membantu dalam penempatan dan untuk mengomunikasikan sebuah objek secara tepat dan mudah.

Sistem koordinat digunakan untuk menentukan lokasi suatu objek dalam domain geometri. *United States Geological Survey (USGS)* mengemukakan bahwa “*a coordinate system is a way to reference, or locate, everything on the Earth’s surface in x and y space*”.¹⁶ Pernyataan tersebut mengungkapkan bahwa, sistem koordinat merupakan sebuah cara untuk menempatkan segala sesuatu yang berada di permukaan bumi pada bidang x dan y . Sistem koordinat juga didefinisikan oleh Woods sebagai sebuah sistem yang digunakan untuk

¹⁶United States Geological Survey (USGS), *Teaching About and Using Coordinates Systems [online]* Tersedia: <http://www.education.usgs.gov/common/lessons/coordinatesystems.pdf> (diakses 20 Februari 2016).

menetapkan suatu objek geometri pada sebuah bidang atau ruang dengan menggunakan himpunan bilangan, arah, atau sudut.¹⁷ Hal ini mengartikan bahwa letak sebuah objek geometri pada sebuah bidang atau ruang ditempatkan secara tepat oleh sistem koordinat. Sistem koordinat digunakan untuk menempatkan objek-objek geometri pada sebuah bidang. Berdasarkan hal diatas dapat disimpulkan bahwa sistem koordinat merupakan sebuah sistem atau cara yang digunakan untuk menempatkan dan mendeskripsikan sebuah objek secara tepat pada sebuah bidang dua dimensi atau tiga dimensi dengan menggunakan bilangan, arah, dan sudut.

Terdapat beberapa sistem koordinat yang sudah dikembangkan untuk mendeskripsikan sebuah lokasi secara tepat, salah satunya yaitu sistem koordinat Cartesius. Aufmann dalam Sabatini mengemukakan bahwa sistem koordinat Cartesius merupakan sistem koordinat yang digunakan untuk mendeskripsikan letak sembarang titik pada sebuah bidang, dimana bidang tersebut dibentuk oleh dua garis yang saling tegak lurus dan perpotongannya disebut titik asal.¹⁸ Dua garis yang membentuk sistem koordinat Cartesius merupakan satu sumbu horizontal (sumbu- x), dan satu sumbu vertikal (sumbu- y). Szecsei dalam Sabatini menjelaskan bahwa, pada sistem koordinat Cartesius terdapat pasangan bilangan berurutan (*ordered pair*) yaitu (x,y) yang menyatakan lokasi dari sebuah titik.¹⁹ Pasangan bilangan berurutan (x,y) tersebut, x mewakili jarak horizontal antara titik dengan sumbu- y , dan y mewakili jarak vertikal antara titik dengan sumbu- x .

¹⁷Woods, F. S, *Higher Geometry An Introduction to Advanced Methods in Analytic Geometry* (London:Forgotten Books, 2013), hh.1.

¹⁸Laurado R. Sabatini, "Supporting Students' Understanding On Specifying The Location Of Point Using Cartesian Coordinate System," *Tesis* (Palembang: Universitas Sriwijaya, 2015), hh.5.

¹⁹*Ibid.*

Cooper menjelaskan bahwa, pasangan bilangan berurutan (*ordered pair*), dimana jarak horizontal selalu ditulis yang pertama disebut pasangan bilangan koordinat (*coordinate pair of number*).²⁰

Sejalan dengan hal di atas, Suherman mengemukakan bahwa sistem koordinat Cartesius merupakan sistem koordinat yang terbentuk dari dua garis bilangan yang saling berpotongan tegak lurus pada titik pangkal 0.²¹ Selanjutnya, Suherman menjelaskan pada sistem koordinat Cartesius terdapat pasangan bilangan berurutan (x,y) yang menyatakan letak sebuah titik pada bidang, dan sebaliknya tiap titik pada bidang datar menyatakan tepat satu pasangan bilangan berurutan.²² Hal tersebut mengimplikasikan bahwa setiap titik pada sistem koordinat Cartesius hanya memiliki tepat satu pasangan bilangan berurutan (x,y) yang secara konsisten mendeskripsikan letak setiap titik (*each point is unique*). Penempatan letak setiap titik pada sistem koordinat Cartesius secara konsisten dan tepat dikarenakan adanya titik pangkal atau titik asal (*unique origin*). Pasangan bilangan berurutan (x,y) , x dapat disebut sebagai koordinat kesatu atau absis, dan y disebut koordinat kedua atau ordinat dari sebuah titik.²³ Penulisan pasangan bilangan berurutan yaitu bilangan diapit oleh tanda kurung dan dipisahkan oleh sebuah tanda koma $(,)$.²⁴

Kedua sumbu yaitu, sumbu- x dan sumbu- y membagi bidang menjadi empat daerah bagian yang diberi nomor berlawanan arah jarum jam, dan tiap

²⁰Tom Cooper, *Geometry Space and Shape In The Primary School* (Brisbane: Brisbane C.A.E,1986), hh.191.

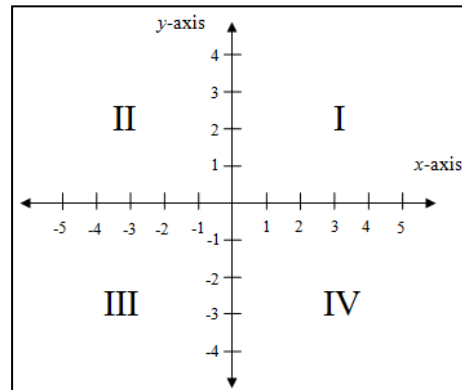
²¹Drs.Maman Suherman, *Geometri Analitik Datar* (Jakarta: Penerbit Karunika Jakarta, 1986), hh.14.

²²*Ibid.*

²³William Kelso Morrill, *Analytic Geometry Second Edition* (Scranton: The Haddon Craftsmen, Inc, 1964), hh.19.

²⁴*Ibid.*

bagian disebut kuadran.²⁵ Empat daerah kuadran pada koordinat Cartesius dapat dilihat pada gambar berikut:



Gambar 2.1 Sistem Koordinat Cartesius dengan 4 Kuadran.

Berdasarkan gambar di atas terlihat bahwa pada kuadran I, absis dan ordinat bernilai positif. Absis bernilai negatif dan ordinat bernilai positif pada kuadran II. Absis bernilai negatif dan ordinat bernilai negatif pada kuadran III. Absis bernilai positif dan ordinat bernilai negatif pada kuadran IV. Jika sebuah titik terdapat pada sumbu- x , maka ordinat titik tersebut bernilai 0, sedangkan jika sebuah titik terdapat pada sumbu- y , maka absis titik tersebut bernilai 0.

3. Pembelajaran Sistem Koordinat Pada Jenjang SMP

Pembelajaran sistem koordinat memainkan peranan penting pada berbagai aspek kehidupan siswa di sekolah dan kehidupan sehari-hari. Pembelajaran mengenai sistem koordinat merupakan materi pokok yang akan digunakan sebagai dasar pada materi matematika yang lain seperti grafik, fungsi, dan transformasi. Penggunaan sistem koordinat pada kehidupan sehari-hari siswa diwujudkan dalam sebuah sistem yang dibuat untuk menempatkan dan mengomunikasikan objek secara mudah dan jelas. Pembelajaran sistem koordinat juga berkontribusi bagi siswa untuk mengembangkan kemampuan spasial

²⁵Tom Cooper, *loc.cit.*

contohnya dalam kemampuan membaca peta, grafik, maupun diagram. Hal tersebut menunjukkan bahwa pembelajaran sistem koordinat begitu penting bagi pembentukan diri siswa menghadapi dunia yang penuh dengan informasi. Berdasarkan hal tersebut, siswa perlu mendapatkan berbagai pengalaman dan kesempatan untuk mengembangkan ide-ide dalam mempelajari sistem koordinat.

Pembelajaran sistem koordinat umumnya diberikan sebagai sebuah sistem yang sudah jadi dan dipahami dengan menghafal prosedur, cara dan notasinya. Siswa tidak diberikan kesempatan untuk menemukan sendiri ide-ide mengenai sistem koordinat. Pembelajaran dengan memberikan pengetahuan formal langsung mengenai sistem koordinat, tidak memberikan pengetahuan yang bermakna bagi siswa. Ide-ide penting mengenai sistem koordinat sering diabaikan yaitu mengenai titik asal (*unique origin*), dan ide mengenai dua buah garis bilangan yang membentuk sistem koordinat.²⁶ Proses pembelajaran mengenai sistem koordinat seharusnya membantu siswa untuk memahami sistem koordinat dan bukan menghafal, sehingga pembelajaran menjadi bermakna bagi siswa. Sarama mengungkapkan bahwa untuk memahami sistem koordinat siswa membutuhkan pemahaman mengenai bilangan bulat, serta siswa perlu belajar membedakan dan mengintegrasikan dua bilangan menjadi pasangan bilangan koordinat, dan dua sumbu menjadi bidang koordinat.²⁷

Pembelajaran sistem koordinat pun tidak hanya mengajarkan bagaimana menentukan posisi objek geometri secara tepat, tetapi juga bagaimana mengaitkan

²⁶Evangelista Lus Windyana Palupi "Understanding The Coordinate System," *Tesis* (Palembang: Universitas Sriwijaya, 2013), hh.9

²⁷Julie Sarama, et al., "Development of Mathematical Concepts of Two-Dimensional Space in Grid Environments: An Exploratory Study," *Journal Cognition and Instruction* Vol. 21 No.3 Tahun 2003.

pemahaman siswa mengenai bilangan dan kemampuan spasial siswa dalam geometri seperti yang sudah dijelaskan sebelumnya. Pembelajaran sistem koordinat perlu dikaitkan kepada pengalaman sehari-hari siswa melalui aktivitas yang dikembangkan berdasarkan problematisasi. Hal tersebut dapat dituangkan dengan adanya penggunaan konteks nyata dalam pembelajaran sistem koordinat yang memang sangat diperlukan. Sarana turut menegaskan bahwa konteks dapat membantu siswa untuk lebih memahami sistem koordinat.²⁸ Hal tersebut mengindikasikan suatu kenyataan pembelajaran sistem koordinat yang sering menggunakan pendekatan tradisional, sehingga diharapkan untuk beralih pada pembelajaran yang melibatkan siswa untuk melakukan sebuah aktivitas yang dapat membuat siswa memperoleh pengetahuan baru dari apa yang telah mereka pelajari.

Berdasarkan Kurikulum 2013, materi sistem koordinat diajarkan di kelas VIII pada semester ganjil. Kompetensi dasar yang termuat dalam kurikulum 2013 berkaitan dengan materi sistem koordinat yaitu menerapkan lokasi benda dalam koordinat Cartesius dalam menjelaskan posisi relatif terhadap acuan tertentu.²⁹ Penjabaran mengenai materi sistem koordinat dalam buku siswa terdiri dari 3 hal yaitu posisi titik terhadap sumbu- x dan sumbu- y , posisi titik terhadap titik asal $(0,0)$ dan titik tertentu (a, b) dan posisi garis terhadap sumbu- x dan sumbu- y .³⁰ Suatu pembelajaran sistem koordinat yang aktif dapat dibentuk dengan pembelajaran yang kooperatif dan melalui diskusi kelas. Berdasarkan hal tersebut,

²⁸*Ibid.*, hh.319.

²⁹Kemendikbud. Kurikulum 2013 Kompetensi Dasar Sekolah Menengah Pertama/Madrasah Tsanawiyah (Jakarta: Kemendikbud 2013), hh.47.

³⁰Kemendikbud. Buku Matematika Kurikulum 2013 Kelas VIII SMP/MTs Semester 1 (Jakarta:Kemendikbud, 2014), hh.5-22.

maka pembelajaran matematika yang aktif dapat secara efektif dilakukan dengan menggunakan pembelajaran kooperatif dan dikelola sesuai dengan tingkat pemahaman awal siswa hingga dapat memberikan hasil yang meningkat pada perkembangan pemahaman siswa mengenai sistem koordinat.

4. Mengembangkan Kemampuan Pemahaman Konsep Matematika

Salah satu aspek yang terkandung dalam pembelajaran matematika adalah konsep. Hiebert dan Carpenter dalam Grouws menegaskan bahwa, salah satu ide yang paling diterima dalam pembelajaran matematika adalah siswa harus memahami konsep.³¹ Proses pembelajaran matematika dimulai dari konsep yang sederhana ke konsep yang lebih kompleks. Konsep-konsep dalam matematika saling berkaitan, sehingga untuk mempelajari matematika harus runtut dan berkesinambungan, serta prasyarat yang mendahului konsep-konsep itu harus dikuasai dengan baik. Siswa akan mengalami kesulitan untuk menuju ke proses pembelajaran yang lebih tinggi jika belum memahami konsep, oleh karena itu mampu memahami konsep merupakan tujuan penting dalam pembelajaran matematika.

Pemahaman konsep didefinisikan oleh Walle sebagai ukuran kualitas dan kuantitas dari hubungan suatu ide dengan suatu ide yang telah ada.³² Tingkat pemahaman bervariasi tergantung pada ide yang telah dimiliki dan pembuatan hubungan baru antara ide. Sejalan dengan Walle, Hiebert dan Carpenter dalam Grouws secara spesifik mendefinisikan pemahaman konsep sebagai berikut:

³¹D.Grouws. *Handbook of Research on Mathematics Learning and Teaching* (New York: Macmillan Publishing Company, 1992), hh.65.

³²John A. Van de Walle, *Matematika Sekolah Dasar dan Menengah*, (Jakarta: Erlangga, 2008), hh.26.

*“The mathematics is understood if its mental representation is part of a network of representations. The degree of understanding is determined by the number and strength of its connections. A mathematical idea, procedure, or fact is understood thoroughly if it is linked to existing networks with stronger or more numerous connections.”*³³

Pernyataan di atas mengungkapkan bahwa tingkat pemahaman ditentukan oleh jumlah dan kekuatan koneksinya. Ide, prosedur, atau fakta matematika dipahami secara menyeluruh jika hal tersebut dikaitkan dengan jaringan yang sudah ada dengan berbagai koneksi yang kuat.

National Research Council mengidentifikasi lima kecakapan yang diperlukan bagi seseorang untuk dapat mempelajari matematika yaitu *conceptual understanding, procedural fluency, strategic competence, adaptive reasoning*, dan *productive disposition*.³⁴ Berkaitan dengan pembelajaran matematika, pemahaman konsep (*conceptual understanding*) merupakan salah satu kecakapan yang diperlukan oleh siswa. *National Research Council* menjelaskan bahwa pemahaman konsep mengacu pada pemahaman yang terintegrasi terhadap ide-ide matematika, dan siswa dikatakan mampu memahami konsep matematika apabila mampu memahami ide-ide matematika, operasi matematika, dan hubungan matematika.³⁵ Pengetahuan matematika yang telah terorganisasi menjadi kesatuan utuh, akan memungkinkan siswa untuk dapat mempelajari ide-ide matematika yang baru dengan menghubungkan ide-ide tersebut dengan apa yang mereka sudah ketahui. Ketika siswa memahami konsep matematika, siswa akan melihat hubungan antara konsep-konsep dan prosedur dan memberikan argumen untuk

³³D. Grouws, *op.cit.*, hh.67.

³⁴National Academy of Sciences, *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics* (Washington, D.C: National Academies Press 2001), hh.116.

³⁵*Ibid.*, hh.118.

menjelaskan mengapa hal-hal tersebut berhubungan, dan menjelaskan kembali mengenai ide-ide baru yang mereka pahami.

Sejalan dengan hal di atas, Duffin dan Simpson merumuskan 3 indikator yang memperlihatkan bahwa siswa mampu memahami konsep matematika yaitu, *being able to explain, being able to recognise in other contexts*, dan *being able to derive consequences*.³⁶ Indikator pertama yaitu mampu menjelaskan konsep, dapat diartikan siswa mampu untuk mengungkapkan kembali apa yang telah mereka pahami, serta apa yang telah dikomunikasikan kepadanya. Indikator kedua yaitu mampu mengenali konsep yang berada pada konteks permasalahan yang berbeda, ini dapat diartikan bahwa siswa mampu menggunakan konsep pada berbagai situasi yang berbeda. Indikator ketiga yaitu mengembangkan beberapa akibat dari adanya suatu konsep, ini dapat diartikan bahwa siswa mampu menurunkan konsep sebagai akibat dari konsep sebelumnya, sehingga siswa mampu untuk memperluas pengetahuan yang telah dimiliki untuk menyelesaikan masalah.

Terdapat berbagai kerangka berfikir mengenai pemahaman konsep matematika. Skemp mengidentifikasi pemahaman konsep matematika menjadi dua jenis, yaitu pemahaman relasional yang didefinisikan sebagai "*knowing both what to do and why*" dan pemahaman instrumental yang didefinisikan sebagai "*building up a conceptual structure*".³⁷ Pemahaman relasional adalah pemahaman yang termuat struktur pengetahuan yang kompleks dan dimana pengetahuan yang

³⁶Janet M. Duffin dan Adrian P. Simpson, "A Search For Understanding," *Journal of Mathematical Behaviour* Vol.18 No.4 Tahun 2000.

³⁷Richard R. Skemp, *Relational and Instrumental Understanding* [online] Tersedia: <http://www.skemp.org.uk> (diakses 23 Januari 2016).

terdahulu dan pengetahuan yang baru saling berhubungan. Pemahaman instrumental adalah pemahaman dari suatu pengetahuan yang tidak saling berkaitan antara pengetahuan terdahulu dan pengetahuan yang baru, sehingga apa yang dipelajari tidak bermakna.

Berdasarkan uraian di atas dapat disimpulkan bahwa yang dimaksud dengan pemahaman konsep matematika dalam penelitian ini adalah kemampuan siswa untuk dapat menghubungkan ide-ide yang telah dimiliki untuk menghasilkan ide-ide baru dalam memahami konsep sistem koordinat Cartesius. Siswa dinyatakan mampu memahami konsep mengenai sistem koordinat jika siswa mampu menjelaskan kembali mengenai ide-ide atau pengetahuan yang telah mereka pahami, mengenali konsep yang berada pada konteks permasalahan yang berbeda, serta mampu menyelesaikan masalah matematika secara logis.

B. Teori Instruksional Lokal

Design research bertujuan untuk mengembangkan teori instruksional lokal dalam kerangka berfikir pendekatan matematika realistik. Teori instruksional lokal merupakan teori-teori mengenai rangkaian aktivitas pembelajaran di kelas pada suatu topik matematika tertentu. Gravemeijer dan Eerde mengemukakan teori instruksional lokal sebagai berikut:

“Teachers should be offered some form of support that enables them to design hypothetical learning trajectories on a daily basis. Such support can be offered by a local instruction theory—a theory about a possible learning process for a given topic along with the means of supporting that process.”³⁸

³⁸Koeno Gravemeijer dan Dolly van Eerde, “Design Research as a Means for Building a Knowledge Base for Teachers and Teaching in Mathematics Education,” *The Elementary School Journal* Vol.109 No.5 Tahun 2009.

Pernyataan tersebut menjelaskan mengenai teori instruksional lokal, yaitu sebuah teori mengenai kemungkinan dalam proses pembelajaran pada sebuah topik tertentu yang disertai sarana untuk mendukung proses tersebut agar tercapai tujuan pembelajaran.

Teori instruksional pada *design research* masih berupa dugaan atau konjektur yang memuat tujuan pembelajaran, rencana aktivitas, alat-alat yang digunakan dalam proses pembelajaran, serta hipotesis proses pembelajaran yang menjabarkan berbagai kemungkinan cara berpikir siswa ketika terlibat dalam rangkaian aktivitas yang didesain. Secara lebih spesifik, Gravemeijer dan Eerde menjelaskan bahwa teori instruksional lokal mencakup hipotesis meliputi proses pembelajaran di kelas disertai dengan hipotesis rangkaian aktivitas pembelajaran, alat peraga dan peran guru yang aktif untuk mendukung tercapainya tujuan pembelajaran matematika.³⁹ Teori instruksional lokal merupakan teori yang terbukti secara empiris, yakni berdasarkan teori ataupun hasil penelitian terdahulu yang relevan terkait dengan topik yang sesuai dalam suatu penelitian yang akan dilakukan. Selanjutnya, teori instruksional lokal disusun menjadi sebuah kerangka yang memberikan deskripsi dan alasan desain pembelajaran pada topik yang spesifik yang akan digunakan untuk menyusun suatu Hipotesis Lintasan Belajar.

Teori instruksional lokal pada penelitian ini berfokus pada pengembangan pemahaman konsep pada materi sistem koordinat. Selain kajian teori dan hasil penelitian yang relevan, teori instruksional lokal pada penelitian ini dikembangkan berdasarkan karakteristik pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia. Rangkaian aktivitas pada penelitian ini dibagi menjadi tiga

³⁹*Ibid.*

tahapan umum. Masing-masing dari ketiga tahapan tersebut memiliki tujuan pembelajaran yang hendak dicapai.

Tahap pertama bertujuan mengembangkan pemahaman siswa mengenai posisi titik terhadap sumbu- x dan sumbu- y . Aktivitas pada tahap ini berawal dari pemahaman konsep siswa mengenai sistem koordinat di sekolah dasar. Pemahaman tersebut berupa *a point is unique*, dan gagasan bahwa untuk menempatkan sebuah titik atau objek pada suatu sistem setidaknya membutuhkan dua aspek atau parameter. Berbekal kemampuan ini, siswa dilibatkan dalam kegiatan menentukan posisi titik terhadap sumbu- x dan sumbu- y . Terdapat dua aktivitas pembelajaran pada tahap pertama ini. Adapun karakteristik PMRI memberikan arahan pada kedua aktivitas dengan digunakannya konteks. Hal tersebut ditujukan untuk menilai kemampuan siswa dalam menerapkan suatu pembelajaran ke dalam konteks dan disesuaikan dengan kemampuan yang akan dikembangkan. Pembelajaran dimulai dengan aktivitas pertama yaitu mengamati letak bidak dan notasi bidak pada konteks permainan “Catur”. Kegiatan dilanjutkan dengan aktivitas kedua yaitu siswa dilibatkan untuk menentukan posisi pada konteks permainan “*Bear Pits*” berdasarkan pelemparan dadu.

Selanjutnya, setelah tujuan tahap pertama tercapai, maka tahap kedua dilaksanakan. Tahap kedua bertujuan untuk mengembangkan pemahaman siswa mengenai posisi titik terhadap titik asal $(0,0)$ dan titik tertentu (a,b) . Aktivitas pada tahap ini berawal dari pemahaman siswa mengenai garis sumbu koordinat merupakan garis bilangan yang berpotongan tegak lurus di titik asal. Berbekal kemampuan ini, siswa dilibatkan dalam kegiatan menentukan posisi sebuah titik

terhadap titik asal $(0,0)$ dan titik tertentu (a,b) . Adapun karakteristik PMRI memberikan arahan pada tahap kedua dengan digunakannya konteks yang ditujukan untuk menilai kemampuan siswa dalam menerapkan suatu pembelajaran ke dalam konteks dan disesuaikan dengan kemampuan yang akan dikembangkan. Pembelajaran dimulai dengan memberikan konteks permasalahan yakni “kapal tenggelam”. Siswa dilibatkan untuk menentukan posisi kapal yang tenggelam terhadap menara mercusuar, dan posisi beberapa tim penyelamat terhadap kapal yang tenggelam.

Tahapan ketiga bertujuan untuk mengembangkan pemahaman siswa mengenai posisi garis terhadap sumbu- x dan sumbu- y . Objek geometri yang digunakan dalam kordinat Cartesius pada tahap ini berupa titik, garis, dan bangun datar. Aktivitas pembelajaran pada tahap ketiga ini bertujuan untuk menilai kemampuan siswa dalam memindahkan suatu pembelajaran ke dalam konteks yang baru dan sesuai dengan kemampuan yang akan dikembangkan. Terdapat dua aktivitas pembelajaran pada tahap ketiga ini. Pembelajaran dimulai dengan aktivitas pertama, yaitu mengamati video mengenai formasi Paskibra yang dapat membentuk bangun datar dan mengamati posisi garis yang terbentuk dari formasi Paskibra. Kegiatan dilanjutkan dengan aktivitas kedua, yaitu siswa dilibatkan untuk membuat sendiri sistem koordinat Cartesius yang akan digunakan dalam memecahkan masalah. Permasalahan yang diberikan berupa masalah yang mengaitkan pemahaman siswa mengenai posisi titik dan posisi garis pada sistem koordinat Cartesius. Penggunaan strategi ini pada akhirnya akan menghantarkan siswa kepada pemahaman konsep sistem koordinat Cartesius.

Pembelajaran di kelas pada seluruh tahapan dilakukan dengan kegiatan diskusi kelas dan diskusi kelompok yang menuntut siswa untuk berinteraksi dalam menyelesaikan masalah yang diberikan pada konteks di setiap tahap. Siswa juga diarahkan untuk berdiskusi secara kelompok dalam menyelesaikan setiap masalah yang diberikan pada lembar kerja. Interaksi yang dilakukan selama proses diskusi dapat mendukung siswa untuk saling bertukar ide dan pengetahuan selama proses pembelajaran. Guru dalam hal ini berperan memotivasi siswa untuk meningkatkan interaktivitas dan mengeksplorasi strategi berdasarkan pengetahuan yang telah mereka dimiliki.

Berdasarkan uraian tersebut, peneliti mengembangkan Teori Instruksional Lokal yang merupakan kerangka Hipotesis Lintasan Belajar (HLB) pada penelitian ini. Berikut ini merupakan penjabaran secara umum mengenai teori instruksional lokal yang disusun dengan memperhatikan karakteristik PMRI.

1. Menentukan Posisi Sebuah Titik Terhadap Sumbu- x dan Sumbu- y .

a. Tujuan Pembelajaran

Siswa dapat menentukan posisi sebuah titik terhadap sumbu- x dan sumbu- y berdasarkan pemahaman konsep berupa *a point is unique*, dan dibutuhkan dua aspek atau parameter untuk menempatkan sebuah titik.

b. Rencana Aktivitas

Pada aktivitas pertama, guru mengajak siswa untuk berdiskusi mengenai pengalaman mereka dalam permainan catur, lalu siswa akan mengamati posisi bidak catur. Kegiatan dilanjutkan dengan berdiskusi mengenai notasi yang digunakan untuk menentukan posisi sebuah bidak pada papan catur.

Pada aktivitas kedua, guru memberikan aktivitas berupa permainan “*Bear Pits*”. Siswa akan menentukan posisi pada setiap langkah permainan yang ditentukan berdasarkan pelemparan dadu. Kegiatan dilanjutkan dengan mendiskusikan penggunaan pelabelan bilangan pada papan permainan, serta letak titik pada sistem koordinat yang berada pada perpotongan garis papan permainan *Bear Pits*.

c. Alat dan Bahan

Power Point, dadu, dua buah kancing berbeda warna, lembar kerja siswa, dan alat tulis.

d. Hipotesis Proses Belajar

- 1) Siswa memahami bahwa penempatan setiap bidak catur diatur berdasarkan kolom dan baris.
- 2) Siswa menentukan posisi bidak catur terhadap kolom vertikal dan baris horizontal.
- 3) Siswa memahami bahwa kolom vertikal pada papan catur yang dilabeli dengan menggunakan huruf A sampai H merepresentasikan sumbu- x .
- 4) Siswa memahami bahwa baris horizontal pada papan catur yang dilabeli dengan menggunakan angka 1 sampai 8 merepresentasikan sumbu- y .
- 5) Siswa melabeli papan permainan “*Bear Pits*” seperti pada notasi catur, yaitu dengan menggunakan pasangan huruf dan bilangan.
- 6) Siswa melabeli papan permainan “*Bear Pits*” dengan menggunakan pasangan bilangan.
- 7) Siswa menyatakan posisi awal pada permainan “*Bear Pits*” dengan $(0,0)$.

- 8) Siswa menentukan posisi terhadap sumbu- x berdasarkan pelemparan dadu pertama yang menunjukkan perpindahan kancing ke samping.
- 9) Siswa menentukan posisi terhadap sumbu- y berdasarkan pelemparan dadu kedua yang menunjukkan perpindahan kancing ke atas.
- 10) Siswa memahami bahwa posisi titik pada sistem koordinat Cartesius berada pada perpotongan garis.

e. Rasionalisasi

- 1) Berlandaskan pada karakteristik pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI), yaitu eksplorasi fenomena, maka pembelajaran matematika harus dimulai dengan masalah kontekstual yang dapat dibayangkan oleh siswa.
- 2) Pemilihan konteks berupa permainan catur dikarenakan perpindahan bidak catur akan memudahkan siswa untuk memahami konsep posisi sebuah titik pada bidang Cartesius. Pemilihan konteks berupa permainan “*Bear Pits*” diadaptasi dari *Geometry Space and Shape in the Primary School*, dimana Cooper mengungkapkan bahwa permainan sangat berguna dalam mengajarkan sistem koordinat.⁴⁰

2. Menentukan Posisi Sebuah Titik Terhadap Titik $(0, 0)$ dan Titik (a, b) .

a. Tujuan Pembelajaran

Siswa dapat menentukan posisi sebuah titik terhadap titik asal $(0,0)$ dan titik tertentu (a, b) berdasarkan pemahaman bahwa garis sumbu koordinat merupakan garis bilangan yang berpotongan pada titik asal, serta jarak

⁴⁰Tom Cooper, *Geometry Space and Shape In The Primary School* (Brisbane: Brisbane C.A.E, 1986), hh.194.

sebuah titik terhadap kedua sumbu dapat dituliskan ke dalam bentuk pasangan bilangan koordinat (x, y) .

b. Rencana Aktivitas

Guru memberikan konteks permasalahan berupa tenggelamnya sebuah kapal. Siswa dilibatkan dalam aktivitas untuk menentukan titik koordinat dari kapal yang tenggelam. Siswa diberikan sebuah peta dengan sumbu koordinat yang menunjukkan lokasi beberapa tim penyelamat dan menara mercusuar. Siswa menentukan posisi kapal yang tenggelam terhadap menara mercusuar, dan posisi tim penyelamat terhadap kapal yang tenggelam. Kemudian, siswa menentukan tim SAR yang paling dekat untuk menemukan kapal yang tenggelam.

c. Alat dan Bahan

Lembar kerja siswa, dan alat tulis.

d. Hipotesis Proses Belajar

- 1) Siswa kemungkinan melengkapi peta dengan membuat kumpulan garis tegak lurus yang membentuk *grid*, lalu siswa melabeli garis sumbu koordinat dengan bilangan bulat pada perpotongan garis.
- 2) Siswa kemungkinan tidak melengkapi peta dengan membuat kumpulan garis tegak lurus yang membentuk *grid*, namun menarik garis tegak lurus dari setiap titik terhadap garis sumbu koordinat, lalu siswa melabeli garis sumbu koordinat dengan bilangan bulat.
- 3) Siswa kemungkinan tidak melabeli sumbu koordinat pada peta dengan bilangan bulat, namun memberikan keterangan untuk sumbu- x dan sumbu- y .

- 4) Siswa kemungkinan hanya melabeli sumbu koordinat pada peta dengan bilangan bulat.
- 5) Siswa kemungkinan tidak melabeli perpotongan sumbu koordinat dengan bilangan nol.
- 6) Siswa menetapkan mercusuar sebagai titik asal menggunakan pasangan bilangan koordinat $(0,0)$, sehingga peta terbagi menjadi 4 daerah kuadran.
- 7) Siswa menentukan posisi tim penyelamat terhadap kapal yang tenggelam dengan menjadikan koordinat titik kapal yang tenggelam sebagai titik acuan atau titik asal.
- 8) Siswa menentukan letak tim SAR yang terdekat dengan mengukur jarak tiap titik tim SAR penyelamat terhadap KMP Rafelia dengan bantuan penggaris.

e. Rasionalisasi

- 1) Berlandaskan pada karakteristik pendekatan PMRI, yaitu eksplorasi fenomena, maka pembelajaran matematika dimulai dengan masalah kontekstual yang dapat dibayangkan oleh siswa.
- 2) Konteks kapal tenggelam pada aktivitas ini merupakan adaptasi dari penelitian Sarama, Palupi, dan Sabatini. Penelitian tersebut mengenai kemampuan siswa dalam menghubungkan pemahaman konsep sistem koordinat dan garis bilangan, serta pemahaman mengenai garis sumbu koordinat merupakan garis bilangan.⁴¹

⁴¹Julie Sarama, et al., *op.cit.*, hh.292.

3. Menentukan Posisi Garis Terhadap Sumbu- x dan Sumbu- y .

a. Tujuan Pembelajaran

Siswa dapat menentukan posisi garis terhadap sumbu- x dan sumbu- y .
Dalam hal ini, siswa dapat membuat sistem koordinat Cartesius secara tepat dan jelas untuk menyelesaikan masalah.

b. Rencana Aktivitas

Aktivitas pertama, guru memperlihatkan ilustrasi berupa video mengenai kegiatan lomba Paskibra, dimana terdapat formasi Pakibra yang membentuk bangun datar. Guru melibatkan siswa untuk mengamati posisi dari formasi Paskibra yang merepresentasikan garis. Kemudian, siswa menentukan posisi salah satu barisan terhadap garis tengah horizontal lapangan (sumbu- x) dan garis tengah vertikal lapangan (sumbu- y). Aktivitas kedua, guru memberikan 3 permasalahan yang berbeda yang mengaitkan pemahaman siswa mengenai posisi titik dan posisi garis pada sistem koordinat Cartesius.

c. Alat dan Bahan

Video “Formasi Paskibra”, *GeoGebra*, lembar kerja siswa, dan alat tulis.

d. Hipotesis Proses Belajar

- 1) Siswa memahami apa yang merepresentasikan sumbu- x dan sumbu- y dalam video yang guru tampilkan. Siswa memahami bahwa formasi Paskibra membentuk suatu bangun datar tertentu.
- 2) Siswa menentukan posisi salah satu barisan yang diamati pada ilustrasi terhadap garis tengah horizontal lapangan (sumbu- x) dan garis tengah vertikal lapangan (sumbu- y).

- 3) Siswa memahami bahwa posisi salah satu barisan pada tampilan ilustrasi tegak lurus terhadap garis tengah horizontal lapangan (sumbu- x) dan sejajar dengan garis tengah vertikal lapangan (sumbu- y).
- 4) Siswa membuat sendiri sistem koordinat Cartesius untuk menyelesaikan permasalahan pada aktivitas kedua.

e. Rasionalisasi

- 1) Berlandaskan pada karakteristik Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI), yaitu eksplorasi fenomena, maka pembelajaran matematika dimulai dengan masalah kontekstual yang dapat dibayangkan oleh siswa.
- 2) Aktivitas kedua merupakan adaptasi dari penelitian Sarama, Palupi, dan Sabatini. Penelitian tersebut mengenai kemampuan siswa dalam mengintegrasikan pemahaman konsep sistem koordinat untuk menganalisa bentuk secara leluasa dengan pemahaman mengenai bilangan dan kemampuan spasial.⁴²
- 3) Penggunaan *software* GeoGebra dapat membantu siswa dalam merepresentasikan secara lebih tepat dan jelas mengenai posisi titik dan garis.

C. Hipotesis Lintasan Belajar

Hipotesis Lintasan Belajar (HLB) memiliki peran yang penting dalam setiap tahap *design research*.⁴³ Tidak hanya sebagai hasil dari penelitian, tapi juga sebagai alat dalam melakukan analisis terhadap proses pembelajaran di kelas.

⁴²*Ibid.*, hh. 293.

⁴³Arthur Bakker, *op.cit.*, hh. 40.

Istilah Hipotesis Lintasan Belajar juga biasa digunakan dengan istilah *hypothetical learning trajectory*. Simon dalam Bakker mendefinisikan *hypothetical learning trajectory* yaitu:

*“The hypothetical learning trajectory is made up by three components: the learning goal, that defines the direction, the learning activities, and the hypothetical learning process – a prediction of how students’ thinking and understanding will involve in the context of the learning activities”.*⁴⁴

Pernyataan Simon menunjukkan bahwa hipotesis lintasan belajar merupakan kunci dari perencanaan pembelajaran matematika, yang terdiri dari tiga komponen. Tiga komponen tersebut mencakup tujuan pembelajaran, gambaran mengenai proses pembelajaran, dan dugaan atau prediksi dari cara berfikir siswa.

Simon dalam Bakker menjelaskan bahwa Hipotesis Lintasan Belajar merupakan instrumen dalam *design research* yang menghubungkan teori instruksional lokal dengan proses pembelajaran di kelas.⁴⁵ Hipotesis Lintasan Belajar dirancang untuk membimbing proses perencanaan dalam mengembangkan aktivitas pembelajaran di kelas pada tahap perencanaan. Hipotesis Lintasan Belajar digunakan untuk memberi panduan kepada guru atau peneliti mengenai aktivitas pembelajaran di kelas yang telah dipaparkan secara bertahap pada tahap pelaksanaan. Guru atau peneliti dapat mengantisipasi segala kemungkinan yang terjadi selama proses pembelajaran dengan menggunakan Hipotesis Lintasan Belajar. Selanjutnya, pada tahap analisis Hipotesis Lintasan Belajar digunakan untuk menentukan apa yang difokuskan peneliti untuk dianalisis, berdasarkan apa yang telah terjadi selama proses pembelajaran.

⁴⁴*Ibid.*, hh. 39.

⁴⁵*Ibid.*

Berikut ini merupakan penjabaran lengkap mengenai hipotesis lintasan belajar siswa dalam memahami konsep sistem koordinat Cartesius berdasarkan teori instruksional lokal yang telah dikembangkan:

1. Pertemuan Pertama: Menentukan posisi sebuah titik terhadap sumbu- x dan sumbu- y .

a. Tujuan Pembelajaran

Siswa dapat menentukan posisi sebuah titik terhadap sumbu- x dan sumbu- y berdasarkan pemahaman konsep berupa *a point is unique*, dan dibutuhkan dua aspek atau parameter untuk menempatkan sebuah titik.

b. Alat yang Digunakan

Power Point, dadu, 2 buah kancing berbeda warna, Lembar Kerja Siswa, dan alat tulis.

c. Deskripsi Rencana Aktivitas Pembelajaran

Aktivitas Pertama:

1) Pada awal pembelajaran guru mengajak siswa membicarakan pengalaman mereka bermain catur.

“Apakah kalian pernah bermain catur?”

“Apa saja yang terdapat pada permainan catur?”

2) Guru mengarahkan siswa untuk mengamati letak bidak catur pada papan catur sebelum dan sesudah permainan yang terdapat pada gambar 2.2.

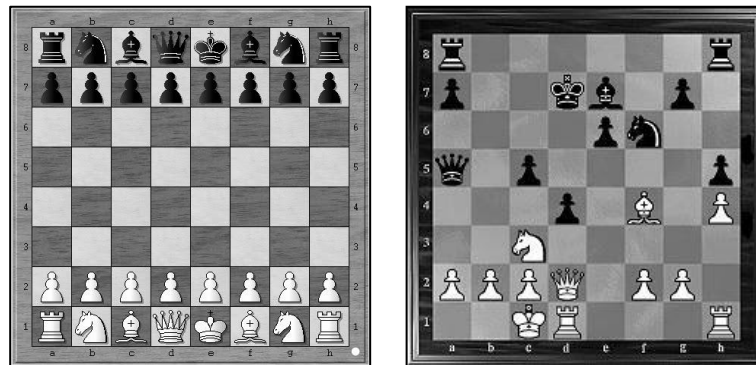
3) Guru mengajak siswa untuk berdiskusi mengenai posisi bidak catur.

“Apakah ada aturan tertentu dalam memindahkan setiap bidak catur?”

“Apa yang berubah pada papan catur sebelum dan sesudah permainan?”

“Bagaimana posisi bidak setelah permainan?”

“Dimana posisi bidak kuda putih?”



Gambar 2.2 Sistem Untuk Notasi Catur

- 4) Guru menuliskan beberapa jawaban siswa di papan tulis, dan menanyakan tentang dua notasi pasangan koordinat yang berbeda seperti C3 dan 3C.
- 5) Guru mengajak siswa untuk berdiskusi dan menyampaikan pendapat mengenai perbedaan penulisan pada notasi pasangan koordinat.
- 6) Guru memberikan siswa kesempatan untuk menyampaikan pendapat di hadapan siswa lainnya.
- 7) Guru mengonfirmasi jawaban siswa dengan mengajukan beberapa pertanyaan kepada siswa disertai pendapat siswa lain.
- 8) Guru memberi penguatan dan bersama siswa membuat kesimpulan bahwa setiap posisi bidak catur memiliki notasi berupa pasangan huruf dan angka yang merupakan jarak terhadap kolom vertikal dan baris horizontal.

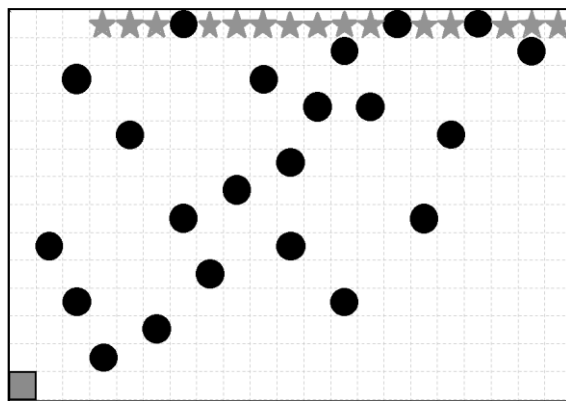
Aktivitas Kedua:

- 1) Guru memberikan LKS 1, dua buah kancing berbeda warna, dan sebuah dadu pada masing-masing kelompok yang terdiri dari 2 siswa.

- 2) Guru mengajak siswa membicarakan pengalaman mereka bermain “*Bear Pits*” dengan mengajukan pertanyaan dan mengarahkan siswa untuk memperhatikan papan permainan *Bear Pits* seperti pada gambar 2.3.

“Apakah kalian pernah bermain *Bear Pits*?”

“Bagaimana cara bermain *Bear Pits*?”



Gambar 2.3 Papan Permainan *Bear Pits*

- 3) Guru mengarahkan siswa sebelum memulai permainan dengan memberi instruksi tentang tata cara permainan *Bear Pits* seperti berikut:

“Permainan terdiri dari dua orang, dimana setiap pemain melemparkan dadu sebanyak dua kali secara bergantian. Pelemparan dadu yang pertama menentukan perpindahan kancing ke arah samping, dan pelemparan dadu yang kedua menentukan perpindahan kancing ke arah atas. Jika pemain menempati Pits atau lingkaran hitam, maka pemain tersebut harus kembali menuju Start atau kotak hijau. Pemenang dalam permainan ini adalah pemain pertama yang mencapai Finish atau kotak yang terdapat gambar bintang”.

- 4) Guru meminta siswa untuk mengisi tabel pada LKS 1 terkait posisi awal permainan, dan posisi kancing selama permainan berlangsung.

- 5) Guru mengajak siswa untuk menyampaikan pendapat mengenai bagaimana pelabelan papan permainan *Bear Pits* serta bagaimana cara menentukan posisi kancing pada saat permainan berlangsung.
- 6) Guru memberikan siswa kesempatan untuk mempresentasikan hasil permainan mereka di hadapan siswa lainnya.
- 7) Guru mengarahkan siswa untuk mengamati pelabelan yang dilakukan pada papan permainan *Bear Pits* dan melihat bagaimana hubungannya dengan posisi titik pada sistem koordinat Cartesius yang sudah mereka pelajari pada materi sebelumnya.
- 8) Guru bersama siswa menyimpulkan bahwa posisi titik pada koordinat Cartesius berada pada perpotongan garis yang direpresentasikan oleh sekumpulan garis tegak lurus berupa *grid* pada papan permainan *Bear Pits*.

d. Hipotesis Proses Belajar

- 1) Pada aktivitas pertama, siswa yang belum pernah memainkan catur sebelumnya akan merasa kesulitan dalam membedakan setiap bidak dan menentukan posisi tiap bidak pada papan catur.
- 2) Siswa yang pernah memainkan catur akan menyampaikan apa saja yang terdapat pada permainan catur, bagaimana cara mengatur bidak pada papan, dan bagaimana aturan bermain catur.
- 3) Siswa kemungkinan menyatakan posisi bidak dengan menggunakan pasangan koordinat angka dan huruf yang menggambarkan posisi bidak secara tepat. Misalnya posisi kuda putih berada di lokasi 3C.

- 4) Siswa kemungkinan menyatakan posisi bidak menggunakan notasi pasangan koordinat huruf dan angka yang menggambarkan posisi bidak secara tepat. Misalnya posisi kuda putih berada di lokasi C3.
- 5) Siswa kemungkinan menyatakan perpindahan tiap bidak sebagai jarak, dengan menghitung kotak-kotak terhadap kolom vertikal dan baris horizontal.
- 6) Siswa kemungkinan menggunakan arah kanan-kiri, atas-bawah untuk menyatakan jarak posisi bidak terhadap kolom vertikal dan baris horizontal.
- 7) Siswa kemungkinan menyatakan alasan mengapa terdapat notasi pasangan koordinat yang berbeda pada penentuan posisi bidak kuda putih. Alasan-alasan siswa dapat berupa pernyataan berikut:

“Perbedaan penulisan notasi titik tidak masalah antara C3 dan 3C karena menunjukkan posisi yang sama”.

“Perbedaan penulisan notasi antara C3 dan 3C walaupun menunjukkan posisi yang sama, tetapi tidak menunjukkan sumbu yang sama”.

“Posisi bidak seharusnya dituliskan C3, C menunjukkan jarak sumbu yang horizontal, dan 3 menunjukkan jarak sumbu yang vertikal”.

“Posisi bidak seharusnya dituliskan C3, huruf menunjukkan sumbu-x, dan angka menunjukkan sumbu-y”.
- 8) Pada aktivitas kedua, siswa yang belum pernah memainkan permainan *Bear Pits* akan sering tertukar dalam memindahkan kancing yaitu dengan memindahkan ke arah atas terlebih dahulu, kemudian ke arah samping.

- 9) Siswa kemungkinan melabeli papan permainan *Bear Pits* dengan pasangan koordinat berupa angka dan bilangan, sehingga posisi awal permainan dituliskan dengan A1. Siswa yang menggunakan pasangan bilangan dan huruf akan menyatakan posisi selama permainan seperti pada aktivitas pertama, misalnya F3 atau 3F.
- 10) Siswa kemungkinan melabeli papan permainan *Bear Pits* dengan pasangan koordinat berupa bilangan, sehingga posisi awal permainan dituliskan dengan 0,0. Siswa yang menggunakan pasangan koordinat berupa bilangan akan menyatakan posisi titik dengan menggunakan pasangan bilangan berurutan, misalnya (6,3) atau (3,6).
- 11) Siswa kemungkinan menyatakan posisi awal pada permainan "*Bear Pits*" dengan bilangan nol (0).
- 12) Siswa kemungkinan menyatakan posisi awal pada permainan "*Bear Pits*" dengan angka 1.
- 13) Siswa kemungkinan menyatakan posisi awal pada permainan "*Bear Pits*" dengan "*Start*" atau "Kotak Hijau".
- 14) Siswa kemungkinan tidak melabeli papan permainan *Bear Pits*. Siswa yang tidak melabeli papan permainan *Bear Pits* kemungkinan akan menyatakan posisi seperti 6 kotak ke kanan dan 3 kotak ke atas atau 3 kotak ke atas dan 6 kotak ke kanan atau sesuai dengan angka yang tertera pada setiap pelemparan dadu.
- 15) Siswa mengamati pelabelan yang dilakukan dan menyadari bahwa posisi titik berada pada perpotongan garis berupa *grid* yang terdapat pada papan permainan *Bear Pits*.

2. Pertemuan Kedua: Menentukan posisi sebuah titik terhadap titik asal $(0, 0)$ dan titik tertentu (a, b) .

a. Tujuan Pembelajaran

Siswa dapat menentukan posisi sebuah titik terhadap titik asal $(0,0)$ dan titik tertentu (a, b) berdasarkan pemahaman bahwa garis sumbu koordinat merupakan garis bilangan yang berpotongan pada titik asal, serta jarak sebuah titik terhadap sumbu- x dan sumbu- y yang dapat dituliskan ke dalam bentuk pasangan bilangan koordinat yaitu (x, y) .

b. Alat yang Digunakan

Lembar Kerja Siswa, dan alat tulis.

c. Deskripsi Rencana Aktivitas Pembelajaran

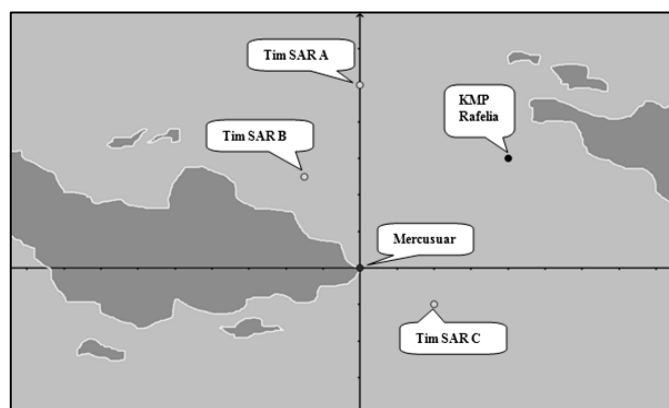
- 1) Guru membagi siswa ke dalam 7 kelompok dengan yang terdiri dari 4-5 siswa. Pada awal pembelajaran guru mengingatkan kembali mengenai posisi sebuah titik terhadap sumbu- x dan sumbu- y , serta pemahaman mengenai sumbu koordinat yang merupakan garis bilangan.
- 2) Guru membagikan LKS 2 kepada masing- masing kelompok yang berisi gambar peta dengan ilustrasi sebagai berikut:

“Suatu hari, Kapal Motor Penumpang (KMP) Rafelia yang berlayar di Laut Cina Selatan dari Pelabuhan Bakauheni menuju Pulau Batam memiliki masalah dengan mesin kapal. Tidak lama kemudian, bagian belakang kapal mulai tenggelam. Kapten Kapal Motor Penumpang Rafelia segera memerintahkan awak kapal untuk memberitahu koordinat KMP Rafelia kepada petugas yang berada di mercusuar”.

- 3) Guru mengarahkan siswa untuk memecahkan permasalahan pada LKS 2 dengan mengajukan pertanyaan seperti berikut:

“Berdasarkan keadaan tersebut, apa yang harus dilakukan petugas di mercusuar yang ditandai dengan titik merah pada peta setelah mendapat panggilan darurat dari awak kapal untuk mengevakuasi KMP Rafelia?”

- 4) Guru melanjutkan ilustrasi seperti pada gambar 2.4 dan mengarahkan siswa dengan pertanyaan seperti berikut:



Gambar 2.4 Peta Pada LKS 2

“Awak kapal dan petugas mercusuar memiliki peta yang sama seperti yang terdapat pada LKS, terdapat tiga tim penyelamat yaitu tim SAR A, tim SAR B, dan tim SAR C yang dikirim untuk menolong KMP Rafelia

“Bagaimana posisi KMP Rafelia terhadap mercusuar?”

“Bagaimana posisi ketiga tim penyelamat tersebut terhadap KMP Rafelia?”

“Menurut kelompok kalian, manakah tim penyelamat yang posisinya berada paling dekat dengan KMP Rafelia?”

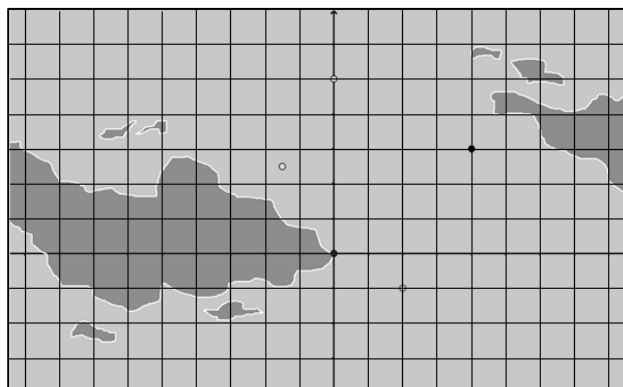
- 5) Guru meminta siswa untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan pada LKS dengan berdiskusi secara berkelompok untuk menyelesaikan masalah

berupa letak titik koordinat KMP Rafelia, koordinat mercusuar, dan koordinat ketiga tim penyelamat.

- 6) Guru mengajak siswa untuk menyampaikan pendapat mengenai hasil diskusi dalam memecahkan masalah mengenai penyelamatan KMP Rafelia oleh ketiga tim penyelamat.
- 7) Guru memberikan kesempatan kepada perwakilan masing-masing kelompok untuk mempresentasikan hasil diskusi mereka di hadapan kelompok lainnya.
- 8) Guru mengonfirmasi jawaban siswa dengan mengajukan beberapa pertanyaan kepada setiap kelompok disertai pendapat kelompok lain.

d. Hipotesis Proses Belajar

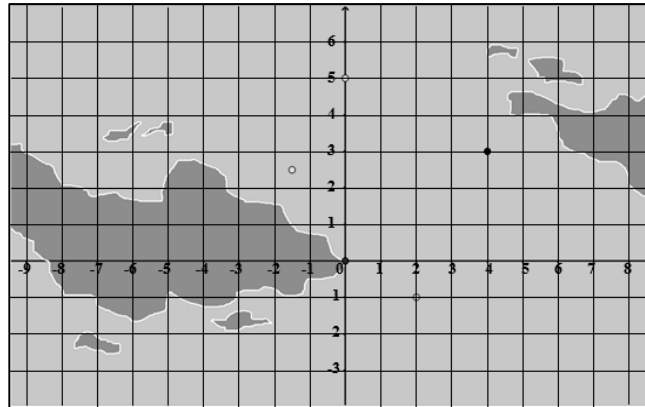
- 1) Pada pertemuan sebelumnya, siswa telah belajar untuk menempatkan objek di papan catur dan papan permainan *Bear Pits*. Berdasarkan pengalaman tersebut, siswa kemungkinan memiliki ide untuk menggambar kumpulan garis yang membentuk *grid* yang dapat memudahkan siswa untuk menentukan posisi, seperti pada gambar 2.5.



Gambar 2.5 Peta Dengan *Grid*

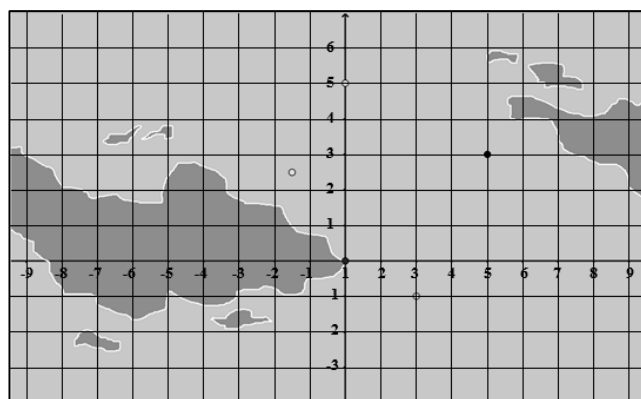
- 2) Siswa kemungkinan menggunakan pasangan koordinat berupa bilangan, dan menyadari bahwa sebenarnya garis sumbu atau perpotongan antar

garis dapat dilabeli seperti pada garis bilangan, serta meletakkan bilangan nol (0) di lokasi mercusuar, seperti pada gambar 2.6.



Gambar 2.6 Contoh Ke-Satu Peta Dengan Garis Sumbu Bilangan Bulat

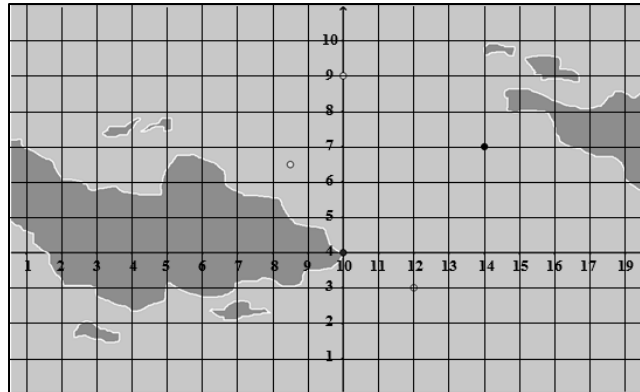
- 3) Siswa kemungkinan menggunakan pasangan koordinat berupa bilangan bulat pada garis sumbu, dan menyadari bahwa sebenarnya garis sumbu dapat dilabeli seperti pada garis bilangan, namun tidak meletakkan bilangan nol (0) di lokasi mercusuar, dan memulai dari angka 1 seperti pada gambar 2.7.



Gambar 2.7 Contoh Ke-Dua Peta Dengan Garis Sumbu Bilangan Bulat

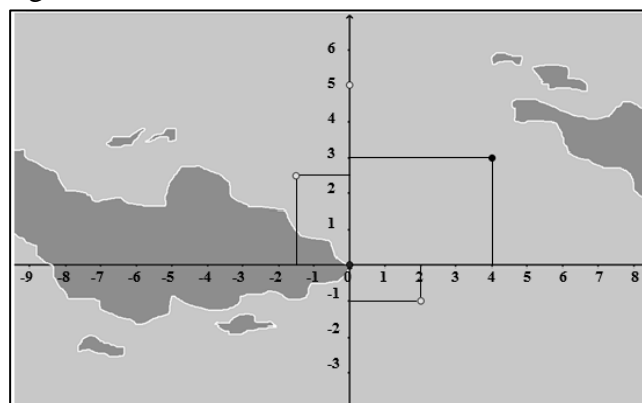
- 4) Siswa kemungkinan menggunakan pasangan koordinat berupa bilangan bulat pada garis sumbu, siswa menyadari bahwa sebenarnya garis sumbu dapat dilabeli seperti pada garis bilangan, namun tidak meletakkan

bilangan nol (0) di lokasi mercusuar, dan tidak membagi sistem koordinat ke dalam 4 kuadran, serta memulai dari angka 1 seperti pada gambar 2.8.



Gambar 2.8 Contoh Ke-Tiga Peta Dengan Garis Sumbu Bilangan Bulat

- 5) Siswa kemungkinan tidak menggambar sekumpulan garis berupa *grid* pada peta, namun menarik garis tegak lurus dari titik terhadap sumbu- x dan sumbu- y . Siswa melabeli garis sumbu dengan bilangan bulat, dan menyadari bahwa sebenarnya garis sumbu dapat dilabeli seperti pada garis bilangan, serta meletakkan angka nol (0) di lokasi mercusuar, seperti pada gambar 2.9.



Gambar 2.9 Contoh Peta Dengan Garis Sumbu Bilangan Bulat Tanpa *Grid*

- 6) Siswa kemungkinan tidak melabeli sumbu koordinat pada peta dengan bilangan bulat, namun memberikan keterangan untuk sumbu- x dan sumbu- y .

- 7) Siswa kemungkinan tidak melabeli perpotongan sumbu koordinat dengan bilangan nol (0).
- 8) Siswa yang tidak melabeli sumbu koordinat, kemungkinan akan menghitung atau mengira letak kapal tenggelam dan tim penyelamat dan menggunakan pasangan bilangan koordinat.
- 9) Siswa kemungkinan akan menggunakan penggaris untuk mengukur jarak dari titik asal, atau mengira-ngira letak posisi titik yang tidak tepat berada pada perpotongan garis.
- 10) Siswa menentukan posisi tim penyelamat terhadap kapal yang tenggelam dengan menjadikan koordinat titik kapal yang tenggelam sebagai titik acuan atau titik asal.
- 11) Siswa menentukan letak tim SAR yang terdekat dengan mengukur jarak tiap titik tim SAR penyelamat terhadap KMP Rafelia dengan bantuan penggaris.

3. Pertemuan Ketiga: Menentukan posisi garis terhadap sumbu- x dan sumbu- y .

a. Tujuan Pembelajaran

Siswa dapat menentukan posisi garis terhadap sumbu- x dan sumbu- y .
Dalam hal ini, siswa dapat membuat sistem koordinat Cartesius secara tepat dan jelas untuk menyelesaikan masalah.

b. Alat yang Digunakan

Video mengenai “Formasi Paskibra”, *software GeoGebra*, Lembar Kerja Siswa, dan alat tulis.

c. Deskripsi Rencana Aktivitas Pembelajaran

Aktivitas Pertama:

- 1) Pada awal pembelajaran, guru mengingatkan kembali pembelajaran pada pertemuan sebelumnya, yaitu mengenai posisi sebuah titik terhadap sumbu- x dan sumbu- y . Kemudian, guru memperlihatkan sebuah ilustrasi seperti gambar 2.11 berupa video mengenai kegiatan lomba Paskibra, dimana terdapat formasi Pakibra yang membentuk bangun datar.



Gambar 2.10 Ilustrasi Pada Video Formasi Paskibra

- 2) Guru mengarahkan siswa untuk mengamati video dan mengajak siswa untuk berdiskusi mengenai kegiatan pada video tersebut.

“Apakah kalian mengetahui aktivitas apa yang terdapat dalam gambar?”

“Apakah sebelumnya kalian pernah melihat aktivitas tersebut?”

“Apakah kalian pernah menjadi anggota Paskibra?”

“Apa yang sedang anggota Paskibra tersebut lakukan?”

- 3) Guru mengarahkan siswa untuk mengamati formasi Paskibra, kemudian guru mengajukan beberapa pertanyaan kepada siswa seperti:

“Menurut kalian, membentuk apakah para anggota Paskibra tersebut?”

“Bagaimana posisi barisan Paskibra terhadap garis tengah lapangan?”

- 4) Guru mengajak siswa menyampaikan pendapat terkait posisi salah satu barisan Paskibra yang diamati terhadap garis tengah horizontal lapangan (sumbu- x) dan garis tengah vertikal lapangan (sumbu- y).

Aktivitas Kedua:

- 1) Guru membagikan LKS 3 kepada masing-masing kelompok yang terdiri dari 4-5 siswa, kemudian guru meminta siswa untuk memahami permasalahan yang terdapat pada LKS 3 dan meminta siswa menyelesaikan permasalahan yang diberikan dengan berdiskusi bersama kelompok masing-masing. LKS 3 terdiri dari 3 permasalahan yang berbeda. Pada permasalahan pertama, siswa diminta untuk menentukan gambar manakah yang merepresentasikan posisi titik koordinat yang tepat. Permasalahan kedua, siswa diminta untuk menentukan dengan tepat bangun datar yang terbentuk, jika diberikan beberapa titik koordinat. Permasalahan ketiga, siswa diminta untuk menentukan salah satu titik koordinat yang akan membentuk bangun datar yang ditentukan.

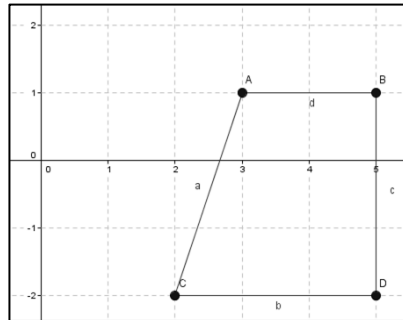
- 2) Pada permasalahan pertama, guru mengarahkan siswa untuk menyelesaikan masalah dengan mengajukan pertanyaan dan mengamati setiap titik pada pilihan jawabannya seperti pada gambar 2.11.

“Jika kalian diberikan 4 titik koordinat yaitu $(3,1)$; $(5,1)$; $(2,-2)$; dan $(6,-2)$, menurut kalian manakah dari keempat gambar tersebut yang tepat untuk menggambarkan keempat titik tersebut?”

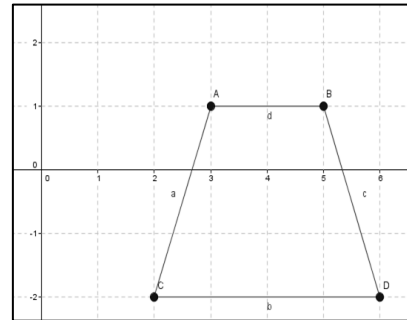
“Mengapa terdapat gambar yang berbeda?”

“Apakah yang menjadi penyebab gambar yang dihasilkan dapat berbeda?”

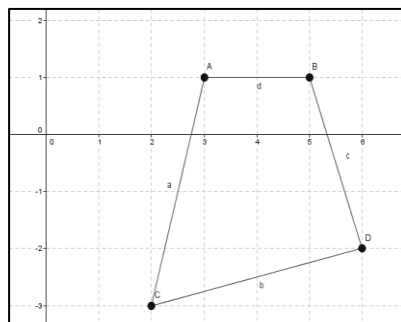
Gambar 1



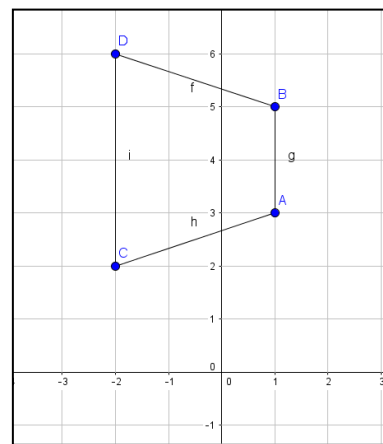
Gambar 2



Gambar 3



Gambar 4



Gambar 2.11 Pilihan Gambar Penyelesaian Masalah 1

- 3) Guru mengajak siswa untuk berdiskusi dan menyampaikan pendapat mengenai pilihan jawaban pada permasalahan pertama.
- 4) Pada akhir pembelajaran, guru meminta perwakilan siswa untuk mempresentasikan hasil diskusi dan cara yang digunakan untuk menjawab masalah beserta alasannya.
- 5) Guru memfasilitasi siswa dengan menggunakan program *GeoGebra*, sehingga dapat memberikan visualisasi bagi siswa secara jelas dan tepat mengenai posisi titik, posisi garis, dan bangun datar yang terbentuk pada permasalahan kedua dan ketiga.

6) Guru bersama siswa membuat kesimpulan mengenai posisi sebuah garis terhadap sumbu- x dan sumbu- y , serta mengonfirmasi jawaban siswa dengan mengajukan beberapa pertanyaan, seperti berikut:

“Apa yang diperlukan untuk membentuk sebuah garis?”

“Jika suatu garis sejajar dengan sumbu- x , bagaimana posisi garis tersebut terhadap sumbu- y ?”

“Jika suatu garis tegak lurus dengan sumbu- x , bagaimana posisi garis tersebut terhadap sumbu- y ?”

d. Hipotesis Proses Belajar

- 1) Pada aktivitas pertama, siswa dapat menentukan kegiatan apa yang sedang berlangsung dalam ilustrasi video yang diberikan oleh guru.
- 2) Siswa menyatakan bahwa anggota Paskibra membentuk sebuah bangun datar. Siswa kemungkinan menyatakan beberapa bentuk bangun datar seperti persegi atau persegi panjang.
- 3) Siswa kemungkinan menyadari bahwa garis tengah pada lapangan dapat merepresentasikan sumbu- x dan sumbu- y .
- 4) Siswa kemungkinan menggunakan pemahaman mengenai garis yang tidak berpotongan dan garis yang berpotongan dalam mengamati posisi barisan terhadap garis tengah horizontal lapangan (sumbu- x) dan sejajar dengan garis tengah vertikal lapangan (sumbu- y).
- 5) Siswa memahami bahwa posisi salah satu barisan pada tampilan ilustrasi tegak lurus terhadap garis tengah horizontal lapangan (sumbu- x) dan sejajar dengan garis tengah vertikal lapangan (sumbu- y).

- 6) Pada aktivitas kedua, siswa dapat menentukan posisi titik yang tepat dalam menyelesaikan permasalahan pertama. Siswa menyatakan alasan mengapa terdapat gambar yang berbeda pada permasalahan pertama. Alasan-alasan siswa dapat berupa pernyataan berikut:

“Gambar yang dibuat berbeda karena kurang tepat dalam menentukan posisi titik-titiknya”.

“Gambar yang dibuat berbeda karena skala yang dibuat kurang tepat”.

“Gambar yang dibuat berbeda karena angka yang mewakili letak titik pada sumbu- x dan sumbu- y tertukar”.

- 7) Siswa kemungkinan langsung membuat sistem koordinat untuk menyelesaikan masalah pada LKS 3 tanpa menggunakan penggaris sebagai bantuan.
- 8) Guru bersama siswa membuat kesimpulan serta memperkuat pemahaman siswa mengenai posisi titik dan garis terhadap sumbu- x dan sumbu- y , dan pemahaman mengenai sistem koordinat Cartesius.