PERBANDINGAN METODE *MODIFIED ZERO SUFFIX* DENGAN *MODIFIED DISTRIBUTION* (MODI) UNTUK MENYELESAIKAN MASALAH TRANSPORTASI *FUZZY*

Skripsi

Disusun untuk melengkapi syarat-syarat

guna memperoleh gelar Sarjana Sains

MAHARDIAH KARTIKA DEFY

3125130826

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA

2017

LEMBAR PERSETUJUAN HASIL SIDANG SKRIPSI

PERBANDINGAN METODE *MODIFIED ZERO SUFFIX* DENGAN *MODIFIED DISTRIBUTION* (MODI) UNTUK MENYELESAIKAN MASALAH TRANSPORTASI *FUZZY*

Nama : Mahardiah Kartika Defy

No. Registrasi : 3125130826

	Nama	Tanda Tangan	Tanggal
Penanggung Jawab			
Dekan	: Prof. Dr. Suyono, M.Si. NIP. 19671218 199303 1 005	....	18-08-17
Wakil Penanggung Jawab			
Wakil Dekan I	: Dr. Muktiningsih, M.Si. NIP. 19640511 198903 2 001	....	18-08-17
Ketua	: Dr. Makmuri, M.Si. NIP. 19640715 198903 1 006	....	14-08-17
Sekretaris	: Vera Maya Santi, M.Si. NIP. 19790531 200501 2 006	....	15-08-17
Penguji	: Ratna Widyati, S.Si., M.Kom. NIP. 19750925 200212 2 002	....	16-08-17
Pembimbing I	: Ir. Fariani Hermin, M.T. NIP. 19600211 198703 2 001	....	16-08-17
Pembimbing II	: Drs. Mulyono, M.Kom. NIP. 19660517 199403 1 003	....	16-08-17

Dinyatakan lulus ujian skripsi tanggal: 11 Agustus 2017

ABSTRACT

MAHARDIAH KARTIKA DEFY, 3125130826. Comparison of Modified Zero Suffix Method with Modified Distribution (MODI) Method to Solve Fuzzy Transportation Problem. Thesis. Faculty of Mathematics and Natural Science Jakarta State University. 2017.

The fuzzy transportation problem can be defined as an issue with the demand, the cost and the supply on a certain interval, so it can make uncertainty of them if they are used. That uncertainty makes the parameters (the supply, demand and the costs of distribution) fuzzy transportation problem is expressed by fuzzy numbers. The purpose of the fuzzy transportation problem was to determine how the allocation of goods could minimize total cost of fuzzy, so it could meet the amount of inventory and demand limit of fuzzy. To solve fuzzy transportation problem, the parameter of fuzzy was transformed into real numbers (crips) by using Robust Ranking techniques. Further completed by using Modified Zero Suffix and MODI methods. Zero Suffix method is the newest method based on looking for the suffix value concept. In other hand, MODI method is the transportation method which was often used to obtain final solution by the determination of a blank cell. It can save the costs down with more exact and precise procedures. It was given a case of fuzzy transportation which was solved by using those two methods. Finally, The same final solution was gotten by those methods. The solution was about minimal transportation costs with the same goods allocation but with different difficulty levels. In that case, Modified Zero Suffix method more optimal to use because it could give minimal final solution faster, easier and simpler. While the MODI method needed Vogel's Approximation Method to obtain an initial feasible solution so that the processing time is longer, more complicated and more complex in producing a optimal final solution.

Keywords *: transportation problem, fuzzy, linier programming, Modified Distribution, Vogel's Approximation Method, Modified Zero Suffix, Robust Ranking.*

ABSTRAK

MAHARDIAH KARTIKA DEFY, 3125130826. Perbandingan Metode *Modified Zero Suffix* dengan *Modified Distribution* (MODI) untuk Menyelesaikan Masalah Transportasi *Fuzzy*. Skripsi. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta. 2017.

Masalah transportasi *fuzzy* dapat didefinisikan sebagai suatu masalah dengan permintaan, biaya, dan persediaan terletak pada selang tertentu, sehingga mengakibatkan biaya, permintaan, dan persediaan yang digunakan tidak pasti. Ketidakpastian tersebut membuat parameter (jumlah persediaan, jumlah permintaan, dan biaya distribusi) masalah transportasi *fuzzy* menggunakan bilangan *fuzzy*. Tujuan dari masalah transportasi *fuzzy* yaitu untuk menentukan cara pengalokasian barang yang dapat meminimalkan total biaya *fuzzy* sehingga dapat memenuhi jumlah persediaan dan batas permintaan *fuzzy*. Untuk menyelesaikan masalah transportasi *fuzzy*, parameter bilangan *fuzzy* ditransformasikan ke bilangan riil yang tegas (*crips*) menggunakan teknik *Robust Rangking*. Selanjutnya diselesaikan dengan menggunakan metode *Modified Zero Suffix* dan MODI. Metode *Modified Zero Suffix* merupakan metode transportasi yang baru dikembangkan berdasarkan konsep pencarian *suffix value*. Sedangkan metode MODI merupakan metode transportasi yang sering digunakan untuk memperoleh solusi akhir dengan penentuan sel kosong yang dapat menghemat biaya dilakukan dengan prosedur yang lebih pasti dan tepat. Diberikan suatu kasus transportasi *fuzzy* yang diselesaikan menggunakan kedua metode tersebut. Diperoleh solusi akhir yang sama dari kedua metode tersebut berupa biaya transportasi minimal dengan cara pengalokasian barang yang sama tetapi dengan tingkat kesulitan yang berbeda. Pada kasus tersebut, metode *Modified Zero Suffix* lebih optimal digunakan karena memberikan solusi akhir minimum dengan lebih cepat, lebih mudah, dan lebih sederhana. Sedangkan metode MODI membutuhkan metode *Vogel's Approximation Method* untuk memperoleh solusi fisibel awal sehingga waktu pengerjaan lebih lama, lebih rumit, serta lebih kompleks dalam menghasilkan solusi akhir yang optimal.

Kata kunci : masalah transportasi, *fuzzy*, program linier, *Modified Distribution*, *Vogel's Approximation Method*, *Modified Zero Suffix*, *Robust Rangking*.

PERSEMBAHANKU...

"*Take the RISK or lose the CHANCE*"

"*The best way to predict the future is to create it.* "

-Dr. Forrest C. Shaklee

Skripsi ini kupersembahkan untuk Papa, Mama, Amel, Abdal, dan Mbah.

"*Terima kasih atas segalanya, Aku mencintaimu*".

KATA PENGANTAR

Puji dan rasa syukur mendalam penulis panjatkan kehadirat Allah SWT, karena berkat limpahan rahmat, hidayah, dan inayah-Nya maka skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik. Salam dan salawat semoga selalu tercurah pada baginda Rasulullah Muhammad SAW.

Skripsi yang berjudul "Perbandingan Metode *Modified Zero Suffix* dengan Metode *Modified Distribution* (MODI) untuk Menyelesaikan Masalah Transportasi *Fuzzy*" ini disusun untuk memenuhi persyaratan kurikulum sarjana strata-1 (S-1) pada Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta.

Skripsi ini berhasil diselesaikan tidak terlepas dari adanya bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis ingin menyampaikan terima kasih terutama kepada:

1. Ibu Ir. Fariani Hermin, M.T., selaku Dosen Pembimbing I dan Bapak Drs. Mulyono, M.Kom., selaku Dosen Pembimbing II yang telah memberikan bimbingan dan dorongan dalam penyusunan tugas akhir ini sehingga skripsi ini dapat menjadi lebih baik dan terarah.

2. Ibu Dr. Lukita Ambarwati, S.Pd., M.Si., selaku Koordinator Program Studi Matematika FMIPA UNJ yang telah banyak membantu penulis.

3. Bapak Yudi Mahatma, M.Si., selaku Pembimbing Akademik atas segala bimbingan dan kerja sama selama perkuliahan, dan seluruh Bapak/Ibu dosen terutama Bapak Ibnu Hadi, M.Si., dan Bapak M. Eka Suryana, M.Kom., atas ilmu dan pengetahuan yang telah diberikan, serta karyawan/i FMIPA UNJ khususnya Jurusan Matematika yang telah memberikan informasi yang penulis butuhkan untuk menyelesaikan skripsi ini.

4. Bapak Dedi Paryanto dan Ibu Fitriana selaku orang tua penulis yang telah membesarkan dan mendidik, serta memberikan dukungan, motivasi, dan doa kepada penulis.
5. Nenek tercinta, Mbah Parminah, serta kedua adik penulis, Amel dan Abdal yang terus memberi semangat, mendoakan penulis, dan selalu menghibur ketika penulis mengalami kesulitan dalam penulisan skripsi ini.
6. Seluruh keluarga besar Alm. Kakek Rawie Bin Ayuhan, Teteh Reny dan Arkha, yang telah memberikan semangat dan doa kepada penulis.
7. Teman-teman jurusan Matematika angkatan 2013, Syevie, Hanun, Ezania, Tias, Rania, Mega Alawiyah, Umam, Irena, Laity, Daniel, dan Atikah yang telah memotivasi, menyemangati, dan membantu penulis.
8. Adik tingkat jurusan Matematika angkatan 2014 dan 2015, Norman,Dewi dan Kezia yang telah menyemangati, membantu dan memberikan motivasi kepada penulis.
9. Teman SD sekaligus SMP dan juga Se-Jurusan Universitas, Ditri yang telah menyemangati dan membantu penulis dalam perkuliahan.
10. Teman SMA-ku, Opi dan Radha yang telah menyemangati penulis dan Deny yang telah membantu penulis dalam mencari referensi.
11. Teman SMP-ku, Shela dan Indah yang telah menyemangati dan memberikan dukungan kepada penulis.
12. Keluarga besar PASKIBRA MAHABARATA Yayasan Mandalahayu Bekasi yang telah menyemangati penulis.

13. Kakak tingkat jurusan Matematika angkatan 2011 dan angkatan 2012, terutama Kak Nurul, Kak Meila, Kak Bobby, Kak Sarah, Kak Mega, dan Kak Farah yang telah memberi motivasi dan membantu penulis.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna, baik dari segi materi maupun penyajiannya. Untuk itu saran dan kritik yang membangun sangat diharapkan dalam penyempurnaan tugas akhir ini.

Terakhir penulis berharap, semoga tugas akhir ini dapat memberikan hal yang bermanfaat dan menambah wawasan bagi pembaca dan khususnya bagi penulis juga.

Bekasi, Agustus 2017

Penulis

Mahardiah Kartika Defy

DAFTAR ISI

ABSTRACT **i**

ABSTRAK **ii**

KATA PENGANTAR **iii**

DAFTAR ISI **vi**

DAFTAR TABEL **xi**

DAFTAR GAMBAR **xii**

I PENDAHULUAN **1**

1.1 Latar Belakang Masalah 1

1.2 Perumusan Masalah 3

1.3 Pembatasan Masalah 4

1.4 Tujuan Penulisan 5

1.5 Manfaat Penulisan 5

1.6 Metode Penelitian 5

II LANDASAN TEORI **6**

2.1 Program Linier 6

2.1.1 Definsi Program Linier 6

2.1.2 Syarat Utama Program Linier 7

2.1.3 Asumsi Dasar Program Linier 8

2.1.4 Karakteristik Model Program Linier 9

2.1.5 Model Program Linier 10

2.2 Masalah Transportasi 11

2.2.1 Definisi Masalah Transportasi 12
2.2.2 Ciri-ciri Masalah Transportasi 13
2.3 Model Masalah Transportasi 14
2.3.1 Asumsi Dasar Model Transportasi 14
2.3.2 Model Umum Masalah Transportasi 15
2.4 Jenis Masalah Transportasi 19
2.4.1 Masalah Transportasi Seimbang 20
2.4.2 Masalah Transportasi Tidak Seimbang 20
2.5 Penyelesaian Masalah Transportasi 22
2.5.1 Prosedur Penyelesaian Masalah Transportasi 23
2.5.2 Metode Transportasi 25
2.6 Metode *Modified Distribution* (MODI) 27
2.7 Metode *Modified Zero Suffix* 31
2.8 Himpunan *Fuzzy* 36
2.8.1 Definisi Himpunan *Fuzzy* 38
2.8.2 Fungsi Keanggotaan 39
2.8.3 Terminologi Himpunan *Fuzzy* 41
2.8.4 Bilangan *Fuzzy* 42

III PEMBAHASAN **44**
3.1 Masalah Transportasi *Fuzzy* 44
3.1.1 Model Masalah Transportasi *Fuzzy* 44
3.1.2 Teknik *Robust Rangking* 48
3.2 Masalah Transportasi *Fuzzy* dengan
Metode *Modified Zero Suffix* 51
3.3 Masalah Transportasi *Fuzzy* dengan
Metode *Modified Distribution* (MODI) 52

3.4 Studi Kasus 56
3.5 Penyelesaian Masalah Transportasi *Fuzzy* 57
3.5.1 Penerapan Metode *Modified Zero Suffix* untuk Meminimumkan Biaya Transportasi *Fuzzy* 61
3.5.2 Penerapan Metode *Modified Distribution*(MODI) untuk Meminimumkan Biaya Transportasi *Fuzzy* 69
3.6 Perbandingan Metode *Modified Zero Suffix* dan *Modified Distribution* (MODI) 80

IV PENUTUP **84**
4.1 Kesimpulan 84
4.2 Saran 85

DAFTAR PUSTAKA **86**

LAMPIRAN-LAMPIRAN **88**

DAFTAR TABEL

2.1 Tabel Transportasi 16

2.2 Jumlah Persediaan Gula pada Masing-masing Gudang CV Giri Asih 17

2.3 Jumlah Permintaan Gula pada Masing-masing Gudang CV Giri Asih 17

2.4 Biaya Kirim CV Giri Asih (ribu rupiah) 18

2.5 Tabel Transportasi CV Giri Asih 19

2.6 Tabel Transportasi Seimbang 20

2.7 Tabel Transportasi Tidak Seimbang 21

2.8 Tabel Transportasi yang Telah Seimbang 22

2.9 Contoh Kasus Solusi Fisibel Awal 30

2.10 Tabel Transportasi CV Giri Asih Baris Tereduksi 35

2.11 Tabel Transportasi CV Giri Asih Kolom Tereduksi 35

2.12 Tabel Transportasi CV Giri Asih dengan *Suffix Value* 35

2.13 Tabel Transportasi CV Giri Asih Alokasi Pertama 36

2.14 Tabel Transportasi Akhir dengan Metode MZS 36

3.1 Tabel Transportasi *Fuzzy* 45

3.2 Transformasi Tabel Transportasi *Fuzzy* 60

3.3 Tabel Transportasi Seimbang 61

3.4 Tabel Transportasi Kolom Tereduksi 62

3.5 Tabel Transportasi dengan *Suffix Value* 62

3.6 Tabel Transportasi Iterasi Pertama 63

3.7 *Suffix Value* Iterasi Ke-2 63

3.8 Tabel Transportasi Iterasi Ke-2 64

3.9 *Suffix Value* Iterasi Ke-3 64
3.10 Tabel Transportasi Iterasi Ke-3 65
3.11 *Suffix Value* Iterasi Ke-4 65
3.12 Tabel Transportasi Iterasi Ke-4 66
3.13 *Suffix Value* Iterasi Ke-5 66
3.14 Tabel Transportasi Iterasi Ke-5 66
3.15 *Suffix Value* Iterasi Ke-6 67
3.16 Tabel Transportasi Iterasi Ke-6 67
3.17 *Suffix Value* Iterasi Ke-7 68
3.18 Tabel Transportasi Iterasi Ke-7 68
3.19 Tabel Transportasi Akhir dengan Metode *Modified Zero Suffix* . 68
3.20 Tabel Transportasi VAM dengan *Opportunity Cost* 70
3.21 Tabel Transportasi VAM Iterasi Pertama 70
3.22 Nilai OC Kedua Metode VAM 70
3.23 Tabel Transportasi VAM Iterasi Ke-2 71
3.24 Nilai OC Ketiga Metode VAM 71
3.25 Tabel Transportasi VAM Iterasi Ke-3 72
3.26 Tabel Transportasi dengan Solusi Fisibel Awal 72
3.27 Tabel Transportasi MODI 73
3.28 Tabel Transportasi MODI Lintasan Tertutup 74
3.29 Tabel Transportasi MODI Iterasi Pertama 74
3.30 Tabel Transportasi MODI 2 75
3.31 Tabel Transportasi MODI Iterasi Ke-2 76
3.32 Tabel Transportasi MODI Lintasan Tertutup Iterasi Ke-2 76
3.33 Tabel Transportasi MODI 3 76
3.34 Tabel Transportasi MODI Lintasan Tertutup Iterasi Ke-3 77
3.35 Tabel Transportasi MODI Iterasi Ke-3 77

3.36 Tabel Transportasi MODI 4 77
3.37 Tabel Transportasi MODI Lintasan Tertutup Iterasi Ke-4 78
3.38 Tabel Transportasi MODI Iterasi Ke-4 78
3.39 Tabel Transportasi MODI 5 79
3.40 Tabel Transportasi Akhir dengan Metode MODI 79
3.41 Hasil Implementasi Metode MZS dan MODI 81
3.42 Kelebihan dan Kekurangan Metode MZS dan VAM-MODI . . . 83

4.1 Tabel Transportasi MODI 2 93
4.2 Tabel Transportasi MODI 3 93
4.3 Tabel Transportasi MODI 4 94
4.4 Tabel Transportasi MODI 5 94

DAFTAR GAMBAR

2.1 Jaringan Kerja CV Giri Asih 17

2.2 Prosedur Penyelesaian Masalah Transportasi 24

2.3 Prosedur Pengerjaan Metode *Modifed Distribution* (MODI) . . . 29

2.4 Prosedur Pengerjaan Metode *Modified Zero Suffix* 33

2.5 Grafik Fungsi Keanggotaan Segitiga 40

2.6 Grafik Fungsi Keanggotaan Trapesium 40

3.1 Masalah Transportasi *Fuzzy* dengan Metode *Modified Zero Suffix* 54

3.2 Masalah Transportasi *Fuzzy* dengan Metode MODI 55

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Masalah transportasi merupakan kasus khusus program linier. Masalah transportasi muncul ketika seseorang mencoba menentukan cara pengiriman (distribusi) suatu jenis produk (barang) dari beberapa sumber ke beberapa tujuan yang dapat meminimumkan biaya (Agustini & Rahmadi, 2004).

Dalam masalah transportasi terdapat beberapa parameter yang perlu dioptimalkan, parameter ini dapat berupa nilai dari biaya angkutan, jumlah persediaan (*supply*), dan jumlah permintaan (*demand*). Besarnya nilai parameter tersebut tidak selalu dapat diketahui dengan pasti dan dapat berubah-ubah dari waktu ke waktu. Ketidakpastian nilai parameter dapat terjadi karena kurangnya informasi mengenai nilai tersebut. Salah satu cara mengintepretasikan suatu ketidakpastian adalah dengan menggunakan bilangan *fuzzy*. Masalah transportasi yang memiliki biaya angkutan, jumlah persediaan (*supply*), dan jumlah permintaan (*demand*) yang dinyatakan dengan bilangan *fuzzy* disebut dengan masalah transportasi *fuzzy*. Untuk menyelesaikan masalah transportasi *fuzzy*, seluruh parameter yang dinyatakan dengan bilangan *fuzzy* harus diubah terlebih dahulu ke bilangan riil yang tegas (*crips*) agar lebih mudah dan konsisten dalam pengerjaannya. Teknik *Robust Rangking* merupakan salah satu teknik yang sering digunakan untuk mengubah bilangan *fuzzy* menjadi bilangan riil yang tegas (*crips*). Jika seluruh parameter transportasi *fuzzy* telah menjadi bilangan *crips*, maka masalah transportasi tersebut dapat diselesaikan dengan metode transportasi.

Metode transportasi merupakan metode khusus yang digunakan untuk menyelesaikan masalah transportasi. Umumnya, untuk menyelesaikan masalah transportasi membutuhkan dua metode. Metode pertama digunakan untuk mendapatkan solusi fisibel awal dan metode kedua digunakan untuk mendapatkan solusi akhir. Metode *Modified Distribution* (MODI) merupakan salah satu metode transportasi yang sering digunakan untuk mendapatkan solusi akhir yang optimal. MODI dikembangkan dari metode *Stepping Stone* dengan penentuan sel kosong yang dapat menghemat biaya dilakukan dengan prosedur yang lebih pasti dan tepat serta dapat mencapai penyelesaian yang optimal dengan lebih cepat. Tetapi satu kelemahan MODI adalah tidak dapatnya MODI menentukan solusi fisibel awalnya sendiri sehingga MODI membutuhkan metode lain untuk menentukan solusi fisibel awal. Penggunaan metode MODI tidak dianjurkan jika dalam mendapatkan solusi akhir, metode tersebut melakukan pembuatan lintasan tertutup secara berulang-ulang.

Belum lama ini, telah dikembangkan metode baru untuk menyelesaikan masalah transportasi. Metode tersebut adalah metode *Modified Zero Suffix* yang dikembangkan dari metode *Zero Suffix*. Metode *Modified Zero Suffix* merupakan metode transportasi yang langsung menguji keoptimuman dari tabel transportasi tanpa harus menentukan solusi awal. Kelebihan dari metode *Modified Zero Suffix* adalah metode *Modified Zero Suffix* dapat mengusulkan biaya total transportasi yang lebih baik dari atau sama dengan biaya yang diusulkan oleh metode *Zero Suffix* dengan jumlah iterasi yang dibutuhkan lebih sedikit dalam memperoleh solusi yang optimal (Sharma et al, 2013).

Meskipun metode *Modified Zero Suffix* dan metode MODI keduanya menawarkan penyelesaian masalah dengan solusi yang optimal, tetapi kedua metode tersebut berasal dari latar belakang yang berbeda. Oleh karena itu, akan dilakukan kajian lebih lanjut mengenai kedua metode tersebut dengan cara melakukan perbandingan sehingga dapat diketahui metode yang lebih optimal digunakan untuk menyelesaikan masalah transportasi *fuzzy*.

Telah diteliti sebelumnya mengenai metode *Zero Suffix* untuk menyelesaikan masalah transportasi *fuzzy* oleh Siti Ramdhani (2016) dalam *"Kajian tentang Metode Zero Suffix Menggunakan Teknik Robust Rangking pada Masalah Transportasi dengan Variabel Fuzzy"*. Namun skripsi ini memiliki perbedaan dari penelitian sebelumnya, yaitu skripsi ini difokuskan untuk membandingkan metode *Modified Zero Suffix* sebagai metode yang baru dikembangkan dengan metode *Modified Distribution* (MODI) sebagai metode pencarian solusi akhir yang sering digunakan untuk menyelesaikan masalah transportasi. Berdasarkan uraian diatas, maka penulis memberikan judul untuk skripsi ini dengan *"Perbandingan Metode Modified Zero Suffix dengan Modified Distribution (MODI) untuk Menyelesaikan Masalah Transportasi Fuzzy"*.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dipaparkan sebelumnya, maka perumusan masalah yang akan dibahas yaitu:

1. Bagaimana menyelesaikan masalah transportasi *fuzzy* menggunakan metode *Modified Zero Suffix*?
2. Bagaimana menyelesaikan masalah transportasi *fuzzy* menggunakan metode *Modified Distribution* (MODI)?
3. Metode manakah yang lebih optimal digunakan dalam menyelesaikan masalah transportasi *fuzzy*, apakah metode *Modified Zero Suffix* atau metode *Modified Distribution* (MODI) ?

1.3 Pembatasan Masalah

Agar pembahasan masalah dalam skripsi ini tidak menyimpang, maka perlu dilakukan beberapa pembatasan masalah sebagai berikut:

1. Masalah yang diteliti merupakan masalah transportasi dengan parameter (biaya, permintaan, dan persediaan) berupa bilangan *fuzzy* trapesium.

2. Masalah transportasi yang diteliti merupakan masalah transportasi tidak seimbang.

3. Menggunakan metode *Modified Distribution* (MODI) untuk mendapatkan solusi akhir dengan sebelumnya menggunakan *Vogel's Approximation Method* (VAM) untuk mencari solusi fisibel awal.

4. Menerapkan pendekatan teknik *Robust Rangking* untuk mengubah masalah transportasi *fuzzy* ke masalah transportasi dengan bilangan riil yang tegas (*crips*).

5. Studi kasus menggunakan data sekunder dan data primer bulan April 2017 dari perusahaan PT Pertani Persero Cabang DKI Jakarta dengan data sekunder berupa jumlah permintaan beras dan jumlah persediaan beras, sedangkan data primer berupa biaya transportasi pendistribusian beras. Beras didistribusikan menggunakan mobil pengangkut berupa truk dengan muatan 2.500 Kg, 3.000 Kg, 6.000 Kg, dan 9.000 Kg.

6. Tempat tujuan pendistribusian beras yang diteliti sejumlah 5 tempat yaitu: PT GDSK RSUD Pasar Minggu, PT Pioneerindo Gourment International.Tbk, PT Sunshine Siloam MRCC, PT Sunshine Siloam Kebon Jeruk dan PT Sunshine Siloam Lippo Village Karawaci dengan tiga gudang penyimpanan beras yaitu Gudang 1, Gudang 2, dan Gudang 3 yang terletak di lokasi yang berbeda.

1.4 Tujuan Penulisan

Tujuan yang ingin dicapai dalam skripsi ini adalah:

1. Menerapkan metode *Modified Zero Suffix* dan metode *Modified Distribution* (MODI) untuk menyelesaikan masalah transportasi *fuzzy*.

2. Membandingkan metode *Modified Zero Suffix* dengan metode *Modified Distribution* (MODI) untuk menyelesaikan masalah transportasi *fuzzy*.

1.5 Manfaat Penulisan

Penyusunan skripsi ini diharapkan bermanfaat bagi berbagai pihak, antara lain:

1. Bagi Penulis, mampu menerapkan ilmu yang telah dipelajari, khususnya mengenai metode *Modified Zero Suffix* dan metode *Modified Distribution* (MODI) dalam menyelesaikan masalah transportasi *fuzzy*.

2. Bagi Pembaca, dapat menambah wawasan mengenai ilmu matematika yang diaplikasikan dalam bidang riset operasi serta dapat dijadikan sebagai referensi bagi mahasiswa yang hendak melakukan penelitian serupa.

1.6 Metode Penelitian

Skripsi ini merupakan kajian pustaka dalam bidang riset operasi yang didasarkan pada buku-buku dan jurnal-jurnal tentang teori permasalahan transportasi program linier. Referensi utama yang digunakan adalah Sharma, Shambu et al, " A Modified Zero Suffix Method for Finding an Optimal Solution for Transportation Problems", *European Journal of Scientific Research Vol. 104 No.4: 673-676*, 2013.

BAB II

LANDASAN TEORI

Pada bab ini, akan dibahas mengenai masalah transportasi yang meliputi model umum masalah transportasi, jenis-jenis masalah transportasi, prosedur penyelesaian masalah transportasi, dan metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah transportasi. Selain itu, akan dijelaskan mengenai himpunan *fuzzy* dan masalah transportasi dengan parameter bilangan *fuzzy*. Sebelumnya, akan dijelaskan mengenai program linier yang menjadi landasan terbentuknya suatu masalah transportasi.

2.1 Program Linier

Pada sub bab ini akan dibahas mengenai definisi, syarat utama, karakteristik model, model umum, dan asumsi dasar dari program linier yang menjadi landasan terbentuknya masalah transportasi.

2.1.1 Definsi Program Linier

Riset operasi merupakan penerapan metode ilmiah yang berkaitan dengan proses pengambilan keputusan yang optimal dalam penyusunan model dari sistem-sistem, baik deterministik maupun probabilistik yang berasal dari kehidupan nyata. Program linier merupakan salah satu dari metode riset operasi yang paling sering digunakan dalam pengambilan keputusan (Aminudin, 2005).

Program linier merupakan suatu metode untuk membuat keputusan diantara berbagai alternatif kegiatan pada waktu kegiatan-kegiatan tersebut dibatasi oleh kendala tertentu. Keputusan yang akan diambil dinyatakan sebagai fungsi tujuan sedangkan kendala-kendala yang dihadapi dalam membuat keputusan tersebut dinyatakan dalam bentuk fungsi-fungsi kendala dengan fungsi tujuan maupun fungsi kendala tersebut harus berupa fungsi linier, baik dalam bentuk persamaan maupun ketidaksamaan pada variabel-variabel keputusannya (Agustini & Rahmadi, 2004: 16).

Jadi, program linier merupakan salah satu metode riset operasi yang digunakan untuk membuat keputusan diantara berbagai alternatif kegiatan ketika kendala tertentu membatasi kegiatan tersebut.

2.1.2 Syarat Utama Program Linier

Suatu permasalahan agar dapat dirumuskan dalam model program linier harus memenuhi lima syarat utama program linier, yaitu (Aminudin, 2005):

1. Tujuan

   Tujuan permasalahan yang dihadapi merupakan tujuan yang ingin dipecahkan dan dicari jalan keluarnya. Tujuan ini harus jelas dan tegas sehingga dapat dirumuskan menjadi fungsi tujuan.

2. Alternatif perbandingan

   Harus ada sesuatu atau berbagai alternatif yang ingin diperbandingkan, misalnya antara kombinasi waktu tercepat dan biaya tertinggi dengan waktu terlambat dan biaya terendah.

3. Sumber daya

   Sumber daya yang dianalisis harus berada dalam keadaan yang terbatas.

4. Perumusan kuantitatif

Fungsi tujuan dan kendala harus dapat dirumuskan secara kuantitatif dalam apa yang disebut model matematika.

5. Keterkaitan peubah

   Peubah-peubah yang membentuk fungsi tujuan dan kendala tersebut harus memiliki hubungan fungsional atau hubungan keterkaitan.

Jika salah satu dari kelima syarat tersebut tidak terpenuhi, maka suatu permasalahan tidak dapat disusun dan dirumuskan kedalam model program linier.

2.1.3 Asumsi Dasar Program Linier

Terdapat beberapa asumsi dasar pada program linier, asumsi-asumsi tersebut antara lain (Aminudin, 2005):

1. Asumsi Keseimbangan (*Proportionality*)

   Asumsi keseimbangan berarti naik turunnya nilai fungsi tujuan (Z) dan penggunaan sumber atau fasilitas yang tersedia akan berubah secara sebanding dengan perubahan tingkat kegiatan.

2. Asumsi Penambahan (*Additivity*)

   Asumsi penambahan berarti nilai tujuan tiap kegiatan tidak saling mempengaruhi, atau dalam program linier dianggap bahwa kenaikan suatu kegiatan dapat ditambahkan tanpa mempengaruhi bagian nilai fungsi tujuan (Z) yang diperoleh dari kegiatan lain.

3. Asumsi Pembagian (*Divisibility*)

   Asumsi pembagian menyatakan bahwa variabel dalam program linier tidak harus berupa bilangan bulat (*integer*), asalkan dapat dibagi secara tak terbatas (*infinitely divisible*).

4. Asumsi Kepastian (*Certainty*)

   Asumsi kepastian menyatakan bahwa kasus program linier harus berada dalam kondisi *decision-making uder certainty*, artinya semua parameter dari variabel keputusan dapat diketahui secara pasti.

Beberapa asumsi dasar program linier tersebut diperlukan agar penggunaan model program linier dapat efektif digunakan dan tidak terbentur pada berbagai hal.

2.1.4 Karakteristik Model Program Linier

Dalam membangun model dari program linier, digunakan beberapa karakteristik sebagai berikut (Aminudin, 2005):

1. Fungsi Tujuan (*Objective Function*)

   Fungsi tujuan adalah fungsi yang akan dicari nilai optimalnya (meminimumkan ongkos atau memaksimumkan pendapatan/keuntungan). Untuk menyatakan fungsi tujuan biasanya digunakan peubah Z, sehingga fungsi tujuan dapat dinyatakan :

   $$Z = f(x). \tag{2.1}$$

2. Pembatas Linier (*Linier Constraints*)

   Pembatas linear merupakan kendala yang dihadapi sehingga untuk menentukan harga-harga variabel keputusan tidak dapat dilakukan secara sembarang. Koefisien dari variabel keputusan pada pembatas linear dinamakan koefisien fungsi kendala, sedangkan bilangan yang ada di sisi (ruas) kanan setiap pembatas linear dinamakan ruas kanan pembatas.

3. Pembatas tanda / kondisi pengetat

   Pembatas tanda adalah pembatas yang menjelaskan apakah variabel keputusannya diasumsikan hanya berharga non negatif atau variabel keputusannya tidak terbatas dalam tanda (boleh positif - boleh negatif).

4. Variabel Keputusan (*Decision Variables*)

   Variabel keputusan adalah variabel yang menguraikan secara lengkap keputusan-keputusan yang akan dibuat. Variabel-variabel x_j disebut variabel keputusan.

Penggunaan beberapa karakteristik tersebut membuat model program linier memiliki suatu ciri yang membedakan program linier dari model linier lainnya.

2.1.5 Model Program Linier

Model program linier merupakan model matematis perumusan masalah umum pengalokasian sumberdaya untuk berbagai kegiatan. Model program linier ini merupakan bentuk dan susunan dalam menyajikan masalah-masalah yang akan dipecahkan dengan teknik program linear.

Definisi 2.1.1. Model Umum Program Linier.
Optimumkan (Minimumkan atau Maksimumkan),

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \tag{2.2}$$

dengan batasan,

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \begin{pmatrix} \geq \\ = \\ \leq \end{pmatrix} b_i; \quad untuk \quad i = 1,2,3,\ldots,m$$

$$x_j \geq 0; \quad untuk \quad j=1,2,3,\ldots,n.$$

Keterangan :

Z = fungsi tujuan yang dicari nilai optimalnya

c_j = kenaikan nilai Z jika ada pertambahan satu unit kegiatan j

n = jumlah kegiatan

m = jumlah sumber daya yang tersedia

x_j = jenis kegiatan ke-j (variabel keputusan)

a_{ij} = kebutuhan sumber daya i untuk menghasilkan setiap unit kegiatan j

b_i = kapasitas sumber i yang tersedia

(a,b,c) = parameter model.

Untuk model program linier dengan fungsi tujuan *minimumkan*, fungsi pembatas memiliki bentuk ketidaksamaan ($\geq$). Sedangkan model program linier dengan fungsi tujuan *maksimumkan*, fungsi pembatas memiliki bentuk ketidaksamaan ($\leq$). Jika dalam persoalan yang dihadapi terdapat fungsi pembatas dengan ketidaksamaan ($\geq$) atau ($\leq$), maka ketidaksamaan ini harus diubah ke dalam bentuk persamaan (=).

2.2 Masalah Transportasi

Masalah Transportasi merupakan salah satu bentuk khusus dari program linier yang dikembangkan untuk memecahkan masalah-masalah yang berhubungan dengan transportasi (pengangkutan) dan disribusi produk atau sumber daya dari berbagai sumber (pusat pengadaan, atau titik *supply*) ke berbagai tujuan (titik permintaan atau pusat pemakaian) yang lebih efisien dalam hal perhitungan. Beberapa definisi dikemukakan oleh para ahli mengenai masalah transportasi dan ciri-ciri dari masalah transportasi yang akan dibahas pada sub bab ini.

2.2.1 Definisi Masalah Transportasi

Secara umum transportasi berarti adanya perpindahan barang dari suatu tempat ke tempat lain dan dari beberapa tempat ke beberapa tempat lain. Tempat atau tempat-tempat asal barang disebut juga dengan istilah sumber atau sumber-sumber (*resources*). Sedangkan tempat atau tempat-tempat tujuan disebut *destination*. Hal ini merupakan bagian dari kehidupan nyata manusia untuk memindahkan barang dari satu tempat ke tempat lain disesuaikan dengan kebutuhannya. Misalnya, di suatu tempat asal barang mempunyai jumlah produk yang berlebih sehingga perlu ditransportasikan ke tempat lain yang memerlukannya (Suyadi dalam Ramdhani, 2016).

Menurut Agustini dan Rahmadi (2004: 101), masalah transportasi muncul ketika seseorang mencoba menentukan cara pengiriman (distribusi) suatu jenis produk (barang) dari beberapa sumber atau tempat asal barang (lokasi penawaran) ke beberapa tujuan (lokasi permintaan) yang dapat meminimumkan biaya. Biasanya jumlah barang yang dapat disalurkan dari setiap lokasi penawaran adalah tetap atau terbatas, namun jumlah permintaan pada setiap lokasi permintaan adalah bervariasi.

Menurut Taha (dalam Oktarido, 2014: 32), dalam arti sederhana masalah transportasi berusaha menentukan suatu rencana transportasi sebuah barang dari sejumlah sumber ke sebuah tujuan. Agar suatu masalah transportasi dapat dibuat model transportasinya, maka masalah transportasi tersebut harus memiliki data:

1. Tingkat penawaran di setiap sumber dan jumlah permintaan di setiap tujuan
2. Biaya transportasi per unit barang dari setiap sumber ke setiap tujuan.

Menurut Suyadi (dalam Ramadhani, 2016), pada intinya masalah transportasi mencari dan menentukan perencanaan pengiriman barang (*single commodity*) dari tempat asal ke tempat tujuan, dengan total biaya transportasi yang minimal. Oleh karena itu, dalam total biaya transportasi terdapat 3 (tiga) variabel, yakni:

1. Jumlah barang yang tersedia di tempat (sumber) asal, yakni kapasitas pengiriman.
2. Daya tampung di daerah atau tempat tujuan yakni daya tampung tempat tujuan.
3. Biaya transportasi per unit barang yang akan dikirimkan.

Atas dasar kenyataan bahwa rute pengiriman yang berbeda akan menghasilkan biaya kirim yang berbeda, maka tujuan dari pemecahan masalah transportasi biasanya adalah menentukan berapa banyak unit barang yang harus dikirim dari setiap sumber ke setiap tujuan sehingga permintaan dari setiap tujuan terpenuhi dan total biaya kirim minimum (Agustini & Rahmadi, 2004: 101).

Secara keseluruhan dapat disimpulkan bahwa masalah transportasi berhubungan dengan distribusi suatu produk tunggal dari beberapa sumber dengan penawaran terbatas, menuju beberapa tujuan dengan permintaan tertentu.

2.2.2 Ciri-ciri Masalah Transportasi

Menurut Dimyati dan Dimyati (dalam Oktarido, 2014: 33-34), masalah transportasi memiliki ciri-ciri sebagai berikut:

1. Terdapat serjumlah sumber dan sejumlah tujuan tertentu.
2. Kuantitas komoditas atau barang yang didistribusikan dari setiap sumber dan yang diminta oleh tujuan, besarnya tertentu.

3. Komoditas yang dikirim atau diangkut dari suatu sumber ke suatu tujuan, besarnya sesuai dengan permintaan dan atau kapasitas sumber.

4. Ongkos pengangkutan komoditas dari suatu sumber ke suatu tujuan, besarnya tertentu.

2.3 Model Masalah Transportasi

Model masalah transportasi merupakan perumusan masalah transportasi ke dalam model matematis yang dilakukan agar masalah transportasi dapat diselesaikan dengan mudah. Masalah transportasi juga memerlukan asumsi dasar yang bertujuan agar penggunaan model masalah transportasi dapat efektif digunakan dan tidak terbentur pada berbagai hal.

2.3.1 Asumsi Dasar Model Transportasi

Asumsi dasar dari model transportasi adalah bahwa biaya transportasi pada suatu rute tertentu proporsional dengan banyaknya unit yang dikirimkan. Definisi unit yang dikirimkan sangat tergantung pada jenis produk yang diangkut, yang perlu diperhatikan satuan penawaran dan persediaan akan barang yang diangkut harus konsisten (Mulyono, 1991: 103-104).

Model umum suatu persoalan transportasi dilandasi pada asumsi-asumsi berikut:

1. Bahwa suatu produk yang ingin diangkat tersedia dalam jumlah yang tetap dan diketahui.

2. Bahwa produk tersebut akan dikirim melalui jaringan transpotasi yang ada dengan memakai cara pengakutan tertentu dari pusat-pusat permintaan.

3. Bahwa jumlah permintaan di pusat permintaan pun diketahui dalam jumlah tertentu dan tetap.

4. Bahwa ongkos angkutan per-unit produk yang diangkut pun diketahui, sehingga tujuan untuk meminimumkan biaya total angkutan dapat tercapai.

Karena hanya ada satu macam barang, suatu tempat tujuan dapat memenuhi permintaannya dari satu atau lebih sumber (Mulyono, 1991).

2.3.2 Model Umum Masalah Transportasi

Model awal transportasi dipelopori oleh F.L Hitcock pada tahun 1941 dan kemudian dikembangkan oleh T.C. Koopmans (Agustini & Rahmadi, 2004).

Definisi 2.3.1. Model Umum Masalah Transportasi.
Minimumkan,

$$Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \tag{2.3}$$

dengan syarat,

$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = a_i$; i = 1,2,3,...,m (batas persediaan)

$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = b_j$; j = 1,2,3,...,n (batas permintaan)

untuk semua $x_{ij} \geq 0$.

Keterangan :

a_i = Persediaan ke $i, i = 1, 2, ..., m$

b_j = Permintaan ke $j, j = 1, 2, ..., n$

c_{ij} = Biaya transportasi per unit barang dari asal i ke tujuan j

x_{ij} = Banyak unit barang yang diangkut dari asal i ke tujuan j.

Dilihat dari model matematika persoalan program linier dan model umum masalah transportasi, terdapat tipe/ ciri/ karakteristik khusus pada permasalahan transportasi, yaitu:

1. Semua fungsi kendala bertanda "=".
2. Semua nilai a_{ij} bernilai 1 atau 0.

Karena bentuk masalah transportasi yang khas, maka masalah transportasi tersebut dapat ditempatkan dalam suatu bentuk tabel khusus yang dinamakan tabel transportasi. Tabel transportasi merupakan model masalah transportasi yang dapat membantu memahami persoalan transportasi dengan tepat. Tabel transportasi juga biasa disebut sebagai tablo transportasi dan bentuknya dapat dilihat pada tabel 2.1.

Tabel 2.1: Tabel Transportasi

Dari \ Ke		Tujuan 1	Tujuan 2	...	Tujuan n	Persediaan (a_i)
Sumber	1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	...	c_{1n} x_{1n}	a_1
	2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	...	c_{2n} x_{2n}	a_2
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	...	c_{mn} x_{mn}	a_m
Permintaan (b_j)		b_1	b_2	...	b_n	$\sum_{i}^{m} a_i = \sum_{j}^{n} b_j$

Untuk memperjelas mengenai model masalah transportasi, akan diberikan suatu ilustrasi dengan menggunakan contoh kasus pada penyalur (distributor) gula CV Giri Asih yang diambil dari buku Riset Operasional Konsep-konsep Dasar dan sedikit dimodifikasi (Agustini & Rahmadi, 2004: 103-106).

Contoh 2.3.1. Dimisalkan perusahaan CV Giri Asih mempunyai dua gudang penyimpanan di dua lokasi yang berbeda, A dan B. Masing-masing gudang mempunyai sejumlah persediaan gula seperti pada Tabel 2.2.

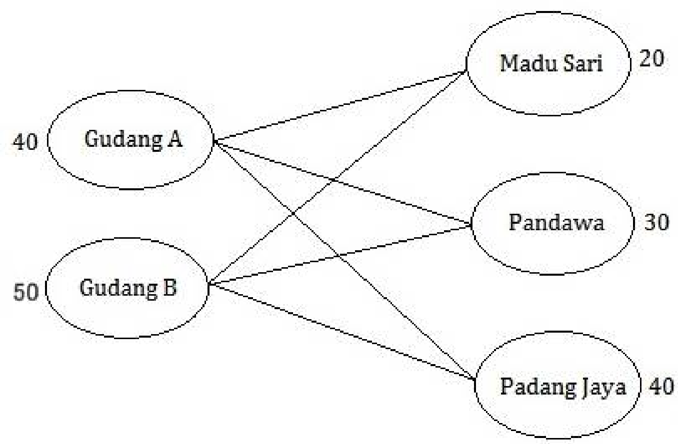
Tabel 2.2: Jumlah Persediaan Gula pada Masing-masing Gudang CV Giri Asih

Gudang	Persediaan (ton)
A	40
B	50
Jumlah	90

CV Giri Asih menghadapi permintaan dari tiga pedagang pengecer, yaitu Madu Sari, Pandawa, dan Padang Jaya. Besar Permintaan dari masing-masing pedagang pengecer adalah seperti terlihat pada Tabel 2.3.

Tabel 2.3: Jumlah Permintaan Gula pada Masing-masing Gudang CV Giri Asih

Pedagang Pengecer	Jumlah yang diminta (ton)
Madu Sari	20
Pandawa	30
Padang Jaya	40
Jumlah	90



Gambar 2.1: Jaringan Kerja CV Giri Asih

Permasalahan yang dihadapi oleh CV Giri Asih adalah bagaimana menentukan jumlah gula yang akan dikirim dari tiap gudang penyimpanan ke setiap pedagang pengecer sehingga menghasilkan biaya pengiriman total yang minimum. Keadaan yang dihadapi oleh CV Giri Asih ini dapat dinyatakan dalam suatu gambar yang disebut jaringan kerja (*network*) seperti yang terlihat pada Gambar 2.1.

Karena lokasi gudang dan para pengecer berbeda, maka biaya kirim juga bervariasi. Besarnya biaya kirim dari masing-masing gudang ke tiap-tiap pedagang pengecer ditunjukkan pada Tabel 2.4.

Tabel 2.4: Biaya Kirim CV Giri Asih (ribu rupiah)

Biaya kirim dari gudang	Ke pedagang pengecer		
	Madu Sari	Pandawa	Padang Jaya
Gudang A	2	4	3
Gudang B	5	2	4

Karena tujuan penyelesaian kasus ini adalah meminimumkan biaya kirim, maka dengan menggunakan data pada Tabel 2.4 dapat disusun persamaan fungsi tujuan yang berupa persamaan biaya sebagai berikut:

1. Biaya kirim per unit dari gudang A $= 2x_{11} + 4x_{12} + 3x_{13}$

2. Biaya kirim per unit dari gudang B $= 5x_{21} + 2x_{22} + 4x_{23}$

Dengan menjumlahkan kedua persamaan tersebut menghasilkan fungsi tujuan: $Z = 2x_{11} + 4x_{12} + 3x_{13} + 5x_{21} + 2x_{22} + 4x_{23}$.

Kendala timbul karena unit yang dapat dikirim dari tiap gudang terbatas. Sementara setiap daerah tujuan mempunyai permintaan tertentu. Fungsi kendala yang bisa diturunkan dari keadaan ini adalah:

$x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 40$ (kapasitas gudang A)

$x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 50$ (kapasitas gudang B)

$x_{11} + x_{21} = 20$ (permintaan Madu Sari)

$x_{12} + x_{22} = 30$ (permintaan Pandawa)

$x_{13} + x_{23} = 40$ (permintaan Padang Jaya)

$x_{ij} \geq 0.$

Dari persamaan-persamaan yang telah diturunkan di atas, maka dapat dibuat model umum masalah transportasi dari sistem persamaan kasus CV Giri Asih sebagai berikut:

Minimumkan,

$$Z = 2x_{11} + 4x_{12} + 3x_{13} + 5x_{21} + 2x_{22} + 4x_{23}.$$

dengan syarat,

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{21} &= 20 & \qquad x_{11} + x_{12} + x_{13} &\leq 40 \\ x_{12} + x_{22} &= 30 & \qquad x_{21} + x_{22} + x_{23} &\leq 50 \\ x_{13} + x_{23} &= 40 & \qquad x_{ij} &\geq 0. \end{aligned}$$

Sedangkan tabel transportasi dari model umum masalah transportasi kasus CV Giri Asih dapat dilihat pada Tabel 2.5.

Tabel 2.5: Tabel Transportasi CV Giri Asih

Dari \ Ke		Tujuan			Persediaan
		Madu Sari	Pandawa	Padang Jaya	
Sumber	Gudang A	2 x_{11}	4 x_{12}	3 x_{13}	40
	Gudang B	5 x_{21}	2 x_{22}	4 x_{23}	50
Permintaan		20	30	40	90

2.4 Jenis Masalah Transportasi

Terdapat dua jenis masalah transportasi, yaitu masalah transportasi seimbang dan masalah transportasi tidak seimbang yang akan dijelaskan pada sub bab ini.

2.4.1 Masalah Transportasi Seimbang

Suatu masalah transportasi merupakan masalah transportasi seimbang apabila jumlah persediaan dari beberapa sumber sama dengan jumlah permintaan atas beberapa tempat tujuan.

Definisi 2.4.1. Masalah transportasi dikatakan sebagai masalah transportasi seimbang jika jumlah persediaan sama dengan jumlah permintaan. Dengan kata lain,

$$\sum_{i}^{m} a_i = \sum_{j}^{n} b_j \tag{2.4}$$

dengan a_i adalah jumlah persediaan ke $i, i = 1, 2, ..., m$ dan b_j adalah jumlah permintaan ke $j, j = 1, 2, ..., n$ (Patel & Bhathwala, 2014).

Contoh 2.4.1. Masalah transportasi CV Giri Asih pada Contoh 2.3.1 merupakan masalah transportasi seimbang karena jumlah persediaan (90 ton) sama dengan jumlah permintaan (90 ton). Bentuk tabel transportasi dapat dilihat pada Tabel 2.6.

Tabel 2.6: Tabel Transportasi Seimbang

Ke / Dari		Tujuan			Persediaan
		Madu Sari	Pandawa	Padang Jaya	
Sumber	Gudang A	2	4	3	40
	Gudang B	5	2	4	50
Permintaan		20	30	40	90

2.4.2 Masalah Transportasi Tidak Seimbang

Dalam masalah transportasi yang sebenarnya, keseimbangan antara jumlah persediaan dengan jumlah permintaan tidak selalu terpenuhi atau dengan kata lain jumlah persediaan yang tersedia mungkin lebih besar atau lebih kecil daripada jumlah permintaan. Jika hal ini yang terjadi, maka model persoalan disebut sebagai model transportasi yang tidak seimbang.

Definisi 2.4.2. Masalah transportasi dikatakan sebagai masalah transportasi tidak seimbang jika jumlah persediaan tidak sama dengan jumlah permintaan. Dengan kata lain,

$$\sum_{i}^{m} a_i > \sum_{j}^{n} b_j \tag{2.5}$$

$$\sum_{i}^{m} a_i < \sum_{j}^{n} b_j \tag{2.6}$$

dengan a_i adalah jumlah persediaan ke $i, i = 1, 2, ..., m$ dan b_j adalah jumlah permintaan ke $j, j = 1, 2, ..., n$ (Patel & Bhathwala, 2014).

Contoh 2.4.2. Sebuah perusahaan negara berkepentingan mengangkat pupuk dari dua pabrik ke tiga pasar. Kapasitas persediaan kedua pabrik, permintaan pada ketiga pasar dan biaya transportasi per unit dapat dilihat pada Tabel 2.7 dengan jumlah permintaan (280) lebih besar dari jumlah persediaan (220).

Tabel 2.7: Tabel Transportasi Tidak Seimbang

Dari \ Ke		Tujuan			Persediaan
		Pasar 1	Pasar 2	Pasar 3	
Sumber	Pabrik 1	8	5	6	140
	Pabrik 2	15	10	12	80
Permintaan		150	70	60	$280 > 220$

Setiap persoalan transportasi dapat dibuat seimbang dengan memasukkan kolom atau baris *dummy*. Jika permintaan melebihi persediaan maka dibuat suatu sumber *dummy* yang akan men-*supply* kekurangan tersebut sebanyak

$$\sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{i=1}^{m} a_i. \tag{2.7}$$

Sebaliknya, jika jumlah persediaan melebihi jumlah permintaan, maka dibuat suatu tujuan *dummy* untuk menyerap kelebihan tersebut sebanyak

$$\sum_{i=1}^{m} a_i - \sum_{j=1}^{n} b_j. \tag{2.8}$$

Biaya transportasi per unit c_{ij} adalah nol dari sumber *dummy* ke seluruh tujuan. Hal ini dapat dipahami karena pada kenyataannya dari sumber *dummy* tidak terjadi pengiriman.

Contoh 2.4.3. Masalah transportasi pada Contoh 2.4.2 memiliki kelebihan jumlah permintaan sebanyak 60 dari jumlah persediaan, maka dibuat suatu persediaan *dummy* untuk menyerap kelebihan tersebut. Sehingga diperoleh tabel transportasi seimbang pada Tabel 2.8.

Tabel 2.8: Tabel Transportasi yang Telah Seimbang

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Ke
Dari</td><td colspan="3">Tujuan</td><td rowspan="2">Persediaan</td></tr>
<tr><td>Pasar 1</td><td>Pasar 2</td><td>Pasar 3</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Sumber</td><td>Pabrik 1</td><td>8</td><td>5</td><td>6</td><td>140</td></tr>
<tr><td>Pabrik 2</td><td>15</td><td>10</td><td>12</td><td>80</td></tr>
<tr><td>Dummy</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>60</td></tr>
<tr><td colspan="2">Permintaan</td><td>150</td><td>70</td><td>60</td><td>280</td></tr>
</table>

2.5 Penyelesaian Masalah Transportasi

Untuk menyelesaikan masalah transportasi, perlu diketahui prosedur atau langkah-langkah yang dilakukan serta metode yang dapat digunakan. Pada sub bab ini akan dipaparkan prosedur penyelesaian masalah transportasi dan metode yang sering digunakan untuk menyelesaikan masalah transportasi.

2.5.1 Prosedur Penyelesaian Masalah Transportasi

Berikut adalah langkah-langkah yang dilakukan untuk menyelesaian masalah transportasi (Agustini & Rahmadi, 2004: 101-102).

1. Menyusun model transportasi. Langkah ini merupakan kunci keberhasilan dalam langkah berikutnya. Model transportasi menunjukkan sumber dari mana barang berasal dan tujuan kemana barang akan dikirim.

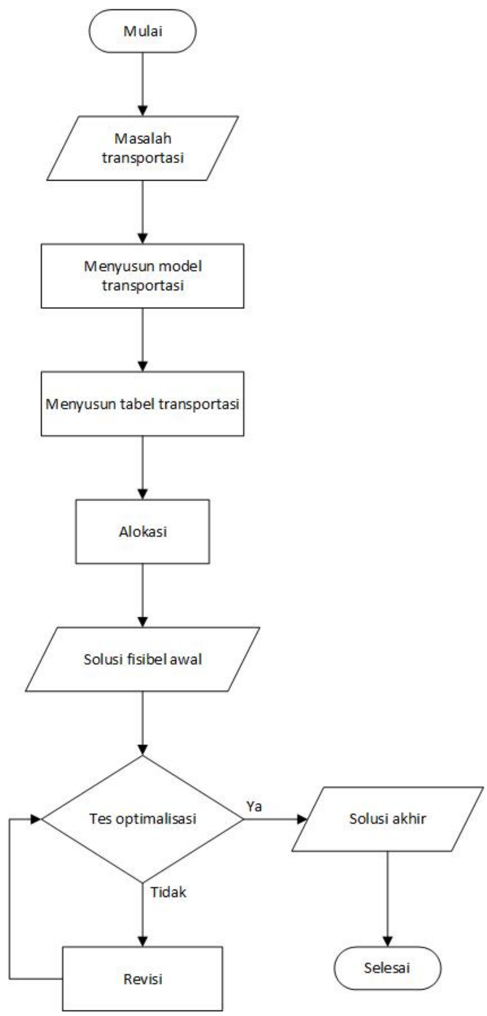
2. Menyusun tabel transportasi. Pada tabel transportasi diisikan informasi biaya transportasi, dari suatu sumber ke suatu tujuan tertentu, besar kapasitas sumber, dan besar permintaan. Pada langkah ini, harus dipastikan bahwa besar kapasitas (persediaan) harus sama (seimbang) dengan besar permintaan. Apabila terdapat ketidakseimbangan maka harus dibuat sel *dummy* yang berisi ketidakseimbangan antara persediaan dan permintaan. Sel *dummy* dapat berupa sel baris maupun sel kolom.

3. Selanjutnya melakukan pengalokasian berdasarkan beberapa metode yang ada. Terdapat beberapa metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan kasus transportasi, antara lain metode *north west corner* (NWC), metode *least cost*, dan *vogel's approximation method* (VAM). Pengalokasian dilakukan untuk menentukan pemecahan awal atau solusi fisibel awal. Solusi fisibel (layak) adalah suatu solusi dimana semua kendala terpenuhi. Sedangkan Solusi fisibel (layak) dasar merupakan suatu penyelesaian dimana semua variabel basis adalah tidak negatif (≥ 0).

4. Jika telah dilakukan pengalokasian dengan salah satu metode, langkah berikutnya adalah melihat apakah alokasi tersebut sudah optimal atau belum. Langkah ini dikenal dengan istilah tes optimalisasi. Jika hasil tes menunjukkan bahwa alokasi telah optimal, maka alokasi tersebut

dapat dikatakan telah mencapai nilai yang paling menguntungkan sehingga telah ditemukan solusi akhir. Sebaliknya, jika belum optimal maka perlu dilakukan revisi untuk sel yang masih memungkinkan untuk direvisi. Metode yang dapat digunakan pada saat tes optimalisasi untuk mendapatkan solusi akhir adalah metode *Stepping Stone* dan *Modified Distribution* (MODI).

Prosedur penyelesaian masalah transportasi dapat digambarkan sebagaimana yang terlihat pada bagan alir Gambar 2.2.



Gambar 2.2: Prosedur Penyelesaian Masalah Transportasi

2.5.2 Metode Transportasi

Metode transportasi merupakan metode khusus yang digunakan untuk menyelesaikan masalah transportasi. Umumnya, untuk menyelesaikan masalah transportasi membutuhkan dua metode. Metode pertama digunakan untuk mendapatkan solusi fisibel awal dan metode kedua digunakan untuk mendapatkan solusi akhir. Pada sub bab ini akan dijelaskan beberapa metode yang biasa digunakan untuk menyelesaikan masalah transportasi.

Untuk menentukan solusi fisibel awal terdapat 3 metode yang dapat digunakan, yaitu (Agustini & Rahmadi, 2004):

1. **Metode *North West Corner***

   Dasar dari alokasi metode *North West Corner* adalah arah. Sesuai namanya, alokasi pertama dilakukan pada sel pojok kiri atas (barat laut) kemudian ke arah samping dan/atau ke bawah selama masih ada sel yang masih memungkinkan untuk diisi. Cara ini dilakukan hingga semua kapasitas terpakai dan permintaan terpenuhi.

2. **Metode *Least Cost***

   Prinsp dari metode alokasi *Least Cost* ini adalah memilih biaya yang paling kecil dalam sel. Alokasi-alokasi berikutnya dilakukan pada sel dengan biaya paling kecil berikutnya hingga seluruh kapasitas terpakai dan seluruh permintaan terpenuhi.

3. **Metode *Vogel's Approximation* (VAM)**

   Umumnya, VAM menghasilkan solusi awal yang mendekati hasil optimum dan solusi yang dihasilkan lebih baik dibanding metode NWC dan *Least Cost*. VAM berdasarkan pada konsep biaya penalti (*opportunity cost*). Jika pengambil keputusan salah memilih tindakan dari beberapa alternatif tindakan yang ada, maka suatu sanksi diberikan. Dalam hal ini, yang dimaksud sebagai rangkaian tindakan adalah alternatif rute dan suatu keputusan dianggap salah jika mengalokasikan ke sel yang tidak berisi biaya terendah (Aminudin, 2005).

Langkah-langkah metode *Vogel Approximation* (VAM) dapat diringkas sebagai berikut (Mulyono, 1991):

(a) Hitung *opportunity cost* untuk setiap baris dan kolom. *Opportunity cost* untuk setiap baris i dihitung dengan mengurangkan nilai c_{ij} terkecil pada baris itu dari nilai c_{ij} satu tingkat lebih besar pada baris yang sama. *Opportunity cost* kolom diperoleh dengan cara yang serupa. Biaya-biaya ini adalah *penalty* karena tidak memilih kotak dengan biaya minimum.

(b) Pilih baris atau kolom dengan *opportunity cost* terbesar (jika terdapat nilai kembar, pilih secara sembarang). Alokasikan sebanyak mungkin ke sel dengan nilai c_{ij} minimum pada baris atau kolom yang dipilih. Untuk c_{ij} terkecil, x_{ij} = minimum[a_i, b_j]. Artinya penalti terbesar dihindari.

(c) Sesuaikan persediaan dan permintaan untuk menunjukkan alokasi yang sudah dilakukan. Hilangkan semua baris dan kolom dimana persediaan dan permintaan telah dihabiskan.

(d) Jika semua persediaan dan permintaan belum dipenuhi, kembali ke langkah 1 dan hitung lagi *opportunity cost* yang baru. Jika semua persediaan dan permintaan sudah dipenuhi, solusi awal telah diperoleh.

Untuk menentukan solusi akhir terdapat 2 metode yang dapat digunakan, yaitu (Agustini & Rahmadi, 2004):

1. **Metode *Stepping-Stone***

   Untuk menentukan variabel masuk dan variabel keluar pada metode ini, terlebih dahulu harus dibuat suatu lintasan tertutup *stepping stone*. Lintasan *stepping stone* dibuat dengan menentukan jalur yang membentuk arah 90° (*square-cornered path*) dari sel yang diisi di mana alokasi dapat ditransfer ke sel kosong yang sedang dievaluasi. Perlu diperhatikan bahwa setiap jalur harus mengandung paling sedikit satu sel kosong dan jalur tersebut harus membuat *loop* yang sempurna artinya berakhir pada sel di mana jalur tersebut dimulai. Sel yang isi maupun yang kosong dapat dilompati.

2. **Metode *Modified Distribution* (MODI)**

   Metode MODI merupakan pengembangan dari model *Stepping Stone*. Perbedaannya dengan metode Stepping Stone adalah metode ini tidak harus menentukan semua jalur tertutup variabel non basis, kecuali pada saat akan melakukan perpindahan pengisian tabel. Dengan demikian, MODI merupakan cara yang efisien untuk menghitung variabel non basis. Diketahui variabel basis adalah variabel yang nilainya bukan nol dan variabel non basis adalah variabel yang nilainya diatur menjadi nol.

2.6 Metode *Modified Distribution* (MODI)

Metode *Modified Distribution* (MODI) merupakan metode transportasi yang dikembangkan dari metode *Stepping Stone*. Kelebihan metode ini dibanding dengan metode pendahulunya adalah penentuan sel kosong yang bisa menghemat biaya dapat dilakukan dengan prosedur yang lebih pasti dan tepat. Selain itu, metode ini dapat mencapai penyelesaian optimal dengan lebih cepat. Kalau kesulitan terbesar di dalam metode *Stepping Stone* adalah mengidentifikasi setiap jalur *stepping stone* sehingga dapat menghitung perubahan biaya per unit dalam setiap sel baru, maka dengan metode MODI perhitungan biaya per unit dapat dengan lebih mudah dilakukan. Meskipun demikian, metode MODI tidak bisa menentukan solusi fisibel awalnya sendiri sehingga membutuhkan metode lain seperti *North West Corner* (NWC), *Least Cost* (LC), atau *Vogel's Approximation Method* (VAM) untuk membantu menentukan solusi fisibel awal agar solusi akhir dapat diperoleh (Agustini & Rahmadi, 2004).

Langkah-langkah Metode MODI:

1. Tentukan solusi awal yang merupakan solusi fisibel dasar dengan menggunakan salah satu dari ketiga metode tersedia

2. Hitung nilai u_i dan v_j untuk tiap baris dan kolom pada sel yang memiliki alokasi, dengan $u_1 = 0$ dan menggunakan rumus:

$$c_{ij} = u_i + v_j. \tag{2.9}$$

3. Hitung perubahan biaya, k_{ij} untuk setiap sel kosong dengan rumus:

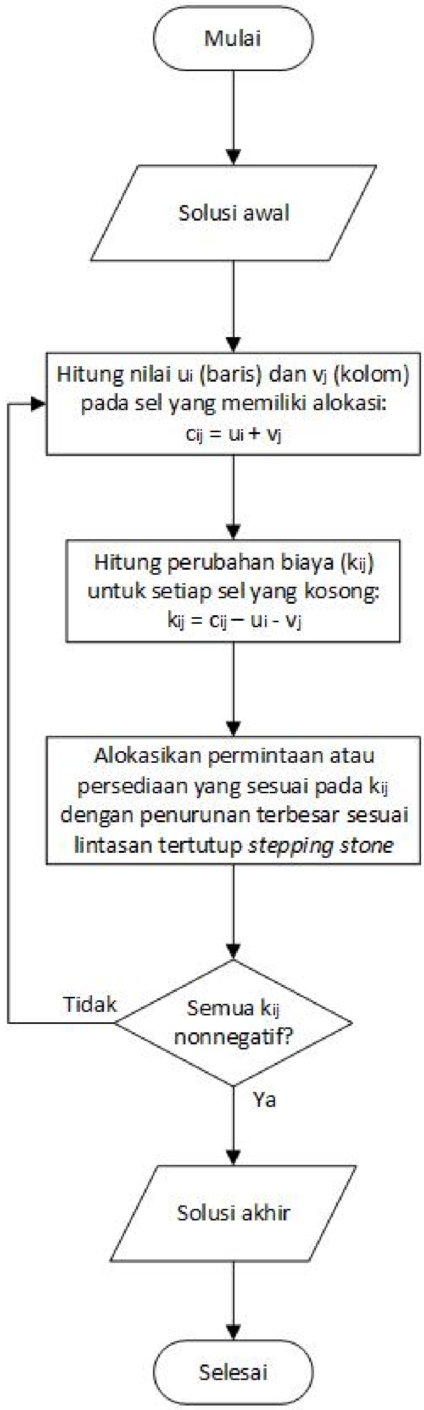
$$c_{ij} - u_i - v_j = k_{ij} \tag{2.10}$$

   dengan c_{ij} adalah biaya transportasi per unit, u_i nilai setiap baris, dan v_j nilai setiap kolom.

4. Alokasikan sebanyak mungkin ke sel kosong yang menghasilkan penurunan biaya bersih terbesar ((k_{ij}) negatif dengan nilai mutlak terbesar). Alokasikan sesuai dengan lintasan *stepping stone* untuk sel terpilih.

5. Ulangi langkah (2)-(4) sampai semua nilai k_{ij} nonnegatif (positif atau nol).

Langkah-langkah pencarian solusi akhir masalah transportasi dengan metode MODI diilustrasikan kedalam bagan alir pada Gambar 2.3.



Gambar 2.3: Prosedur Pengerjaan Metode *Modifed Distribution* (MODI)

Contoh 2.6.1. Dengan menggunakan Contoh 2.3.1 akan diterapkan metode MODI untuk menyelesaikan masalah transportasi di CV Giri Asih. Langkah-langkah yang dilakukan sebagai berikut.

1. Tentukan solusi fisibel awal, dalam kasus ini menggunakan *Vogel's Approximation Method*. Diperoleh sebagai berikut.

Tabel 2.9: Contoh Kasus Solusi Fisibel Awal

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Ke
Dari</td><td colspan="3">Tujuan</td><td rowspan="2">Persediaan</td></tr>
<tr><td>Madu Sari</td><td>Pandawa</td><td>Padang Jaya</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Sumber</td><td>Gudang A</td><td>2
20</td><td>4</td><td>3
20</td><td>40</td></tr>
<tr><td>Gudang B</td><td>5</td><td>2
30</td><td>4
20</td><td>50</td></tr>
<tr><td colspan="2">Permintaan</td><td>20</td><td>30</td><td>40</td><td>90</td></tr>
</table>

2. Hitung nilai u_i dan v_j dengan ketentuan $u_1 = 0$, dengan menggunakan persamaan 2.9 diperoleh sebagai berikut.

   $c_{11} = u_1 + v_1 \Rightarrow 2 = 0 + v_1 \Rightarrow v_1 = 2 \quad c_{21} = u_2 + v_1 \Rightarrow 5 = u_2 + 2 \Rightarrow u_2 = 3$

   $c_{12} = u_1 + v_2 \Rightarrow 4 = 0 + v_2 \Rightarrow v_2 = 4 \quad c_{22} = u_2 + v_2 \Rightarrow 2 = 3 + v_2 \Rightarrow v_2 = -1$

   $c_{13} = u_1 + v_3 \Rightarrow 3 = 0 + v_3 \Rightarrow v_3 = 3 \quad c_{23} = u_2 + v_3 \Rightarrow 4 = 3 + v_3 \Rightarrow v_3 = 1$

3. Hitung perubahan biaya pada sel kosong (k_{ij}) dengan menggunakan persamaan 2.10. Diperoleh sebagai berikut.

   $k_{12} = c_{12} - u_1 - v_2 \quad \Rightarrow \quad k_{12} = 4 - 0 - 4 = 0$ (nonnegatif)

   $k_{21} = c_{21} - u_2 - v_1 \quad \Rightarrow \quad k_{21} = 5 - 3 - 2 = 0$ (nonnegatif)

4. Karena seluruh penurunan biaya pada sel kosong bernilai nonnegatif, maka tabel transportasi sudah optimum. Jadi tidak perlu mengalokasikan permintaan atau persediaan menggunakan lintasan *stepping stone*. Sehingga Tabel 2.9 merupakan tabel transportasi akhir dengan solusi optimal yaitu:

   Z $= c_{11}x_{11} + c_{13}x_{13} + c_{22}x_{22} + c_{23}x_{23} = (2)(20) + (3)(20) + (2)(30) + (4)(20)$

   Z $= 240$.

2.7 Metode *Modified Zero Suffix*

Metode *Modified Zero Suffix* merupakan metode transportasi yang dikembangkan dari metode *Zero Suffix.* Metode *Modified Zero Suffix* memperbaiki kekurangan yang ada pada metode *Zero Suffix.* Sebagai dasar pemahaman, akan dibahas terlebih dahulu mengenai metode *Zero Suffix.*

a. Metode *Zero Suffix*

Belum lama ini, telah dikembangkan metode *Zero Suffix* yang merupakan salah satu metode optimalisasi masalah transportasi yang langsung menguji optimal dari tabel transportasi tanpa harus menentukan solusi fisibel awal.

Dalam metode *Zero Suffix* setidaknya terdapat satu angka nol di setiap baris dan kolom dari tabel transportasi yang diperoleh dengan mengurangkan biaya terkecil pada baris dan kolom dari semua biaya baris maupun kolom yang sesuai. Kemudian dicari *suffix value* yang merupakan himpunan penambahan biaya yang berdekatan paling dekat dengan biaya yang bernilai nol dari kolom tabel transportasi. Selanjutnya alokasikan minimum{permintaan, persediaan} pada biaya yang memiliki nilai *suffix value* terbesar dan hapus baris atau kolom yang sudah teralokasikan semua persediaan atau permintaan pada baris atau kolom yang sesuai sehingga diperoleh tabel transportasi yang berkurang. Prosedur tersebut diulang hingga persediaan dan permintaan telah teralokasikan seluruhnya.

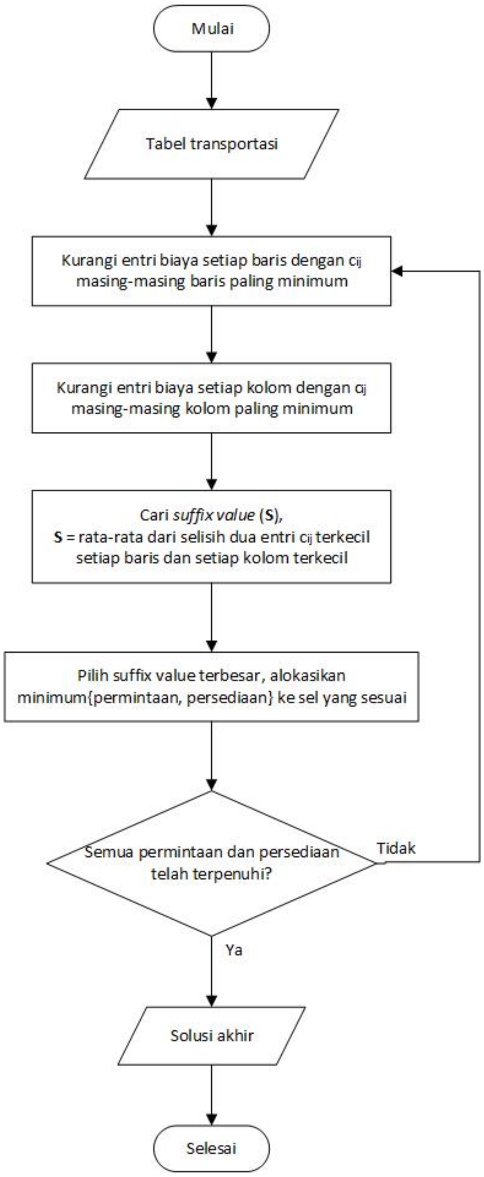
Kelemahan terbesar dari metode *Zero Suffix* adalah bahwa metode tersebut tidak selalu memberikan solusi yang optimal dan tidak menyediakan aturan yang pasti untuk mengatasi terjadinya lebih dari satu *suffix value* terbesar dalam satu iterasi (Sharma et al, 2013).

b. Metode *Modified Zero Suffix*

Metode *Modified Zero Suffix* dikembangkan berdasarkan kekurangan yang ada pada metode *Zero Suffix*. Metode *Modified Zero Suffix* melakukan pembaharuan terhadap metode *Zero Suffix* dengan cara memodifikasi pencarian *suffix value* dan menambahkan beberapa aturan untuk mengatasi terjadinya lebih dari satu *suffix value* terbesar dalam satu iterasi.

Metode *Modified Zero Suffix* untuk menemukan solusi optimal dari masalah transportasi telah diperkenalkan dengan menemukan *suffix value* sebagai rata-rata dari selisih dua biaya terendah pada setiap baris dan selisih dua biaya terendah pada setiap kolom. Jika *suffix value* terbesar lebih dari satu pada setiap iterasi, maka *suffix value* kedua diperoleh dengan mengambil rata-rata dari selisih biaya terkecil dan biaya terkecil ketiga di setiap baris atau kolom yang sesuai. Untuk kasus tidak unik dari *suffix value* kedua, *suffix value* ketiga dapat diperoleh sesuai aturan perubahan *suffix value* kedua. Jika terjadi nilai yang sama karena salah satu *suffix value* terbesar dan jika tidak memungkinkan untuk mendapatkan *suffix value* berikutnya karena tidak ada elemen terkecil berikutnya berturut-turut di baris dan kolomnya, alokasi dibuat untuk sel terikat yang memungkinkan dilakukannya alokasi terbesar. Prosedur yang sama diulang sampai permintaan dan persediaan telah teralokasikan seluruhnya dan solusi yang ditemukan adalah solusi optimal.

Setelah diperbaiki cara pencarian *suffix value* dan ditambahkannya aturan mengenai kasus tidak unik dari *suffix* value terbesar, metode *Modified Zero Suffix* memperoleh solusi yang lebih baik dari atau sama dengan solusi yang diperoleh metode *Zero Suffix* pendahulunya. Selain itu, metode *Modified Zero Suffix* dapat mencapai penyelesaian optimal dengan lebih cepat dikarenakan metode ini membutuhkan lebih sedikit jumlah iterasi untuk mencapai optimalitas. Jumlah iterasi pada metode *Modified Zero Suffix* adalah jumlah berkurangnya tabel transportasi awal ke tabel transportasi yang optimal (Sharma et al, 2013).



Gambar 2.4: Prosedur Pengerjaan Metode *Modified Zero Suffix*

Berikut prosedur metode *Modified Zero Suffix* untuk menyelesaikan masalah transportasi yang telah diilustrasikan kedalam bagan alir pada Gambar 2.4.

1. Menyusun tabel transportasi untuk masalah transportasi yang diberikan.

2. Kurangi entri biaya setiap baris pada tabel transportasi dengan c_{ij} masing-masing baris yang paling minimum, kemudian dihasilkan tabel transportasi yang baru disebut dengan tabel transportasi baris tereduksi.

3. Kurangi entri biaya setiap kolom dari tabel transportasi yang telah direduksi baris sebelumnya pada langkah 2 dengan c_{ij} dari kolom yang paling minimum.

4. Dalam tabel biaya yang telah dikurangi akan ada setidaknya biaya bernilai 0 di setiap baris atau kolom, kemudian cari *suffix value*. *Suffix value* dinotasikan dengan **S**, yaitu **S** = Rata-rata dari selisih dua entri dengan biaya terkecil pada setiap baris dan selisih dua entri dengan biaya terkecil pada setiap kolom.

5. Pilih *suffix value* terbesar dan alokasikan minimum{permintaan,persediaan} ke sel yang sesuai dengan biaya bernilai nol dan hapus baris atau kolom yang sudah jenuh untuk memperoleh tabel transportasi yang berkurang. Kembali ke langkah 2.

6. Ulangi langkah 2 hingga 5 sampai permintaan dan persediaan sudah habis dan diperoleh biaya yang optimum.

Contoh 2.7.1. Dengan menggunakan Contoh 2.3.1 akan diterapkan metode *Modified Zero Suffix* untuk menyelesaikan masalah transportasi di CV Giri Asih. Langkah-langkah yang dilakukan sebagai berikut.

1. Menyusun tabel transportasi untuk masalah transportasi yang diberikan seperti pada Tabel 2.5.

Tabel 2.10: Tabel Transportasi CV Giri Asih Baris Tereduksi

Dari	Ke	Madu Sari	Pandawa	Padang Jaya	Persediaan
Sumber	Gudang A	0	2	1	40
	Gudang B	3	0	2	50
Permintaan		20	30	40	90

2. Kurangi entri biaya setiap baris pada Tabel 2.5 dengan biaya c_{ij} paling minimum dan diperoleh tabel transportasi dengan baris tereduksi.

3. Kurangi entri biaya setiap kolom dari Tabel 2.10 dengan biaya c_{ij} minimum masing-masing kolom.

Tabel 2.11: Tabel Transportasi CV Giri Asih Kolom Tereduksi

Dari	Ke	Madu Sari	Pandawa	Padang Jaya	Persediaan
Sumber	Gudang A	0	2	0	40
	Gudang B	3	0	1	50
Permintaan		20	30	40	90

4. Dalam tabel biaya yang telah dikurangi akan ada setidaknya biaya bernilai 0 disetiap baris dan kolom. Kemudian cari *suffix value* (**S**) yang merupakan rata-rata dari selisih dua biaya terkecil pada tiap baris dan kolom.

Tabel 2.12: Tabel Transportasi CV Giri Asih dengan *Suffix Value*

Dari	Ke	Madu Sari	Pandawa	Padang Jaya	Persediaan	**S**
Sumber	Gudang A	0	2	0	40	0,5
	Gudang B	3	0	1	50	0,5
Permintaan		20	30	40	90	
S		**1,5**	1	0.5		

5. Pilih *suffix value* terbesar yaitu **1,5** terletak di kolom pertama, kemudian alokasikan minimum{20,40}= 20 ke biaya bernilai nol pada baris pertama kolom pertama. Diperoleh tabel transportasi baru seperti pada Tabel 2.13.

Tabel 2.13: Tabel Transportasi CV Giri Asih Alokasi Pertama

Dari \ Ke		Tujuan: Madu Sari	Pandawa	Padang Jaya	Persediaan
Sumber	Gudang A	$\boxed{0}$ 20	$\boxed{2}$	$\boxed{0}$	**20**
	Gudang B	$\boxed{3}$	$\boxed{0}$	$\boxed{1}$	50
Permintaan		**0**	30	40	90

6. Ulangi langkah 2 hingga 5 sampai iterasi ketiga dan diperoleh tabel transportasi akhir seperti pada Tabel 2.14. Sedangkan solusi akhir optimal yang diperoleh, yaitu:

   $Z = c_{11}x_{11} + c_{13}x_{13} + c_{22}x_{22} + c_{23}x_{23} = (2)(20) + (3)(20) + (2)(30) + (4)(20)$

   $Z = 240$.

Tabel 2.14: Tabel Transportasi Akhir dengan Metode MZS

Dari \ Ke		Tujuan: Madu Sari	Pandawa	Padang Jaya	Persediaan
Sumber	Gudang A	$\boxed{2}$ 20	$\boxed{4}$	$\boxed{3}$ 20	40
	Gudang B	$\boxed{5}$	$\boxed{2}$ 30	$\boxed{4}$ 20	50
Permintaan		20	30	40	90

2.8 Himpunan *Fuzzy*

Istilah *fuzzy* lahir dari gagasan seorang guru besar pada University of California, Barkley, Amerika Serikat, Prof. Lotfi Asker Zadeh. Sejak tahun 1960 Zadeh telah merasa bahwa sistem analisis matematika tradisional yang dikenal sampai saat itu bersifat terlalu eksak sehingga tidak dapat berfungsi dalam banyak masalah dunia nyata yang seringkali amat kompleks. Pada akhirnya, di tahun 1965 Zadeh mempublikasikan karangan ilmiahnya berjudul *Fuzzy Set*. Terobosan baru yang diperkenalkan oleh Zadeh ini telah memperluas konsep himpunan tegas (*crips*) menjadi himpunan *fuzzy* yang dapat mempresentasikan nilai-nilai ketidakpastian yang ditemui dalam kehidupan nyata.

Himpunan tegas (*crips*) adalah himpunan yang mempunyai keanggotaan yang jelas. Pada himpunan tegas (*crips*), nilai keanggotaan suatu item x dalam suatu himpunan A, yang sering ditulis dengan $\mu_A(x)$, memiliki dua kemungkinan, yaitu (Kusumadewi, 2003):

1. satu (1), yang berarti bahwa suatu item menjadi anggota dalam suatu himpunan, atau
2. nol (0), yang berarti suatu item tidak menjadi anggota dalam suatu himpunan.

Hanya ada 2 kemungkinan nilai keanggotaan pada himpunan *crips*, yaitu 0 dan 1. Sedangkan pada himpunan *fuzzy* nilai keanggotaan terletak pada rentang 0 sampai 1. Apabila x memiliki nilai keanggotaan *fuzzy* $\mu_{\tilde{A}}(x) = 0$ berarti x tidak menjadi anggota himpunan $\tilde{A}$, demikian pula apabila x memiliki nilai keanggotaan *fuzzy* $\mu_{\tilde{A}}(x) = 1$ berarti x menjadi aggota penuh pada himpunan $\tilde{A}$.

Terkadang kemiripan antara keanggotaan *fuzzy* dengan probabilitas menimbulkan kerancuan. Keduanya memiliki nilai pada interval $[0, 1]$, namun intepretasi nilainya sangat berbeda antara kedua kasus tersebut. Keanggotaan *fuzzy* memberikan suatu ukuran terhadap pendapat atau keputusan, sedangkan probabilitas mengindikasikan proporsi terhadap keseringan suatu hasil bernilai benar dalam jangka panjang.

2.8.1 Definisi Himpunan *Fuzzy*

Kata *fuzzy* secara harfiah diartikan sebagai kabur atau samar-samar. Sehingga himpunan *fuzzy* adalah suatu himpunan yang memiliki nilai keanggotaan yang kabur atau samar-samar.

Himpunan *fuzzy* menggunakan 3 parameter untuk membentuk keanggotaan dalam himpunannya. Parameter-parameter yang digunakan untuk membentuk himpunan *fuzzy* adalah (Sofwan, 2005):

1. Variabel Linguistik. Variabel yang digunakan pada logika fuzzy untuk menggantikan variabel kuantitatif yang digunakan pada logika *crisp*. Variabel linguistik mempunyai nilai yang dinyatakan dengan kata-kata, misalnya untuk variabel linguistik suhu udara akan mempunyai nilai berupa nilai linguistik seperti: Panas (P), Sangat Panas (SP), Agak Panas (AP) dan Tidak Panas (TP).

2. Derajat Keanggotaan, yaitu nilai-nilai yang terdapat pada variabel linguistik yang dipetakan ke interval [0,1]. Nilai pemetaan inilah yang disebut sebagai nilai keanggotaan atau derajat keanggotaan.

3. Fungsi Keanggotaan. Hubungan-hubungan pemetaan pada nilai linguistik dan nilai keanggotaan (dari 0 sampai 1) yang digambarkan kedalam grafik fungsi sehingga didapatkan suatu fungsi. Fungsi inilah yang disebut sebagai fungsi keanggotaan dalam himpunan *fuzzy*.

Misalkan X adalah himpunan semesta dari materi yang akan dibicarakan yang merupakan bilangan riil. Misalkan $\tilde{A}$ adalah himpunan bagian X yang merupakan himpunan *fuzzy* maka derajat keanggotaan suatu objek $x \in X$ di $\tilde{A}$ dari 0 sampai 1, dinyatakan dengan:

$$\mu_{\tilde{A}} : X \rightarrow [0, 1] \tag{2.11}$$

ditentukan oleh seberapa besar nilai keanggotaan $x \in X$ di $\tilde{A}$. Semakin tinggi derajat keanggotaannya maka nilai $\mu_{\tilde{A}}(x)$ akan semakin mendekati 1.

Himpunan *fuzzy* $\tilde{A}$ dalam X dapat dinyatakan sebagai pasangan terurut dari sebarang elemen x dan nilai keanggotaannya, yaitu:

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) | x \in X\}. \tag{2.12}$$

2.8.2 Fungsi Keanggotaan

Fungsi keanggotaan (*membership function*) adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data kedalam nilai keanggotaan yang memiliki interval antara 0 sampai 1. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai keanggotaan adalah dengan melalui pendekatan fungsi. Ada beberapa fungsi yang bisa digunakan diantaranya representasi kurva segitiga dan representasi kurva trapesium (Djunaidi et al, 2005).

Representasi Kurva Segitiga

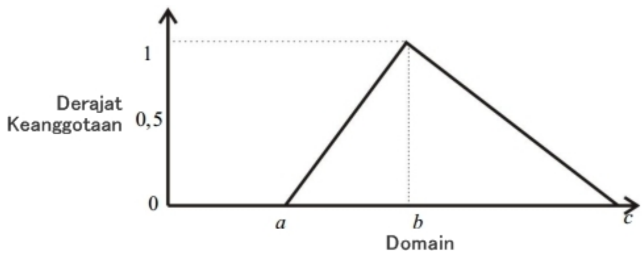
Definisi 2.8.1. Suatu fungsi keanggotaan himpunan *fuzzy* disebut fungsi keanggotaan segitiga jika mempunyai tiga buah parameter, yaitu $a, b, c \in X$ dengan $a < b < c$. Fungsi keanggotaan segitiga secara umum berbentuk:

$$f(x; a, b, c) = \begin{cases} 0 & , \quad x \leq a \ \ atau \ \ x \geq c \\ \frac{x-a}{b-a} & , \quad a < x < b \\ \frac{c-x}{c-b} & , \quad b \leq x < c. \end{cases} \tag{2.13}$$

Kurva segitiga pada dasarnya merupakan gabungan antara 2 garis (*linier*) yang direpresentasikan seperti pada gambar 2.5.

Representasi Kurva Trapesium

Definisi 2.8.2. Suatu fungsi keanggotaan himpunan *fuzzy* disebut fungsi keanggotaan trapesium jika mempunyai empat buah parameter, yaitu $a, b, c, d \in$

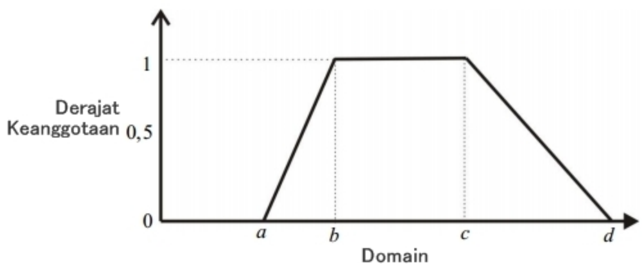


Gambar 2.5: Grafik Fungsi Keanggotaan Segitiga

X dengan $a < b < c < d$. Fungsi keanggotaan trapesium secara umum berbentuk:

$$f(x;a,b,c,d) = \begin{cases} 0 & , \quad x \leq a \ \ atau \ \ x \geq d \\ \frac{x-a}{b-a} & , \quad a < x \leq b \\ 1 & , \quad b < x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c} & , \quad c < x < d. \end{cases} \tag{2.14}$$

Kurva trapesium pada dasarnya seperti bentuk segitiga, hanya saja ada beberapa titik yang memiliki nilai keanggotaan 1. Gambar 2.6 merepresentasikan fungsi keanggotaan trapesium.



Gambar 2.6: Grafik Fungsi Keanggotaan Trapesium

Nilai 0 digunakan untuk mewakili bukan anggota, nilai 1 digunakan untuk mewakili keanggotaan penuh, dan nilai-nilai di antaranya digunakan untuk mewakili derajat keanggotaan menengah.

2.8.3 Terminologi Himpunan *Fuzzy*

Terminologi himpunan *fuzzy* adalah suatu istilah yang sering digunakan pada himpunan *fuzzy*. Beberapa terminologi akan diulas pada sub bab ini sebagai landasan untuk membentuk suatu bilangan *fuzzy*.

Definisi 2.8.3. α-*cut* adalah himpunan tegas dari himpunan *fuzzy* $\tilde{A}$ yang mempunyai derajat keanggotaan lebih dari atau sama dengan derajat keanggotaan yang ditentukan yang dapat didefinisikan dengan $\tilde{A}^{\alpha} = \{x|\mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}$. Selain itu juga terdapat *strong* α-*cut*, yakni himpunan dari himpunan *fuzzy* $\tilde{A}$ yang mempunyai derajat keanggotaan lebih dari derajat keanggotaan yang ditentukan atau dengan kata lain $\tilde{A}^{\alpha+} = \{x|\mu_{\tilde{A}}(x) > \alpha\}$ dengan $\alpha \in [0,1]$ (Dubbois & Prade dalam Sari, 2012:55).

Contoh 2.8.1. Misalkan terdapat himpunan yang merepresentasikan konsep muda, setengah baya dan tua terkait umur seseorang yang dinyatakan dengan himpunan *fuzzy* $\tilde{A}$. Misalkan fungsi keanggotaannya didefinisikan sebagai berikut:

$$f(x;a,b,c,d) = \begin{cases} 0 & , \quad x \leq 25 \;\; atau \;\; x \geq 65 \\ \frac{x-25}{15} & , \quad x \in (25,40) \\ 1 & , \quad x \in [40,50] \\ \frac{65-x}{15} & , \quad x \in (50,65). \end{cases}$$

Perhatikan bahwa untuk setiap $\alpha \in [0,1]$, maka untuk $\alpha = \frac{x-25}{15}$ atau $\alpha = \frac{65-x}{15}$, sehingga akan didapatkan $x = 15\alpha + 25$ atau x = 65 - 15α untuk persamaan $\tilde{A}$. Dari hasil nilai x di atas dan karena $\alpha \in [0,1]$, maka didapat rentang nilai persamaan $\tilde{A}$

$$\tilde{A}^{\alpha} = [15\alpha + 25, 65 - 15\alpha].$$

Definisi 2.8.4. Misalkan $\tilde{A}$ adalah himpunan *fuzzy* pada X. *Support* dari $\tilde{A}$ adalah himpunan tegas yang memuat semua anggota $\tilde{A}$ yang mempunyai derajat keanggotaan tidak nol, secara matematis dapat ditulis $S(\tilde{A}) = \{x|\mu_{\tilde{A}}(x) > 0\}$ (Klir & Yuan dalam Sari, 2012: 56).

Definisi 2.8.5. Misalkan $\tilde{A}$ adalah himpunan *fuzzy* pada X. Tinggi dari $\tilde{A}$ dinotasikan dengan $h(\tilde{A})$ adalah nilai maksimum dari fungsi keanggotaan himpunan $\tilde{A}$. Dinotasikan dengan $h(\tilde{A}) = \max\{\mu_{\tilde{A}}(x)\}$ (Sivanandam & Deepa dalam Sari, 2012: 56).

Definisi 2.8.6. Misalkan $\tilde{A}$ adalah himpunan *fuzzy* pada X sebagai himpunan fuzzy normal jika $h(\tilde{A}) = 1$ dan subnormal jika $h(\tilde{A}) < 1$ (Klir & Yuan dalam Sari, 2012: 56).

Definisi 2.8.7. Misalkan $\tilde{A}$ adalah himpunan *fuzzy* pada X. Himpunan *fuzzy* $\tilde{A}$ disebut konvek jika fungsi keanggotaannya monoton naik, atau menoton turun, atau monoton naik dan monoton turun pada saat nilai unsur pada himpunan semesta semakin naik. Himpunan *fuzzy* $\tilde{A}$ disebut tak konvek jika fungsi keanggotaannya tidak monoton naik, atau tidak menoton turun, atau monoton naik dan monoton turun pada saat nilai unsur pada himpunan semesta semakin naik (Sivanandam & Deepa dalam Sari, 2012: 56).

2.8.4 Bilangan *Fuzzy*

Bilangan *fuzzy* adalah perluasan dari bilangan riil, dalam arti bahwa tidak mengacu pada suatu nilai tunggal. Melainkan pada suatu nilai tunggal yang mungkin berhubungan, dimana setiap nilai kemungkinan memiliki bobot sendiri antara 0 sampai 1. Bilangan *fuzzy* dapat dianggap sebagai suatu generalisasi bilangan riil yang diharapkan dapat memberikan gambaran yang lebih baik terkait model-model ketidakpastian.

Definisi 2.8.8. Bilangan *fuzzy* $\tilde{A}$ dianggap sebagai himpunan *fuzzy* $\tilde{A}$ pada himpunan bilangan riil $\mathbf{R}$ jika memenuhi syarat-syarat berikut:

1. $\tilde{A}$ *normal*
2. $\tilde{A}^\alpha$ berbentuk interval tertutup untuk setiap $\alpha \in [0, 1]$
3. S($\tilde{A}$) atau *Support* dari $\tilde{A}$ terbatas.

Bilangan *fuzzy* adalah himpunan konvek, normal dengan *Support* terbatas dan merupakan interval tertutup. Berikut adalah berapa definisi mengenai bilangan *fuzzy* yang perlu diketahui.

Definisi 2.8.9. Sebuah bilangan *fuzzy* $\tilde{A} = (a, b, c, d)$ disebut bilangan *fuzzy* trapesium jika memiliki fungsi keanggotaan trapesium.

Definisi 2.8.10. Misalkan $\tilde{A} = (a, b, c, d)$ dan $\tilde{B} = (e, f, g, h)$ adalah dua bilangan *fuzzy* trapesium, maka:

1. $\tilde{A} \oplus \tilde{B} = (a, b, c, d) \oplus (e, f, g, h) = (a + e, b + f, c + g, d + h)$
2. $\tilde{A} \ominus \tilde{B} = (a, b, c, d) \ominus (e, f, g, h) = (a - e, b - f, c - g, d - h)$.

Jika diberikan k merupakan bilangan skalar dan $\tilde{A} = (a, b, c, d)$ maka:

1. $k\tilde{A} = k(a, b, c, d) = (ka, kb, kc, kd)$, untuk $k \geq 0$ dan
2. $k\tilde{A} = k(a, b, c, d) = (kd, kc, kb, ka)$, untuk $k < 0$
3. $\tilde{A} \otimes \tilde{B} = (a, b, c, d) \otimes (e, f, g, h) = (t_1, t_2, t_3, t_4)$.

Dimana t_1= minimum{ae, ag, de, dg};
t_2= minimum{bf, bg, cf, cg};
t_3= minimum{bf, bg, cf, cg};
t_4= minimum{ae, ag, de, dg};

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Masalah Transportasi *Fuzzy*

Menurut Pratiwi, et al (2016), masalah transportasi *fuzzy* adalah masalah transportasi dengan biaya transportasi, jumlah persediaan dan jumlah permintaan dalam jumlah yang belum pasti (*fuzzy*). Masalah transportasi *fuzzy* juga dapat didefinisikan sebagai suatu masalah dimana permintaan, biaya, dan persediaan terletak pada selang tertentu, sehingga mengakibatkan biaya, permintaan, dan persediaan yang digunakan tidak pasti. Ketidakpastian tersebut membuat parameter (jumlah persediaan, jumlah permintaan, dan biaya distribusi) masalah transportasi *fuzzy* menggunakan bilangan *fuzzy*. Tujuan dari masalah transportasi *fuzzy* yaitu untuk menentukan cara pengalokasian barang yang dapat meminimalkan total biaya *fuzzy* sehingga dapat memenuhi jumlah persediaan dan batas permintaan *fuzzy*.

3.1.1 Model Masalah Transportasi *Fuzzy*

Definisi 3.1.1. Model Umum Masalah Transportasi *Fuzzy*

Minimumkan,

$$\widetilde{Z} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \widetilde{c}_{ij} \widetilde{x}_{ij} \tag{3.1}$$

dengan,

$$\sum_{i=1}^{m} \widetilde{x}_{ij} \approx \widetilde{a}_i \quad ; \quad i = 1, ..., m$$

$$\sum_{j=1}^{n} \widetilde{x}_{ij} \approx \widetilde{b}_j \quad ; \quad j = 1, ..., n$$

$$\widetilde{x}_{ij} \geq 0 \quad ; \quad i = 1, ..., m; j = 1, ..., n.$$

Bentuk tabel masalah transportasi *fuzzy*, dapat dilihat pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1: Tabel Transportasi *Fuzzy*

Dari \ Ke		Tujuan 1	...	n	Persediaan ($\widetilde{a}_i$)
Sumber	1	$\tilde{c}_{11}$	...	$\tilde{c}_{1n}$	$\tilde{a}_1$
	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
	m	$\tilde{c}_{m1}$	...	$\tilde{c}_{mn}$	$\tilde{a}_m$
Permintaan ($\widetilde{b}_j$)		$\tilde{b}_1$	...	$\tilde{b}_n$	$\sum_{i=1}^{m} \tilde{a}_i = \sum_{j=1}^{n} \tilde{b}_j$

Keterangan :

$\widetilde{a}_i$ = Persediaan ke $i, i = 1, 2, ..., m$

$\widetilde{b}_j$ = Permintaan ke $j, j = 1, 2, ..., n$

$\widetilde{c}_{ij}$ = Biaya transportasi per unit barang dari asal i ke tujuan j

$\widetilde{x}_{ij}$ = Banyak unit barang yang diangkut dari asal i ke tujuan j

(Hunwisai & Kumam, 2017).

Berikut adalah beberapa definsi dan teorema yang terkait dengan masalah transportasi *fuzzy*.

Definisi 3.1.2. Suatu himpunan dari alokasi $\widetilde{x}_{ij}$ yang memenuhi baris dan kolom ekuivalen merupakan solusi kelayakan (fisibel) *fuzzy* (Mohanaselvi, 2012).

Definisi 3.1.3. Suatu solusi fisibel *fuzzy* untuk masalah transportasi *fuzzy* dengan m sebagai sumber dan n sebagai tujuan dikatakan solusi fisibel dasar *fuzzy* jika jumlah alokasinya (m+n-1). Jika jumlah alokasi pada solusi fisibel *fuzzy* kurang dari (m+n-1), ini disebut sebagai solusi fisibel dasar *fuzzy* yang merosot (Mohanaselvi, 2012).

Definisi 3.1.4. Suatu solusi fisibel *fuzzy* dikatakan solusi transportasi *fuzzy* yang optimal jika memiliki total biaya transportasi *fuzzy* yang minimum (Mohanaselvi, 2012).

Teorema 3.1.1. Kondisi syarat perlu dan syarat cukup untuk eksistensi dari solusi fisibel *fuzzy*, untuk masalah transportasi *fuzzy* adalah (Mohanaselvi, 2012):

$$\sum_{i=1}^{m} \widetilde{a}_i = \sum_{j=1}^{n} \widetilde{b}_j. \tag{3.2}$$

Bukti. **(Kondisi syarat perlu)**.

Misalkan terdapat solusi fisibel *fuzzy* untuk masalah transportasi *fuzzy* dengan total biaya yang minimum, maka

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \widetilde{x}_{ij} \approx \widetilde{a}_i \tag{3.3}$$

dan

$$\sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} \widetilde{x}_{ij} \approx \widetilde{b}_j \tag{3.4}$$

dari (3.3) dan (3.4) dapat diperoleh

$$\sum_{i=1}^{m} \widetilde{a}_i = \sum_{j=1}^{n} \widetilde{b}_j. \tag{3.5}$$

(Kondisi syarat cukup).

Misal diasumsikan bahwa

$$\sum_{i=1}^{m} \widetilde{a}_i = \sum_{j=1}^{n} \widetilde{b}_j \tag{3.6}$$

Lalu didistribusikan persediaan pada sumber ke i dengan proporsinya ke permintaan dari semua tujuan. Misalkan

$$\widetilde{x}_{ij} = \widetilde{\lambda}_i \widetilde{b}$$

dimana $\widetilde{\lambda}_i$ adalah faktor proposional dari sumber ke i. Karena persediaan harus didistribusikan secara keseluruhan. Diperoleh

$$\sum_{i=1}^{m} \widetilde{x}_{ij} \approx \widetilde{\lambda}_i \sum_{j=1}^{n} \widetilde{b}_j \tag{3.7}$$

Oleh karena itu,

$$\widetilde{\lambda}_i \widetilde{b}_j = \frac{\widetilde{a}_i}{\sum_{j=1}^{n} \widetilde{b}_j} \widetilde{b}_j$$

dengan

$$\widetilde{\lambda}_i = \frac{\widetilde{a}_i}{\sum_{j=1}^{n} \widetilde{b}_j}.$$

Didapatkan

$$\sum_{j=1}^{n} \widetilde{x}_{ij} = \widetilde{\lambda}_i \sum_{j=1}^{n} \widetilde{b}_j = \frac{\widetilde{a}_i}{\sum_{j=1}^{n} \widetilde{b}_j} \sum_{j=1}^{n} \widetilde{b}_j = \widetilde{a}_i \tag{3.8}$$

dari (3.8) dapat disimpulkan

$$\sum_{j=1}^{n} \widetilde{x}_{ij} = \widetilde{a}_i. \tag{3.9}$$

Demikian juga dengan cara serupa untuk permintaan diperoleh

$$\sum_{j=1}^{m} \widetilde{x}_{ij} = \frac{\widetilde{b}_j}{\sum_{i=1}^{m} \widetilde{a}_i} \sum_{i=1}^{m} \widetilde{a}_i = \widetilde{b}_j \tag{3.10}$$

dari (3.10) dapat disimpulkan

$$\sum_{j=1}^{m} \widetilde{x}_{ij} = \widetilde{b}_j. \tag{3.11}$$

Sehingga dari (3.5), (3.9), dan (3.11) dapat disimpulkan bahwa teorema 3.1.1 terbukti. □

3.1.2 Teknik *Robust Rangking*

Menurut Pratiwi, et al (2016), terdapat dua cara pengerjaan untuk menyelesaikan masalah transportasi *fuzzy* seimbang dan tidak seimbang. Untuk kasus seimbang dan tidak seimbang cara pengerjaannya hampir sama, hanya saja pada kasus tidak seimbang terdapat penambahan langkah yaitu mengkontruksikan menjadi seimbang dengan melakukan penambahan baris atau kolom *dummy*. Dari kedua cara pengerjaan tersebut akan diperoleh solusi yang sama.

1. **Cara Pengerjaan Pertama**

   Masalah transportasi diformulasikan kedalam bentuk matematika dan mengkontruksikan kedalam bentuk tabel transportasi *fuzzy*. Kemudian transformasikan parameter bilangan *fuzzy* ke bilangan riil yang tegas sehingga menjadi masalah transportasi linier. Selanjutnya menyelesaikan masalah transportasi linier menggunakan metode transportasi dan diperoleh biaya transportasi minimum berupa bilangan riil yang tegas.

2. **Cara Pengerjaan Kedua**

   Masalah transportasi diformulasikan kedalam bentuk matematika dan mengkontruksikan kedalam bentuk tabel transportasi *fuzzy*. Kemudian menyelesaikan masalah transportasi *fuzzy* dengan metode transportasi dan diperoleh biaya transportasi minimum berupa bilangan *fuzzy*. Kemudian transformasikan biaya transportasi *fuzzy* minimum yang telah diperoleh dan parameter transportasi *fuzzy* lainnya ke bilangan riil yang tegas. Diperoleh biaya transportasi minimum berupa bilangan real yang tegas.

Kedua cara pengerjaan tersebut membutuhkan teknik transportasi untuk mengubah bilangan *fuzzy* kedalam bilangan riil yang tegas. Teknik *Robust Rangking* merupakan salah satu teknik yang sering digunakan untuk mengubah bilangan *fuzzy* menjadi bilangan riil yang tegas (*crips*) dengan menggunakan *ranking* dari bilangan *fuzzy* tersebut. Teknik *Robust rangking* sering digunakan karena dapat memberikan hasil yang paling konsisten (Fegade et al, 2012).

Definisi 3.1.5. Jika $\tilde{a}$ adalah bilangan *fuzzy*, maka *Robust Rangking* dapat didefinisikan dengan,

$$R(\tilde{a}) = \int_0^1 (0,5)({a^\alpha}_L, {a^\alpha}_U) d\alpha$$

dimana $({a^\alpha}_L, {a^\alpha}_U)$ adalah rentang nilai α- *cut* $(\tilde{A}^\alpha)$ dari bilangan *fuzzy* $\tilde{a}$ (Hunwisai & Kumam, 2017).

Teorema 3.1.2. Misalkan terdapat himpunan *fuzzy* dengan $\tilde{a} = (a, b, c, d)$ adalah trapesium sehingga *Robust Rangking* pada bilangan *fuzzy* trapesium dapat didefinisikan dengan,

$$R(\tilde{a}) = \int_0^1 (0,5)\{a + (b-a)\alpha, d - (d-c)\alpha\} d\alpha \tag{3.12}$$

Bukti. Akan dibuktikan bahwa rentang nilai α- *cut* $(\tilde{A}^\alpha)$ trapesium, yaitu

$$\tilde{A}^\alpha = [(b-a)\alpha + a, d - (d-c)\alpha]. \tag{3.13}$$

Misalkan terdapat himpunan *fuzzy* dengan fungsi keanggotaan trapesium dengan menggunakan persamaan 2.14.

Perhatikan bahwa untuk setiap $\alpha \in [0,1]$, maka untuk $\alpha = \frac{x-a}{b-a}$; $a < x \leq b$

$$\begin{aligned} (b-a)\alpha &= x - a \\ x &= (b-a)\alpha + a \end{aligned}$$

untuk $\alpha = \frac{d-x}{d-c}$; $c < x \leq d$

$$\begin{aligned} (d-c)\alpha &= d - x \\ x &= d - (d-c)\alpha \end{aligned}$$

diperoleh

$$\begin{aligned}\tilde{A}_L^\alpha &= x = (b-a)\alpha + a\\ \tilde{A}_U^\alpha &= x = d - (d-c)\alpha\end{aligned}$$

dapat ditulis sebagai

$$\begin{aligned}\tilde{A}^\alpha &= [\tilde{A}_L^\alpha, \tilde{A}_U^\alpha]\\ \tilde{A}^\alpha &= [(b-a)\alpha + a, d - (d-c)\alpha].\end{aligned}$$

Sehingga diperoleh interval α-*cut* bilangan *fuzzy* trapesium

$$\tilde{A}^\alpha = [(b-a)\alpha + a, d - (d-c)\alpha]. \tag{3.14}$$

$\square$

Contoh 3.1.1. Misalkan terdapat himpunan persediaan *fuzzy* atau himpunan biaya *fuzzy* dengan $\tilde{a} = (25, 40, 65, 80)$ adalah trapesium, maka dengan menggunakan Definisi 3.1.4 dan Teorema 3.1.2 diperoleh:

$$\begin{aligned}R(\tilde{a}) &= \int_0^1 (0,5)(a^L{}_\alpha, a^U{}_\alpha)d\alpha\\ &= \int_0^1 (0,5)\left\{(b-a)\alpha + a, d - (d-c)\alpha\right\}d\alpha\\ &= \int_0^1 (0,5)((40-25)\alpha + 25, 80 - (80-65)\alpha)d\alpha\\ &= \int_0^1 (0,5)(15\alpha + 25, 80 - 15\alpha)d\alpha\\ &= 52,5.\end{aligned}$$

3.2 Masalah Transportasi *Fuzzy* dengan Metode *Modified Zero Suffix*

Metode *Modified Zero Suffix* merupakan metode transportasi yang langsung menguji keoptimumam dari tabel transportasi tanpa harus menentukan solusi fisibel awal. Metode *Modified Zero Suffix* berdasarkan pada konsep pencarian *suffix value* terbesar yang merupakan rata-rata terbesar dari selisih dua biaya terkecil pada setiap baris dan kolom tabel transportasi dengan baris dan kolom yang telah tereduksi. Terdapat beberapa aturan pada Metode *Modified Zero Suffix* untuk mengatasi terjadinya lebih dari satu *suffix value* terbesar dalam satu iterasi. Pencarian *suffix value* terbesar dan ditambahkannya aturan untuk kondisi tidak unik dari *suffix value* terbesar, membuat metode *Modified Zero Suffix* dilakukan dengan prosedur yang lebih pasti untuk memperoleh solusi akhir.

Metode *Modified Zero Suffix* untuk menyelesaikan masalah transportasi linier dapat langsung dilakukan setelah permasalahan transportasi telah dibentuk ke dalam model matematis dan tabel transportasi. Sedangkan untuk menyelesaikan masalah transportasi *fuzzy*, metode *Modified Zero Suffix* baru dapat diterapkan ketika tabel transportasi dengan parameter berupa bilangan *fuzzy* telah ditransformasikan kedalam tabel transportasi linier (dengan bilangan riil yang tegas) seperti pada cara pengerjaan pertama penyelesaian masalah transportasi *fuzzy* di sub bab 3.1.2. Penggunaan cara pengerjaan pertama penyelesaian masalah transportasi *fuzzy* dipilih karena cara pertama dapat memudahkan penghitungan dan lebih konsisten dibanding cara pengerjaan kedua. Berikut prosedur/langkah-langkah penyelesaian masalah transportasi *fuzzy* dengan metode *Modified Zero Suffix* yang diilustrasikan melalui bagan alir pada Gambar 3.1 (Pratiwi et al, 2016).

Langkah-langkah Penyelesaian

1. Formulasikan masalah transportasi *fuzzy* ke dalam model matematika.

2. Menyusun tabel transportasi dengan $\tilde{c}_{ij}$, $\tilde{a}_i$, $\tilde{b}_j$ berupa bilangan *fuzzy*.

3. Transformasikan model matematika yang berupa bilangan *fuzzy*, $\tilde{c}_{ij}$, $\tilde{a}_i$, dan $\tilde{b}_j$ menjadi bilangan real yang tegas c_{ij}, a_i, b_j dengan menggunakan teknik *Robust Ranking*.

4. Jika masalah transportasi tidak seimbang maka konstruksikan menjadi seimbang $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$, dengan melakukan penambahan kolom/baris semu (*dummy*) yang berfungsi untuk menampung kelebihan permintaan atau persediaan yang tidak teralokasi.

5. Gunakan metode *Modified Zero Suffix.*

6. Diperoleh solusi akhir yang merupakan biaya minimum $Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij}$.

3.3 Masalah Transportasi *Fuzzy* dengan Metode *Modified Distribution* (MODI)

Metode *Modified Distribution* (MODI) merupakan metode yang sering digunakan untuk mencari solusi akhir pada masalah transportasi tetapi membutuhkan metode lain seperti metode *North West Corner* (NWC), *Least Cost*, dan *Vogel's Approximation Method* (VAM) untuk membantu menentukan solusi fisibel awal terlebih dahulu. Pada penelitian ini, metode yang digunakan untuk menentukan solusi fisibel awal adalah VAM (*Vogel's Approximation Method*). VAM dipilih karena solusi awal yang ditawarkan metode tersebut mendekati solusi yang optimal, sehingga mempermudah metode MODI untuk memperoleh solusi akhir. Sedangkan metode MODI itu sendiri merupakan metode transportasi yang dikembangkan dari metode *Stepping Stone*. Metode MODI dapat mencapai penyelesaian optimal dengan lebih cepat dan lebih mudah dibandingkan dengan metode *Stepping Stone* karena metode MODI dapat menentukan sel kosong yang bisa menghemat biaya dengan prosedur yang lebih pasti dan tepat.

Penerapan metode *Modified Distribution* (MODI) pada masalah transportasi *fuzzy* dapat digunakan ketika parameter masalah transportasi *fuzzy* berupa bilangan *fuzzy* telah ditransformasikan kedalam bilangan riil yang tegas menggunakan teknik *Robust Rangking*, sehingga masalah transportasi *fuzzy* berubah menjadi masalah transportasi dengan bilangan riil yang tegas. Langkah-langkah penyelesaian masalah transportasi *fuzzy* menggunakan metode *Modified Distribution* (MODI) yang dibantu oleh *Vogel's Approximation Method* (VAM) diilustrasikan ke dalam bagan alir pada Gambar 3.2.

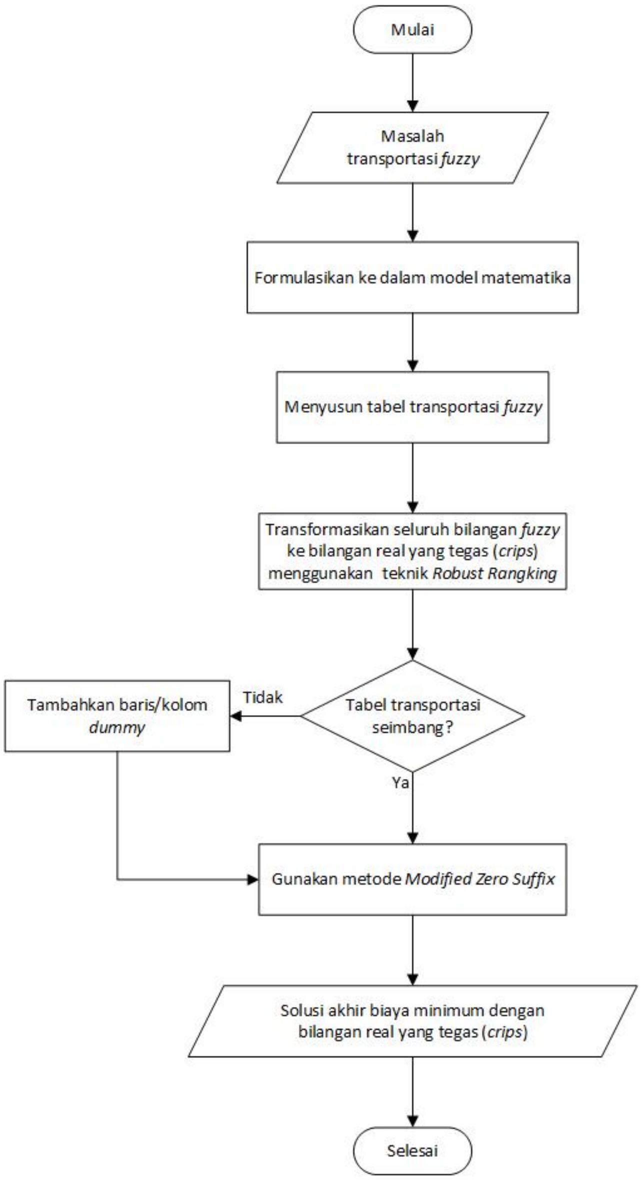
Langkah-langkah Penyelesaian

1. Formulasikan masalah transportasi *fuzzy* ke dalam model matematika.
2. Menyusun tabel transportasi dengan $\tilde{c}_{ij}$, $\tilde{a}_i$, $\tilde{b}_j$ berupa bilangan *fuzzy*.
3. Transformasikan model matematika yang berupa bilangan *fuzzy*, $\tilde{c}_{ij}$, $\tilde{a}_i$, dan $\tilde{b}_j$ menjadi bilangan real yang tegas c_{ij}, a_i, b_j dengan menggunakan teknik *Robust Ranking*.
4. Jika masalah transportasi tidak seimbang maka konstruksikan menjadi seimbang $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$, dengan melakukan penambahan kolom/baris semu (*dummy*) yang berfungsi untuk menampung kelebihan permintaan atau persediaan yang tidak teralokasi.

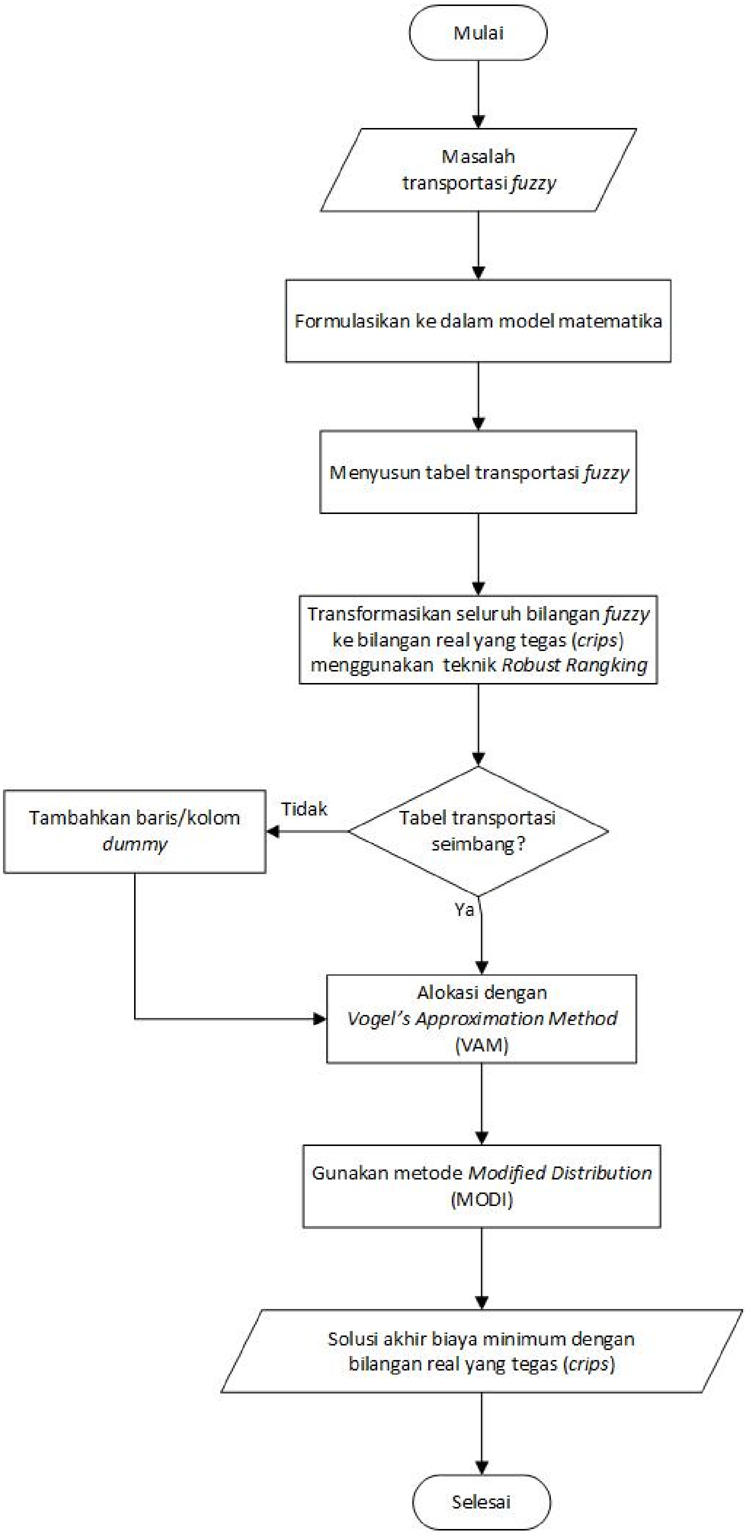
5. Gunakan *Vogel's Approximation Method* (VAM) untuk menentukan solusi fisibel awal.

6. Gunakan metode *Modified Distribution* (MODI)

7. Diperoleh solusi akhir yang merupakan biaya minimum $Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij}$.



Gambar 3.1: Masalah Transportasi *Fuzzy* dengan Metode *Modified Zero Suffix*



Gambar 3.2: Masalah Transportasi *Fuzzy* dengan Metode MODI

3.4 Studi Kasus

Studi kasus ini menggunakan data sekunder dan data primer yang diperoleh dari perusahaan PT Pertani Persero Cabang DKI Jakarta. PT Pertani Persero Cabang DKI Jakarta merupakan distributor beras yang memiliki tiga gudang penyimpanan, yaitu:

1. Gudang 1 terletak di Duren Tiga, Pancoran, Jakarta Selatan
2. Gudang 2 terletak di Pasar Induk Beras Cipinang, Jakarta Timur dan
3. Gudang 3 terletak di Pasar Minggu, Jakarta Selatan

Ketiga gudang tersebut menyimpan berbagai jenis beras, yaitu: beras Pandan Wangi, beras IR 64 Super, IR 64 Medium, IR 64 Kepala, dan masih banyak lagi. Beras yang ada di gudang penyimpanan tersebut kemudian akan didistribusikan ke berbagai tujuan seperti agen, toko, pasar swalayan, rumah sakit, dan beberapa perusahaan disekitar JABODETABEK (Jakarta, Bogor, Depok, Tangerang, dan Bekasi). Penelitian ini hanya menggunakan lima tempat tujuan pendistribusian yang dipilih berdasarkan frekuensi jumlah permintaan beras terbanyak dalam satu bulan pada bulan April 2017, tempat tujuan pendistribusian tersebut meliputi:

1. PT GDSK RSUD Pasar Minggu yang teletak di Pasar Minggu, Jakarta Selatan
2. PT Pioneerindo Gourment International, Tbk yang terletak di Bogor Jawa Barat
3. PT Sunshine Siloam MRCC yang terletak di Plaza Semanggi Jakarta Selatan
4. PT Sunshine Siloam Kebon Jeruk yang terletak di Kebon Jeruk Jakarta Barat
5. PT Sunshine Siloam Lippo Village Karawaci yang terletak di Karawaci Tangerang.

Sedangkan jenis data yang akan digunakan pada penelitian ini, berupa:

- Jumlah pengiriman beras (dalam Kg),
- Jumlah permintaan beras (dalam Kg), dan
- Rata- rata biaya transportasi (dalam Rupiah/Kg).

Ketiga jenis data tersebut merupakan jumlah permintaan dan jumlah persediaan beras tiap harinya dan rata-rata biaya transportasi untuk sekali pengangkutan yang diambil selama satu bulan pada bulan April 2017 (1 April 2017-30 April 2017). Data tersebut dapat dilihat pada Lampiran 3, Lampiran 4, dan Lampiran 5.

Dikarenakan ketiga jenis data tersebut besarnya tidak konsisten dan berubah-ubah, maka peneliti menggunakan pendekatan bilangan *fuzzy* trapesium dengan penentuan variabel, semesta pembicaraan, dan pembentukan himpunan *fuzzy* untuk memperoleh bilangan *fuzzy* (dapat dilihat pada Lampiran 6 dan Lampiran 7).

Berdasarkan kondisi yang terjadi pada studi kasus tersebut, maka bagaimanakah seharusnya PT Pertani Persero Cabang DKI Jakarta mengalokasikan beras dari ketiga gudang untuk dikirim ke lima tempat tujuan yang telah ditentukan agar jumlah biaya distribusi menjadi minimum?

3.5 Penyelesaian Masalah Transportasi *Fuzzy*

Pada kasus ini, masalah transportasi *fuzzy* diselesaikan menggunakan cara pengerjaan pertama yang ada pada sub bab 3.1.2. Untuk menyelesaikan masalah transportasi *fuzzy* pada studi kasus sebelumnya, langkah pertama yang harus dilakukan adalah memodelkan atau memformulasikan masalah transportasi kedalam model matematis dengan bilangan *fuzzy*. Berdasarkan data-data yang diberikan pada studi kasus tersebut, maka model matematis untuk masalah transportasi *fuzzy* di PT Pertani Persero Cabang DKI Jakarta yaitu:

Minimumkan:

$$\begin{aligned}
\tilde{Z} &= (45,53,62,70)\tilde{x}_{11} + (110,120,130,140)\tilde{x}_{12} + (80,97,113,130)\tilde{x}_{13} \\
&+ (150,167,183,200)\tilde{x}_{14} + (160,177,193,210)\tilde{x}_{15} + (60,67,73,80)\tilde{x}_{21} \\
&+ (150,162,173,185)\tilde{x}_{22} + (95,100,105,110)\tilde{x}_{23} + (105,112,118,125)\tilde{x}_{24} \\
&+ (120,127,133,140)\tilde{x}_{25} + (47,55,64,72)\tilde{x}_{31} + (100,112,123,135)\tilde{x}_{32} \\
&+ (75,90,105,120)\tilde{x}_{33} + (145,160,175,190)\tilde{x}_{34} + (145,162,178,195)\tilde{x}_{35}
\end{aligned}$$

Dengan batasan:

$\tilde{x}_{11} + \tilde{x}_{12} + \tilde{x}_{13} + \tilde{x}_{14} + \tilde{x}_{15} \approx (35.190, 61.681, 88.173, 114.664)$

$\tilde{x}_{21} + \tilde{x}_{22} + \tilde{x}_{23} + \tilde{x}_{24} + \tilde{x}_{25} \approx (33.477, 50.300, 67.123, 83.946)$

$\tilde{x}_{31} + \tilde{x}_{32} + \tilde{x}_{33} + \tilde{x}_{34} + \tilde{x}_{35} \approx (2.233, 24.247, 46.260, 68.274)$

$\tilde{x}_{11} + \tilde{x}_{21} + \tilde{x}_{31} \approx (500, 833, 1.167, 1.500)$

$\tilde{x}_{12} + \tilde{x}_{22} + \tilde{x}_{32} \approx (3.000, 4.667, 6.333, 8.000)$

$\tilde{x}_{13} + \tilde{x}_{23} + \tilde{x}_{33} \approx (250, 417, 584, 750)$

$\tilde{x}_{14} + \tilde{x}_{24} + \tilde{x}_{34} \approx (600, 900, 1.200, 1.500)$

$\tilde{x}_{15} + \tilde{x}_{25} + \tilde{x}_{35} \approx (800, 1.200, 1.600, 2.000)$

$\tilde{x}_{ij} \geq 0$

Variabel Keputusan

x_{11} = banyaknya beras (Kg) yang dikirim dari Gudang 1 ke PT GDSK RSUD Pasar Minggu

x_{12} = banyaknya beras (Kg) yang dikirim dari Gudang 1 ke PT Pioneerindo Gourment International,Tbk

x_{13} = banyaknya beras (Kg) yang dikirim dari Gudang 1 ke PT Sunshine Siloam MRCC

x_{14} = banyaknya beras (Kg) yang dikirim dari Gudang 1 ke PT Sunshine Kebon Jeruk

x_{15} = banyaknya beras (Kg) yang dikirim dari Gudang 1 ke PT Sunshine Siloam Lippo Village Karawaci

x_{21} = banyaknya beras (Kg) yang dikirim dari Gudang 2 ke PT GDSK RSUD Pasar Minggu

x_{22} = banyaknya beras (Kg) yang dikirim dari Gudang 2 ke PT Pioneerindo Gourment International,Tbk

x_{23} = banyaknya beras (Kg) yang dikirim dari Gudang 2 ke PT Sunshine Siloam MRCC

x_{24} = banyaknya beras (Kg) yang dikirim dari Gudang 2 ke PT Sunshine Siloam Kebon Jeruk

x_{25} = banyaknya beras (Kg) yang dikirim dari Gudang 2 ke PT Sunshine Siloam Lippo Village Karawaci

x_{31} = banyaknya beras (Kg) yang dikirim dari Gudang 3 ke PT GDSK RSUD Pasar Minggu

x_{32} = banyaknya beras (Kg) yang dikirim dari Gudang 3 ke PT Pioneerindo Gourment International,Tbk

x_{33} = banyaknya beras (Kg) yang dikirim dari Gudang 3 ke PT Sunshine Siloam MRCC

x_{34} = banyaknya beras (Kg) yang dikirim dari Gudang 3 ke PT Sunshine Siloam Kebon Jeruk

x_{35} = banyaknya beras (Kg) yang dikirim dari Gudang 3 ke PT Sunshine Siloam Lippo Village Karawaci.

Setelah masalah transportasi dimodelkan kedalam model transportasi maka langkah selanjutnya adalah membuat tabel transportasi *fuzzy* berdasarkan model tersebut (dapat dilihat pada Lampiran 8). Kemudian tabel tersebut akan digunakan untuk menyelesaikan masalah transportasi *fuzzy* dengan sebelumnya mentransformasikan terlebih dahulu parameter transportasi *fuzzy* (biaya *fuzzy*, permintaan *fuzzy*, dan persediaan *fuzzy*) kedalam bilangan riil yang tegas menggunakan teknik *Robust Rangking*.

Untuk Biaya transportasi

1. Transformasi untuk $\tilde{a} = (45,\ 55,\ 65,\ 75)$ diperoleh:

a = 45 , b = 55, c = 65, d = 75

$$
\begin{aligned}
R(45,55,65,75) &= \int_0^1 (0,5)\{(55-45)\alpha + 45, 75 - (75-65)\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{10\alpha + 45, 75 - 10\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)(45 + 75, 10\alpha - 10\alpha)d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)(120)d\alpha = [60\alpha]_0^1 = \mathbf{60}
\end{aligned}
$$

2. Transformasi untuk $\tilde{a}$ = (110, 120, 130, 140) diperoleh:

   a = 110 , b = 120, c = 130, d = 140

$$
\begin{aligned}
R(110,120,130,140) &= \int_0^1 (0,5)\{(120-110)\alpha + 110, 140 - (140-130)\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{10\alpha + 110, 140 - 10\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{110 + 140, 10\alpha - 10\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)(250)d\alpha = [125\alpha]_0^1 = \mathbf{125}
\end{aligned}
$$

Untuk biaya, permintaan dan persediaan transportasi *fuzzy* yang lainnya dicari dengan cara serupa (dapat dilihat pada Lampiran 1). Sehingga diperoleh parameter transportasi dengan bilangan riil yang tegas sebagai berikut.

Biaya transportasi

1. R(45, 55, 65, 75) = 60
2. R(110, 120, 130, 140) = 125
3. R(80, 97, 113 ,130) = 105
4. R(150, 167, 183, 200) = 175
5. R(160, 177, 193, 210) = 185
6. R(60, 67, 73, 80) = 70
7. R(150, 162, 173, 185) = 167,5
8. R(95, 100 , 105, 110) = 102.5
9. R(105, 112, 118 ,125) = 115
10. R(120, 127, 133, 140) = 130
11. R(47, 57, 67, 77) = 62
12. R(100, 112, 123, 135) = 117.5
13. R(75, 92, 108, 125) = 100
14. R(145, 160, 175, 190) = 167.5
15. R(145, 162, 178, 195) = 170

Permintaan

1. R(0,500,1000,1500) = 750
2. R(0, 2667, 5333, 8000) = 4.000
3. R(0, 250, 500, 750) = 375
4. R(0, 500, 1000, 1500) = 750
5. R(0, 667, 1333, 2000) = 1.000

Persediaan

1. R(35.190, 61.681, 88.173, 114.664) = 74.927
2. R(33.477, 50.300, 67.123, 83.946) = 58.711
3. R(2.233, 24.247, 46.260, 68.274) = 35.254

Setelah seluruh bilangan *fuzzy* telah ditransformasikan ke dalam bilang riil yang tegas (crips), maka fungsi tujuan (meminimumkan) dan fungsi kendala (batasan) yang sebelumnya dalam bentuk bilangan *fuzzy* telah berubah menjadi bilangan riil yang tegas.

Minimumkan:

$$\begin{aligned} Z &= 57,5x_{11} + 125x_{12} + 105x_{13} + 175x_{14} + 185x_{15} + 70x_{21} + 167,5x_{22} \\ &+ 102,5x_{23} + 115x_{24} + 130x_{25} + 59,5x_{31} + 117,5x_{32} + 97,5x_{33} + 167,5x_{34} \\ &+ 170x_{35} \end{aligned}$$

Dengan batasan:

$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} = 74.927$

$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} = 58.711$

$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} = 35.254$

$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 750$

$x_{ij} \geq 0$

$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 4.000$

$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 375$

$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 750$

$x_{15} + x_{25} + x_{35} = 1.000$

Diperoleh tabel transportasi yang baru seperti pada Tabel 3.2.

Tabel 3.2: Transformasi Tabel Transportasi *Fuzzy*

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	Persediaan
G1	60	125	105	175	185	74.927
G2	70	167,5	102,5	115	130	58.711
G3	62	117,5	100	167,5	170	35.254
Permintaan	750	4.000	375	750	1.000	

Tabel transportasi dengan bilangan riil yang tegas (crips) kemudian dibuat menjadi tabel transportasi seimbang (jika belum seimbang). Pada kasus ini, masalah transportasi belum seimbang dimana jumlah permintaan (6.875 Kg) lebih sedikit daripada jumlah persediaan (168.892 Kg). Oleh karena itu, akan ditambahkan kolom *dummy* untuk menampung kelebihan dari jumlah persediaan beras yang tersedia di gudang sebanyak 162.017 Kg. Kolom *dummy* tersebut memiliki biaya kirim sebesar Rp 0,- (nol rupiah) untuk masing-masing gudang ke tempat tujuan. Setelah ditambahkan kolom *dummy*, maka diperoleh masalah transportasi seimbang seperti pada Tabel 3.3.

Tabel 3.3: Tabel Transportasi Seimbang

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan
G1	60	125	105	175	185	0	74.927
G2	70	167,5	102,5	115	130	0	58.711
G3	62	117,5	100	167,5	170	0	35.254
Permintaan	750	4.000	375	750	1.000	162.017	168.892

Setelah diperoleh tabel transportasi seimbang, maka masalah transportasi di PT Pertani Persero Cabang DKI Jakarta dapat diselesaikan dengan metode transportasi. Pada penelitian ini, metode transportasi yang akan diguna-kan adalah metode *Modified Distribution* (MODI) yang dibantu oleh *Vogel's Approximation Method* (VAM) dan metode *Modified Zero Suffix.*

3.5.1 Penerapan Metode *Modified Zero Suffix* untuk Meminimumkan Biaya Transportasi *Fuzzy*

Pada kasus ini akan diterapkan metode *Modified Zero Suffix* untuk menyelesaikan masalah transportasi *fuzzy* guna meminimumkan biaya transportasi pendistribusian beras di PT Pertani Persero Cabang DKI Jakarta. Langkah-langkah yang dilakukan untuk menerapkan metode *Modified Zero Suffix* adalah sebagai berikut.

Iterasi Pertama

Langkah 1

Kurangi entri biaya setiap baris pada Tabel 3.3 dengan biaya (c_{ij}) paling minimum dari masing-masing baris. Kemudian diperoleh tabel transportasi baru yang merupakan tabel transportasi baris tereduksi dengan memiliki paling sedikit satu angka nol pada setiap baris. Karena biaya terkecil tiap baris pada Tabel 3.3 adalah nol, maka tabel baris tereduksi yang diperoleh memiliki elemen yang sama dengan Tabel 3.3. Sehingga Tabel 3.3 sudah merupakan tabel transportasi baris tereduksi dan penyelesaian masalah transportasi dapat dilanjutkan ke langkah berikutnya.

Langkah 2

Kurangi entri biaya setiap kolom Tabel 3.3 dengan biaya (c_{ij}) paling minimum dari masing-masing kolom dan diperoleh tabel transportasi baru yang merupakan tabel transportasi kolom tereduksi seperti pada Tabel 3.4.

Tabel 3.4: Tabel Transportasi Kolom Tereduksi

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan
G1	0	7,5	5	60	55	0	74.927
G2	10	50	2,5	0	0	0	58.711
G3	2	0	0	52,5	40	0	35.254
Permintaan	750	4.000	375	750	1.000	162.017	168.892

Langkah 3

Pada Tabel 3.4, akan ada setidaknya biaya bernilai 0 di setiap baris atau kolom. Kemudian cari *suffix value* (**S**) yang merupakan rata-rata dari selisih dua entri dengan biaya terkecil pada setiap baris dan selisih dua entri dengan biaya terkecil pada setiap kolom seperti yang ada pada Tabel 3.5.

Tabel 3.5: Tabel Transportasi dengan *Suffix Value*

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan	**S**
G1	0	7,5	5	60	55	0	74.927	0
G2	10	50	2,5	0	0	0	58.711	0
G3	2	0	0	52,5	40	0	35.254	0
Permintaan	750	4.000	375	750	1.000	162.017	168.892	
S	1	3,75	1,25	**26,25**	20	0		

Langkah 4

Pilih *suffix value* terbesar yang ada di Tabel 3.5 dan alokasikan permintaan atau persediaan ke sel yang sesuai. Karena *suffix value* terbesar berada di kolom ke-4 (**26,25**), maka akan dialokasikan minimum{750; 58.711} = 750 ke dalam sel dengan biaya bernilai nol yang sesuai yaitu sel baris ke-2 kolom ke-4. Kemudian diperoleh tabel transportasi yang baru seperti pada Tabel 3.6. Dengan demikian kolom ke-4 sudah jenuh yang berarti tidak bisa dialokasikan lagi beras dari gudang 2 ke PT Sunshine Siloam Kebon Jeruk.

Tabel 3.6: Tabel Transportasi Iterasi Pertama

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan
G1	0	7,5	5	60	55	0	74.927
G2	10	50	2,5	0 **750**	0	0	**57.961**
G3	2	0	0	52,5	40	0	35.254
Permintaan	750	4.000	375	**0**	1.000	162.017	

Langkah 5

Ulangi langkah 1 hingga langkah 4 sampai permintaan dan persediaan sudah habis dan diperoleh biaya yang optimum.

Iterasi Kedua

Tabel 3.7: *Suffix Value* Iterasi Ke-2

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan	**S**
G1	0	7,5	5	60	55	0	74.927	0
G2	10	50	2,5	0 **750**	0	0	57.961	0
G3	2	0	0	52,5	40	0	35.254	0
Permintaan	750	4.000	375	0	1.000	162.017		
S	1	3,75	1,25		**20**	0		

Tabel 3.6 merupakan tabel transportasi dengan baris dan kolom tereduksi maka selanjutnya akan dicari *suffix value* terbesar yaitu **20** yang berada di

kolom ke-5 seperti pada Tabel 3.7. Selanjutnya dialokasikan minimum{1.000, 57.961}= 1.000 ke baris ke-2 kolom ke-5 dan diperoleh tabel transportasi iterasi kedua seperti pada Tabel 3.8.

Tabel 3.8: Tabel Transportasi Iterasi Ke-2

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan	**S**
G1	0	7,5	5	60	55	0	74.927	0
G2	10	50	2,5	0 **750**	0 **1.000**	0	**56.961**	0
G3	2	0	0	52,5	40	0	35.254	0
Permintaan	750	4.000	375	0	**0**	162.017		

Pada Tabel 3.8, kolom kelima sudah jenuh yang berarti tidak bisa dialokasikan beras dari gudang 2 ke PT Sunshine Siloam Village Karawaci.

Iterasi Ketiga

Tabel 3.8 merupakan tabel transportasi dengan baris dan kolom tereduksi, maka selanjutnya akan langsung dicari *suffix value* terbesar yaitu **3,75** yang terdapat pada kolom ke-2 Tabel 3.9.

Tabel 3.9: *Suffix Value* Iterasi Ke-3

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan	**S**
G1	0	7,5	5	60	55	0	74.927	0
G2	10	50	2,5	0 **750**	0 **1.000**	0	56.961	0
G3	2	0	0	52,5	40	0	35.254	0
Permintaan	750	4.000	375	0	0	162.017		
S	1	**3,75**	1,25			0		

Akan dialokasikan minimum{4.000, 35.254}= 4.000 ke baris ke-3 kolom ke-2 dan diperoleh Tabel 3.10 sebagai tabel transportasi yang baru. Dengan demikian, kolom kedua pada Tabel 3.10 sudah jenuh yang berarti tidak bisa dialokasikan lagi beras dari gudang 3 ke PT Pioneerindo Gourment International,Tbk.

Tabel 3.10: Tabel Transportasi Iterasi Ke-3

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan
G1	0	7,5	5	60	55	0	74.927
G2	10	50	2,5	0 **750**	0 **1.000**	0	**56.961**
G3	2	0 **4.000**	0	52,5	40	0	**31.254**
Permintaan	750	**0**	375	0	**0**	162.017	

Iterasi Keempat

Karena permintaan dan persediaan belum habis dan Tabel 3.10 merupakan tabel transportasi dengan baris dan kolom tereduksi, maka selanjutnya akan dicari *suffix value* terbesar yaitu **1,25** yang terdapat pada baris ke-2 dan kolom ke-2, dapat dilihat pada Tabel 3.11.

Tabel 3.11: *Suffix Value* Iterasi Ke-4

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan	**S**	**S**
G1	0	7,5	5	60	55	0	74.927	0	2,5
G2	10	50	2,5	0 **750**	0 **1.000**	0	56.961	**1,25**	**5**
G3	2	0 **4.000**	0	52,5	40	0	31.254	0	1
Permintaan	750	0	375	0	0	162.017			
S	1		**1,25**			0			
S	**5**		2,5			0			

Pada Tabel 3.11 terdapat dua *suffix value* terbesar dengan nilai yang sama, sehingga dengan menggunakan aturan yang ada pada metode *Modified Zero Suffix* akan dicari *suffix value* terbesar ketiga pada setiap baris dan kolom yaitu **5** pada baris ke-2 dan kolom ke-2. Karena pencarian *suffix value* ketiga juga memiliki angka yang sama dan karena tidak ada elemen terkecil berikutnya untuk setiap baris maupun kolom, maka alokasi dilakukan untuk sel yang memungkinkan dilakukannya alokasi terbesar yaitu pada baris ke-2 kolom ke-6 sebanyak minimum{162.017, 56.961}= 56.961 dan diperoleh tabel transportasi baru yaitu Tabel 3.12. Baris ke-2 sudah jenuh yang berarti tidak bisa dialokasikan beras dari gudang 2 ke 5 tujuan yang telah ditentukan.

Tabel 3.12: Tabel Transportasi Iterasi Ke-4

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan
G1	0	7,5	5	60	55	0	74.927
G2	10	50	2,5	0 **750**	0 **1.000**	0 **56.961**	**0**
G3	2	0 **4.000**	0	52,5	40	0	31.254
Permintaan	750	0	375	0	0	**105.056**	

Iterasi Kelima

Tabel 3.12 merupakan tabel transportasi dengan baris dan kolom tereduksi, sehingga langkah selanjutnya adalah pencarian *suffix value* yang diperoleh seperti pada Tabel 3.13.

Tabel 3.13: *Suffix Value* Iterasi Ke-5

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan	**S**
G1	0	7,5	5	60	55	0	74.927	0
G2	10	50	2,5	0 **750**	0 **1.000**	0 **56.961**	0	
G3	2	0 **4.000**	0	52,5	40	0	31.254	0
Permintaan	750	0	375	0	0	105.056		
S	1		**2,5**			0		

Dengan memilih *suffix value* terbesar yaitu **2,5** yang ada pada kolom ke-3 Tabel 3.13, maka alokasi dilakukan sebesar minimum$\{375; 31.254\} = 375$ ke baris ke-3 kolom ke-3 sehingga membuat kolom ke-3 jenuh yang berarti tidak bisa mengalokasikan beras dari gudang 1, gudang 2, dan gudang 3 ke PT Sunshine Siloam MRCC.

Tabel 3.14: Tabel Transportasi Iterasi Ke-5

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan
G1	0	7,5	5	60	55	0	74.927
G2	10	50	2,5	0 **750**	0 **1.000**	0 **56.961**	0
G3	2	0 **4.000**	0 **375**	52,5	40	0	**30.879**
Permintaan	750	0	**0**	0	0	105.056	

Iterasi Keenam

Pada iterasi ke-6 diperoleh *suffix value* terbesar yaitu **1** pada kolom ke-1 dan baris ke-3 dapat dilihat pada Tabel 3.15. Kemudian alokasi dilakukan sebesar minimum{105.056; 30.879}= 30.879 ke baris ke-3 sehingga diperoleh tabel transportasi baru seperti pada Tabel 3.16.

Tabel 3.15: *Suffix Value* Iterasi Ke-6

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan	S
G1	0	7,5	5	60	55	0	74.927	0
G2	10	50	2,5	0 **750**	0 **1.000**	0 **56.961**	0	
G3	2	0 **4.000**	0 **375**	52,5	40	0	30.879	**1**
Permintaan	750	0	0	0	0	105.056		
S	**1**					0		

Dengan demikian baris ke-3 Tabel 3.16 sudah jenuh yang berarti tidak bisa dialokasikan beras dari gudang 3 ke 5 tujuan yang telah ditentukan.

Tabel 3.16: Tabel Transportasi Iterasi Ke-6

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan
G1	0	7,5	5	60	55	0	74.927
G2	10	50	2,5	0 **750**	0 **1.000**	0 **56.961**	0
G3	2	0 **4.000**	0 **375**	52,5	40	0 **30.879**	**0**
Permintaan	750	0	0	0	0	**74.177**	

Iterasi Ketujuh

Pada iterasi ke-7 tersisa dua persediaan dan satu permintaan yang belum teralokasi. Sehingga alokasi langsung dapat dilakukan dengan tetap memperhatikan minimum{permintaan, persediaan} serta memperhatikan *suffix value* terbesar pada setiap baris maupun kolom untuk urutan pengalokasian seperti pada Tabel 3.17.

Alokasi pertama dilakukan sebesar minimum{750; 74.927}=750 ke baris pertama kolom pertama kemudian dilanjutkan dengan mengalokasikan minimum {(74.927-750); 74.177} atau minimum{74.177; 74.177}=74.177 ke baris

Tabel 3.17: *Suffix Value* Iterasi Ke-7

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan	**S**
G1	0	7,5	5	60	55	0	74.927	0
G2	10	50	2,5	0 **750**	0 **1.000**	0 **56.961**	0	
G3	2	0 **4.000**	0 **375**	52,5	40	0 **30.879**	0	
Permintaan	750	0	0	0	0	74.177		
S	**1**					**0**		

pertama kolom ke-3. Dengan demikian seluruh baris maupun kolom sudah jenuh yang berarti alokasi beras sudah tidak bisa dilakukan dari 3 sumber (gudang) ke 5 tempat tujuan yang telah ditentukan. Sehingga diperoleh tabel trasportasi iterasi ke-7 seperti pada Tabel 3.18 dan tabel transportasi akhir seperti pada Tabel 3.19.

Tabel 3.18: Tabel Transportasi Iterasi Ke-7

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan
G1	0 **750**	7,5	5	60	55	0 **74.177**	**0**
G2	10	50	2,5	0 **750**	0 **1.000**	0 **56.961**	0
G3	2	0 **4.000**	0 **375**	52,5	40	0 **30.879**	0
Permintaan	**0**	0	0	0	0	**0**	

Dari Tabel 3.19, diperoleh solusi akhir dengan metode *Modified Zero Suffix* yaitu:

$$Z = c_{11}x_{11} + c_{16}x_{16} + c_{24}x_{24} + c_{25}x_{25} + c_{26}x_{26} + c_{32}x_{32} + c_{33}x_{33} + c_{36}x_{36}$$

atau

$$\begin{aligned} Z &= (60)(750) + (117{,}5)(4.000) + (100)(375) + (115)(750) + (130)(1.000) + (0)(74.177) \\ &\quad + (0)(56.961) + (0)(30.979) \\ &= \textbf{Rp768.750,-} \end{aligned}$$

Tabel 3.19: Tabel Transportasi Akhir dengan Metode *Modified Zero Suffix*

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan
G1	60 **750**	125	105	175	185	0 **74.177**	74.927
G2	70	167,5	102,5	115 **750**	130 **1.000**	0 **56.961**	58.711
G3	62	117,5 **4.000**	100 **375**	167,5	170	0 **30.879**	35.254
Permintaan	750	4.000	375	750	1.000	162.017	168.892

Metode *Modified Zero Suffix* untuk menyelesaikan masalah transportasi di PT Pertani Persero Cabang DKI Jakarta memperoleh biaya transportasi minimum sebesar **Rp768.750,-** pada iterasi ke-7 dengan mengalokasikan beras sebesar 750Kg dari Gudang 1 ke PT GDSK RSUD Pasar Minggu, mengalokasikan beras sebesar 4.000Kg dan 375Kg dari Gudang 3 ke PT Pioneerindo Gourment International dan PT Sunshine Siloam MRCC, serta mengalokasikan beras sebesar 750Kg dan 1.000Kg dari Gudang 2 ke PT Sunshine Siloam Kebon Jeruk dan PT Sunshine Siloam Village Karawaci.

3.5.2 Penerapan Metode *Modified Distribution*(MODI) untuk Meminimumkan Biaya Transportasi *Fuzzy*

Selain menerapkan metode *Modified Zero Suffix*, akan diterapkan metode *Modified Distribution* (MODI) sebagai metode pembanding yang sering digunakan untuk menyelesaikan masalah transportasi guna mendapatkan solusi akhir yang optimum. Sebelumnya akan diterapkan terlebih dahulu *Vogel's Approximation Method* (VAM) untuk membantu metode MODI dalam menentukan solusi fisibel awal. Berikut langkah-langkah yang dilakukan untuk menerapkan metode VAM.

Iterasi Pertama

Langkah 1

Hitung *Opportunity Cost* (OC) untuk setiap baris dan kolom pada Tabel 3.3 dengan cara mengurangi dua biaya (c_{ij}) terkecil pada setiap baris dan setiap kolom yang sesuai seperti pada Tabel 3.20.

Langkah 2

Pilih baris atau kolom dengan OC terbesar yaitu **70** yang terletak pada baris ke-2 Tabel 3.20. Alokasikan sebanyak minimum{162.017; 58.711}=58.711 ke sel dengan biaya (c_{ij}) terkecil yaitu **0** pada baris ke-2 kolom ke-6 sehingga diperoleh tabel transportasi untuk iterasi pertama seperti pada Tabel 3.21.

Tabel 3.20: Tabel Transportasi VAM dengan *Opportunity Cost*

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan	OC
G1	60	125	105	175	185	0	74.927	60
G2	70	167,5	102,5	115	130	**0**	**58.711**	**70**
G3	62	117,5	100	167,5	170	0	35.254	62
Permintaan	750	4.000	375	750	1.000	**162.017**		
OC	2	7,5	2,5	52,5	40	0		

Tabel 3.21: Tabel Transportasi VAM Iterasi Pertama

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan
G1	60	125	105	175	185	0	74.927
G2	70	167,5	102,5	115	130	0 **58.711**	**0**
G3	62	117,5	100	167,5	170	0	35.254
Permintaan	750	4.000	375	750	1.000	**103.306**	

Langkah 3

Jika semua persediaan dan permintaan belum dipenuhi, kembali ke langkah 1 dan jika semua persediaan dan permintaan sudah dipenuhi, solusi awal telah diperoleh.

Iterasi kedua

Tabel 3.22: Nilai OC Kedua Metode VAM

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan	OC
G1	60	125	105	175	185	0	74.927	60
G2	70	167,5	102,5	115	130	0 **58.711**	**0**	
G3	62	117,5	100	167,5	170	0	**35.254**	**62**
Permintaan	750	4.000	375	750	1.000	**103.306**		
OC	2	7,5	2,5	52,5	40	0	=	

Karena persediaan dan permintaan belum dipenuhi seluruhnya, maka diulangi langkah 1 dengan menghitung nilai OC terbaru dan mencari OC terbesar yaitu **62** yang terdapat pada baris ke-3 Tabel 3.22. Kemudian akan dialokasikan sebesar minimum {103.306; 35.254} = 35.254 ke baris ke-3 kolom ke-6 dan diperoleh tabel transportasi baru seperti pada Tabel 3.23.

Tabel 3.23: Tabel Transportasi VAM Iterasi Ke-2

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan
G1	60	125	105	175	185	0	74.927
G2	70	167,5	102,5	115	130	0 **58.711**	0
G3	62	117,5	100	167,5	170	0 **35.254**	**0**
Permintaan	750	4.000	375	750	1.000	**68.052**	

Iterasi Ketiga

Pada iterasi ketiga tersisa satu persediaan dan lima permintaan yang belum teralokasi seperti yang terlihat pada Tabel 3.24.

Tabel 3.24: Nilai OC Ketiga Metode VAM

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan	OC
G1	60	125	105	175	185	0	74.927	**60**
G2	70	167,5	102,5	115	130	0 **58.711**	0	
G3	62	117,5	100	167,5	170	0 **35.254**	0	
Permintaan	750	4.000	375	750	1.000	68.052		
OC	**60**	**125**	**105**	**175**	**185**	**0**		

Oleh karena itu, permintaan langsung dapat dialokasikan ke sel yang kosong dengan menyesuaikan nilai OC terbesar sebagai urutan pengalokasian. Sehingga alokasi pertama dilakukan pada baris pertama kolom ke-5 dengan nilai OC terbesar yaitu **185** sebesar minimum{1.000; 74.927}=1.000. Alokasi ke-2 dilakukan pada baris pertama kolom ke-4 dengan nilai OC yaitu **175** sebesar minimum{750; 73.927}=750. Alokasi ke-3 pada baris pertama kolom ke-2 dengan nilai OC yaitu **125** sebesar minimum{4.000; 73.177}=4.000. Alokasi ke-4 pada baris pertama kolom ke-3 dengan nilai OC yaitu **105** sebesar minimum{375; 69.177}=375. Alokasi ke-5 pada baris pertama kolom pertama dengan nilai OC yaitu **60** sebesar minimum{750; 68.802}=750. Serta alokasi ke-6 pada baris pertama kolom ke-6 dengan nilai OC yaitu **60** sebesar minimum{68.052; 68.052}=68.052. Sehingga diperoleh Tabel 3.25 dengan semua persediaan dan permintaan telah dipenuhi.

Tabel 3.25: Tabel Transportasi VAM Iterasi Ke-3

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan
G1	60 **750**	125 **4.000**	105 **375**	175 **750**	185 **1.000**	0 **68.052**	**0**
G2	70	167,5	102,5	115	130	0 **58.711**	0
G3	62	117,5	100	167,5	170	0 **35.254**	0
Permintaan	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	

Semua permintaan dan persediaan telah dialokasikan, dengan kata lain seluruh persediaan dan permintaan telah terpenuhi seluruhnya. Oleh karena itu, diperoleh Tabel 3.26 yang merupakan solusi fisibel dasar karena jumlah alokasi (m+n-1) = 3+6-1 = 8, dengan solusi fisibel awal sebesar:

$$
\begin{aligned}
Z &= (60)(750) + (125)(4.000) + (105)(375) + (175)(750) + (185)(1.000) + (0)(68.052) \\
&\quad +(0)(58.711) + (0)(35.254) \\
&= \text{Rp}900.625,\text{-}
\end{aligned}
$$

Tabel 3.26: Tabel Transportasi dengan Solusi Fisibel Awal

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan
G1	60 **750**	125 **4.000**	105 **375**	175 **750**	185 **1.000**	0 **68.052**	74.927
G2	70	167,5	102,5	115	130	0 **58.711**	58.711
G3	62	117,5	100	167,5	170	0 **35.254**	35.254
Permintaan	750	4.000	375	750	1.000	162.017	

Metode MODI

Untuk mendapatkan solusi akhir optimal menggunakan MODI, solusi awal yang diperoleh dengan metode pencarian solusi awal sebelumnya harus merupakan solusi fisibel dasar. Pada kasus ini, solusi awal yang diperoleh merupakan solusi fisibel dasar sehingga penerapan metode MODI dapat dilanjutkan ke langkah selanjutnya. Berikut langkah-langkah yang dilakukan untuk menerapkan metode MODI.

Iterasi Pertama

Langkah 1

Menentukan solusi awal menggunakan metode *Vogel's Approximation Method* (VAM). Solusi awal diperoleh seperti pada Tabel 3.26.

Langkah 2

Hitung nilai u_i untuk tiap baris dan dan v_j untuk tiap kolom pada sel yang memiliki alokasi, dengan ketentuan u_1=0 dan menggunakan persamaan 2.9 diperoleh:

$c_{11} = u_1 + v_1 \Rightarrow 60 = 0 + v_1 \quad \Rightarrow v_1 = 60$

$c_{12} = u_1 + v_2 \Rightarrow 125 = 0 + v_2 \quad \Rightarrow v_2 = 125$

$c_{13} = u_1 + v_3 \Rightarrow 105 = 0 + v_3 \quad \Rightarrow v_3 = 105$

$c_{14} = u_1 + v_4 \Rightarrow 175 = 0 + v_4 \quad \Rightarrow v_4 = 175$

$c_{15} = u_1 + v_5 \Rightarrow 185 = 0 + v_5 \quad \Rightarrow v_5 = 185$

$c_{16} = u_1 + v_6 \Rightarrow 0 = 0 + v_6 \quad \Rightarrow v_6 = 0$

$c_{26} = u_2 + v_6 \Rightarrow 0 = u_2 + 0 \quad \Rightarrow u_2 = 0$

$c_{36} = u_3 + v_6 \Rightarrow 0 = u_3 + 0 \quad \Rightarrow u_3 = 0.$

Tabel 3.27: Tabel Transportasi MODI

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan	u_i
G1	60 **750**	125 **4.000**	105 **375**	175 **750**	185 **1.000**	0 **68.052**	74.927	0
G2	70	167,5	102,5	115	130	0 **58.711**	58.711	0
G3	62	117,5	100	167,5	170	0 **35.254**	35.254	0
Permintaan	750	4.000	375	750	1.000	162.017		
v_j	60	125	105	175	185	0		

Langkah 3

Hitung perubahan biaya, k_{ij} untuk setiap sel kosong dengan persamaan 2.10 dengan c_{ij} adalah biaya transportasi per unit, u_i nilai setiap baris, dan v_j nilai setiap kolom.

$k_{21} = c_{21} - u_2 - v_1 \quad \Rightarrow k_{21} = 70 - 0 - 60 \quad \Rightarrow k_{21} = 10$ (+)

$k_{22} = c_{22} - u_2 - v_2 \quad \Rightarrow k_{22} = 167,5 - 0 - 125 \quad \Rightarrow k_{22} = 42,5$ (+)

$k_{23} = c_{23} - u_2 - v_3 \quad \Rightarrow k_{23} = 102,5 - 0 - 105 \quad \Rightarrow k_{23} = -2,5$ (-)

$k_{24} = c_{24} - u_2 - v_4 \quad \Rightarrow k_{24} = 115 - 0 - 175 \quad \Rightarrow k_{24} = \mathbf{-60}$ (-)

$k_{25} = c_{25} - u_2 - v_5 \quad \Rightarrow k_{25} = 130 - 0 - 185 \quad \Rightarrow k_{23} = -55$ (-)

$k_{31} = c_{31} - u_3 - v_1 \quad \Rightarrow k_{31} = 62 - 0 - 60 \quad \Rightarrow k_{31} = 2$ (+)

$$k_{32} = c_{32} - u_3 - v_2 \quad \Rightarrow k_{31} = 117,5 - 0 - 125 \quad \Rightarrow k_{32} = -7.5 \text{ (-)}$$

$$k_{33} = c_{33} - u_3 - v_3 \quad \Rightarrow k_{33} = 100 - 0 - 105 \quad \Rightarrow k_{32} = -5 \text{ (-)}$$

$$k_{34} = c_{34} - u_3 - v_4 \quad \Rightarrow k_{34} = 167,5 - 0 - 175 \quad \Rightarrow k_{34} = -7.5 \text{ (-)}$$

$$k_{35} = c_{35} - u_3 - v_5 \quad \Rightarrow k_{35} = 170 - 0 - 185 \quad \Rightarrow k_{35} = -15 \text{ (-)}$$

Langkah 4

Karena masih banyak nilai k_{ij} yang negatif berarti tabel transportasi belum optimum sehingga perlu dilakukan alokasi pada sel kosong sesuai dengan lintasan tertutup *stepping-stone*. Alokasi dilakukan pada sel kosong dengan penurunan nilai yang besar (nilai negatif dengan mutlak terbesar). Dalam kasus ini nilai k_{24} memberikan penurunan sebesar **60**. Oleh karena itu, alokasi akan dilakukan pada x_{24} dengan lintasan tertutup yaitu x_{24}(+),x_{26}(-),x_{16}(+),x_{14}(-). Karena x_{26}(-) dan x_{14}(-) paling minimum bernilai 750, maka alokasi sebesar 750 Kg beras akan digeser sesuai dengan lintasan tertutup yang telah ditentukan sebelumnya seperti pada Tabel 3.28.

Tabel 3.28: Tabel Transportasi MODI Lintasan Tertutup

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan
G1	60 **750**	125 **4.000**	105 **375**	175 (-)↓**750**	185 ←**1.000**	0 (+)←**68.052**	74.927
G2	70	167,5	102,5	115 (+)→	130 →	0 (-)↑**58.711**	58.711
G3	62	117,5	100	167,5	170	0 **35.254**	35.254
Permintaan	750	4.000	375	750	1.000	162.017	

Setelah pergeseran alokasi dilakukan maka diperoleh tabel transportasi yang baru seperti pada Tabel 3.29.

Tabel 3.29: Tabel Transportasi MODI Iterasi Pertama

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan
G1	60 **750**	125 **4.000**	105 **375**	175	185 **1.000**	0 **68.802**	74.927
G2	70	167,5	102,5	115 **750**	130	0 **57.961**	58.711
G3	62	117,5	100	167,5	170	0 **35.254**	35.254
Permintaan	750	4.000	375	750	1.000	162.017	

Langkah 5

Ulangi langkah 1 sampai 4 hingga seluruh nilai k_{ij} nonnegatif.

Iterasi Kedua

Pada iterasi ke-2 akan diulangi kembali langkah 1 sampai 4 dengan menghitung nilai u_i dan v_j yang diperoleh seperti pada Tabel 3.30.

Tabel 3.30: Tabel Transportasi MODI 2

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan	u_i
G1	60 **750**	125 **4.000**	105 **375**	175	185 **1.000**	0 **68.802**	74.927	0
G2	70	167,5	102,5	115 **750**	130	0 **57.961**	58.711	0
G3	62	117,5	100	167,5	170	0 **35.254**	35.254	0
Permintaan	750	4.000	375	750	1.000	162.017		
v_j	60	125	105	115	185	0		

Setelah diperoleh nilai u_i dan v_j (perhitungan dilakukan pada Lampiran 2), selanjutnya akan dihitung perubahan biaya (k_{ij}) untuk setiap sel kosong.

$k_{21} = c_{21} - u_2 - v_1 \quad \Rightarrow k_{21} = 70 - 0 - 60 \quad \Rightarrow k_{21} = 10$ (+)

$k_{22} = c_{22} - u_2 - v_2 \quad \Rightarrow k_{22} = 167,5 - 0 - 125 \quad \Rightarrow k_{22} = 42,5$ (+)

$k_{23} = c_{23} - u_2 - v_3 \quad \Rightarrow k_{23} = 102,5 - 0 - 105 \quad \Rightarrow k_{23} = -2,5$ (-)

$k_{14} = c_{14} - u_1 - v_4 \quad \Rightarrow k_{14} = 175 - 0 - 115 \quad \Rightarrow k_{14} = 60$ (+)

$k_{25} = c_{25} - u_2 - v_5 \quad \Rightarrow k_{25} = 130 - 0 - 185 \quad \Rightarrow k_{25} =$ **-55** (-)

$k_{31} = c_{31} - u_3 - v_1 \quad \Rightarrow k_{31} = 62 - 0 - 60 \quad \Rightarrow k_{31} = 2$ (+)

$k_{32} = c_{32} - u_3 - v_2 \quad \Rightarrow k_{31} = 117,5 - 0 - 125 \quad \Rightarrow k_{32} = -7.5$ (-)

$k_{33} = c_{33} - u_3 - v_3 \quad \Rightarrow k_{33} = 100 - 0 - 105 \quad \Rightarrow k_{32} = -5$ (-)

$k_{34} = c_{34} - u_3 - v_4 \quad \Rightarrow k_{34} = 167,5 - 0 - 115 \quad \Rightarrow k_{34} = 52.5$ (+)

$k_{35} = c_{35} - u_3 - v_5 \quad \Rightarrow k_{35} = 170 - 0 - 185 \quad \Rightarrow k_{35} = -15$ (-)

Karena masih terdapat k_{ij} dengan nilai negatif, maka tabel transportasi masih belum optimum. Oleh karena itu, alokasi akan dilakukan pada x_{25} dengan lintasan tertutup *stepping-stone* yaitu x_{25}(+), x_{26}(-), x_{16}(+), x_{15}(-) seperti pada Tabel 3.31. Karena x_{15}(-) dan x_{26}(-) bernilai paling minimum 1.000, maka alokasi sebesar 1.000 Kg beras akan digeser sesuai dengan lintasan tertutup *stepping-stone* yang telah ditentukan sebelumnya.

Setelah pergeseran alokasi dilakukan kemudian akan diperoleh tabel transportasi yang baru seperti pada Tabel 3.32.

Tabel 3.31: Tabel Transportasi MODI Iterasi Ke-2

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan
G1	60 **750**	125 **4.000**	105 **375**	175	185 (-)↓ **1.000**	0 (+)← **68.802**	74.927
G2	70	167,5	102,5	115 **750**	130 (+)→	0 (-)↑ **57.961**	58.711
G3	62	117,5	100	167,5	170	0 **35.254**	35.254
Permintaan	750	4.000	375	750	1.000	162.017	

Tabel 3.32: Tabel Transportasi MODI Lintasan Tertutup Iterasi Ke-2

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan
G1	60 **750**	125 **4.000**	105 **375**	175	185	0 **69.802**	74.927
G2	70	167,5	102,5	115 **750**	130 **1.000**	0 **56.961**	58.711
G3	62	117,5	100	167,5	170	0 **35.254**	35.254
Permintaan	750	4.000	375	750	1.000	162.017	

Iterasi Ketiga

Pada iterasi ketiga akan dihitung kembali nilai u_i dan v_j menggunakan rumus yang ada pada persamaan 2.9 sehingga diperoleh hasil seperti pada Tabel 3.33.

Tabel 3.33: Tabel Transportasi MODI 3

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan	u_i
G1	60 **750**	125 **4.000**	105 **375**	175	185	0 **69.802**	74.927	0
G2	70	167,5	102,5	115 **750**	130 **1.000**	0 **56.961**	58.711	0
G3	62	117,5	100	167,5	170	0 **35.254**	35.254	0
Permintaan	750	4.000	375	750	1.000	162.017		
v_j	60	125	105	115	130	0		

Kemudian akan dihitung perubahan biaya (k_{ij}) sesuai dengan nilai u_i dan v_j yang telah diperoleh sebelumnya.

$k_{21} = c_{21} - u_2 - v_1 \quad \Rightarrow k_{21} = 70 - 0 - 60 \quad \Rightarrow k_{21} = 10$ (+)

$k_{22} = c_{22} - u_2 - v_2 \quad \Rightarrow k_{22} = 167,5 - 0 - 125 \quad \Rightarrow k_{22} = 42,5$ (+)

$k_{23} = c_{23} - u_2 - v_3 \quad \Rightarrow k_{23} = 102,5 - 0 - 105 \quad \Rightarrow k_{23} = -2,5$ (-)

$k_{14} = c_{14} - u_1 - v_4 \quad \Rightarrow k_{14} = 175 - 0 - 115 \quad \Rightarrow k_{14} = 60$ (+)

$k_{15} = c_{15} - u_1 - v_5 \quad \Rightarrow k_{15} = 185 - 0 - 130 \quad \Rightarrow k_{15} = 55$ (+)

$k_{31} = c_{31} - u_3 - v_1 \quad \Rightarrow k_{31} = 62 - 0 - 60 \quad \Rightarrow k_{31} = 2$ (+)

$k_{32} = c_{32} - u_3 - v_2 \quad \Rightarrow k_{31} = 117,5 - 0 - 125 \quad \Rightarrow k_{32} = \mathbf{-7.5}$ (-)

$k_{33} = c_{33} - u_3 - v_3 \quad \Rightarrow k_{33} = 100 - 0 - 105 \quad \Rightarrow k_{32} = -5$ (-)

$k_{34} = c_{34} - u_3 - v_4 \quad \Rightarrow k_{34} = 167,5 - 0 - 115 \quad \Rightarrow k_{34} = 52.5$ (+)

$k_{35} = c_{35} - u_3 - v_5 \quad \Rightarrow k_{35} = 170 - 0 - 130 \quad \Rightarrow k_{35} = 40$ (+)

Penurunan biaya (k_{ij}) masih ada yang bernilai negatif yang berarti tabel transportasi masih belum optimum. Oleh karena itu, alokasi akan dilakukan pada x_{32} yang merupa-kan penurunan biaya dengan nilai negatif terkecil dengan menggeser 4.000 Kg beras sesuai lintasan tertutup yaitu $x_{32}(+)$, $x_{36}(-)$, $x_{16}(+)$, dan $x_{12}(+)$ seperti pada Tabel 3.34.

Tabel 3.34: Tabel Transportasi MODI Lintasan Tertutup Iterasi Ke-3

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan
G1	60 **750**	125 (-)↓ **4.000**	105 ←**375**	175 ←	185 ←	0 (+)← **69.802**	74.927
G2	70	167,5 ↓	102,5	115 **750**	130 **1.000**	0 ↑ **56.961**	58.711
G3	62	117,5 (+)→	100 →	167,5 →	170 →	0 (-)↑**35.254**	35.254
Permintaan	750	4.000	375	750	1.000	162.017	

Setelah dilakukannya pergeseran alokasi menggunakan lintasan tertutup maka diperoleh Tabel 3.35 sebagai tabel transportasi yang baru.

Tabel 3.35: Tabel Transportasi MODI Iterasi Ke-3

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan
G1	60 **750**	125	105 **375**	175	185	0 **73.802**	74.927
G2	70	167,5	102,5	115 **750**	130 **1.000**	0 **56.961**	58.711
G3	62	117,5 **4.000**	100	167,5	170	0 **31.254**	35.254
Permintaan	750	4.000	375	750	1.000	162.017	

Iterasi Keempat

Tabel 3.36: Tabel Transportasi MODI 4

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan	0
G1	60 **750**	125	105 **375**	175	185	0 **73.802**	74.927	0
G2	70	167,5	102,5	115 **750**	130 **1.000**	0 **56.961**	58.711	0
G3	62	117,5 **4.000**	100	167,5	170	0 **31.254**	35.254	0
Permintaan	750	4.000	375	750	1.000	162.017		
v_j	60	117,5	105	115	130	0		

Akan dilakukan perhitungan nilai u_i untuk tiap baris dan v_j untuk tiap kolom dengan menggunakan rumus pada persamaan 2.9.

Selanjutnya akan dihitung penurunan biaya (k_{ij}) dengan menggunakan rumus pada persamaan 2.10.

$k_{12} = c_{12} - u_1 - v_2 \quad \Rightarrow k_{12} = 125 - 0 - 117,5 \quad \Rightarrow k_{21} = 7,5$ (+)

$k_{14} = c_{14} - u_1 - v_4 \quad \Rightarrow k_{14} = 175 - 0 - 115 \quad \Rightarrow k_{13} = 60$ (+)

$k_{15} = c_{15} - u_1 - v_5 \quad \Rightarrow k_{15} = 185 - 0 - 130 \quad \Rightarrow k_{15} = 55$ (+)

$k_{21} = c_{21} - u_2 - v_1 \quad \Rightarrow k_{21} = 70 - 0 - 60 \quad \Rightarrow k_{21} = 10$ (+)

$k_{22} = c_{22} - u_2 - v_2 \quad \Rightarrow k_{22} = 167,5 - 0 - 117,5 \quad \Rightarrow k_{22} = 50$ (+)

$k_{23} = c_{23} - u_2 - v_3 \quad \Rightarrow k_{23} = 102,5 - 0 - 105 \quad \Rightarrow k_{23} = -2,5$ (-)

$k_{31} = c_{31} - u_3 - v_1 \quad \Rightarrow k_{31} = 62 - 0 - 60 \quad \Rightarrow k_{31} = 2$ (+)

$k_{33} = c_{33} - u_3 - v_3 \quad \Rightarrow k_{33} = 100 - 0 - 105 \quad \Rightarrow k_{33} = \mathbf{-5}$ (-)

$k_{34} = c_{34} - u_3 - v_4 \quad \Rightarrow k_{34} = 167,5 - 0 - 115 \quad \Rightarrow k_{34} = 52.5$ (+)

$k_{35} = c_{35} - u_3 - v_5 \quad \Rightarrow k_{35} = 170 - 0 - 130 \quad \Rightarrow k_{35} = 40$ (+)

Masih terdapat nilai k_{ij} yang nonnegatif. Hal ini berarti tabel transportasi belum optimum, sehingga perlu dilakukan pergeseran alokasi ke x_{33} sebesar 375 Kg beras sesuai lintasan tertutup yaitu x_{33}(+), x_{36}(-), x_{16}(+), dan x_{13}(-) seperti pada Tabel 3.37.

Tabel 3.37: Tabel Transportasi MODI Lintasan Tertutup Iterasi Ke-4

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan
G1	60 **750**	125	105 (-)↓ **375**	175 ←	185 ←	0 (+)←**73.802**	74.927
G2	70	167,5	102,5 ↓	115 **750**	130 **1.000**	0 ↑**56.961**	58.711
G3	62	117,5 **4.000**	100 (+)→	167,5 →	170 →	0 (-)↑**31.254**	35.254
Permintaan	750	4.000	375	750	1.000	162.017	

Setelah dilakukannya alokasi, maka diperoleh tabel transportasi yang baru seperti pada Tabel 3.38.

Tabel 3.38: Tabel Transportasi MODI Iterasi Ke-4

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan
G1	60 **750**	125	105	175	185	0 **74.177**	74.927
G2	70	167,5	102,5	115 **750**	130 **1.000**	0 **56.961**	58.711
G3	62	117,5 **4.000**	100 **375**	167,5	170	0 **30.879**	35.254
Permintaan	750	4.000	375	750	1.000	162.017	

Iterasi Kelima

Akan dilakukan perhitungan untuk nilai u_i dan v_j menggunakan rumus pada persamaan 2.9 sehingga diperoleh Tabel 3.39. Kemudian akan dihitung penurunan biaya (k_{ij}) dengan menggunakan rumus pada persamaan 2.10 sesuai dengan nilai u_i dan v_j yang telah dihitung sebelumnya.

$$k_{12} = c_{12} - u_1 - v_2 \quad \Rightarrow k_{12} = 125 - 0 - 117,5 \quad \Rightarrow k_{21} = 7,5\ (+)$$

$$k_{13} = c_{13} - u_1 - v_3 \quad \Rightarrow k_{13} = 105 - 0 - 100 \quad \Rightarrow k_{13} = 5\ (+)$$

$$k_{14} = c_{14} - u_1 - v_4 \quad \Rightarrow k_{14} = 175 - 0 - 115 \quad \Rightarrow k_{14} = 60\ (+)$$

$$k_{15} = c_{15} - u_1 - v_5 \quad \Rightarrow k_{15} = 185 - 0 - 130 \quad \Rightarrow k_{15} = 55\ (+)$$

$$k_{21} = c_{21} - u_2 - v_1 \quad \Rightarrow k_{21} = 70 - 0 - 60 \quad \Rightarrow k_{21} = 10\ (+)$$

$$k_{22} = c_{22} - u_2 - v_2 \quad \Rightarrow k_{22} = 167,5 - 0 - 117,5 \quad \Rightarrow k_{22} = 50\ (+)$$

$$k_{23} = c_{23} - u_2 - v_3 \quad \Rightarrow k_{23} = 102,5 - 0 - 100 \quad \Rightarrow k_{23} = 2.5\ (+)$$

$$k_{31} = c_{31} - u_3 - v_1 \quad \Rightarrow k_{31} = 62 - 0 - 60 \quad \Rightarrow k_{31} = 2\ (+)$$

$$k_{34} = c_{34} - u_3 - v_4 \quad \Rightarrow k_{34} = 167,5 - 0 - 115 \quad \Rightarrow k_{34} = 52.5\ (+)$$

$$k_{35} = c_{35} - u_3 - v_5 \quad \Rightarrow k_{35} = 170 - 0 - 130 \quad \Rightarrow k_{35} = 40\ (+)$$

Tabel 3.39: Tabel Transportasi MODI 5

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan	u_j
G1	60 **750**	125	105	175	185	0 **74.177**	74.927	0
G2	70	167,5	102,5	115 **750**	130 **1.000**	0 **56.961**	58.711	0
G3	62	117,5 **4.000**	100 **375**	167,5	170	0 **30.879**	35.254	0
Permintaan	750	4.000	375	750	1.000	162.017		
v_j	60	117,5	100	115	130	0		

Pada iterasi ke-5 seluruh nilai k_{ij} nonnegatif. Hal ini berarti tabel transportasi sudah optimum, sehingga perolehan tabel transportasi akhir dapat dilihat pada Tabel 3.40.

Tabel 3.40: Tabel Transportasi Akhir dengan Metode MODI

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	*Dummy*	Persediaan
G1	60 **750**	125	105	175	185	0 **74.177**	74.927
G2	70	167,5	102,5	115 **750**	130 **1.000**	0 **56.961**	58.711
G3	62	117,5 **4.000**	100 **375**	167,5	170	0 **30.879**	35.254
Permintaan	750	4.000	375	750	1.000	162.017	168.892

Berdasarkan Tabel 3.40, solusi akhir yang diperoleh menggunakan metode *Modified Distribution*(MODI) yaitu:

$$Z = c_{11}x_{11} + c_{16}x_{16} + c_{24}x_{24} + c_{25}x_{25} + c_{26}x_{26} + c_{32}x_{32} + c_{33}x_{33} + c_{36}x_{36}$$

atau

$$\begin{aligned} Z &= (60)(750) + (117{,}5)(4.000) + (100)(375) + (115)(750) + (130)(1.000) + (0)(74.177) \\ &\quad + (0)(56.961) + (0)(30.979) \\ &= \textbf{Rp768.750,-} \end{aligned}$$

PT Pertani Persero Cabang DKI Jakarta akan memperoleh biaya transportasi minimum sebesar **Rp768.750,-** dengan menggunakan metode *Modified Distribution* (MODI), jika PT Pertani Persero Cabang DKI Jakarta mengalokasikan beras sebesar 750 Kg dari Gudang 1 ke PT GDSK RSUD Pasar Minggu, mengalokasikan beras sebesar 4.000 Kg dan 375 Kg dari Gudang 3 ke PT Pioneerindo Gourment International,Tbk dan PT Sunshine Siloam MRCC serta mengalokasikan beras sebesar 750 Kg dan 1.000 Kg dari Gudang 2 ke PT Sunshine Siloam Kebon Jeruk dan PT Sunshine Siloam Village Karawaci.

3.6 Perbandingan Metode *Modified Zero Suffix* dan *Modified Distribution* (MODI)

Setelah menerapkan metode *Modified Zero Suffix* dan metode *Modified Distribution* (MODI) untuk meminimumkan biaya transportasi pendistribusian beras di PT Pertani Persero Cabang DKI Jakarta, maka didapatkan beberapa informasi terkait implementasi kedua metode tersebut yang dirangkum pada Tabel 3.33. Informasi yang diperoleh meliputi solusi yang dihasilkan, jumlah iterasi yang dibutuhkan, serta tingkat kesulitan diterapkanya kedua metode tersebut untuk memperoleh solusi yang optimal.

Solusi yang dihasilkan

Pada kasus pendistribusian beras di PT Pertani Persero Cabang DKI Jakarta, solusi akhir yang diperoleh dengan menggunakan metode *Modified Zero Suffix* sama dengan solusi akhir yang diperoleh dengan menggunakan metode

VAM-*Modified Distribution* (MODI) sebesar **Rp768.750,-**. Biaya transportasi tersebut akan diperoleh jika PT Pertani Persero Cabang DKI Jakarta mengalokasikan beras dengan cara sebagai berikut.

- Dari Gudang 1 ke PT GDSK RSUD Pasar Minggu sebanyak 750 Kg
- Dari Gudang 3 ke PT Pioneerindo Gorment International.Tbk sebanyak 4.000 Kg
- Dari Gudang 3 ke PT Sunshine Siloam MRCC sebanyak 375 Kg
- Dari Gudang 2 ke PT Sunshine Siloam Kebon Jeruk sebanyak 750 Kg
- Dari Gudang 2 ke PT Sunshine Siloam Village Karawaci sebanyak 1.000 Kg.

Tabel 3.41: Hasil Implementasi Metode MZS dan MODI

Metode Transportasi	*Modified Zero Suffix*	*Modified Distribution (MODI)*
Solusi yang dihasilkan	Solusi akhir : $Z = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13}$ $+ c_{14}x_{14} + c_{15}x_{15} + c_{16}x_{16}$ $+ c_{26}x_{26} + c_{36}x_{36}$ atau Z = (60)(750) + (117,5)(4.000) + (100)(375) + (115)(750) + (130)(1.000) + (0)(74.177) + (0)(56.961) + (0)(30.979) = **Rp768.750,-**	Solusi akhir : $Z = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13}$ $+ c_{14}x_{14} + c_{15}x_{15} + c_{16}x_{16}$ $+ c_{26}x_{26} + c_{36}x_{36}$ atau Z = (60)(750) + (117,5)(4.000) + (100)(375) + (115)(750) + (130)(1.000) + (0)(74.177) + (0)(56.961) + (0)(30.979) = **Rp768.750,-**
Jumlah iterasi	Membutuhkan 7 iterasi untuk memperoleh solusi akhir yang optimal	Membutuhkan 5 iterasi untuk memperoleh solusi akhir yang optimal dengan 3 iterasi diperlukan untuk memperoleh solusi fisibel awal menggunakan VAM
Tingkat kesulitan	Cukup mudah dan sederhana	Cukup rumit dan lebih kompleks

Dalam kasus ini, metode MODI dan metode *Modified Zero Suffix* sama-sama memberikan solusi akhir yang optimal. Metode MODI dibantu oleh VAM yang merupakan metode pencarian solusi awal dengan solusi awal yang diperoleh mendekati hasil yang optimum dengan berdasarkan konsep biaya penalti (*opportunity cost*). Selain itu penentuan sel kosong yang ada pada metode MODI dikerjakan dengan prosedur yang lebih pasti sehingga membuat metode tersebut mampu menghasilkan solusi akhir optimum. Metode *Modified*

Zero Suffix juga mampu memberikan solusi akhir yang optimum berdasarkan konsep pencarian *suffix value* terbesar yang diperoleh berdasarkan rata-rata terbesar dari selisih dua biaya terkecil pada setiap baris dan kolom. Ditambahkannya beberapa aturan mengenai penentuan *suffix value* terbesar dengan nilai yang sama, membuat keputusan untuk menentukan *suffix value* terbesar dilakukan dengan prosedur yang pasti dan tepat sehingga metode *Modified Zero Suffix* menghasilkan solusi akhir yang optimal.

Jumlah Iterasi

Pada masalah transportasi yang terjadi di PT Pertani Persero Cabang DKI Jakarta, metode *Modified Zero Suffix* membutuhkan 7 iterasi untuk menghasilkan biaya transportasi yang minimum, sedangkan metode MODI membutuhkan 5 iterasi. Jika dibandingkan secara sekilas, metode *Modified Zero Suffix* membutuhkan iterasi yang lebih banyak daripada metode MODI. Tetapi ketidak mampuan metode MODI dalam menghasilkan solusi awal sebelum diperolehnya solusi akhir, membuat metode MODI membutuhkan metode lain yaitu dalam kasus ini adalah VAM untuk mendapatkan solusi awal. Sehingga penerapan metode MODI pada kasus ini memerlukan tambahan sebanyak 3 iterasi untuk mendapatkan solusi awal. Jadi, total iterasi keseluruhan yang dibutuhkan metode MODI untuk mendapatkan biaya transportasi minimum pendistribusian beras di PT Pertani Persero Cabang DKI Jakarta sebanyak 8 iterasi. Total iterasi metode MODI mengakibatkan metode MODI membutuhkan iterasi sedikit lebih banyak daripada metode *Modified Zero Suffix* sehingga metode MODI membutuhkan waktu pengerjaan yang lebih lama untuk mendapatkan solusi akhir dibandingkan dengan metode *Modified Zero Suffix*.

Tingkat kesulitan

Salah satu kelebihan dari metode *Modified Zero Suffix* adalah mampu menguji keoptimuman tabel transportasi tanpa harus menentukan solusi awal. Hal tersebut membuat metode *Modified Zero Suffix* lebih sederhana untuk diterapkan. Konsep pencarian *suffix value* terbesar, membuat metode tersebut lebih mudah dipahami cara pengerjaannya. Berbeda dengan metode *Modified Zero Suffix*, metode MODI membutuhkan metode lain untuk menentukan solusi fisibel awal. Sehingga diperlukan pemahaman tambahan terhadap metode-metode lain yang akan digunakan untuk menentukan solusi fisibel awal. Selain itu, dikarenakan metode MODI merupakan modifikasi dari metode *Stepping Stone* membuat metode MODI menggunakan lintasan tertutup *stepping stone* yang mengakibatkan penggunaan metode MODI lebih kompleks dan cukup rumit dalam menghasilkan solusi akhir.

Dari pembahasan mengenai penerapan metode *Modified Zero Suffix* dan metode MODI untuk menyelesaikan masalah transportasi *fuzzy* yang terjadi di PT Pertani Persero Cabang DKI Jakarta, dapat ditarik beberapa kesimpulan mengenai kelebihan dan kekurangan yang dimiliki kedua metode tersebut dalam menyelesaikan masalah transportasi. Kelebihan dan kekurangan tersebut dirangkum pada Tabel 3.34.

Tabel 3.42: Kelebihan dan Kekurangan Metode MZS dan VAM-MODI

Metode	*Modified Zero Suffix*	*Modified Distribution*
Kelebihan	• Tidak membutuhkan metode tambahan • Menghasilkan solusi yang optimal • Tidak membutuhkan metode tambahan • Membutuhkan waktu pengerjaan yang cepat untuk memperoleh solusi akhir • Lebih sederhana dalam penerapannya • Lebih mudah dipahami cara pengerjaannya	• Menghasilkan solusi yang optimal
Kekurangan	• Belum tentu efisien digunakan pada sumber dan tujuan dengan jumlah yang banyak	• Membutuhkan metode tambahan • Membutuhkan waktu pengerjaan yang lebih lama untuk memperoleh solusi akhir • Lebih kompleks dalam penerapannya • Lebih rumit cara pengerjaannya

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Dari pembahasan dan analisis yang telah dilakukan, maka dapat diambil beberapa kesimpulan, antara lain :

1. Metode *Modified Zero Suffix* sebagai metode yang baru dikembangkan untuk menyelesaikan masalah transportasi *fuzzy* dimulai dengan mengubah parameter bilangan *fuzzy* ke bilangan riil yang tegas (*crips*) menggunakan teknik *Robust Rangking* agar lebih konsisten dan mudah pengerjaannya, dilanjutkan dengan menentukan *suffix value* (rata-rata dari selisih dua biaya terkecil pada tiap baris dan kolom), lalu mengalokasikan minimum$\{a_i, b_j\}$ pada baris maupun kolom dengan *suffix value* terbesar. Pengulangan dilakukan hingga mendapatkan solusi akhir yang optimal.

2. Penggunaan metode *Modified Distribution* (MODI) sebagai metode yang sering digunakan untuk menyelesaikan masalah transportasi *fuzzy* dimulai dengan mengubah parameter bilangan *fuzzy* ke bilangan riil yang tegas (*crips*), dilanjutkan dengan mencari solusi fisibel awal menggunakan VAM. Kemudian periksa setiap sel kosong pada tabel transportasi apakah terdapat penurunan biaya terbesar (k_{ij}). Jika ada, maka pergeseran alokasi permintaan atau persediaan dilakukan pada penurunan biaya terbesar sesuai dengan lintasan tertutup *stepping-stone* yang telah ditentukan. Pembuatan lintasan tertutup dilakukan secara berulang hingga tidak ada lagi k_{ij} bernilai negatif dan diperoleh solusi akhir.

3. Pada masalah transportasi *fuzzy* di PT Pertani Persero Cabang DKI Jakarta dengan menerapkan metode *Modified Zero Suffix* dan metode *Modified Distribution* (MODI) diperoleh biaya transportasi yang sama sebesar **Rp768.750,-** dengan mengalokasikan beras dari gudang 1 sebanyak 750 Kg ke PT GDSK RSUD Pasar Minggu, mengalokasikan beras dari gudang 3 sebanyak 4.000 Kg dan 375 Kg ke PT Pioneerindo Gorment International,Tbk dan PT Sunshine Siloam MRCC. Serta mengalokasikan beras dari gudang 2 sebanyak 750 Kg dan 1.000 Kg ke PT Sunshine Siloam Kebon Jeruk dan Sunshine Siloam Village Karawaci. Metode *Modified Zero Suffix* lebih optimal digunakan karena memberikan solusi akhir optimal dengan lebih cepat, lebih mudah dan lebih sederhana dibandingkan dengan metode MODI yang membutuhkan metode lain untuk menentukan solusi fisibel awal dan mengalami pembuatan lintasan tertutup berulang-ulang sehingga menyebabkan metode tersebut membutuhkan waktu lebih lama, lebih kompleks, dan juga lebih rumit dalam menghasilkan solusi akhir yang optimal.

4.2 Saran

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, ada beberapa saran untuk penelitian selanjutnya yaitu:

1. Dapat menggunakan parameter transportasi bilangan *fuzzy* dengan pendekatan kurva yang lain seperti kurva segitiga, kurva bentuk bahu, atau kurva-S.

2. Dapat menggunakan metode transportasi yang lain seperti metode *Zero Point* atau metode *Stepping-Stone* sebagai perbandingan untuk memperoleh solusi akhir paling optimal.

DAFTAR PUSTAKA

Agustini, Dwi Hayu dan Yus Endra Rahmadi. 2004. *Riset Operasional: Konsep-konsep Dasar*. Jakarta: PT Rineka Cipta.

Aminudin. 2005. *Prinsip-prinsip Riset Operasi*. Jakarta: Erlangga.

Djunaidi, Much et al, "Penentuan Jumlah Produksi dengan Aplikasi Metode Fuzzy-MAMDANI", *Jurnal Ilmiah Teknik Industri Vol. 4 No.2. 95-104.* 2005

Fegade, M.R et al, "Solving Fuzzy Transportation Problem using Zero Suffix and Robust Rangking Methodology", *IOSR Journal of Engineering (IOSRJEN) Vol. 2: 36-39.* 2012

Hunwisai, Darunee dan Poom Kumam, "A Method for Solving a Fuzzy Transportation Problem via Robust Ranking Technique and ATM", *Cogent Mathematics.* 2017 http://dx.doi.org/10.1080/23311835.2017.1283730.

Kusumadewi, Sri. 2003. *Aplikasi Logika Fuzzy: Untuk Pendukung Keputusan.* Yogyakarta: Graha Ilmu.

Mohanaselvi, S., "Fuzzy Optimal Solution to Fuzzy Transportation Problem: A New Approach", *International Journal on Computer Science and Engineering Vol. 4 No. 3: 367-375.* 2012

Mulyono, Sri. 1991. *Operations Research.* Indonesia: Lembaga Penerbit Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia.

Oktarido. 2014. Aplikasi Model Transportasi untuk Optimalitas Distribusi Air Galon Axogy Pada CV Tirta Berkah Sejahtera Lembang. *skripsi.* Universitas Pendidikan Indonesia. Indonesia.

Patel, R.G dan P.H. Bhathwala, "The Advance Method for the Optimum Solution of a Transportation Problem", *International Journal of Science* *and Research (IJSR) Vol. 4 No. 10.* 2014

Pratiwi, E.L et al, "Masalah Transportasi Fuzzy Bilangan Trapezoidal dengan Metode Zero Point", *Jurnal Matematika No.3.* 2016

Ramadhani, Siti. 2016. Kajian Tentang Metode Zero Suffix menggunakan Teknik Robust Rangking pada Masalah Transportasi dengan variabel fuzzy. *skripsi.* Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sumatera Utara. Indonesia.

Robandi, Imam. 2006. *Desain Sistem Tenaga Modern: Optimasi, Logika Fuzzy, Algoritma Genetika.* Yogyakarta: Andi Yogyakarta.

Roseline, S. Sagaya dan Amirtharaj, E.C. Henry, "Generalized Fuzzy Modified Distribution for Generalized Fuzzy Transportation Problem", *International Multidisciplinary Research Journal Vol. 1 No. 10: 12-15.* 2011

Sari, Elva Ravita dan Evawati Alisah, "Studi Tentang Persamaan Fuzzy", *Jurnal CAUCHY ISSN Vol. 2 No. 2: 54-65.* 2012

Sofwan, A., "Penerapan Fuzzy Logic pada Sistem Pengaturan Jumlah Air Berdasarkan Suhu dan Kelembapan", Materi dipresentasikan dalam *Seminar nasional Aplikasi Teknologi Informasi 2005 (SNATI 2005)*, 18 Juni 2005, Fakultas Teknologi Industri Universitas Islam Indonesia, Yogyakarta, 89-93

Susanta, B. 1994. *Program Linier.* Yogyakarta: Departemen Pendidikan dan Kebudayaan Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi.

LAMPIRAN-LAMPIRAN

Lampiran 1. Transformasi dengan *Robust Rangking*

Untuk Biaya Transportasi

1. Transformasi untuk $\tilde{a}$ = (80, 97, 113, 130) diperoleh:
   a = 80 , b = 97, c = 113, d = 130

$$\begin{aligned} R(80,97,113,130) &= \int_0^1 (0,5)\{(97-80)\alpha+80, 130-(130-113)\alpha\}d\alpha \\ &= \int_0^1 (0,5)\{17\alpha+80, 130-17\alpha\}d\alpha \\ &= \int_0^1 (0,5)\{80+130, 17\alpha-17\alpha\}d\alpha \\ &= \int_0^1 (0,5)(210)d\alpha = [105\alpha]_0^1 = \mathbf{105} \end{aligned}$$

2. Transformasi untuk $\tilde{a}$ = (150, 167, 183, 200) diperoleh:
   a = 150 , b = 167, c = 183, d = 200

$$\begin{aligned} R(150,167,183,200) &= \int_0^1 (0,5)\{(167-150)\alpha+150, 200-(200-183)\alpha\}d\alpha \\ &= \int_0^1 (0,5)\{17\alpha+150, 200-17\alpha\}d\alpha \\ &= \int_0^1 (0,5)\{150+200, 17\alpha-17\alpha\}d\alpha \\ &= \int_0^1 (0,5)(350)d\alpha = [175\alpha]_0^1 = \mathbf{175} \end{aligned}$$

3. Transformasi untuk $\tilde{a}$ = (160, 177, 193, 210) diperoleh:
   a = 160 , b = 177, c = 193, d = 210

$$\begin{aligned} R(160,177,193,210) &= \int_0^1 (0,5)\{(177-160)\alpha+160, 210-(210-193)\alpha\}d\alpha \\ &= \int_0^1 (0,5)\{17\alpha+160, 210-17\alpha\}d\alpha \\ &= \int_0^1 (0,5)\{160+210, 17\alpha-17\alpha\}d\alpha \\ &= \int_0^1 (0,5)(370)d\alpha = [185\alpha]_0^1 = \mathbf{185} \end{aligned}$$

4. Transformasi untuk $\tilde{a}$ = (60, 67, 73, 80) diperoleh:
   a = 60 , b = 67, c = 73, d = 80

$$\begin{aligned} R(60,67,73,80) &= \int_0^1 (0,5)\{(67-60)\alpha+60, 80-(80-73)\alpha\}d\alpha \\ &= \int_0^1 (0,5)\{7\alpha+60, 80-7\alpha\}d\alpha \\ &= \int_0^1 (0,5)\{60+80, 7\alpha-7\alpha\}d\alpha \\ &= \int_0^1 (0,5)(140)d\alpha = [70\alpha]_0^1 = \mathbf{70} \end{aligned}$$

5. Transformasi untuk $\tilde{a}$ = (150, 162, 173, 185) diperoleh:
a = 150 , b = 162, c = 173, d = 185

$$\begin{aligned}
R(150, 162, 173, 185) &= \int_0^1 (0,5)\{(162-150)\alpha + 150, 185 - (185-173)\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{12\alpha + 150, 185 - 12\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{150 + 185, 12\alpha - 12\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)(335)d\alpha = [167,5\alpha]_0^1 = \mathbf{167{,}5}
\end{aligned}$$

6. Transformasi untuk $\tilde{a}$ = (95, 100. 105, 110) diperoleh:
a = 95 , b = 100, c = 105, d = 110

$$\begin{aligned}
R(95, 100.105, 110) &= \int_0^1 (0,5)\{(100-95)\alpha + 95, 110 - (110-105)\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{5\alpha + 95, 110 - 5\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{95 + 110, 5\alpha - 5\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)(205)d\alpha = [102,5\alpha]_0^1 = \mathbf{102{,}5}
\end{aligned}$$

7. Transformasi untuk $\tilde{a}$ = (105, 112, 118, 125) diperoleh:
a = 105 , b = 112, c = 118, d = 125

$$\begin{aligned}
R(105, 112, 118, 125) &= \int_0^1 (0,5)\{(112-105)\alpha + 105, 125 - (125-118)\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{7\alpha + 105, 125 - 7\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{105 + 125, 7\alpha - 7\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)(230)d\alpha = [115\alpha]_0^1 = \mathbf{115}
\end{aligned}$$

8. Transformasi untuk $\tilde{a}$ = (120, 127, 133, 140) diperoleh:
a = 120 , b = 127, c = 133, d = 140

$$\begin{aligned}
R(120, 127, 133, 140) &= \int_0^1 (0,5)\{(127-120)\alpha + 120, 140 - (140-133)\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{7\alpha + 120, 140 - 7\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{120 + 140, 7\alpha - 7\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)(260)d\alpha = [130\alpha]_0^1 = \mathbf{130}
\end{aligned}$$

9. Transformasi untuk $\tilde{a}$ = (47, 57, 67, 77) diperoleh:
a = 47 , b = 57, c = 67, d = 77

$$
\begin{aligned}
R(47, 57, 67, 77) &= \int_0^1 (0,5)\{(57-47)\alpha + 47, 77 - (77-67)\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{10\alpha + 47, 77 - 10\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{47 + 77, 10\alpha - 10\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)(124)d\alpha = [62\alpha]_0^1 = \mathbf{62}
\end{aligned}
$$

10. Transformasi untuk $\tilde{a} = (100,\ 112,\ 123,\ 135)$ diperoleh:
    a = 100 , b = 112, c = 123, d = 135

$$
\begin{aligned}
R(100, 112, 123, 135) &= \int_0^1 (0,5)\{(112-100)\alpha + 100, 135 - (135-123)\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{12\alpha + 100, 135 - 12\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{100 + 135, 12\alpha - 12\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)(235)d\alpha = [117,5\alpha]_0^1 = \mathbf{117{,}5}
\end{aligned}
$$

11. Transformasi untuk $\tilde{a} = (75,\ 92,\ 108,\ 125)$ diperoleh:
    a = 75 , b = 92, c = 108, d = 125

$$
\begin{aligned}
R(75, 92, 108, 125) &= \int_0^1 (0,5)\{(92-75)\alpha + 75, 125 - (125-108)\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{17\alpha + 75, 125 - 17\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{75 + 125, 17\alpha - 17\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)(200)d\alpha = [100\alpha]_0^1 = \mathbf{100}
\end{aligned}
$$

12. Transformasi untuk $\tilde{a} = (145,\ 160,\ 175,\ 190)$ diperoleh:
    a = 145 , b = 160, c = 175, d = 190

$$
\begin{aligned}
R(145, 160, 175, 190) &= \int_0^1 (0,5)\{(160-145)\alpha + 145, 190 - (190-175)\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{15\alpha + 145, 190 - 15\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{145 + 190, 15\alpha - 15\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)(335)d\alpha = [167,5\alpha]_0^1 = \mathbf{167{,}5}
\end{aligned}
$$

13. Transformasi untuk $\tilde{a} = (145,\ 162,\ 178,\ 195)$ diperoleh:
    a = 145 , b = 162, c = 178, d = 195

$$\begin{aligned}
R(145,162,178,195) &= \int_0^1 (0,5)\{(162-145)\alpha+145, 195-(178-195)\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{17\alpha+145, 195-17\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{145+195, 17\alpha-17\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)(340)d\alpha = [170\alpha]_0^1 = \mathbf{170}
\end{aligned}$$

Untuk Jumlah Permintaan

1. Transformasi untuk $\tilde{a} = (0{,}500{,}1000{,}1500)$ diperoleh:
   a = 0 , b = 500, c = 1.000, d = 1.500

$$\begin{aligned}
R(0,500,1000,1500) &= \int_0^1 (0,5)\{(500-0)\alpha+0, 1.500-(1.500-1.000)\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{500\alpha+0, 1.500-500\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{0+1.500, 500\alpha-500\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)(1.500)d\alpha = [750\alpha]_0^1 = \mathbf{750}
\end{aligned}$$

2. Transformasi untuk $\tilde{a} = (0,\ 2.667,\ 5.333,\ 8.000)$ diperoleh:
   a = 0 , b = 2.667, c = 5.333, d = 8.000

$$\begin{aligned}
R(0,2.667,5.333,8.000) &= \int_0^1 (0,5)\{(2.667-0)\alpha+0, 8.000-(8.000-5.333)\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{2.667\alpha+0, 8.000-2.667\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{0+8.000, 2.667\alpha-2.667\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)(8.000)d\alpha = [11\alpha]_0^1 = \mathbf{8.000}
\end{aligned}$$

3. Transformasi untuk $\tilde{a} = (0,\ 250,\ 500,\ 750)$ diperoleh:
   a = 0 , b = 250, c = 500, d = 750

$$\begin{aligned}
R(0,250,500,750) &= \int_0^1 (0,5)\{(250-0)\alpha+0, 750-(750-500)\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{250\alpha+0, 750-250\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{0+750, 250\alpha-250\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)(750)d\alpha = [375\alpha]_0^1 = \mathbf{375}
\end{aligned}$$

4. Transformasi untuk $\tilde{a} = (0,\ 500,\ 1000,\ 1500)$ diperoleh:

a = 0 , b = 500, c = 1.000, d = 1.500

$$
\begin{aligned}
R(0,500,1000,1500) &= \int_0^1 (0,5)\{(500-0)\alpha + 500, 1.500 - (1.500 - 1.000)\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{500\alpha + 0, 1.500 - 500\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{0 + 1.500, 500\alpha - 500\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)(1.500)d\alpha = [750\alpha]_0^1 = \mathbf{750}
\end{aligned}
$$

5. Transformasi untuk $\tilde{a}$ = (0, 667, 1333, 2000) diperoleh:
   a = 0 , b = 667, c = 1.333, d = 2.000

$$
\begin{aligned}
R(0,667,1333,2000) &= \int_0^1 (0,5)\{(667-0)\alpha + 0, 2.000 - (2.000 - 1.333)\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{667\alpha + 0, 2.000 - 667\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{0 + 2.000, 667\alpha - 667\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)(2.000)d\alpha = [11\alpha]_0^1 = \mathbf{1.000}
\end{aligned}
$$

Untuk Jumlah Persediaan

1. Transformasi untuk $\tilde{a}$ = (35.190, 61.681, 88.173, 114.664) diperoleh:
   a = 35.190 , b = 61.681, c = 88.173, d = 114.664

$$
\begin{aligned}
R(35.190,61.681,88.173,114.664) &= \int_0^1 (0,5)\{(61.681-35.190)\alpha + 35.190, 114.664 - (114.664 - 88.173)\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{26.491\alpha + 35.190, 114.664 - 26.491\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{35.190 + 114.664, 26.491\alpha - 26.491\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)(149.854)d\alpha = [74.927\alpha]_0^1 = \mathbf{74.927}
\end{aligned}
$$

2. Transformasi untuk $\tilde{a}$ = (33.477, 50.300, 67.123, 83.946) diperoleh:
   a = 33.477 b = 50.300 c = 67.123 d = 83.946

$$
\begin{aligned}
R(33.477,50.300,67.123,83.946) &= \int_0^1 (0,5)\{(50.300-33.477)\alpha + 33.477, 83.946 - (83.946 - 67.123)\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{16.823\alpha + 33.477, 83.946 - 16.823\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)\{33.477 + 83.946, 16.823\alpha - 16.823\alpha\}d\alpha \\
&= \int_0^1 (0,5)(117.423)d\alpha = [58.711\alpha]_0^1 = \mathbf{58.711}
\end{aligned}
$$

3. Transformasi untuk $\tilde{a}$ = (2.233, 24.247, 46.260, 68.274) diperoleh:

a = 2.233 b = 24.247 c = 46.260 d = 68.274

$$\begin{aligned} R(2.233, 24.247, 46.260, 68.274) &= \int_0^1 (0,5)\{(24.247-2.233)\alpha + 2.233, 68.274 - (68.274-46.260)\alpha\}d\alpha \\ &= \int_0^1 (0,5)\{22.014\alpha + 2.233, 68.274 - 22.014\alpha\}d\alpha \\ &= \int_0^1 (0,5)\{2.233 + 68.274, 22.014\alpha - 22.014\alpha\}d\alpha \\ &= \int_0^1 (0,5)(70.507)d\alpha = [35.254\alpha]_0^1 = \mathbf{35.254} \end{aligned}$$

Lampiran 2. Perhitungan Nilai u_i dan v_j Metode MODI

Iterasi Ke-2

Hitung nilai u_i untuk tiap baris dan v_j untuk tiap kolom pada sel yang memiliki alokasi, dengan ketentuanu_1=0 serta menggunakan persamaan 2.9 diperoleh:

$$\begin{array}{llll} c_{11} = u_1 + v_1 \Rightarrow 60 = 0 + v_1 & \Rightarrow v_1 = 60 & c_{16} = u_1 + v_6 \Rightarrow 0 = 0 + v_6 & \Rightarrow v_6 = 0 \\ c_{12} = u_1 + v_2 \Rightarrow 125 = 0 + v_2 & \Rightarrow v_2 = 125 & c_{26} = u_2 + v_6 \Rightarrow 0 = u_2 + 0 & \Rightarrow u_2 = 0 \\ c_{13} = u_1 + v_3 \Rightarrow 105 = 0 + v_3 & \Rightarrow v_3 = 105 & c_{36} = u_3 + v_6 \Rightarrow 0 = u_3 + 0 & \Rightarrow u_3 = 0 \\ c_{15} = u_1 + v_5 \Rightarrow 185 = 0 + v_5 & \Rightarrow v_5 = 185 & c_{24} = u_2 + v_4 \Rightarrow 115 = 0 + v_4 & \Rightarrow v_4 = 115 \end{array}$$

Tabel 4.1: Tabel Transportasi MODI 2

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	Dummy	Persediaan	u_i
G1	60 **750**	125 **4.000**	105 **375**	175	185 **1.000**	0 **68.802**	74.927	0
G2	70	167,5	102,5	115 **750**	130	0 **57.961**	58.711	0
G3	62	117,5	100	167,5	170	0 **35.254**	35.254	0
Permintaan	750	4.000	375	750	1.000	162.017		
v_j	60	125	105	115	185	0		

Iterasi Ke-3

Tabel 4.2: Tabel Transportasi MODI 3

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	Dummy	Persediaan	u_i
G1	60 **750**	125 **4.000**	105 **375**	175	185	0 **69.802**	74.927	0
G2	70	167,5	102,5	115 **750**	130 **1.000**	0 **56.961**	58.711	0
G3	62	117,5	100	167,5	170	0 **35.254**	35.254	0
Permintaan	750	4.000	375	750	1.000	162.017		
v_j	60	125	105	115	130	0		

Hitung nilai u_i untuk tiap baris dan dan v_j untuk tiap kolom pada sel yang memiliki alokasi, dengan ketentuanu_1=0 serta menggunakan persamaan 2.9 diperoleh:

$c_{11} = u_1 + v_1 \Rightarrow 60 = 0 + v_1 \quad \Rightarrow v_1 = 60$ $\quad$ $c_{16} = u_1 + v_6 \Rightarrow 0 = 0 + v_6 \quad \Rightarrow v_6 = 0$

$c_{12} = u_1 + v_2 \Rightarrow 125 = 0 + v_2 \quad \Rightarrow v_2 = 125$ $\quad$ $c_{26} = u_2 + v_6 \Rightarrow 0 = u_2 + 0 \quad \Rightarrow u_2 = 0$

$c_{13} = u_1 + v_3 \Rightarrow 105 = 0 + v_3 \quad \Rightarrow v_3 = 105$ $\quad$ $c_{36} = u_3 + v_6 \Rightarrow 0 = u_3 + 0 \quad \Rightarrow u_3 = 0$

$c_{24} = u_2 + v_4 \Rightarrow 115 = 0 + v_4 \quad \Rightarrow v_4 = 115$ $\quad$ $c_{25} = u_2 + v_5 \Rightarrow 130 = 0 + v_5 \quad \Rightarrow v_5 = 130$

Iterasi Ke-4

Hitung nilai u_i untuk tiap baris dan dan v_j untuk tiap kolom pada sel yang memiliki alokasi, dengan ketentuanu_1=0 serta menggunakan persamaan 2.9 diperoleh:

$c_{11} = u_1 + v_1 \Rightarrow 60 = 0 + v_1 \quad \Rightarrow v_1 = 60$ $\quad$ $c_{26} = u_2 + v_6 \Rightarrow 0 = u_2 + 0 \quad \Rightarrow u_2 = 0$

$c_{13} = u_1 + v_3 \Rightarrow 105 = 0 + v_3 \quad \Rightarrow v_3 = 105$ $\quad$ $c_{36} = u_3 + v_6 \Rightarrow 0 = u_3 + 0 \quad \Rightarrow u_3 = 0$

$c_{32} = u_3 + v_2 \Rightarrow 117,5 = 0 + v_2 \quad \Rightarrow v_2 = 117,5$ $\quad$ $c_{16} = u_1 + v_6 \Rightarrow 0 = 0 + v_6 \quad \Rightarrow v_6 = 0$

$c_{24} = u_2 + v_4 \Rightarrow 115 = 0 + v_4 \quad \Rightarrow v_4 = 115$ $\quad$ $c_{25} = u_2 + v_5 \Rightarrow 130 = 0 + v_5 \quad \Rightarrow v_5 = 130$

Tabel 4.3: Tabel Transportasi MODI 4

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	Dummy	Persediaan	u_i
G1	60 **750**	125 **4.000**	105 **375**	175	185	0 **69.802**	74.927	0
G2	70	167,5	102,5	115 **750**	130 **1.000**	0 **56.961**	58.711	0
G3	62	117,5	100	167,5	170	0 **35.254**	35.254	0
Permintaan	750	4.000	375	750	1.000	162.017		
v_j	60	117,5	105	115	130	0		

Iterasi Ke-5

Hitung nilai u_i untuk tiap baris dan dan v_j untuk tiap kolom pada sel yang memiliki alokasi, dengan ketentuanu_1=0 serta menggunakan persamaan 2.9 diperoleh:

$c_{11} = u_1 + v_1 \Rightarrow 60 = 0 + v_1 \quad \Rightarrow v_1 = 60$ $\quad$ $c_{26} = u_2 + v_6 \Rightarrow 0 = u_2 + 0 \quad \Rightarrow u_2 = 0$

$c_{25} = u_2 + v_5 \Rightarrow 130 = 0 + v_5 \quad \Rightarrow v_5 = 130$ $\quad$ $c_{16} = u_1 + v_6 \Rightarrow 0 = 0 + v_6 \quad \Rightarrow v_6 = 0$

$c_{32} = u_3 + v_2 \Rightarrow 117,5 = 0 + v_2 \quad \Rightarrow v_2 = 117,5$ $\quad$ $c_{36} = u_3 + v_6 \Rightarrow 0 = u_3 + 0 \quad \Rightarrow u_3 = 0$

$c_{24} = u_2 + v_4 \Rightarrow 115 = 0 + v_4 \quad \Rightarrow v_4 = 115$ $\quad$ $c_{33} = u_3 + v_3 \Rightarrow 100 = 0 + v_3 \quad \Rightarrow v_3 = 100$

Tabel 4.4: Tabel Transportasi MODI 5

Dari/Ke	G	P	SS	SK	SVK	Dummy	Persediaan	u_i
G1	60 **750**	125 **4.000**	105 **375**	175	185	0 **69.802**	74.927	0
G2	70	167,5	102,5	115 **750**	130 **1.000**	0 **56.961**	58.711	0
G3	62	117,5	100	167,5	170	0 **35.254**	35.254	0
Permintaan	750	4.000	375	750	1.000	162.017		
v_j	60	117,5	100	115	130	0		

Lampiran 3. Permintaan Beras(Kg) Bulan April 2017 PT Pertani Persero Cabang DKI Jakarta

Tanggal	G	P	SS	SK	SVK
1-Apr-17	0	0	0	0	0
2-Apr-17	0	0	0	0	0
3-Apr-17	500	0	750	750	0
4-Apr-17	500	3000	0	0	900
5-Apr-17	0	0	0	750	1050
6-Apr-17	0	0	250	600	1000
7-Apr-17	500	3000	0	0	0
8-Apr-17	0	0	0	0	0
9-Apr-17	0	0	0	0	0
10-Apr-17	1500	0	0	0	1000
11-Apr-17	0	0	300	750	800
12-Apr-17	0	0	250	725	1000
13-Apr-17	0	0	600	1475	1900
14-Apr-17	0	3000	400	750	1000
15-Apr-17	0	0	0	0	0
16-Apr-17	0	0	0	0	0
17-Apr-17	500	3000	300	750	900
18-Apr-17	500	0	0	0	0
19-Apr-17	500	0	700	1375	1050
20-Apr-17	0	3000	0	0	0
21-Apr-17	500	4000	300	800	900
22-Apr-17	0	0	0	0	0
23-Apr-17	0	0	0	0	0
24-Apr-17	0	0	0	0	900
25-Apr-17	0	3000	0	0	0
26-Apr-17	0	0	400	1500	2000
27-Apr-17	0	3000	350	750	0
28-Apr-17	1000	8000	0	0	0
29-Apr-17	0	0	0	0	0
30-Apr-17	0	0	0	0	0
Jumlah	6000	33000	4600	10975	14400
Permintaan Minimum	0	0	0	0	0
Permintaan Maksimum	1500	8000	750	1500	2000

Keterangan : G = PT GDSK RSUD Pasar Minggu
P = Pioneerindo Gourment International: Tbk
SS = PT Sunshine Siloam MRCC
SKB = PT Sunshine Siloam Kebon Jeruk
SVK = PT Sunshine Siloam Village Karawaci
G1 = Gudang 1
G2 = Gudang 2
G3 = Gudang 3

Lampiran 4. Persediaan Beras (Kg) PT Pertani Persero Cabang DKI Jakarta

Tanggal	Jumlah Persediaan		
	Gudang 1	Gudang 2	Gudang 3
1-Apr-17	56694	38260	68274
2-Apr-17	56694	38260	68274
3-Apr-17	56694	38260	68274
4-Apr-17	57394	57998	53672
5-Apr-17	93040	57558	51717
6-Apr-17	63327	45202	50649
7-Apr-17	65152	45202	58062
8-Apr-17	65152	45202	58062
9-Apr-17	65152	45202	58062
10-Apr-17	35190	54365	11603
11-Apr-17	58730	33817	65012
12-Apr-17	55789	50079	49939
13-Apr-17	114664	50079	51427
14-Apr-17	78964	50079	59909
15-Apr-17	78964	50079	59909
16-Apr-17	78964	50079	59909
17-Apr-17	37157	83946	59203
18-Apr-17	71426	56101	2233
19-Apr-17	69921	56101	58448
20-Apr-17	102282	33477	14384
21-Apr-17	103609	55534	37678
22-Apr-17	103609	55534	37678
23-Apr-17	103609	55534	37678
24-Apr-17	70783	55534	55470
25-Apr-17	82391	68191	51705
26-Apr-17	37155	57804	32105
27-Apr-17	65748	66732	26285
28-Apr-17	44863	57794	3543
29-Apr-17	44863	57794	3543
30-Apr-17	44863	57794	3543
Persediaan Paling Sedikit (a)	35190	33477	2233
Persediaan Paling Banyak (d)	114664	83946	68274

Lampiran 5. Biaya Transportasi Pendistribusian Beras (Rp/Kg)

Ke/Dari	G1		G2		G3	
	a	b	a	b	a	b
G	45	75	60	80	47	77
P	110	140	150	185	100	135
SS	80	130	95	110	75	125
SKB	150	200	105	125	145	190
SVK	160	210	120	140	145	195

Keterangan :
a = Paling murah
b = Paling mahal

Lampiran 6. Penentuan Variabel dan Semesta Pembicaraan

Fungsi	Nama Variabel		Semesta Pembicaraan	Keterangan
Input	Permintaan	G	[0-1.500]	Jumlah permintaan beras perhari (Kg)
		P	[0-8.000]	
		SS	[0-750]	
		SK	[0-1.500]	
		SVK	[0-2.000]	
	Persediaan	G1	[35.190-114.664]	Jumlah permintaan beras perhari (Kg)
		G2	[33.477-83.946]	
		G3	[2.233-68.274]	
	Biaya	GG1	[45-75]	Rata-rata biaya transportasi beras (Rp/Kg)
		PG1	[110-140]	
		SSG1	[80-130]	
		SKBG1	[150-200]	
		SVKG1	[160-210]	
		GG2	[60-80]	
		PG2	[150-185]	
		SSG2	[95-110]	
		SKBG2	[105-125]	
		SVKG2	[120-140]	
		GG3	[47-77]	
		PG3	[100-135]	
		SSG3	[75-125]	
		SKBG3	[145-190]	
		SVKG3	[145-195]	

Lampiran 7. Himpunan *Fuzzy*

Fungsi	Nama Variabel		Nama Himpunan Fuzzy	Semesta pembicaraan	Domain (Kg)	Bilangan Fuzzy
Input	Permintaan	G	Sedikit	[0-500]	[0-1.500]	(0,500,1.000,1.500)
			Sedang	[500-1.000]		
			Banyak	[1.000-1.500]		
		P	Sedikit	[0-2.667]	[0-8.000]	(0,2.667,5.333,8.000)
			Sedang	[2.667-5.333]		
			Banyak	[5.333-8.000]		
		SS	Sedikit	[0-250]	[0-750]	(0,250,500,750)
			Sedang	[250-500]		
			Banyak	[500-750]		
		SKB	Sedikit	[0-500]	[0-1.500]	(0,500,1.000,1.500)
			Sedang	[500-1.000]		
			Banyak	[1.000-1.500]		
		SVK	Sedikit	[0-667]	[0-2.000]	(0,667,1.333,2.000)
			Sedang	[667-1.333]		
			Banyak	[1.333-2.000]		
	Persediaan	G1	Sedikit	[35.190-61.681]	[35.190-114.664]	(35.190,61.681,88.173,114.664)
			Sedang	[61.681-88.173]		
			Banyak	[88.173-114.664]		
		G2	Sedikit	[33.477-50.300]	[33.477-83.946]	(33.477,50.300,67.123,83.946)
			Sedang	[50.300-67.123]		
			Banyak	[67.123-83.946]		
		G3	Sedikit	[2.233-24.247]	[2.233-68.274]	(2.233,24.247,46.260,68.274)
			Sedang	[24.247-46.260]		
			Banyak	[46.260-68.274]		

Lampiran 7. Lanjutan.

Fungsi	Nama Variabel		Nama Himpunan Fuzzy	Domain (Rp/Kg)	Semesta pembicaraan	Bilangan Fuzzy
Input	Biaya Transportasi	GG1	Sedikit	[45-75]	[45-55]	(45,55,65,75)
			Sedang		[55-65]	
			Banyak		[65-75]	
		PG1	Sedikit	[110-140]	[110-120]	(110,120,130,140)
			Sedang		[120-130]	
			Banyak		[130-140]	
		SSG1	Sedikit	[80-130]	[80-97]	(80,97,113,130)
			Sedang		[97-113]	
			Banyak		[113-130]	
		SKBG1	Sedikit	[150-200]	[150-167]	(150,167,183,200)
			Sedang		[167-183]	
			Banyak		[183-200]	
		SVKG1	Sedikit	[160-210]	[160-177]	(160,177,193,210)
			Sedang		[177-193]	
			Banyak		[193-210]	
		GG2	Sedikit	[60-80]	[60-67]	(60,67,73,80)
			Sedang		[67-73]	
			Banyak		[73-80]	
		PG2	Sedikit	[150-185]	[150-162]	(150,162,173,185)
			Sedang		[162-173]	
			Banyak		[173-185]	
		SSG2	Sedikit	[95-110]	[95-100]	(95,100,105,110)
			Sedang		[100-105]	
			Banyak		[105-110]	
		SKBG2	Sedikit	[105-125]	[105-112]	(105,112,118,125)
			Sedang		[112-118]	
			Banyak		[118-125]	
		SVKG2	Sedikit	[120-140]	[120-127]	(120,127,133,140)
			Sedang		[127-133]	
			Banyak		[133-140]	
		GG3	Sedikit	[47-77]	[47-57]	(47,57,67,77)
			Sedang		[57-67]	
			Banyak		[67-77]	
		PG3	Sedikit	[100-135]	[100-112]	(100,112,123,135)
			Sedang		[112-123]	
			Banyak		[123-135]	
		SSG3	Sedikit	[75-125]	[75-92]	(75,92,108,125)
			Sedang		[92-108]	
			Banyak		[108-125]	
		SKBG3	Sedikit	[145-190]	[145-160]	(145,160,175,190)
			Sedang		[160-175]	
			Banyak		[175-190]	
		SVKG3	Sedikit	[145-195]	[145-162]	(145,162,178,195)
			Sedang		[162-178]	
			Banyak		[178-195]	

Keterangan :

GG1 : Dari Gudang 1 Ke PT GDSK RSUD Pasar Minggu
PG1 : Dari Gudang 1 Ke PT Pioneerindo Gourment International, Tbk
SSG1 : Dari Gudang 1 ke PT Sunshine Siloam MRCC
SKBG1 : Dari Gudang 1 Ke PT Sunshine Siloam Kebon Jeruk
SKVG1 : Dari Gudang 1 ke PT Sunshine Siloam Village Karawaci
GG2 : Dari Gudang 2 Ke PT GDSK RSUD Pasar Minggu
PG2 : Dari Gudang 2 Ke PT Pioneerindo Gourment International, Tbk
SSG2 : Dari Gudang 2 ke PT Sunshine Siloam MRCC
SKBG2 : Dari Gudang 2 Ke PT Sunshine Siloam Kebon Jeruk
SKVG2 : Dari Gudang 2 ke PT Sunshine Siloam Village Karawaci
GG3 : Dari Gudang 3 Ke PT GDSK RSUD Pasar Minggu
PG3 : Dari Gudang 3 ke PT Pioneerindo Gourment International, Tbk
SSG3 : Dari Gudang 3 ke PT Sunshine Siloam MRCC
SKBG3 : Dari Gudang 3 Ke PT Sunshine Siloam Kebon Jeruk
SKVG3 : Dari Gudang 3 ke PT Sunshine Siloam Village Karawaci

Lampiran 8. Tabel Transportasi *Fuzzy* PT Pertani Persero Cab.DKI Jakarta

	G	P	SS	SKB
Gudang 1	(45, 55, 65, 75)	(110, 120, 130, 140)	(80, 97, 113 ,130)	(160, 167, 183, 210)
Gudang 2	(60, 67, 73, 80)	(150, 162, 173, 185)	(95, 100 , 105, 110)	(105, 112, 118 ,125)
Gudang 3	(47, 57, 67, 77)	(100, 112, 123, 135)	(75, 92, 108, 125)	(145, 160, 175, 190)
Permintaan	(0,500,1000,1500)	(0, 2667, 5333, 8000)	(0, 250, 500, 750)	(0, 500, 1000, 1500)

Lampiran 8. Lanjutan

Dari/Ke	SVK	Persediaan
Gudang 1	(160, 177, 193, 210)	(35190, 61681, 88173, 114664)
Gudang 2	(120, 127, 133, 140)	(33477, 50300, 67123, 83946)
Gudang 3	(145, 162, 178, 195)	(2233, 24247, 46260, 68274)
Permintaan	(0, 667, 1333, 2000)	