

BAB II

KAJIAN TEORI

A. Teori yang Relevan

1. Pendidikan Matematika Realistik Indonesia

Pendidikan matematika Realistik Indonesia atau yang lebih sering disingkat menjadi PMRI merupakan salah satu pendekatan matematika realistik yang menggunakan landasan filosofi *Realistic Mathematic Education (RME)*. RME berkembang di Belanda sejak awal tahun 1970-an yang dikembangkan oleh Freudenthal dan kawan-kawannya dari Fruedenthal Institute.¹ “*Mathematic is a human activity*”, gagasan inilah yang melandasi Fruedenthal untuk mengembangkan RME. Menurutnya, matematika tidak hanya dipandang sebagai bahan ajar yang harus ditransfer langsung sebagai matematika yang siap pakai, melainkan harus dipandang sebagai suatu aktivitas manusia. Selain itu, agar matematika memiliki nilai kemanusiaan (*human value*) maka pembelajarannya harus berkaitan dengan realita, dekat dengan pengalaman siswa, dan terdapat hubungan dengan kehidupan sehari-hari. Freudenthal mengenalkan istilah “*guided reinvention*” sebagai proses yang dilakukan siswa secara aktif untuk menemukan kembali suatu konsep matematika dengan bimbingan guru.²

¹ Didi Suryadi, *Pendidikan Matematika dalam Ilmu dan Aplikasi Pendidikan*, (Bandung: Pedagogiana Press, 2007), h. 731.

² Ariyadi Wijaya, *Pendidikan Matematika Realistik Suatu Alternatif Pendekatan Pembelajaran Matematika*, (Yogyakarta: Graha Ilmu, 2012), h.20.

PMRI merupakan suatu gerakan untuk mereformasi pendidikan matematika di Indonesia.³ PMRI muncul dari kepedulian sekelompok pendidik matematika Indonesia atas prestasi matematika siswa Indonesia yang semakin menurun dan kurangnya kemampuan siswa ketika mengaplikasikan matematika dalam pemecahan masalah kehidupan sehari-hari.⁴ Hal tersebut dikarenakan banyak ditemukannya pembelajaran matematika yang mana siswa hanya menggunakan prosedur tanpa memahami maknanya. Para pendidik pun mencari dan akhirnya menemukan suatu pendekatan yang mampu mengatasi permasalahan tersebut lewat RME yang diterapkan dengan sukses di Belanda dan juga beberapa negara. Jadi, PMRI ini bukan hanya sekedar metode pembelajaran matematika saja melainkan usaha untuk melakukan transformasi sosial.⁵

Selaras dengan RME, peran siswa dalam PMRI adalah menemukan kembali konsep matematika lewat permasalahan matematika yang realistik. Akan tetapi, kata realistik sendiri banyak disalahartikan. Banyak pihak yang berpendapat bahwa PMRI adalah suatu pendekatan yang harus selalu menggunakan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Penggunaan realistik sebenarnya berasal dari bahasa Belanda “*zich realiseren*” yang berarti untuk dibayangkan atau “*to imagine*”.⁶ Jadi, PMRI tidak harus selalu menggunakan masalah yang ada dalam kehidupan sehari-hari tetapi lebih mengacu pada penggunaan masalah yang bisa dibayangkan oleh siswa.

³ Robert K. Sembiring, *Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI): Perkembangan dan Tantangannya*, IndoMS. J.M.E Vol.1 No.1 Juli 2010, h.12.

⁴ Sutarto Hadi, *Effective Teacher Professional Development for the Implementation of Realistic Mathematic Education in Indonesia*, (Thesis University of Twente, 2002), h2-3.

⁵ Robert K. Sembiring, *Loc. Cit.*,

⁶ Sutarto Hadi, *Loc. Cit.*,

Sejak tahun 1990 PMRI mulai dikembangkan di Indonesia dan sebagai transisi dari pembelajaran tradisional. Guru berperan aktif dan siswa hanya mengerjakan hal-hal yang dicontohkan oleh guru adalah pembelajaran tradisional yang sering diterapkan oleh guru. Hal tersebut dapat menyebabkan siswa tidak dapat mengembangkan kemampuannya karena hanya menggunakan pengetahuan prosedural yang telah didapat berdasarkan contoh yang diberikan oleh gurunya.

Siswa dalam pembelajaran PMRI aktif bekerja untuk menemukan ide-ide yang mengarah pada pengetahuan formal matematika seperti konsep, rumus, dan sebagainya yang dapat digunakan dalam pemecahan masalah. Siswa pun dalam PMRI dituntut untuk berpikir dan guru hanya sebagai fasilitator dalam pembelajaran. Treffers merumuskan lima karakteristik Pendidikan Matematika Realistik, yaitu: penggunaan konteks, penggunaan model untuk matematisasi progresif, pemanfaatan hasil konstruksi siswa, interaktivitas, dan keterkaitan.⁷

Berikut ini penjelasan mengenai karakteristik dari Pendidikan Matematika Realistik, sebagai berikut:

a. Penggunaan konteks

Melalui penggunaan konteks, siswa dilibatkan secara aktif untuk melakukan kegiatan eksplorasi permasalahan. Hal tersebut sesuai dengan gagasan yang diungkapkan oleh Freudenthal bahwa matematika harus dianggap sebagai aktivitas manusia. Hasil eksplorasi siswa diarahkan untuk mengembangkan berbagai strategi penyelesaian masalah yang dapat digunakan untuk membangun atau menemukan suatu konsep. Penggunaan konteks pun dapat meningkatkan

⁷ Ariyadi Wijaya, *Op. Cit.*, h.21.

motivasi dan ketertarikan siswa untuk belajar matematika. Pemilihan konteks pun harus memperhatikan hal-hal seperti tidak melibatkan “emosi”, pengetahuan awal siswa, dan tidak memihak gender.

b. Penggunaan model untuk matematika progresif

Penggunaan konteks yang diberikan, membuat siswa akan menggunakan berbagai strategi untuk mengubah permasalahan kontekstual menjadi permasalahan matematika. Penggunaan model merupakan penerjemahan masalah dunia nyata ke dalam bentuk matematika. Perlu diketahui pula bahwa model tidak sama dengan alat peraga melainkan representasi matematis dari suatu masalah. Secara umum ada dua model dalam Pendidikan Matematika Realistik, yaitu *model of* dan *model for*.⁸ Model pertama yang terbentuk adalah model matematika yang dikembangkan oleh siswa berkaitan dengan permasalahan kontekstual yang diberikan atau model situasi. Generalisasi dan formulisasi dari model situasi akan berubah menjadi *model of* masalah tersebut. Selanjutnya *model of* berkembang melalui proses penalaran menjadi *model for* masalah yang sejenis. *Model for* ini pun pada akhirnya akan menjadi model matematika formal.

c. Pemanfaatan hasil konstruksi siswa

Siswa diberi kebebasan dan berperan aktif untuk mengonstruksi strategi pemecahan masalahnya sendiri dengan bimbingan guru. Dengan pengetahuan awal yang berbeda antar siswa, maka akan ditemukan berbagai macam strategi penyelesaian yang berbeda. Strategi-strategi tersebut akan digunakan sebagai landasan untuk memperoleh pengetahuan formal matematika.

⁸ Ariyadi Wijaya, *Ibid.*, H. 22.

d. Interaktivitas

Pengetahuan awal dan strategi informal yang dimiliki oleh tiap-tiap siswa dan juga guru sangatlah beraneka ragam, interaksi yang terjalin dengan baik akan mampu memudahkan antar siswa dan juga guru untuk bertukar pengetahuan, sehingga pengetahuan tiap siswa dan guru pun akan berkembang. Selain pengetahuan atau kemampuan kognitif yang berkembang, interaktivitas pun dapat mengembangkan kemampuan afektif siswa dan guru.

e. Keterkaitan

Konsep matematika sebenarnya banyak yang memiliki keterkaitan. Oleh karena itu, PMRI tidak mengenalkan konsep-konsep matematika secara parsial akan tetapi menempatkan keterkaitan antar konsep sebagai hal yang harus dipertimbangkan dalam proses pembelajaran. Melalui keterkaitan ini, satu pembelajaran matematika diharapkan dapat mengenalkan atau membangun lebih dari satu konsep matematika secara bersamaan.

PMRI adalah pendekatan pembelajaran matematika yang menggunakan konteks dan bahan ajar terkait langsung dengan lingkungan sekolah dan siswa sehingga konteks dan bahan ajar tersebut dapat menjembatani siswa antara matematika informal dan matematika formal, siswa pun dapat berkontribusi dan aktif berpikir melalui interaktivitas yang terjadi didalam kelas serta proses pembelajaran pun memperhatikan keterkaitan antar konsep matematika.

2. Aljabar pada Tingkat Sekolah Menengah Pertama

Aljabar merupakan salah satu aspek yang harus ada pada pembelajaran matematika mulai dari TK sampai kelas 12 yang termasuk pada tingkat SMP.

Pokok bahasan aljabar mengenai fungsi diperkenalkan pada tingkat SMP kelas VIII sebagai lanjutan dari pembelajaran aljabar yang telah diberikan pada kelas VII dan sebagai pengantar untuk pembelajaran fungsi yang lebih lanjut lagi pada tingkat SMA. Berdasarkan uraian di atas, pembelajaran aljabar menjadi penting bagi siswa. Hal tersebut karena salah satu kegunaan aljabar yaitu untuk menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari. Berikut ini alasan pentingnya aljabar diajarkan di sekolah:

a. *Algebra is the language of generalization*

Pola merupakan proses yang sama dan terjadi berkali-kali. Jika kita melakukan proses yang sama berkali-kali atau pola maka aljabar merupakan bahasa sederhana yang mampu mendeskripsikan proses tersebut. Lain halnya jika kita melakukan sesuatu hanya satu kali, maka kita tidak memerlukan pola. Jadi, aljabar merupakan bahasa untuk mendeskripsikan suatu pola.

b. *Algebra enables a person to answer all the question of a particular type at one time*

Aljabar memungkinkan seseorang untuk menjawab semua pertanyaan dari suatu jenis dalam satu waktu. Melalui penggunaan aljabar, kita tidak perlu menyelesaikan perhitungan satu per satu tetapi kita dapat menjawab semua pertanyaan sekaligus dengan cara menyubstitusi nilai-nilai pada variabel aljabar.

c. *Algebra is the language of relationship between quantities*

Aljabar merupakan bahasa yang menyatakan hubungan kuantitas atau jumlah. Contoh: dalam penjualan roti, aljabar dapat digunakan untuk mengetahui jumlah roti yang akan diproduksi, biaya penjualan, dan keuntungan hasil penjualan roti.

d. *Algebra is the language for solving certain kind of numerical problem*

Aljabar merupakan bahasa untuk menyelesaikan masalah-masalah numerik.

Contoh: menghitung umur, jarak, dan masalah numerik lainnya.⁹

Fokus pembelajaran aljabar di tingkat menengah pertama ialah bagaimana mempersiapkan siswa untuk berpikir secara aljabar. Berpikir aljabar adalah proses dimana siswa menggeneralisasi ide-ide atau pemahaman matematika dan ide tersebut menggambarkan pola pikir yang digunakan. Kemudian siswa dapat membuat model matematika dengan menggunakan simbol-simbol sebagai generalisasi pada pembelajaran aljabar. Pola dapat digunakan sebagai alat dan strategi untuk memecahkan masalah.

Standar pembelajaran aljabar di sekolah menengah pertama menurut NCTM yaitu:

- a. Memahami pola, hubungan, dan fungsi.
- b. Mewakili dan menganalisis situasi matematika dan struktur menggunakan simbol-simbol aljabar.
- c. Menggunakan model matematika untuk mewakili dan memahami hubungan kuantitatif.
- d. Menganalisis perubahan dalam berbagai konteks.¹⁰

Pembelajaran pola pada sekolah menengah pertama sudah mulai menggunakan pola bilangan dan variabel. Tujuan dari pola ialah agar siswa mampu memprediksi bilangan yang muncul pada posisi yang belum diketahui.

⁹ Zalman Usiskin, *Why is Algebra Important to Learn* dalam B. Moses (Eds.), *Algebraic Thinking: Reading From NCTM's School Based Journal and other Publication* (Reston: National Council of Teacher of Mathematics, 1999), h.7.

¹⁰ Art Jhonson, Leonard M. Kennedy, Steve Tipps, *Guiding Children's Learning of Mathematics 12th Edition*, (USA: Wadsworth, 2008), h.400.

Siswa tidak hanya mengembangkan pola tetapi juga mencari generalisasi atau hubungan aljabar yang akan memberikan gambaran tentang bilangan kesekian yang belum diketahui. Pola yang berkembang ditujukan untuk pengenalan konsep relasi dan fungsi.

Kurikulum yang digunakan di Indonesia salah satunya yaitu Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP) atau kurikulum 2006, di dalamnya terdapat standar kompetensi (SK) dan kompetensi dasar (KD). Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Republik Indonesia No 22 Tahun 2006 tentang Standar Isi untuk Satuan Pendidikan Dasar dan Menengah, menetapkan bahwa standar kompetensi dan kompetensi dasar untuk kelas VIII termasuk di dalamnya bidang aljabar seperti Tabel 2.1 di bawah ini.

Tabel 2.1 Standar Kompetensi dan Kompetensi Dasar Aljabar Kelas VIII¹¹

Standar Kompetensi	Kompetensi Dasar
Aljabar 1. Memahami bentuk aljabar, relasi, fungsi, dan persamaan garis lurus	1.1 Melakukan operasi aljabar 1.2 Menguraikan bentuk aljabar ke dalam faktor-faktornya 1.3 Memahami relasi dan fungsi 1.4 Menentukan nilai fungsi 1.5 Membuat sketsa grafik fungsi aljabar sederhana pada sistem koordinat Cartesius 1.6 Menentukan gradien, persamaan dan grafik garis lurus
2. Memahami sistem persamaan linear dua variabel dan menggunakannya dalam pemecahan masalah	2.1 Menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel 2.2 Membuat model matematika dari masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel 2.3 Menyelesaikan model matematika dari masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel dan penafsirannya

¹¹ Badan Standar Nasional Pendidikan (BNSP), *Lampiran Peraturan Menteri Menteri Pendidikan Nasional Republik Indonesia No 22 Tahun 2006 tentang Standar isi* [ONLINE] Tersedia: <http://www.bsnp-indonesia.org/> [6 Mei 2015].

SK dan KD menjadi arah dan landasan untuk mengembangkan materi pokok, kegiatan pembelajaran, dan indikator pencapaian kompetensi untuk penilaian. Sesuai dengan Permen No 22 Tahun 2006, KD yang harus dimiliki siswa dalam pembelajaran fungsi antara lain memahami relasi dan fungsi, menentukan nilai fungsi, dan membuat sketsa grafik fungsi aljabar sederhana pada sistem koordinat Cartesius.

3. Pembelajaran Fungsi

Dalam kehidupan sehari-hari, banyak dijumpai sebuah hubungan misalnya hubungan pertemanan, hubungan pekerjaan, dan hubungan keluarga. Kata “hubungan” dapat digunakan untuk menghubungkan dua kelompok (himpunan). Hubungan antar anggota suatu himpunan yang satu dengan anggota himpunan lainnya dinamakan relasi.¹² Diantara relasi-relasi, terdapat relasi yang bersifat khusus yang disebut fungsi.

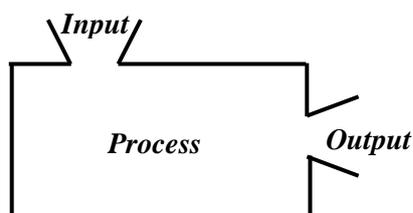
Fungsi adalah hubungan yang secara sederhana memasangkan himpunan-himpunan, dimana hubungan tersebut memiliki sifat tertentu, yakni untuk setiap x ada tepat satu nilai y .¹³ Himpunan pertama adalah himpunan yang direpresentasikan dengan variabel bebas x sedangkan himpunan kedua direpresentasikan dengan variabel bergantung y . Notasi $y = f(x)$ menyatakan bahwa variabel y adalah fungsi dari x .

Fungsi dapat diilustrasikan sebagai mesin fungsi yang terdiri dari *input – process – output* seperti Gambar 2.1 di bawah ini. Sama halnya seperti fungsi,

¹² Thomas Sonnabend, *Mathematics for Teacher: An Interactive Approach for Grades K-8 Fourth Edition*, (Canada: Brooks/Cole, Cengage Learning, 2010), h. 88.

¹³ Lee Peng Yee, *Teaching Secondary School Mathematics*, (Singapore: Mc Graw Hill, 2006), h.198.

variabel bebas x merupakan input sedangkan variabel bergantung y merupakan output atau nilai fungsi. Himpunan input (variabel bebas) disebut domain dan hasil himpunan output (variabel bergantung) disebut range.¹⁴



Gambar 2.1 Ilustrasi Mesin Fungsi

Menurut Van de Walle, pola yang berkembang menunjukkan konsep dari fungsi.¹⁵ Hal pertama yang harus dilakukan dengan pola adalah membuat siswa merasa nyaman untuk menciptakan pola sendiri dan meluaskan atau mengembangkan pola tersebut. Pola yang berkembang memiliki komponen numeris, yaitu jumlah objek pada setiap langkah. Suatu tabel pun dapat dibuat untuk setiap pola yang berkembang. Setelah tabel dibuat, siswa memiliki dua representasi dari pola yaitu satu yang dibuat dengan gambar dan versi numeris yang ada pada tabel. Penemuan cara untuk menentukan entri kesekian pada tabel adalah inti dari menemukan hubungan yang nanti siswa akan pahami adalah contoh dari suatu fungsi karena setiap langkah hanya memiliki satu jumlah objek.

Fungsi dapat direpresentasikan dengan lima representasi yaitu konteks, bahasa, tabel, persamaan, dan grafik.¹⁶ Konteks memberikan gambaran tentang hubungan tersebut di kehidupan sehari-hari. Ada banyak sekali contoh tentang fungsi dalam kehidupan sehari-hari, misalnya jumlah upah merupakan fungsi dari

¹⁴ Thomas Sonnabend, *Op. Cit.*, h. 87.

¹⁵ John A. Van de Walle, *Matematika Sekolah Dasar dan Menengah Edisi Keenam Jilid 2*, (Jakarta: Penerbit Erlangga, 2007), h.13.

¹⁶ John A. Van de Walle, *Ibid.*,

jumlah hari bekerja dan laba merupakan fungsi dari penjualan. Bahasa memberikan penjelasan tentang hubungan tersebut dengan cara yang bisa dimengerti dan bermanfaat. Tabel secara eksplisit memasangkan anggota-anggota yang dipasangkan oleh fungsi. Grafik menerjemahkan pasangan bilangan ke dalam gambar. Setiap titik di grafik fungsi memiliki dua koordinat. Dalam pengembangan konteks, domain dari fungsi yang digunakan adalah bilangan bulat, maka grafik yang dihasilkan hanya berupa dot/titik koordinat. Sedangkan bila domain yang digunakan adalah bilangan nyata, maka grafik yang dihasilkan membentuk garis lurus atau disebut disebut grafik fungsi linear. Sedangkan persamaan mengekspresikan hubungan fungsional yang sama dengan efisiensi dan kehandalan simbol matematis.

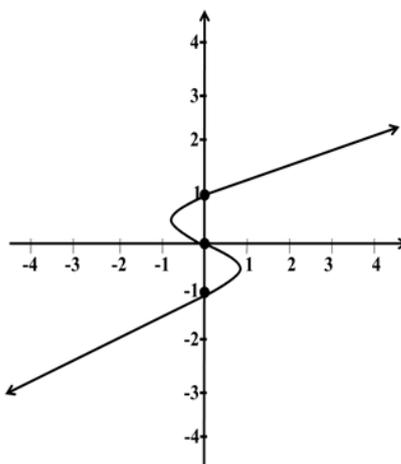
Fungsi pun memiliki beberapa macam, salah satunya korespondensi satu-satu dan fungsi konstan. Korespondensi satu-satu adalah fungsi yang memetakan anggota dari himpunan A dan B, dimana semua anggota A dan B dapat dipasangkan sedemikian sehingga setiap anggota A berpasangan dengan tepat satu anggota B dan setiap anggota B berpasangan tepat satu anggota A. Jadi banyak anggota himpunan A dan B harus sama atau $n(A) = n(B)$.¹⁷ Fungsi Konstan jika dibuat grafik maka akan membentuk garis horizontal. Grafik $y = b$ atau $f(x) = b$ adalah sebuah garis horizontal yang memotong sumbu y di b .¹⁸

Grafik pada sistem koordinat cartesius merupakan salah satu bentuk representasi dari sebuah relasi termasuk fungsi. Perlu diperhatikan bahwa tidak

¹⁷ Dewi Nuharini, Tri Wahyuni, *Matematika Konsep dan Aplikasinya untuk Kelas VIII SMP dan MTs*, (Jakarta: pusat Perbukuan Departemen Pendidikan Nasional, 2008), h.51.

¹⁸ Robert Blitzer, *Thinking Mathematically Second Edition*, (United States of America: Prentice-Hall, Inc., 2003), h.363.

semua grafik pada sistem koordinat cartesius dapat disebut sebagai grafik fungsi misalnya saja grafik pada Gambar 2.2 di bawah ini merupakan grafik bukan fungsi. Grafik fungsi dapat didefinisikan apabila tidak ada nilai x yang dapat dipasangkan dengan dua atau lebih nilai y yang berbeda. Akibatnya, jika grafik memuat dua atau lebih titik yang berbeda dengan titik absis (x) yang sama, maka grafik tersebut bukanlah fungsi. Ilustrasi pada Gambar 2.2, y bukanlah fungsi dari x karena 0 dipasangkan dengan tiga titik yang berbeda yaitu $(0,1)$, $(0,0)$, dan $(0,-1)$. Hal yang dijelaskan di atas atau uji untuk menentukan grafik fungsi atau bukan disebut dengan *vertical line test*. *If any vertikal line intersects a graph in more than one point, the graph does not define y as function of x .*¹⁹



Gambar 2.2 Grafik Bukan Fungsi

4. Algebraic Thinking atau Berpikir Aljabar

Berpikir aljabar merupakan salah satu anggota pokok untuk berpikir dan analisis matematika. Kriegler dalam Hayati mengungkapkan bahwa kemampuan berpikir aljabar dapat dibagi ke dalam dua komponen utama, yaitu pengembangan alat berpikir matematis dan pembelajaran mengenai gagasan-gagasan aljabar fundamental seperti Tabel 2.2 di bawah ini.

¹⁹ Robert Blitzer, *Ibid.*, h.352.

Tabel 2.2 Komponen-Komponen Berpikir Aljabar Kriegler²⁰

Komponen-komponen berpikir aljabar	
Alat berpikir matematis	Gagasan aljabar fundamental
<p>Keterampilan pemecahan masalah:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Menggunakan strategi pemecahan masalah. • Menggunakan beberapa pendekatan. <p>Keterampilan representasi:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Menampilkan hubungan-hubungan secara visual, simbolis, numerik, dan verbal. • Menerjemahkan antara representasi-representasi yang berbeda. • Menafsirkan informasi dalam representasi-representasi. <p>Keterampilan penalaran kuantitatif:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Menganalisis masalah untuk menggali dan mengukur hal penting. • Penalaran induktif dan deduktif. 	<p>Aljabar sebagai generalisasi aritmetika:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Memahami konsep berdasarkan strategi perhitungan. • Rasio dan proporsi. • Estimasi. <p>Aljabar sebagai bahasa matematika:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kebermaknaan variabel dan ekspresi variabel. • Kebermaknaan solusi. • Memahami dan menggunakan aturan sistem bilangan. • Membaca, menulis, memanipulasi bilangan, dan simbol menggunakan konvensi aljabar. • Menggunakan representasi simbol ekuivalen untuk memanipulasi formula, ekspresi, persamaan, dan pertidaksamaan. <p>Aljabar sebagai alat untuk fungsi dan pemodelan matematika:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mencari, membuat ekspresi, menggeneralisasi pola, dan aturan dalam konteks kehidupan nyata. • Merepresentasi gagasan matematis menggunakan persamaan, tabel, grafik, ataupun kalimat. • Bekerja dengan pola masuk/keluar. • Mengembangkan keterampilan membuat grafik koordinat.

Berdasarkan Tabel 2.2, pengembangan berpikir matematis merupakan proses pembiasaan siswa untuk berpikir analisis yang dibagi menjadi tiga keterampilan yaitu keterampilan pemecahan masalah, representasi, dan penalaran kuantitatif.

²⁰ Laila Hayati, Pembelajaran Pendidikan Matematika Realistik Untuk Mengembangkan Kemampuan Berpikir Aljabar Siswa, (Makalah yang dipresentasikan dalam Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika dengan tema “Penguatan Peran Matematika dan Pendidikan Matematika untuk Indonesia yang Lebih Baik”, Yogyakarta, 9 November, 2013) [ONLINE] Tersedia: <http://eprints.uny.ac.id/10773/1/P%20-%2050.pdf> [29 Maret 2015], h. MP - 401.

Keterampilan pemecahan masalah menuntut siswa untuk menerapkan pengetahuan awal yang telah dimilikinya sebagai strategi penyelesaian masalah. Siswa pun bebas untuk menggunakan pendekatan atau strategi apapun sehingga siswa diberi kesempatan untuk mengembangkan keterampilannya dalam memecahkan masalah.

Keterampilan yang kedua dari alat berpikir matematis adalah keterampilan representasi. Keterampilan representasi dapat mengembangkan kemampuan siswa untuk mencari hubungan dari berbagai representasi dan mampu mengomunikasikannya. Suatu hubungan dalam matematika dapat disajikan dalam berbagai bentuk, termasuk di antaranya secara visual (diagram, bagan, atau grafik), simbol, numerik (tabel, daftar, atau perhitungan), dan verbal. Dengan mengembangkan kemampuan representasi, interpretasi, dan menafsirkan berbagai representasi, kemampuan berpikir siswa pun dapat berkembang.

Keterampilan terakhir dari alat berpikir matematis adalah keterampilan penalaran kuantitatif. Menganalisa permasalahan untuk menyaring dan mengukur informasi yang relevan merupakan keterampilan penalaran yang penting. Termasuk penalaran induktif seperti mengidentifikasi pola dan menggeneralisasikan pola serta penalaran deduktif seperti membuat kesimpulan.

Komponen gagasan-gagasan aljabar fundamental merepresentasikan konten matematika secara spesifik terhadap pengembangan berpikir aljabar. Gagasan-gagasan aljabar tersebut dapat dilihat dari tiga peran aljabar yaitu aljabar sebagai generalisasi aritmetika, aljabar sebagai suatu bahasa, dan aljabar sebagai alat dalam fungsi dan pemodelan matematika.

Aljabar sebagai generalisasi aritmetika memberikan kebebasan kepada siswa untuk memahami aturan-aturan bilangan dan perhitungannya. Proses generalisasi dari bilangan dan aritmetika dimulai sejak TK dan berlanjut terus seiring siswa belajar semua aspek dari bilangan dan perhitungan, termasuk pengetahuan dasar dan makna operasi. Untuk menciptakan generalisasi, diperlukan penggunaan simbol. Karena itu, baik generalisasi dan pemahaman tentang variabel dan simbol harus dikembangkan secara bersamaan dan dapat digunakan dengan cukup bermanfaat. Dengan demikian, siswa dapat mengembangkan keterkaitan struktur matematika ketika siswa mulai mempelajari aljabar formal.

Aljabar sebagai bahasa, siswa harus memahami konsep dari variabel dan simbol yang digunakan dalam aljabar. Termasuk untuk membaca, menulis, dan memanipulasi berbagai representasi simbol dalam formula, ekspresi, persamaan, dan pertidaksamaan.

Konten yang terakhir yaitu aljabar dapat dilihat sebagai suatu alat untuk fungsi dan pemodelan matematika. Fungsi dan pemodelan matematika merepresentasikan konteks untuk aplikasi dari aljabar. Berpikir aljabar dapat menunjukkan kepada siswa manfaat dan relevansi aljabar dalam kehidupan sehari-hari.²¹ Pemodelan matematis sebagai suatu proses yang bermula dari fenomena nyata dan upaya mematematisasikan fenomena tersebut.²² Menyelidiki dan menggeneralisasi pola dalam konteks nyata, kemudian merepresentasikan gagasan-gagasan matematis menggunakan persamaan, tabel, grafik; dan

²¹ Kristen Herbert & Rebecca H. Brown, *Patterns as Tools for Algebraic Reasoning* dalam *Algebraic Thinking, Grades K-12: Readings from NCTM's School-Based Journals and Other Publications* (Reston: National Council of Teacher of Mathematics, 2000), h. 123.

²² John A. Van de Walle, *Op.Cit.*, h.31.

mengembangkan teknik-teknik membuat grafik koordinat merupakan aktivitas matematika yang dapat mengembangkan kemampuan berpikir aljabar.

Berpikir aljabar bukanlah pemikiran tunggal tetapi terdiri dari berbagai bentuk pemikiran dan pemahaman simbolisme. Selaras dengan yang diungkapkan Kriegler, Kaput dalam Walle menjelaskan lima bentuk logika aljabar:

- a. Generalisasi dari aritmetika dan pola yang ada di matematika
- b. Penggunaan simbol yang cukup bermanfaat
- c. Pembelajaran tentang struktur sistem bilangan
- d. Pembelajaran tentang pola dan fungsi
- e. Proses pemodelan matematis, yang menyatukan keempat ide di atas.²³

Berdasarkan penjelasan mengenai komponen-komponen berpikir aljabar, dapat disimpulkan bahwa kemampuan berpikir aljabar adalah kemampuan menggeneralisasi aritmetika dan pola, menggunakan simbol aljabar yang bermanfaat, memahami struktur sistem bilang dan fungsi, menggunakan model matematika untuk mewakili dan memahami hubungan kuantitatif, serta menganalisis, mengaplikasikan, dan memecahkan berbagai macam permasalahan, representasi, dan juga penalaran kuantitatif.

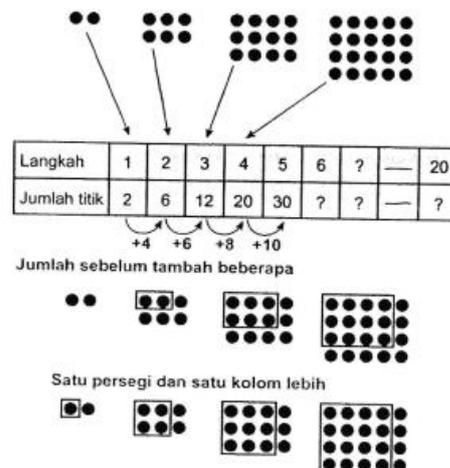
Pembelajaran fungsi dapat mencakup komponen-komponen utama kemampuan berpikir aljabar siswa sehingga penelitian ini akan dilakukan pada pembahasan materi fungsi. Seperti yang telah diungkapkan oleh Walle bahwa pola dapat digunakan sebagai pengenalan dan menunjukkan konsep fungsi. Siswa dapat mengembangkan pola yang diberikan dan menggeneralisasi jumlah objek di

²³ John A. Van de Walle, *Ibid.*, h.2.

setiap langkah pada pola tersebut. Terdapat dua cara untuk menemukan hubungan pada setiap pola yaitu hubungan rekursif dan hubungan fungsional.²⁴

a. Pola dari langkah ke langkah: hubungan rekursif

Bagi sebagian besar siswa, lebih mudah melihat pola selangkah demi selangkah. Misalnya saja pada gambar 2.3, bilangan di setiap langkah dapat ditentukan dari langkah sebelumnya dengan menambah bilangan genap berikutnya. Deskripsi yang menunjukkan perubahan pola dari langkah ke langkah berikutnya disebut dengan hubungan rekursif.



Gambar 2.3 Pola dan Hubungannya²⁵

b. Pola dari nomor langkah ke langkah: hubungan fungsional

Aturan yang menentukan jumlah anggota dalam suatu langkah dari nomor langkahnya merupakan contoh dari hubungan fungsional. Misalnya, lima langkah pertama pada gambar 2.1 adalah $1^2 + 1$, $2^2 + 2$, $3^2 + 3$, $4^2 + 4$, dan $5^2 + 5$.

Jika siswa dapat menghubungkan metode perhitungannya dengan nomor langkah, maka ia dapat menulis rumus umum yang akan memberikannya bilangan untuk langkah kesekian. Misalnya untuk soal gambar 2.1, rumus umum = $n^2 + n$.

²⁴ John A. Van de Walle, *Ibid.*, h.15.

²⁵ John A. Van de Walle, *Ibid.*, h.14.

Pembelajaran dengan pola merujuk pada setiap langkah pola hanya menghasilkan satu bilangan sehingga pola tersebut dapat memperkenalkan fungsi. Siswa pun dapat menggunakan berbagai representasi seperti gambar, tabel, persamaan, bahasa, dan juga grafik. Selain itu, siswa pun dapat mengembangkan kemampuan penalaran kuantitatif dalam menentukan hubungan yang terdapat pada pola dan memecahkan permasalahan yang dibeirkan. Jadi, siswa pun dapat mengembangkan kemampuan berpikir aljabarnya karena selama pembelajaran siswa menggeneralisasi sebuah pola, struktur bilangan, menggunakan simbol, representasi, dan memahami konsep fungsi.

B. Teori Instruksional Lokal

Teori instruksional lokal terdiri atas dugaan (*conjecture*) mengenai kemungkinan proses pembelajaran dan juga kemungkinan sarana pendukung proses pembelajaran.²⁶ Teori instruksional lokal merupakan kumpulan teori tentang rangkaian aktivitas pembelajaran maupun alat-alat yang digunakan untuk pembelajaran matematika pada suatu topik yang spesifik. Teori ini didesain oleh guru sendiri sebagai pendukung suatu proses pembelajaran. Desainnya pun mencakup proses siswa berpikir hingga akhirnya siswa dapat memahami dengan sendirinya mengenai tujuan atau maksud dari pembelajaran yang berlangsung.

Teori instruksioal lokal pada penelitian jenis *design research* masih berupa sebuah dugaan yang terdiri dari beberapa komponen. Komponen-komponen yang terdapat pada teori instruksional lokal yaitu tujuan pembelajaran, rencana aktivitas

²⁶ Koeno Gravemeijer dan Paul Cobb, *Design Research from a Learning Design Perspective: Educational Design Research*, (New York: Routledge, 2006), h.21.

pembelajaran dan alat peraga yang digunakan pada pembelajaran, serta hipotesis mengenai proses pembelajaran yang menjelaskan kemungkinan- kemungkinan cara berpikir siswa saat terlibat dalam rangkaian aktivitas yang didesain.

Teori instruksional lokal pada penelitian ini dikembangkan dengan berpegang pada karakteristik PMRI. Selain itu, aktivitas-aktivitas yang dirancang pun disesuaikan dengan komponen-komponen berpikir aljabar Krigler agar kemampuan berpikir aljabar siswa dapat berkembang. Rangkaian aktivitas yang akan dilaksanakan pada penelitian ini terdiri dari 3 tahapan yang masing-masing tahapan dilakukan pada satu pertemuan, sehingga pada penelitian akan dilakukan dalam tiga pertemuan. Tiga tahapan tersebut sesuai dengan kompetensi dasar pembelajaran fungsi pada kelas VIII yaitu memahami relasi dan fungsi, menentukan nilai fungsi, serta membuat sketsa grafik fungsi aljabar pada sistem koordinat Cartesius. Setiap tahapan atau pertemuan masing-masingnya terdiri dari dua aktivitas.

Pembelajaran fungsi yang pertama yaitu pemahaman mengenai relasi dan fungsi itu sendiri. Pada pertemuan pertama akan dilakukan dua aktivitas yaitu memahami relasi dan fungsi serta memahami macam-macam fungsi. Aktivitas pertama diawali dengan konteks atau situasi nyata yang ada di dalam kehidupan sehari-hari mengenai relasi dan fungsi. Hal tersebut sesuai dengan karakteristik PMRI mengenai penggunaan konteks. Konteks yang digunakan salah satunya yaitu mengenai beberapa tanaman hias dengan warna daun serta jenis akarnya. Berdasarkan dua hal tersebut, siswa dapat melihat pola yang terbentuk dan mencari hubungannya sehingga siswa akan memahami relasi dan fungsi

berdasarkan perbedaan hubungan yang terjadi antara tanaman hias dengan warna daun dan tanaman hias dengan jenis akar.

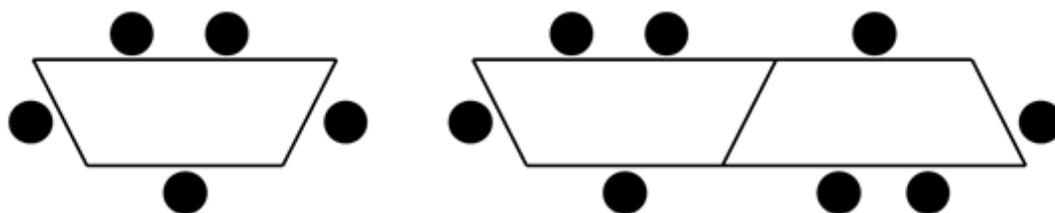
Aktivitas kedua pada pertemuan pertama pun menggunakan konteks kehidupan sehari-hari yaitu mengenai rute bus sekolah. Penggunaan konteks rute bus sekolah, siswa dapat mengamati banyaknya supir yang dibutuhkan dalam satu kendaraan serta mengamati hubungan warna lampu lalu lintas dan arti warna tersebut. Konteks banyaknya supir dalam satu kendaraan menunjukkan konsep fungsi konstan. Karena dalam sebuah kendaraan berapapun penumpang di dalamnya, tetap hanya membutuhkan satu supir untuk mengendarai kendaraan tersebut. Sedangkan konteks warna lampu lalu lintas dan artinya menunjukkan konsep fungsi yang berkorespondensi satu-satu. Karena setiap warna hanya memiliki satu arti. Pada pertemuan pertama ini siswa akan merepresentasikan relasi dan fungsi ke dalam diagram panah dengan menggunakan kertas berperekat. Diagram panah merupakan model matematisasi dari relasi dan fungsi.

Pembelajaran aljabar mengenai fungsi yang kedua adalah pemahaman siswa mengenai nilai fungsi. Pembelajaran ini terdiri dari aktivitas mengenalkan bahwa konteks atau pola yang terjadi merupakan fungsi serta persamaan umum fungsi. Pada pembelajaran ini, sangatlah penting bagi siswa untuk terlebih dahulu memahami hubungan yang terjadi pada pola yang berkembang dan merepresentasikannya ke dalam tabel dan persamaan serta keterkaitannya antara representasi tabel dan persamaan. Hal ini sesuai dengan tujuan berpikir aljabar dalam pembelajaran ini yaitu siswa dapat menemukan generalisasi pola, merepresentasikan gagasan matematis menggunakan tabel dan persamaan, serta

menggunakannya untuk memecahkan permasalahan. Aktivitas-aktivitas yang dapat dilakukan siswa pada tahap ini yaitu:

1. Membuat representasi berupa pola atau gambar dari situasi realistik yang diketahui.
2. Menyelidiki hubungan yang terjadi pada setiap pola (hubungan rekursif) dan nomor langkah (hubungan fungsional)
3. Mencari representasi tabel dan persamaan serta makna simbol dalam bentuk persamaan tersebut dengan prinsip pola yang berkembang
4. Menyelidiki keterkaitan dari representasi tabel dengan persamaan dari situasi.

Berdasarkan karakteristik PMRI mengenai penggunaan konteks, maka pembelajaran yang dilakukan ini menggunakan situasi kontekstual dan realistik yaitu permasalahan meja kantin.²⁷ Permasalahan tersebut akan disajikan dalam bentuk cerita dan gambar sehingga dapat menarik perhatian siswa sehingga siswa akan termotivasi untuk mengikuti pembelajaran. Serta, pola dari permasalahan meja kantin termasuk yang masih dapat diikuti siswa karena setiap langkah dari pola tersebut akan bertambah 3 sehingga siswa tidak akan terlalu mengalami kesulitan untuk mencarinya.



Gambar 2.4 Pola Permasalahan Meja Kantin

²⁷ Joan Moss, Ruth Beatty, dkk, "What Is Your Theory? What Is Your Rule?" *Fourth Graders Build an Understanding of Functions through Patterns and Generalizing Problem* dalam buku *Algebra and Algebraic Thinking in School Mathematics Seventieth Yearbook*, (Reston: National Council of Teacher of Mathematics, 2008), h.161.

Pembelajaran ketiga bertujuan agar siswa mampu mengembangkan kemampuan siswa dalam representasi grafik. Penggunaan tabel dan persamaan membuat siswa dapat membentuk pasangan (x,y) dan dengan pasangan tersebut siswa dapat membentuk grafik berdasarkan konteks permasalahan pada pertemuan kedua. Berdasarkan hal tersebut, dapat meningkatkan pula kemampuan berpikir aljabar siswa dalam merepresentasikan fungsi dengan grafik. Aktivitas selanjutnya yaitu membedakan grafik fungsi dan grafik bukan fungsi. Menurut Robert Blitzer dalam bukunya, *Vertical line test* dapat digunakan untuk menentukan fungsi atau tidak menggunakan grafik pada sistem koordinat cartesius. Setelah mencari hubungan dengan menggunakan *vertical line test*, siswa dapat membuat kesimpulan atau menggeneralisasikan mengenai konsep grafik fungsi.

Aktivitas dalam pembelajaran akan memberikan dampak positif bagi siswa. Hal tersebut ditandai dengan meningkatnya kemampuan berpikir aljabar siswa dalam menggeneralisasi, menggunakan simbol, merepresentasi, penalaran, memecahkan masalah, dan memahami konsep fungsi. Siswa pun menjadi bersemangat mengikuti pembelajaran, serta siswa akan mengalami proses belajar secara langsung sehingga jika ia mengalami kesalahan, maka ia akan tahu letak kesalahannya tersebut dan dapat memperbaikinya saat itu juga.

Pembelajaran yang berlangsung di dalam kelas harus dapat memberikan kebebasan kepada siswa untuk melakukan eksplorasi strategi informal lainnya. Oleh karena itu, desain proses pembelajaran pun perlu memerhatikan kebebasan siswa dalam mengeksplorasi dan juga memperhatikan interaktivitas yang terjadi di dalam pembelajaran. Interaktivitas dapat diwujudkan dengan adanya kegiatan

diskusi dalam pembelajaran sehingga pembelajaran yang berlangsung tidak hanya secara individu melainkan seluruh warga kelas. Pengembangan interaktivitas ini sangat diperlukan siswa, karena lewat interaktivitas kemampuan kognitif dan afektif siswa dapat berkembang.

C. Hipotesis Lintasan Belajar

1. Pertemuan 1

a. Tujuan Pembelajaran

Tujuan pembelajaran pada pertemuan pertama antara lain sebagai berikut:

- 1) Siswa dapat mengelompokkan daftar tanaman hias, warna daun/jenis akar, supir, banyaknya penumpang, warna lampu lalu lintas, serta arti warna lampu lalu lintas sebagai suatu himpunan.
- 2) Siswa dapat memahami keterkaitan dari dua himpunan sebagai suatu relasi atau fungsi.
- 3) Siswa dapat membuat representasi diagram panah dari suatu relasi dan fungsi.
- 4) Siswa dapat memahami representasi diagram panah dari suatu relasi dan fungsi.
- 5) Siswa dapat memahami fungsi konstan dan fungsi berkorespondensi satu-satu.

b. Alat yang digunakan

Alat-alat yang digunakan pada pertemuan pertama ini yaitu proyektor, laptop, speaker, video, satu lembar kertas HVS, dua *pack* kertas berperekat berwarna kuning dan hijau, dan Lembar Aktivitas Siswa (LAS).

c. Deskripsi Rencana Aktivitas

Pertemuan pertama ini terdiri dari dua aktivitas. Berikut ini deskripsi rencana aktivitas-aktivitas pada pertemuan pertama:

1) Aktivitas 1 (membedakan relasi dan fungsi)

- a) Guru bercerita bahwa pihak sekolah akan merenovasi sekolah termasuk untuk taman sekolah sehingga diperlukan beberapa tanaman hias yang ditampilkan melalui sebuah video dan siswa memperhatikan video tersebut.
- b) Guru memberikan tugas kepada kelompok ganjil untuk mendata warna daun sedangkan kelompok genap mendata jenis akar dari setiap tanaman hias.
- c) Siswa menuliskan daftar tanaman hias pada kertas berperekat dalam warna yang sama dan menuliskan data yang diperoleh pada kertas berperekat warna lainnya. Serta menempalkannya pada kertas HVS secara berbanjar.
- d) Siswa membuat garis atau tanda panah untuk menghubungkan anggota-anggota pada banjar pertama (daftar tanaman hias) dengan anggota-anggota pada banjar kedua (warna daun/jenis akar).
- e) Siswa menjelaskan makna garis atau tanda panah yang digunakan untuk menghubungkan kedua himpunan, kemudian mendeskripsikan satu per satu maknanya (contoh: gambar panah menunjukkan adanya hubungan antara tanaman hias dengan jenis akar).
- f) Siswa membuat representasi diagram panah berdasarkan representasi yang telah dibuat dengan menggunakan kertas berperekat.
- g) Siswa mencari perbedaan dari kedua diagram panah tersebut sehingga siswa dapat membedakan relasi dan fungsi.

2) Aktivitas 2 (memahami macam-macam fungsi)

- a) Guru bercerita mengenai rute perjalanan bus sekolah, berikut ceritanya:
- “Bus sekolah mengantarkan para siswa secara gratis menuju sekolah. Rute yang dilalui oleh bus menuju sekolah ialah melewati 5 halte, sebuah perempatan, dan pertigaan. Bus sekolah berangkat dengan jumlah penumpang kosong, lalu pada halte pertama naiklah tiga siswa. Pada halte kedua naik dua siswa. Lalu bus pun melewati sebuah perempatan, di perempatan tersebut terpasang lampu lalu lintas. Dekat dari perempatan tersebut terdapat halte dan naiklah 5 siswa. Setelah itu, bus pun melewati pertigaan yang terdapat lampu lalu lintas dan di halte terdekatnya naiklah 2 siswa. Pada halte yang terakhir maka naiklah 4 siswa.”
- b) Guru memberikan tugas kepada siswa berdasarkan kelompoknya dimana kelompok ganjil untuk mendata warna lampu lalu lintas beserta artinya sedangkan kelompok genap mengamati jumlah supir dari jumlah penumpang tiap halte.
- c) Siswa menuliskan hasil pendataan/pengamatannya ke dalam diagram panah seperti aktivitas 1.
- d) Siswa diminta untuk menentukan diagram yang telah dibuat merupakan fungsi atau relasi.
- e) Siswa mencari perbedaan dari dua diagram tersebut dengan diagram panah sebuah fungsi pada aktivitas 1. Berdasarkan hasil temuan siswa mengenai perbedaan dari kedua diagram panah yang telah dibuat, siswa dapat memahami fungsi konstanta dan korespondensi satu-satu.

d. Hipotesis Proses Belajar

1) Aktivitas 1

Tabel 2.3 Tanaman Hias dengan Warna Daun dan Jenis Akarnya

<p style="text-align: center;">Mawar</p> 	<p style="text-align: center;">Melati</p> 	<p style="text-align: center;">Patah Tulang</p> 
<p>Warna daun: hijau Jenis akar : tunggang</p>	<p>Warna daun : hijau Jenis akar : tunggang</p>	<p>Warna daun : - Jenis akat : serabut</p>
<p style="text-align: center;">Lidah Mertua</p> 	<p style="text-align: center;">Pucuk Merah</p> 	
<p>Warna daun: hijau, kuning Jenis akar : serabut</p>	<p>Warna daun: hijau, coklat, merah Jenis akar : tunggang</p>	
<p>Catatan: Tanaman patah tulang tidak memiliki daun sehingga warna daunnya pun tidak ada (tidak memiliki warna daun)</p>		

Guru menunjukkan tanaman patah tulang secara langsung kepada siswa agar siswa mengetahui bahwa tanaman tersebut tidak memiliki daun. Kelompok ganjil mendata warna daun sedangkan kelompok genap mendata jenis akar dari setiap tanaman hias. Dalam aktivitas ini, kegiatan mendata warna daun kemungkinan pada suatu tanaman hias memiliki lebih dari 1 warna bahkan tidak ada karena tidak memiliki daun (mengarahkan siswa kepada pemahaman relasi), sedangkan pendataan jenis akar setiap tanaman hias memiliki 1 jenis akar (mengarahkan

siswa kepada pemahaman fungsi). Berikut ini merupakan contoh kemungkinan data yang diperoleh siswa.

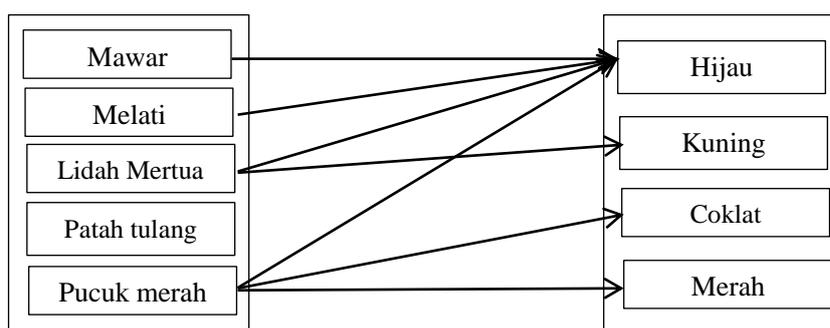
Tabel 2.4 Ilustrasi Data yang Diperoleh Siswa

Warna Daun	Jenis Akar
Mawar – hijau	Mawar – tunggang
Melati – hijau	Melati - tunggang
Lidah mertua – hijau, kuning	Lidah mertua – serabut
Patah tulang – (tidak ada daun)	Patah tulang – serabut
Pucuk merah – hijau, coklat, merah	Pucuk merah – tunggang

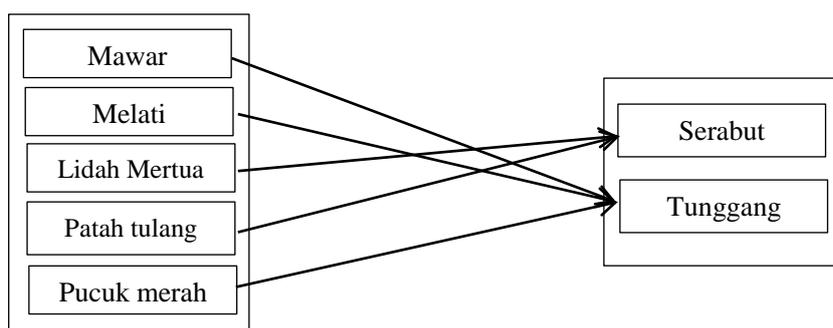
Siswa memahami pengelompokkan anggota dalam sebuah himpunan. Sehingga, siswa memahami bahwa dalam penulisan pada kertas berperekat harus sesuai dengan daftar tanaman hias atau warna daun/jenis akar yang telah dikelompokkan (daftar tanaman hias pada kertas berperekat berwarna sama dan warna daun/jenis akar juga di kertas berwarna sama). Dalam penulisan warna daun/jenis akar sama memungkinkan siswa menuliskannya secara berulang. Jika hal ini terjadi, guru membimbing siswa untuk mengefektikan penulisan dengan cukup menulis 1 warna daun/jenis akar yang sama. Untuk warna daun patah tulang, siswa dapat saja menuliskan tidak berwarna pada himpunan warna daun sehingga guru harus memberikan penjelasan bahwa tidak berwarna bukanlah anggota himpunan warna daun.

Kemudian, siswa membuat garis atau tanda panah untuk menghubungkan anggota-anggota pada banjar pertama (daftar tanaman hias) dengan anggota-anggota pada banjar kedua (warna daun/jenis akar). Siswa menjelaskan makna garis atau tanda panah yang digunakan untuk menghubungkan kedua himpunan, kemudian mendeskripsikan maknanya (contoh: melati \rightarrow tunggang, menunjukkan bahwa tanaman asoka memiliki akar tunggang.). Selanjutnya siswa membuat

representasi diagram panah berdasarkan representasi yang telah dibuat dengan menggunakan kertas berperekat. Jika siswa mengalami kesulitan dalam penyusunan anggota himpunannya, guru memberikan arahan bahwa siswa diberi kebebasan dalam penyusunan penulisannya.



Gambar 2.5 Diagram Panah dari Relasi



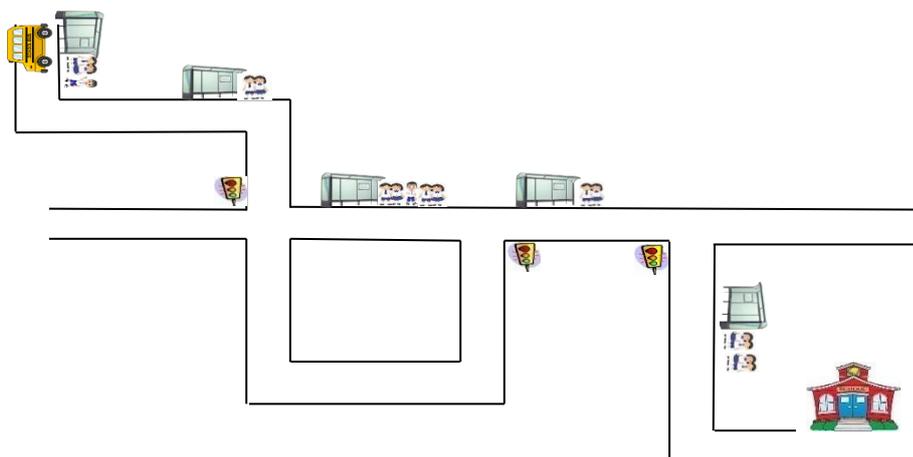
Gambar 2.6 Diagram Panah dari Fungsi

Berdasarkan diagram panah yang telah dibuat siswa, siswa membedakan hubungan dari kedua diagram tersebut. Siswa dapat saja mengatakan bahwa diagram yang satu merupakan diagram hubungan tanaman dengan warna daun sedangkan yang satunya merupakan diagram dari hubungan tanaman dengan jenis akar. Jika itu terjadi, maka guru memberikan pengarahan bahwa mencari perbedaan yang dimaksud yaitu mengenai hubungan antara banjar pertama dan kedua dari tiap diagram seperti terhubung bercabang, terhubung tepat satu, dan tidak terhubung. Untuk diagram yang terdapat hubungan yang bercabang atau

tidak terhubung maka diagram tersebut merupakan relasi. Sedangkan diagram terhubung tepat satu maka diagram tersebut merupakan fungsi.

2) Aktivitas 2

Pembelajaran pertemuan pertama pun dilanjutkan dengan aktivitas 2 yang dimulai dengan cerita guru mengenai rute perjalanan bus sekolah. Jika guru hanya bercerita, maka siswa akan mengalami kesulitan memahami maksud cerita tersebut. Oleh karena itu, guru pun memberikan denah rute perjalanan bus sekolah menuju sekolah. Berikut ini denah rute perjalanan bus sekolah:

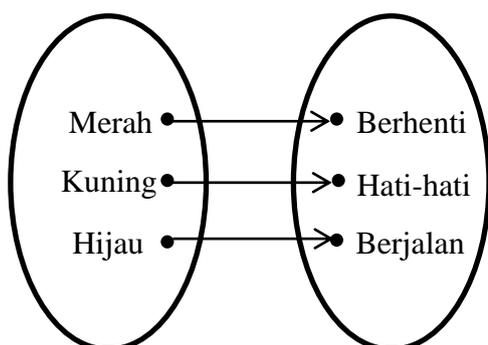


Gambar 2.7 Denah Rute Perjalanan Bus Sekolah ke Sekolah

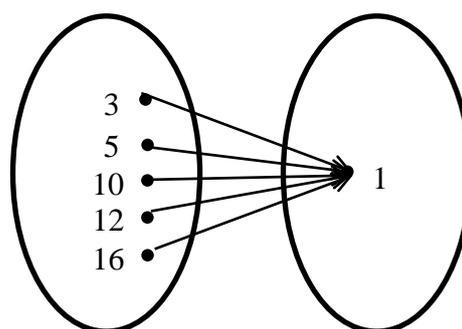
Kelompok ganjil mendata warna lampu lalu lintas beserta artinya sedangkan kelompok genap mengamati jumlah supir dari jumlah penumpang tiap halte. Pada kelompok genap akan mengalami kesulitan memaknai tugasnya, guru pun memberikan penjelasan bahwa pada halte pertama naik 3 penumpang berarti 3 penumpang maka membutuhkan 1 supir. Lalu halte kedua naik 2 penumpang, sehingga menjadi 5 penumpang maka membutuhkan 1 supir, begitu seterusnya.

Setelah siswa memahami instruksi atau penjelasan dari guru, kemudian siswa membuat representasi diagram panah dari hasil pengamatannya. Terdapat siswa

yang membuat representasinya dengan sebuah garis saja tanpa diberi tanda panah. Guru pun memberikan arahan mengenai garis dan tanda panah tersebut sehingga siswa memahami bahwa dalam membuat representasi diagram panah harus menggunakan tanda panah. Berikut ini merupakan contoh kemungkinan diagram panah yang dibuat oleh siswa:



Gambar 2.8 Korespondensi Satu- Satu



Gambar 2.9 Fungsi Konstan

Siswa diminta untuk mengamati kedua diagram tersebut termasuk relasi atau fungsi. Jika siswa mengalami kesulitan, maka guru membimbingnya dengan mengingatkan hal yang telah diperoleh siswa pada aktivitas sebelumnya mengenai terhubung bercabang, tidak terhubung, atau terhubung tepat satu. Setelah siswa dapat mengetahui bahwa hal tersebut merupakan fungsi, siswa membandingkannya dengan diagram panah fungsi yang diperoleh pada aktivitas sebelumnya. Guru mengarahkan siswa untuk mencari hubungannya atau pola hubungan yang terjadi. Untuk korespondensi satu-satu, maka banyaknya anggota himpunan yang pertama sama dengan banyaknya anggota himpunan yang kedua serta anggota himpunan pertama dipasangkan tepat satu ke anggota himpunan kedua begitu juga anggota himpunan kedua dipasangkan tepat satu ke anggota himpunan pertama. Sedangkan untuk fungsi konstan, dimana semua anggota himpunan pertama dipasangkan ke satu anggota himpunan kedua.

2. Pertemuan 2

a. Tujuan pembelajaran

Tujuan pembelajaran pada pertemuan pertama antara lain sebagai berikut:

- 1) Siswa dapat menentukan hubungan dari setiap pola
- 2) Siswa dapat memrepresentasikan pola tersebut ke dalam bentuk tabel dan persamaan.
- 3) Siswa dapat menggeneralisasi pola.
- 4) Siswa dapat memahami makna fungsi dari representasi yang telah dibuat.
- 5) Siswa dapat menentukan anggota pola kesekian (menentukan nilai fungsi dan nilai variabel)

b. Alat yang digunakan

Alat-alat yang digunakan pada pertemuan kedua yaitu proyektor, laptop, dan LAS.

c. Deskripsi rencana aktivitas

Pertemuan kedua ini terdiri dari dua aktivitas. Berikut ini deskripsi rencana aktivitas-aktivitas pada pertemuan kedua:

1) Aktivitas 1 (menentukan banyaknya meja dan kursi pada konteks meja kantin)

- a) Guru bercerita bahwa renovasi yang dilakukan oleh pihak sekolah tidak hanya di taman saja melainkan kantin pun ikut direnovasi. Berikut ini inti ceritanya:

“Kepala sekolah akan melakukan renovasi sekolah termasuk kantin sekolah.

Semua pedagang di kantin sekolah harus menyediakan makanan dan

minuman yang sehat dan bersih. Selain itu, agar kantin menjadi tempat yang nyaman bagi para warga sekolah ketika beristirahat maka kepala sekolah pun menginginkan kantin sekolah di desain secara unik. Kepala sekolah mendesain bahwa meja yang akan digunakan berbentuk trapesium yang mana setiap pinggir meja akan dikelilingi oleh 1 kursi, 2 kursi pada bagian meja yang panjang, dan 1 kursi pada bagian lainnya. Sehingga untuk 1 meja tersebut akan dikelilingi oleh 5 kursi. Kemudian, jika dua meja digabungkan maka 8 kursi akan mengelilingi meja tersebut, dan begitu pula seterusnya. Berapa kursi yang dibutuhkan jika 3 meja digabungkan? Berapa kursi yang dibutuhkan jika 4 meja digabungkan? ”

- b) Siswa dapat menggunakan representasi yang telah dipelajari pada pertemuan sebelumnya atau melanjutkan gambar pola untuk menyelesaikan permasalahan dalam cerita tersebut.
- c) Guru menanyakan, “adakah kemungkinan perbedaan jumlah kursi pada meja yang digabung dalam jumlah yang sama?”. Pertanyaan ini mengarahkan siswa untuk berpikir bahwa konteks dan pola yang diberikan merupakan salah satu contoh dari fungsi.

2) **Aktivitas 2 (menentukan banyaknya kursi jika x meja digabungkan)**

- a) Guru melanjutkan cerita mengenai renovasi kantin sekolah, berikut ceritanya: “Sekolah ingin mengadakan suatu acara dan pada saat itu menggunakan meja kantin yang digabung seperti pola meja trapesium. Berapa banyak kursi yang dibutuhkan jika 50 meja digabungkan? Jika dalam acara tersebut didatangi oleh 95 orang, maka berapa banyak meja yang harus digabungkan?”

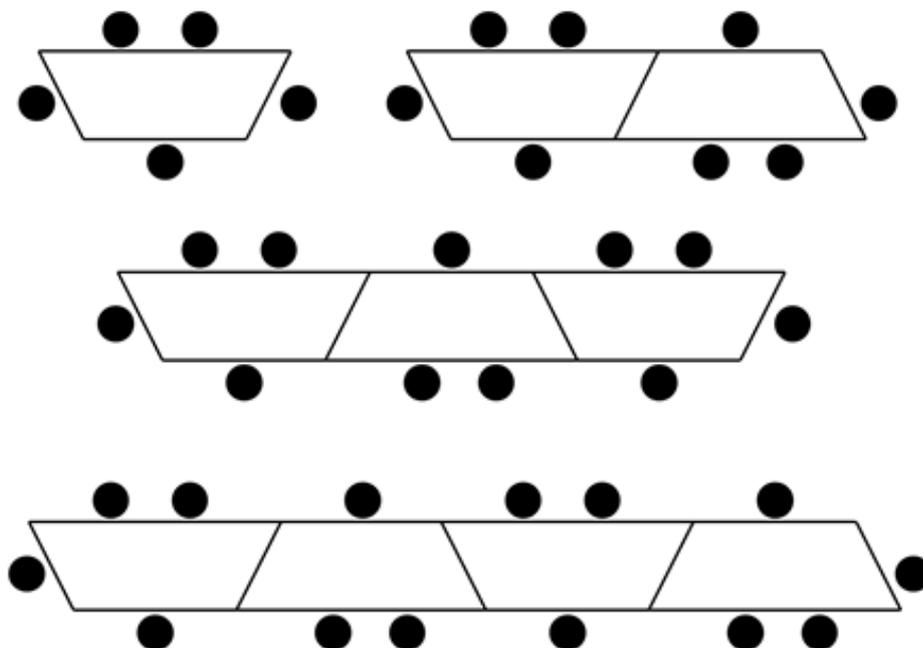
- b) Siswa mengembangkan pola yang ada dan merepresentasikan ke dalam bentuk tabel.
- c) Siswa mencari hubungan dari langkah setiap pola dan memahami adanya hubungan dari setiap langkah.
- d) Siswa menyadari untuk mengetahui jumlah kursi dari 50 meja yang digabung akan sulit jika dilakukan dengan meneruskan pola maka siswa, maka siswa menggeneralisasi pola tersebut hingga membentuk suatu persamaan atau rumus fungsi.
- e) Siswa memeriksa ulang persamaan yang telah dibuatnya sesuai atau tidak dengan pola yang ada.
- f) Siswa dapat menyelesaikan permasalahan yang diberikan menggunakan persamaan fungsi yang telah dibuat termasuk menyelesaikan permasalahan banyaknya meja yang digabung jika 95 orang yang datang.
- g) Guru bersama-sama dengan siswa menarik kesimpulan bahwa jumlah kursi sebagai nilai fungsi (variabel y /bergantung) dan jumlah meja sebagai nilai variabel (variabel x /bebas).

d. Hipotesis proses belajar

1) Aktivitas 1

Melalui guru bercerita, siswa akan mengalami kesulitan membayangkan pola kursi dan meja yang terbentuk. Oleh karena itu, guru akan memberikan lembar aktivitas yang di dalamnya terdapat cerita yang dilengkapi dengan ilustrasi pola dari kursi dan meja yang dimaksud. Dugaan siswa untuk menentukan jumlah kursi

jika 3 meja digabung dan 4 meja digabung, siswa akan meneruskan pola tersebut atau menggambar jika 3 meja atau 4 meja digabung.



Gambar 2.10 Pola yang Berkembang

Jika siswa sudah menjawab seperti itu, maka menandakan bahwa siswa tersebut sudah mulai menggunakan kemampuan berpikir aljabarnya. Ia sudah mau untuk mencari hubungan dari pola yang berkembang.

Setelah itu, siswa akan merepresentasikannya ke dalam bentuk representasi baik diagram panah yang telah dipelajari pada pertemuan sebelumnya. Berdasarkan representasi yang telah dibuat, siswa dapat menyimpulkan bahwa konteks permasalahan tersebut merupakan sebuah fungsi.

2) **Aktivitas 2**

Siswa merepresentasikan banyaknya meja dan banyaknya kursi ke dalam sebuah gambar dengan meneruskan pola yang sudah ada. Jika hal tersebut terjadi, guru mengarahkan siswa untuk menggunakan representasi tabel agar efektif.

Tabel 2.5 Banyaknya Meja dengan Banyaknya Kursi

Banyaknya Meja	Banyaknya Kursi
1	5
2	8
3	11
4	14

Guru mengarahkan siswa untuk mencari hubungan antara banyaknya meja dengan banyaknya kursi berdasarkan tabel yang telah dibuat. Untuk menjawab pertanyaan “Berapa banyak kursi yang dibutuhkan jika 50 meja digabung?”, guru memberikan arahan bahwa siswa sebenarnya bisa saja meneruskan dari pola yang ada hingga ke-50 tetapi itu tidak efisien. Jadi guru mengarahkan siswa untuk membuat representasi persamaan dari permasalahan pola tersebut.

Siswa mengamati pola yang telah dibuat sebelumnya, siswa menyadari bahwa setiap meja digabungkan untuk kedua sisi-sisinya akan selalu ditempati oleh dua kursi. Guru memberikan pertanyaan arahan mengenai perbedaan banyaknya kursi pada setiap langkah. Lalu, Siswa menyadari bahwa $8-3=11-8=14-11=17-11=3$ sehingga perbedaannya yaitu bertambah 3. Siswa memahami bahwa perubahan jumlah kursi bergantung dengan jumlah meja yang digabungkan dan setiap meja digabungkan maka jumlah kursi akan bertambah 3. Selain itu, siswa pun akan memahami bahwa pada pola tersebut terdapat dua kursi yang letaknya di pinggir (pada sisi yang tidak saling sejajar) selalu tetap yaitu 2.

Selanjutnya, siswa menggunakan pemahaman yang telah didapat untuk mencari banyaknya kursi dalam jumlah yang banyak dengan menggunakan variabel x . Akan tetapi, terdapat siswa yang kurang memahami makna variabel x tersebut, siswa dapat saja mengganti x dengan sembarang bilangan. Guru pun harus mengarahkan bahwa x tersebut sebuah variabel dan agar siswa memperoleh

sebuah persamaan. Lalu, siswa dapat menemukan hubungan untuk banyaknya kursi dengan banyaknya x meja yang digabung yaitu $3x + 2$. Berikut ini dugaan jawaban siswa seperti Tabel 2.6 di bawah ini:

Tabel 2.6 Hubungan Banyaknya Meja dengan Banyaknya kursi

Banyaknya Meja	Banyaknya Kursi	Hubungan
1	5	$3(1) + 2$
2	8	$3(2) + 2$
3	11	$3(3) + 2$
4	14	$3(4) + 2$

Siswa pun memeriksa ulang persamaan yang telah dibuat agar sesuai dengan pola. Jika sudah sesuai, siswa diberi kebebasan untuk menyelesaikan permasalahan tersebut termasuk penggunaan persamaan yang sudah dibuat. Untuk menyelesaikan permasalahan dengan menggunakan persamaan siswa akan mengalami kesulitan, sehingga guru membimbing jika x sebagai banyaknya meja sedangkan $f(x) = y$ sebagai banyaknya kursi. Dalam menyelesaikannya, siswa pun diminta untuk mengingat kembali mengenai pembelajarannya untuk menentukan nilai x atau y .

Selanjutnya, guru membimbing siswa untuk mengidentifikasi dari persamaan yang telah dibentuk berdasarkan pola meja kantin yaitu banyaknya kursi dari meja yang digabung atau $f(x) = y$ adalah nilai fungsi, perbedaan jumlah kursi dari meja yang digabungkan sebagai koefisien dari variabel (x), banyaknya meja yang digabung atau x sebagai nilai variabel, dan kursi yang tetap adalah konstanta. Dengan menggunakan persamaan yang telah dibuat, siswa dapat menggunakannya dalam menyelesaikan permasalahan yang diberikan. Siswa dengan dibimbing oleh guru dengan menggunakan permasalahan yang diperoleh untuk menggeneralisasi persamaan umum sebuah fungsi yaitu $f(x) = ax + b$.

3. Pertemuan 3

a. Tujuan pembelajaran:

Tujuan pembelajaran pada pertemuan ketiga antara lain sebagai berikut:

- 1) Siswa dapat merepresentasikan fungsi ke dalam bentuk grafik.
- 2) Siswa dapat memahami representasi grafik dari suatu fungsi.
- 3) Siswa dapat membedakan grafik fungsi dan grafik bukan fungsi menggunakan *vertical line test*.

b. Alat yang digunakan

Alat-alat yang digunakan pada pertemuan ketiga yaitu gabus berpetak, pin, benang, penggaris, LAS, aplikasi GeoGebra, laptop, dan proyektor.

c. Deskripsi rencana aktivitas

Pertemuan ketiga ini terdiri dari dua aktivitas. Berikut ini deskripsi rencana aktivitas-aktivitas pada pertemuan ketiga:

- 1) **Aktivitas 1 (merepresentasikan fungsi dari meja kantin ke dalam bentuk grafik)**
 - a) Guru mengingatkan kembali mengenai pola meja kantin dan pembelajaran sebelumnya mengenai sistem koordinat..
 - b) Siswa diminta untuk membuat representasi tabel dari pola meja kantin.
 - c) Siswa membuat koordinat cartesius pada gabus berpetak dan membuat titik sesuai dengan pasangan (x,y) sesuai dengan representasi tabel yang telah dibuat dengan menggunakan pin.
 - d) Siswa menghubungkan antar titik tersebut dengan benang yang telah disediakan sehingga membuat garis lurus (domain bilangan nyata).

e) Siswa diminta untuk menjawab pertanyaan pada LAS yang diberikan dalam kelompoknya masing-masing.

2) Aktivitas 2 (membedakan grafik fungsi dan bukan fungsi dengan *vertical line test*)

a) Guru menggunakan aplikasi GeoGebra untuk membuat grafik dari persamaan $y = x + 1$, $y = x^2$, $y = -x + 2$, $x^2 - y^2 = 1$, dan $x^2 + 16y^2 = 9$.

b) Siswa memperhatikan grafik yang dihasilkan oleh GeoGebra pada lembar aktivitas yang diberikan.

c) Siswa menggunakan penggaris dan meletakkannya tegak lurus di setiap titik pada sumbu X .

d) Siswa mengamati banyaknya noktah atau titik potong antara garfik dengan penggaris.

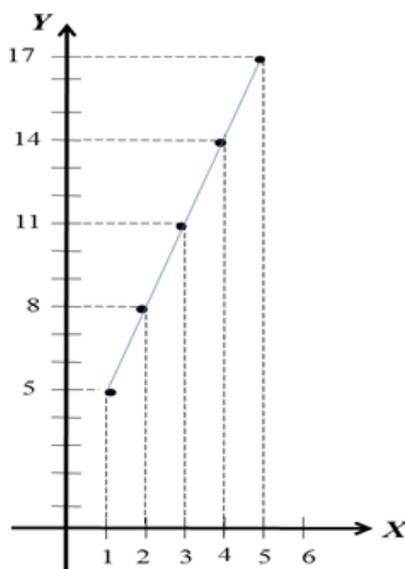
e) Guru memberikan pertanyaan “Bagaimana perbedaan banyaknya titik potong dari grafik-grafik tersebut dengan penggaris?” (mengarahkan untuk membedakan grafik fungsi dan grafik bukan fungsi)

d. Hipotesis proses belajar

1) Aktivitas 1

Ketika guru memberikan tugas kepada siswa untuk membuat noktah atau titik (memasangkan x dan y) berdasarkan representasi tabel yang dibuat, siswa tidak mengalami kesulitan dalam memasangkannya karena guru akan memberikan satu contoh pada pasangan pertama yang menjadi satu titik. Berikut ini dugaan jawaban siswa yaitu pasangan I : (1,5); pasangan II : (2,8); pasangan III : (3,11); pasangan IV : (4,14); dan pasangan V : (5,17).

.Untuk membuat grafik, siswa membuat koordinat cartesius pada gabus berpetak dan pasangan (x,y) sebagai titik pada koordinat cartesius dengan menggunakan pin. Siswa akan bertanya mengenai benang yang diberikan, maka guru memberikan instruksi kepada siswa untuk menghubungkan titik-titik yang telah diberi pin dengan menggunakan benang tersebut. Lalu, siswa menghubungkan antar titik dengan benang sehingga membentuk sebuah garis lurus. Kemungkinan terdapat siswa yang menghubungkan antar titik tersebut tidak dengan garis lurus karena penomoran koordinat cartesius yang dibuat tidak berjarak sama. Untuk mengatasi hal tersebut, gabus berpetak yang dibagikan kepada siswa sudah dilengkapi dengan koordinat cartesius yang telah diberi nomor. Berikut ini dugaan jawaban siswa:



Gambar 2.11 Grafik Fungsi

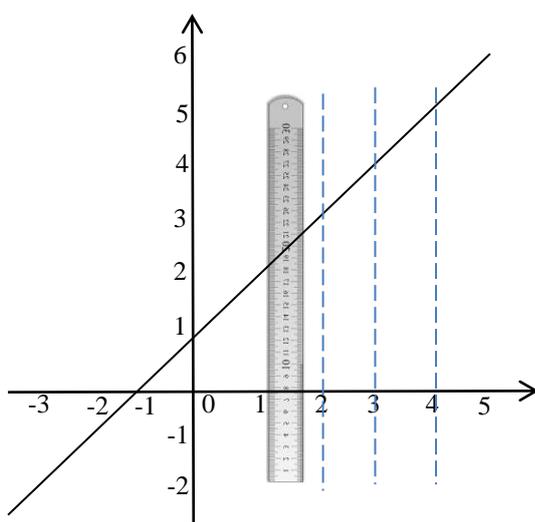
Grafik yang dibuat siswa kemungkinan hanya akan dibuat berdasarkan titik yang dimiliki. Siswa dibimbing dengan guru dalam membuat grafik fungsi linear yaitu berupa garis lurus dan siswa memahami bahwa garis yang digunakan dapat diperpanjang dan tidak berpatokan pada titik yang diperoleh dari tabel. Siswa pun

dapat menentukan banyaknya meja atau banyaknya kursi hanya dengan melihat grafik yang telah dibuat sehingga siswa dapat memahami bahwa grafik merupakan salah satu representasi dari fungsi.

2) Aktivitas 2

Guru tidak mengalami kesulitan dalam menggunakan aplikasi GeoGebra untuk menggambar grafik $y = x + 1$, $y = x^2$, $y = -x + 2$, $x^2 - y^2 = 1$, dan $x^2 + 16y^2 = 9$. Berdasarkan pengamatan siswa mengenai grafik yang ditampilkan, siswa akan memahami bahwa grafik garis lurus dapat diperpanjang dan guru pun memberikan penekanan mengenai hal tersebut agar grafik yang dibuat siswa tidak terbatas pada titik yang diketahui saja.

Siswa diberikan lembar aktivitas yang berisikan grafik-grafik dari persamaan tersebut. Siswa akan mengalami kesulitan mengenai penggunaan penggaris dan mencari titik potong. Oleh karena itu, guru memberikan arahan sebagai berikut:



Gambar 2.12 Ilustrasi *Vertical Line Test* Grafik $y = x + 1$

Siswa menghitung banyaknya titik potong antara grafik dengan penggaris pada setiap titik di sumbu X pada semua grafik lalu membandingkannya. Ketika

membandingkan siswa dapat saja mengatakan bahwa grafik yang satu semua titik potong pada setiap titik di sumbu X sebanyak satu, grafik yang lainnya terdapat 0, 1, dan 2 titik potong. Guru memberikan pengarahannya bahwa dalam menyebutkan banyaknya titik potong dengan semuanya 1 atau bukan 1. Lalu siswa membandingkan dengan grafik fungsi yang diperoleh pada aktivitas sebelumnya. Siswa mengetahui bahwa titik potongnya tepat 1. Sehingga siswa dapat menyimpulkan jika titik potongnya tepat satu maka grafik tersebut merupakan fungsi sedangkan yang bukan 1 merupakan grafik bukan fungsi.