# BAB II
# KAJIAN TEORI

## A. Deskripsi Teori

### 1. Kemampuan Koneksi Matematis

Matematika merupakan ilmu yang terdiri dari berbagai topik yang terstruktur. Berbagai topik dalam matematika memiliki konsep dan prinsip yang saling berhubungan satu dengan yang lainnya.[9] Bentuk hubungan tersebut tidak hanya pada antar topik dalam matematika saja, tetapi juga hubungan antara matematika dengan disiplin ilmu lain dan hubungan matematika dengan kehidupan sehari–hari. Bentuk hubungan inilah yang dikenal dengan koneksi matematis.

Menurut kamus besar bahasa Indonesia, kemampuan berasal dari kata dasar mampu yang berawalan ke- dan berakhiran –an. Mampu adalah kuasa (sanggup, bisa) melakukan sesuatu, dapat, sedangkan kemampuan adalah kesanggupan, kecakapan, kekuatan kita berusaha dengan-diri sendiri.[10] Suherman menyatakan bahwa kemampuan koneksi matematis adalah kemampuan untuk menghubungkan konsnep/aturan dalam matematika antara satu dengan yang lainnya, menghubungkan antara matematika dengan bidang studi lain, atau menghubungkan matematika dengan aplikasi pada dunia nyata.[11] Sejalan dengan pernyataan Suherman mengenai kemampuan koneksi matematis, Kusuma juga mendefinisikan kemampuan koneksi matematis. Kusuma dalam Maulana menyatakan bahwa kemampuan koneksi matematis adalah kemampuan seseorang

---

[9] Yanto Permana dan Utari Sumarmo "Mengembangkan Kemampuan Penalaran dan Koneksi Matematik Siswa SMA Melalui Pembelajaran Berbasis Masalah" *Jurnal*. Educationist 1:2 (Bandung: Balai Penataran Guru Tertulis dan UPI, 2007) h.117

[10] Kamus Besar Bahasa Indonesia Edisi ketiga, (Jakarta: Balai Pustaka), hal: 707

[11] Karunia Eka Lestari dkk, *Penelitian Pendidikan Matematika*. (Bandung: Refika Aditama, 2015) h.82

dalam menunjukan hubungan internal dan eksternal dalam matematika, yang meliputi: koneksi antar topik matematika, koneksi dengan disiplin ilmu lain, dan koneksi dengan kehidupan sehari-hari.[12]

Kemampuan koneksi matematis menjadi salah satu kemampuan matematis yang penting dalam proses pembelajaran. Kemampuan koneksi matematis merupakan salah satu tujuan pembelajaran matematika di sekolah yang tercantum dalam standar isi bidang studi matematika yaitu agar siswa mampu memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antarkonsep dan mengaplikasikan konsep atau algoritma secara luwes, akurat dan tepat dalam pemecahan masalah.[13] Hal tersebut juga sejalan dengan pernyataan Kilpatrick, Swafford & Findell dalam Mwakapenda. Kemampuan untuk merepresentasikan dan mengkomunikasikan matematika secara efektif, bergantung pada pencapaian individu terhadap pemahaman konsep terhadap konsep dan prosedur matematika serta keterkaitan antara konsep dan prosedur itu sendiri.[14]

Berdasarkan uraian di atas dapat disimpulkan bahwa kemampuan koneksi matematis adalah kesanggupan siswa dalam menggunakan hubungan topik/konsep matematika yang sedang dibahas dengan konsep matematika lainnya, dengan pelajaran lain atau disiplin ilmu lain, dan dengan kehidupan sehari-hari dalam menyelesaikan masalah matematika. Sehingga melalui kemampuan koneksi matematis, siswa diharapkan dapat memahami matematika

---

[12] Ady Sulton Maulana, "Penerapan Strategi REACT untuk Meningkatkan Kemampuan Koneksi Matematis Siswa SMP" *Tesis*. (Bandung: UPI, 2013) h.9

[13] Sri Wardhani "Analisis SI dan SKL Matematika SMP/Mts untuk Optimalisasi Tujuan Mata Pelajaran Matematika" *Jurnal*. (Yogyakarta: P4TK Matematika, 2008) h.2

[14] Willy Mwakapenda, "Understanding Connections In The School Mathematics Curriculum" *South African Journal of Education* Vol: 28. Tersedia [Online]: http://www.scielo.org.za/ diakses 18 Desember 2016 h.190

secara utuh. Serta pembelajaran matematika yang dilakukan oleh siswa menjadi lebih bermakna.

Pemahaman siswa tergantung pada ide yang sesuai yang telah dimiliki dan tergantung pada pembuatan hubungan baru antar ide. Puncak dari sebuah pemahaman berisi hubungan yang sangat banyak. Ide yang telah dipahami kemudian dihubungkan dengan banyak ide lainnya oleh jaringan konsep dan prosedur yang bermakna. Sehingga dalam prosesnya, pemahaman individu menjadi sebuah rangkaian kesatuan ide yang utuh.[15]

Pengembangan kemampuan koneksi matematis siswa dapat menimbulkan dampak positif terhadap kemampuan penalaran siswa. Konsep-konsep yang disimpan membentuk jaringan dan membantu siswa dalam melakukan transfer ide kedalam konteks situasi yang baru. Hal ini sejalan dengan Sugiman yang menyatakan bahwa struktur koneksi yang terdapat diantara cabang-cabang matematika memungkinkan siswa melakukan penalaran matematis secara analitis dan sintetis.[16]

Teori yang mendukung kemampuan koneksi matematis, salah satunya adalah dalil pengaitan yang dikemukakan oleh Bruner. Dalil tersebut menyatakan bahwa pemahaman terhadap konsep dan struktur suatu materi menjadi lebih mudah dipahami secara lebih komprehensif, apabila konsep matematika yang satu dengan yang lainnya saling berkaitan erat, baik dari segi isi maupun dari segi penggunaan rumus-rumus.[17]

Pada akhirnya ketika siswa dapat membuat koneksi dalam mempelajari

---

[15] Van De Walle, *op.cit.*, h.26
[16] Sugiman, *op.cit.*, h.4
[17] Pitadjeng, *Pembelajaran Matematika yang Menyenangkan*. (Yogyakarta: Graha Ilmu,2015). h.41

matematika, siswa akan memahami bahwa matematika bukanlah sekedar setumpukan informasi yang banyak dan tidak berarti. Sebaliknya, siswa akan menyadari bahwa matematika merupakan ilmu yang terdiri dari konsep-konsep yang membentuk kesatuan yang utuh. Selain itu siswa dapat menyadari bahwa apa yang mereka pelajari bermakna dan memiliki manfaat yang nyata, bukan hanya di sekolah tetapi juga di luar sekolah.

Kemampuan koneksi matematis dapat diklasifikasikan kedalam beberapa jenis sebagaimana dikemukakan oleh para pakar. Sumarmo dalam Lestari menyatakan bahwa kemampuan yang termasuk kedalam kemampuan koneksi matematis di antaranya adalah mencari hubungan dari berbagai representasi konsep dan prosedur, memahami hubungan antar topik dalam matematika, menerapkan matematika dalam bidang lain atau kehidupan sehari-hari, memahami representasi yang ekuivalen terhadap suatu konsep, mencari hubungan suatu prosedur dengan prosedur lain dalam representasi yang ekuivalen, dan menerapkan hubungan antar topik dalam matematika dan antar topik matematika dengan topik diluar matematika.[18]

Selain Sumarmo indikator kemampuan koneksi matematis juga dikemukakan oleh NCTM. Standar kemampuan koneksi matematis dalam proses pembelajaran matematika dari pra taman kanak-kanak hingga kelas 12 yang dinyatakan oleh NCTM harus memungkinkan siswa untuk mengenal dan menggunakan koneksi antara ide–ide dalam matematika, memahami bagaimana ide-ide dalam matematika saling berhubungan dan membangun satu sama lain untuk menghasilkan keseluruhan yang padu, serta mengenal dan menerapkan

[18] Lestari dkk, *op.cit.*, h.83

matematika dalam konteks diluar matematik.[19]

Indikator kemampuan koneksi matematis menurut NCTM dijadikan acuan dalam penelitian ini. Tiga indikator kemampuan koneksi matematis tersebut adalah sebagai berikut:

1. Mengenal dan menggunakan hubungan antar ide–ide matematika.
2. Memahami bagaimana ide–ide matematika berhubungan dan saling berkaitan sehingga merupakan satu sistem yang utuh.
3. Mengenali dan menerapkan konsep matematika dalam konteks diluar matematika.

**Tabel 2.1 Rubrik Pemberian Skor Tes Kemampuan Koneksi Matematis[20]**

| Reaksi Terhadap Soal Atau Masalah | Skor |
|---|---|
| Tidak ada jawaban | 0 |
| Jawaban hampir tidak mirip/sesuai dengan pertanyaan, persoalan atau dengan masalah. | 1 |
| Jawaban ada beberapa yang mirip/sesuai dengan pertanyaan, persoalan atau dengan masalah tetapi koneksinya tidak jelas. | 2 |
| Jawaban ada beberapa yang mirip/sesuai dengan pertanyaan, persoalan atau dengan masalah dan koneksinya jelas tetapi kurang lengkap. | 3 |
| Jawaban mirip/sesuai dengan pertanyaan, persoalan atau dengan masalah tetapi kurang lengkap. | 4 |
| Jawaban mirip/sesuai dengan pertanyaan, persoalan atau dengan masalah secara lengkap. | 5 |

Tiga indikator kemampuan koneksi matematis di atas dapat dinilai menggunakan rubrik pemberian skor pada tes uraian yang dimodifikasi dari Sumarmo. Rubrik disusun sesuai dengan kegiatan matematis yang termuat dalam indikator kemampuan koneksi matematis yang akan dinilai. Pedoman penskoran kemampuan koneksi matematis menggunakan rubrik pemberian skor pada tes

[19] Van De Walle, *op.cit.*, h.5

[20] Sendi Ramdhani, "Pembelajaran Matematika dengan Pendekatan *Problem Posing* untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah dan Koneksi Matematis" *Tesis* (Bandung, UPI 2012) h. 45

uraian dipaparkan dalam tabel 2.1 diatas.

**2. Pendekatan *Metaphorical Thinking***

*Metaphorical Thinking* terdiri dari dua kata yaitu *Metaphorical* dan *Thinking. Metaphorical* berasal dari kata *meta* yang berarti *transcending* melampaui dunia nyata, dan kata *phora* terkait dengan transfer.[21] Sedangkan metafora dalam kamus besar bahasa Indonesia didefinisikan sebagai pemakaian kata atau kelompok kata bukan dengan arti yang sebenarnya melainkan sebagai lukisan yang berdasarkan persamaan atau perbandingan.[22]

Menurut Navaneedhan dan Kamalanabhan, *Metaphorical Thinking* adalah teknik berpikir secara halus yang menghubungkan dua makna luas yang berbeda. *Metaphorical Thinking* membantu siswa untuk membuat koneksi dan membangun pola serta hubungan secara parallel pada bahasa sebaik simbol yang relevan terhadap informasi yang diberikan.[23]

Stenberg dalam Kilic menyatakan bahwa *Metaphorical Thinking* dapat menghubungkan antara ide-ide bentuk abstrak kedalam bentuk yang lebih kon-kret, sehingga menimbulkan hubungan dengan pengalaman sebelumnya.[24] Selain itu Wahab mengungkapkan bahwa peran *Metaphorical Thinking* terletak pada pemahaman hubungan antara bahasa pengetahuan manusia dengan dunia yang diinginkannya melalui ungkapan kebahasaan yang maknanya tidak dapat

---

[21] Conny R SeMIPAwan, *Metaphorming; Beberapa Strategi Berpikir Kreatif*, (Jakarta: Indeks, 2013), 60

[22] Hasan Alwi, *Kamus Besar Bahasa Indonesia*, *(*Jakarta: Balai Pustaka, 2001), Cet.1, 739

[23] C. Girija Navaneedhan dan T.J. Kamalanabhan "Is Metaphorical Thinking Related To Development Of Cognitive Structures Among Learners?" *World Scientifict News 52* Tersedia. [Online]: http://Search.Proquest.Com/Docview/1806559889/Fulltextpdf/62b15c3397dc4487pq/ diakses 6 September 2016 h.1-2

[24] Cigdem Kilic, "Belgian And Turkish Pre-Service Primary School Mathematics Teachers' Metaphorical Thinking About Mathematics," *Jurnal* Cerme Vol.7 2010 h.1

diungkapkan secara langsung.[25] Secara tidak langsung melalui *Metaphorical Thinking* siswa diasah kemampuan dalam menghubungkan ide-ide yang dimilikinya untuk membentuk pengetahuan yang baru dan menambah wawasan baru.

Terdapat dua tipe fundamental metafora dalam membentuk ide matematis. Bentuk fundamental metafora tersebut meliputi:[26]

1. *Grounding methapors* merupakan dasar untuk memahami ide-ide matematika yang dihubungkan dengan pengalaman sehari- hari.
2. *Linking methapor* merupakan suatu proses membangun keterkaitan antara dua hal. Memilih, menegaskan, membiarkan, dan mengorganisasikan karakteristik dari topik utama dengan didukung oleh topik tambahan dalam bentuk pernyataan-pernyataan metaforik.

Sementara itu pendekatan pembelajaran adalah sekumpulan asumsi yang saling berhubungan dan saling terkait satu sama lain dengan pembelajaran.[27] Jadi dapat disimpulkan bahwa pendekatan *Metaphorical Thinking* atau berpikir metafora adalah suatu pembelajaran yang dilakukan melalui proses berpikir dengan menggunakan metafora-metafora yang tepat dalam mengilustrasikan sebuah konsep serta menghubungkan ide-ide yang dimiliki untuk membentuk pengetahuan baru. Sehingga proses pembelajaran yang dilaksanakan menjadi lebih bermakna.

Pembelajaran *Metaphorical Thinking* lebih menekankan pada aktivitas siswa untuk mengkonstruksi dan merekonstruksi pengetahuannya sendiri. Pada

---

[25] Abdul Wahab, “Isu Linguistic Pengajaran Bahasa Dan Sastra," (Surabaya: Airlangga University Press, 1995) h. 65

[26] George Lakoff, Rafael E Nunez, dan UC Barkley, *Mathematical Reasoning:Analogies, Metaphors, and Image*, (California: UC Barkley Previously Published Works, 1997) h. 34

[27] Ridwan Abdullah Sani, *Inovasi Pembelajaran*,(Jakarta: Bumi Aksara,2015) h.91

pembelajaran *Metaphorical Thinking* ini pembelajaran berpusat pada siswa sehingga siswa lebih banyak belajar sendiri bagaimana mengindentifikasi konsep-konsep matematika, mengilustrasikan konsep dan membuat analogi atau metafora sesuai dengan pengetahuan dan pengalaman yang mereka miliki. Di dalam pembelajaran matematika, penggunaan metafora oleh siswa merupakan suatu cara untuk menghubungkan konsep-konsep matematika dengan konsep-konsep yang telah dikenal siswa dalam kehidupan sehari-hari. Dimana siswa mengungkapkan konsep matematika tersebut dengan bahasanya sendiri yang menunjukkan pemahamannya terhadap konsep tersebut. Kelebihan dan kekurangan pembelajaran matematika dengan pendekatan *Metaphorical Thinking* dapat dilihat dalam tabel 2.2.

**Tabel 2.2 Kelebihan dan Kekurangan**
**Pembelajaran Matematika dengan Pendekatan *Metaphorical Thinking***

| Kelebihan | Kekurangan |
|---|---|
| Siswa dapat menghasilkan ide-ide baru untuk mengidentifikasi, menganalisis dan mengevaluasi penyelesaian dengan konsep yang diberikan. | Guru harus membuat perencanaan pembelajaran yang matang agar dapat memfasilitasi siswa dalam belajar dengan baik |
| Melalui penyempurnaan ide baru yang telah dihasilkan, siswa memonitor pekerjaan mereka dan membuat penyesuaian yang diperlukan. | Membutuhkan waktu yang lebih lama dalam proses pembelajarannya |
| Siswa dapat mengembangkan pola pikir di luar konsep yang telah diberikan sehingga memungkinkan untuk mensintesis dan mengevaluasi pengetahuan baru. | |
| Siswa dapat belajar lebih bermakna sehingga pengetahuan tersimpan dalam jangka panjang. | |
| Siswa terlibat dalam proses berpikir yang dapat mengembangkan motivasi dalam dirinya. | |

Siler mengungkapkan bahwa terdapat empat komponen dalam proses berpikir metaforik tersebut, yaitu:[28]

1. Koneksi (*Connection*), adalah menghubungkan dua atau lebih hal yang memiliki tujuan untuk memahami sesuatu. Terkait dengan berpikir metafora, pada peristiwa koneksi digunakan berbagai macam bentuk dari perbandingan yaitu: metafora, matematika, cerita, legenda, simbol, dan hipotesis. Seseorang dapat menggunakan semua alat tersebut untuk menghubungkan ide, pengetahuan, dan pengalaman.
2. Penemuan (*Discovery*), adalah proses yang dilakukan seseorang untuk menemukan sesuatu dengan memanfaatkan lima ‘pancaindera’-nya. Dalam proses ini sangat melibatkan pengamatan dan pengalaman. Siswa diajak untuk berpikir dan memilliki pengalaman untuk merasakan bahwa suatu pelajaran bermanfaat untuk dirinya.
3. Penciptaan (*Invention*), adalah produk dari daya pikir kreasi. Suatu penemuan memerlukan suatu proses dari menghubungkan sesuatu dengan yang lain, juga memerlukan pengamatan yang dapat menghasilkan sesuatu yang baru.
4. Aplikasi (*Application*), adalah aktivitas yang mengarah pada produk, yaitu hasil pikir dan dapat juga dalam bentuk nyata.

Dalam setiap proses berpikir metafora diatas terdapat proses lain yang digambarkan oleh akronim CREATE yaitu *“Connect-Relate-Explore-Analyze-Transform-Experience”*.[29] *Connect* adalah menghubungkan dua atau lebih hal-hal yang berbeda baik benda maupun ide. *Relate* adalah mengaitkan suatu perbedaan baik benda maupun ide yang telah dikenal, kemudian diamati kesamaannya. *Explore* adalah proses penjajakan kesamaan, menarik, membangun model,

[28] Conny R SeMIPAwan., *Op.Cit.*, h. 61-63
[29] *Ibid*, h.71

menggambarkannya. *Analyze* adalah proses menganalisa hal-hal yang telah dipikirkan. *Transform* adalah mengenali atau menemukan sesuatu yang baru berdasarkan koneksi, eksplorasi, dan analisis yang telah dilakukan. Yang terakhir adalah proses *experience. Experience* adalah menerapkan apa yang telah ditemukan sebagai pengetahuan baru. Proses CREATE dimaksudkan untuk memperjelas hubungan antara proses dan tahap-tahap dalam pembelajaran dengan pendekatan *Metaphorical Thinking*. Proses pelaksanaan pembelajaran matematika dengan menggunakan pendekatan *metaphorical thingking* memiliki beberapa langkah pembelajaran yang dijelaskan melalui tabel 2.3 pada halaman 21.

**3. Materi Lingkaran di Sekolah**

Lingkakran adalah tempat kedudukan titik-titik yang berjarak sama terhadap satu titik tertentu. Titik tertentu tersebut adalah pusat lingkaran dan jarak titik tersebut dengan lingkaran disebut jari-jari lingkaran.

**a. Persamaan lingkaran yang berpusat di (0,0)**

Persamaan lingkaran merupakan persamaan yang menghubungkan nilai x dengan nilai y dari setiap titik (x,y) yang terletak pada lingkaran. Persamaan lingkaran dapat dirumuskan sebagai berikut. Missal titik T(x,y) adalah sembarang titik pada lingkaran yang berpusat di O(0,0) dan berjari-jari r.

Jarak titik O(0,0) dengan T(x,y) adalah OT.

$$OT = \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2}$$

$$OT^2 = (x-0)^2 + (y-0)^2$$

$$OT^2 = x^2 + y^2$$

Karena $OT = r$ maka $x^2 + y^2 = r^2$ Jadi dapat disimpulkan bahwa persamaan lingkaran dengan pusat (0,0) dan berjari-jari r adalah $x^2 + y^2 = r^2$

**Tabel 2.3 Langkah-Langkah Pembelajaran Matematika dengan Pendekatan *Metaphorical Thinking***

| Langkah-langkah | Kegiatan |
|---|---|
| I | Guru memberi motivasi dan memastikan siswa menguasai materi prasyarat. |
| II | *Connection:*<br>Guru melibatkan siswa untuk mencari informasi yang luas terkait materi yang akan dipelajari.<br>Guru menjelaskan konsep yang akan dipelajari. |
| III | *Discovery:*<br>Guru merangsang siswa untuk memunculkan gagasan baru melalui pemberian tugas, diskusi, dan lainnya.<br>Mendorong siswa untuk belajar secara kooperatif dan kolaboratif.<br>Memberi kesempatan siswa untuk berpikir,menganalisis, menyelesaikan masalah, dan bertindak tanpa rasa takut.<br>Menumbuhkan rasa percaya diri siswa. |
| IV | *Invention:*<br>Melakukan tanya jawab untuk menguji pemahaman siswa.<br>Meluruskan jawaban yang belum tepat, memberikan penguatan dan kesimpulan. |
| V | *Aplication:*<br>Penerapan pemahaman konsep yang telah dipelajari dengan melakukan koneksi antara konsep yang telah diketahui melalui penyelesaian masalah yang disajikan. |
| VI | Memberikan umpan balik terhadap proses dan hasil pembelajaran<br>Bersama dengan siswa membuat rangkuman/simpulan pelajaran.<br>Melakukan penilaian dan/atau refleksi terhadap kegiatan yang telah dilakukan secara konsisten dan terprogram. |

**b. Persamaan lingkaran yang berpusat di (a,b)**

Pusat lingkaran dapat digeser dari titik (0,0) ke sembarang titik lain, misalnya ke titik (a,b). Dengan pergeseran tersebut diperoleh lingkaran yang berpusat di titik (a,b) dan berjari-jari r. Sesuai dengan teori pergeseran, persamaan lingkaran hasil pergeseran dapat diperoleh dari persamaan lingkaran awal, yaitu x yang bergeser sejauh a menjadi (x-a) dan y yang bergeser sejauh b menjadi (y-b). Karena persamaan lingkaran sebelum digeser adalah $x^2 + y^2 = r^2$ maka persamaan lingkaran hasil pergeseran adalah $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$.

Jadi dapat disimpulkan bahwa persamaan lingkaran dengan pusat (a,b) dan berjari-jari r adalah $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$. Selain itu persamaan lingkaran dengan pusat (a,b) dan berjari-jari r juga dapat ditentukan melalui konsep jarak dua titik.

**c. Bentuk Umum Persamaan Lingkaran**

Persamaan $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ yang merupakan persamaan lingkaran yang berpusat di titik (a,b) dan berjari-jari r, dapat dijabarkan kembali menjadi bentuk lain hingga diperoleh apa yang disebut bentuk umum persamaan lingkaran.

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

$$x^2 - 2ax + a^2 + y^2 - 2by + b^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 = 0$$

Jika dimisalkan $A = -2a$, $B = -2b$, $C = a^2 + b^2 - r^2$. Maka persamaan diatas dapat ditulis sebagai berikut: $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$. Dalam persamaan $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$

$A = -2a \ atau \ a = -\frac{1}{2}A$, $B = -2b \ atau \ b = -\frac{1}{2}B$, dimana $(a, b)$ adalah pusat lingkaran dan $C = a^2 + b^2 - r^2$ atau $r = \sqrt{a^2 + b^2 - C}$ dengan $r$ adalah jari-jari lingkaran.

Jadi, bentuk umum persamaan lingkaran adalah $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ dengan pusat lingkaran $\left(-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}B\right)$ dan jari-jari: $r = \sqrt{a^2 + b^2 - C}$.

**d. Titik dan Lingkaran**

Posisi suatu titik terhadap sebuah lingkaran dapat ditinjau secara geometris yaitu: terletak di dalam lingkaran, pada lingkaran atau di luar lingkaran. Misalkan terdapat titik A, B, C, dan lingkaran L berjari-jari r, dengan letak titik-titik tersebut terhadap lingkaran L sebagai berikut: Titik A terletak di dalam lingkaran L, Titik B terletak pada lingkaran L, Titik C terletak di luar lingkaran L, maka didapat $LA < r,\ LB = r,\ dan\ LC > r$.

Misal pusat lingkaran adalah $(a, b)$, jika suatu titik T sembarang yang akan diselidiki mempunyai koordinat $(p, q)$, maka jarak titik T dengan pusat lingkaran adalah:

$LT = \sqrt{(p-a)^2 + (q-b)^2}\ atau\ LT^2 = (p-a)^2 + (q-b)^2$

$jika\ \ LT^2 < r$ atau $(p-a)^2 + (q-b)^2 < r$ maka $T$ berada di dalam lingkaran L

$jika\ LT^2 = r$ atau $(p-a)^2 + (q-b)^2 = r$ maka $T$ berada pada lingkaran L

$jika\ LT^2 > r$ atau $(p-a)^2 + (q-b)^2 > r$ maka $T$ berada di luar lingkaran L

**e. Garis dan Lingkaran**

Sebuah garis dapat berpotongan, bersinggungan atau tidak berpotongan dengan sebuah lingkaran. Secara aljabar hubungan antara garis dengan lingkaran dapat diselidiki dengan menggunakan persamaan-persamaannya.

Misal diketahui garis $g$ dengan persamaan $y = mx + k$ dan lingkaran $L$ dengan persamaan: $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$. Dengan mensubtitusi persamaan garis $g$ ke dalam persamaan lingkaran $L$ diperoleh:

$x^2 + (mx+k)^2 + Ax + B(mx+k) + C = 0$ atau

$(1+m^2)x^2 + (A + 2mk + Bm)x + C + Bk + k^2 = 0$……………….(*)

Persamaan (*) ini merupakan persamaan kuadrat dalam x. nilai x yang memenuhi atau akar-akar persamaan, ,erupakan absis dari titik potong garis dengan lingkaran. Jika ada nilai x yang real, maka garis akan berpotongan atau bersinggungan dengan lingkaran. Jika tidak ada nilai x yang real maka garis tidak berpotongan dengan lingkaran. Di dalam persamaan kuadrat ada tidaknya nilai x yang real dapat diselidiki dengan menggunakan nilai diskriminan $(D = b^2 - 4ac)$ Diskriminan dari persamaan (*) di atas adalah:

$D = (A + 2mk + Bm)^2 - 4(1 + m^2)(C + Bk + k^2)$

Dengan menggunakan nilai diskriminan ini, dapat menentukan hubungan garis dengan lingkaran sebagai berikut:

1. Jika $D > 0$, maka garis berpotongan dengan lingkaran
2. Jika $D = 0$, maka garis bersinggungan dengan lingkaran
3. Jika $D < 0$, maka garis tidak berpotongan dengan lingkaran

**f. Garis Singgung Lingkaran**

Pada pembahasan sebelumnya terdapat garis yang bersinggungan dengan lingkaran. Garis tersebut memiliki persamaan, yang jika belum diketahui dapat ditentukan. Asalkan diketahui: satu titik yang dilalui (di luar atau pada lingkaran) atau gradient garis singgung tersebut. Persamaan garis singgung melalui titik di luar lingkaran. Jika titik T(p,q) yang dilalui garis singgung berada di luar lingkaran, maka persamaan garis singgung dapat dimisalkan dengan:

$$y - q = m(x - p) atau\, y = mx - mp + q.$$

Persamaan ini kemudian disubtitusi ke persamaan lingkaranhingga diperoleh sebuah persamaan kuadrat. Dengann menetapkan nilai deskriminan $D = 0$ nilai m dapat diperoleh kemudian.

Jika suatu garis bersinggungan dengan lingkaran, maka jarak titik pusat lingkaran terhadap garis sama dengan jari-jari lingkaran. Misal lingkaran dinyatakan dengan: $(x-a)^2+(y-b)^2 = r^2$ dan garis dinyatakan dengan $Ax+By+C=0$.

Jarak titik pusat lingkaran dengan garis adalah: $\left|\frac{Aa+Bb+C}{\sqrt{A^2+B^2}}\right|$. Karena jarak titik pusat dengan garis singgung sama dengan panjang jari-jari lingkaran maka: $\left|\frac{Aa+Bb+C}{\sqrt{A^2+B^2}}\right| = r$

Persamaan garis singgung melalui titik pada lingkaran. Jika titik $T(x_1, y_1)$ yang dilalui garis singgung berada pada lingkaran atau titik T adalah titik singgung, maka persamaan garis singgung dapat dirumuskan sebagai berikut:

Misal persamaan lingkarannya adalah $(x-a)^2+(y-b)^2 = r^2$, dan $g$ adalah garis singgung yang menyinggung lingkaran di titik $T(x_1, y_1)$. Gradient garis LT adalah $m_n = \frac{y_1 - b}{x_1 - a}$. Karena garis $g$ tegak lurus LT maka gradient garis $g$ adalah $m_g = -\frac{1}{m_n} = -\frac{x_1-a}{y_1-b}$.

Garis singgung yang melalui titik $T(x_1, y_1)$ dan bergradien $m_g = -\frac{x_1-a}{y_1-b}$, maka persamaannya adalah $(y-y_1) = -\frac{x_1-a}{y_1-b}\ (x-x_1)$ ………………..(*)

Persamaan garis singgung lingkaran: $(x-a)^2+(y-b)^2 = r^2$ pada titik singgung $(x_1, y_1)$ adalah $(x_1-a)(x-a)+(y_1-b)(y-b)=r^2$.

Jika titik singgung yang diketahui $(x_1, y_1)$ dan persamaan lingkaran disajikan dalam bentuk umum $x^2+y^2+Ax+By+C=0$, maka persamaan garis singgungnya dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$x_1x + y_1y + \frac{1}{2}A(x+x_1) + \frac{1}{2}B(y+y_1) + C = 0$$

Persamaan garis singgung lingkaran bergradien $m$. Jika gradient garis singgung suatu lingkaran $(x-a)^2+(y-b)^2 = r^2$ telah diketahui, maka persamaan garis singgungnya dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$y-b = m(x-a) \pm r\sqrt{m^2+1}$$

**g. Kedudukan Dua Lingkaran**

Dua lingkaran yang terletak pada suatu bidang, ada kemungkinan sepusat atau tidak sepusat. Jika dua lingkaran tidak sepusat, maka satu lingkaran berada di dalam lingkaran lainnya. Jika dua lingkaran tidak sepusat, maka ada kemungkinan:

1) Lingkaran pertama berada di dalam lingkaran kedua
2) Kedua lingkaran saling berpotongan
3) Kedua lingkaran saling bersinggungan
4) Lingkaran pertama berada di luar lingkaran kedua

**h. Tali BusurPersekutuan Dua Lingkaran**

Dua lingkaran yang saling berpotongan mempunyai tali busur persekutuan. Tali busur persekutuan dari dua lingkaran adalah garis yang menghubungkan titik potong kedua lingkaran. Persamaan tali busur tersebut dapat diperoleh dengan mengurangkan persamaan lingkaran yang satu dengan persamaan lingkaran ynag lain. Tali bususr persekutuan akan tegak lurus dengan garia yang menghubungkan kedua pusat lingkaran.

**i. Garis Singgung Persekutuan Dua Lingkaran**

Dua lingkaran yang saling berpotongan atau yang jarak titik pusat kedua lingkaran lebih besar dari jumlah jari-jarinya, mempunyai garis singgung persekutuan. Garis singgung akan selalu tegak lurus dengan jari-jari lingkaran pada titik singgung. Penentuan garis singgung persekutuan tersebut dengan

$y = mx + k$ atau $mx - y + k$. Nilai m dan k dapat ditentukan kemudian dengan memanfaatkan konsep jarak titik pusat lingkaran terhadap garis singgung persekutuan sama dengan jari-jari.

**B. Penelitian yang Relevan**

Penelitian yang dilakukan oleh Nurhikmayati tahun 2013 berjudul. "Pembelajaran dengan pendekatan *Metaphorical Thinking* untuk meningkatkan kemampuan pemahaman dan penalaran matematis siswa SMP" Hasil penelitian ini menyimpulkan bahwa pembelajaran dengan pendekatan *Metaphorical Thinking* memberi pengaruh peningkatan kemampuan pemahaman konsep dan penalaran matematis siswa lebih baik dibandingkan dengan siswa yang mendapatkan pembelajaran konvensional. Berbeda dengan penelitian yang dilakukan oleh Nurhikmayati tersebut, penelitian ini akan dilakukan untuk meningkatkan kemampuan koneksi matematis siswa. Namun penelitian ini akan menggunakan pendekatan yang sama yaitu pendekatan *Metaphorical Thinking*. Selain itu penelitian yang telah dilakukan oleh Nurhikmayati ini dilakukan di tingkat SMP sedangkan penelitian ini dilakukan di tingkat SMA.

Penelitian yang dilakukan oleh Ramdhani pada tahun 2012 yang berjudul "Pembelajaran matematika dengan pendekatan *Problem Posing* untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah dan koneksi matematis siswa". Persamaan penelitian ini dengan penelitian yang dilakukan oleh Ramdhani tersebut adalah sama-sama mengukur kemampuan koneksi matematis siswa. Berbeda dengan penelitian yang dilakukan oleh Ramdhani penilitian ini menerapkan pembelajaran dengan pendekatan *Metaphorical Thinking* untuk meningkatkan kemampuan koneksi matematis. Selain itu juga penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif sementara pendekatan penelitian yang dilakukan oleh Ramdhani adalah penelitian kuantitatif.

## C. Kerangka Berpikir

Kemampuan koneksi matematis merupakan salah satu tujuan pembelajaran matematika di sekolah yang tercantum dalam standar isi mata pelajaran matematika yaitu agar siswa mampu memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antar konsep dan mengaplikasikan konsep atau algoritma secara luwes, akurat, tepat dalam pemecahan masalah. Selanjutnya, *National Council of Teachers of Mathematics* (NTCM) di Amerika juga menyatakan bahwa kemampuan koneksi matematis merupakan salah satu dari lima standar proses pembelajaran matematika. Jadi, kemampuan koneksi matematis merupakan kemampuan matematis yang harus dimiliki oleh setiap siswa.

Matematika bersifat deduktif artinya sebuah kebenaran dalam matematika akan dibuktikan melalui kebenaran-kebenaran sebelumnya menjadikan koneksi antar konsep matematika tidak dapat dipisahkan. Sebagai contoh siswa yang ingin membuktikan suatu rumus persamaan lingkaran yang memiliki titik pusat di (a,b), siswa tersebut terlebih dahulu harus mengetahui konsep menghitung jarak antara dua titik. Atau siswa tersebut harus terlebih dahulu mengetahui konsep persamaan lingkaran yang berpusat di titik (0,0) dan konsep transformasi geometri, yaitu konsep dilatasi. Sehingga kegiatan pembuktian rumus persamaan lingkaran yang memiliki titik pusat di (a,b) terbangun antara konektivitas antar materi matematika yang saling terintregasi dalam sebuah pemikiran yang dilakukan siswa.

Fakta di lapangan menunjukan bahwa kemampuan koneksi matematis siswa masih rendah. Siswa masih kesulitan dalam mengaitkan antar topik matematika maupun mengaitkan matematika dengan bidang lain. Siswa cenderung mempartisi tiap topik yang mereka pelajari. Hal ini terlihat dari observasi yang dilakukan saat menganalisa masalah awal dalam pembelajaran matematika di SMA Negeri 112 Jakarta. Serta berdasarkan hasil tes kemampuan koneksi matematis di kelas XI MIPA 5 SMA Negeri 112 Jakarta pada materi lingkaran yang menunjukan bahwa pada soal nomor satu, siswa dituntut untuk mengingat cara menghitung jarak kedua titik jika diketahui perbandingan jaraknya terhadap titik diantara kedua titik agar dapat menyelesaikan soal tersebut. Akan tetapi dari 36 siswa yang mengikuti tes kemampuan awal hanya sedikit siswa yang menjawab benar. Hal ini menunjukan bahwa adanya kelemahan siswa dalam mengingat kembali konsep yang telah dipelajari sebelumnya dan menghubungkannya. Oleh karena itu, perlu adanya variasi dalam proses pembelajaran yang dapat meningkatkan kemampuan koneksi matematis siswa, salah satunya dengan menerapkan pendekatan *Metaphorical Thinking*.

Pembelajaran dengan pendekatan *Metaphorical Thinking* diharapkan dapat meningkatkan kemampuan koneksi matematis. Hal ini sesuai dengan teori Bruner yang menjelaskan bahwa belajar matematika adalah belajar tentang konsep dan struktur matematika yang terdapat didalam materi yang dipelajari serta mencari hubungan antara konsep dan struktur matematika. Pemahaman terhadap konsep dan struktur suatu materi membuat materi itu menjadi mudah dipahami. Dimana siswa dapat lebih mudah mengingat materi, bila yang dipelajari mempunyai pola terstruktur. Dengan memahami konsep dan struktur akan mempermudah terjadinya transfer. Hal ini sesuai dengan tahapan pembelajaran dengan pendekatan *Metaphorical Thinking* dimana siswa melakukan proses berpikir metafora dan melakukan koneksi pengetahuan yang dimiliki sehingga dapat menghasilkan pengetahuan yang saling terhubung dan membentuk pemahaman secara utuh.

Siswa yang belajar dengan pendekatan ini melakukan metafora-metafora sehingga siswa mampu menghadirkan pengetahuan baru berdasarkan pengetahuan awal dan pengalamannya. Siswa yang berpikir metafora diharapkan mampu melihat adanya hubungan dari suatu hal yang tampak berbeda sekalipun. Kemudian dengan dibantu pembelajaran kooperatif, siswa dikondisikan untuk dapat saling mengkonsolidasi ide-ide yang dimiliki tiap individu. Hal ini menjadi wahana terstruktur yang mengarahkan siswa untuk mengakumulasikan ide dan konsep, kemudian saling menghubungkannya sehingga siswa membentuk kreativitas serta pengetahuan baru yang lebih kaya.

Pendekatan *Metaphorical Thinking* erat kaitannya dengan kemampuan koneksi matematis siswa karena dalam pendekatan ini terdapat empat komponen yaitu: koneksi (*connection*), penemuan (*discovery*), penciptaan (*invention*), dan penerapan (*application*). Koneksi (*connection*), merupakan proses menghubung-kan dua atau lebih hal yang memiliki tujuan untuk memahami sesuatu. Tahapan awal ini merangsang siswa untuk melakukan aktifitas yang dapat mengasah kemampuan koneksi matematisnya. Siswa mencari tahu topik apa yang akan dipelajari secara luas dan dalam, kemudian dihubungkan dengan materi prasyarat. Materi prasyarat telah dipastikan dikuasai siswa saat kegiatan pendahuluan pada proses pembelajaran. Kegiatan menghubungkan antara materi prasyarat dengan topik yang akan dipelajari ini menggagas siswa agar dapat menyadari struktur matematika.

Tahapan berikutnya adalah penemuan (*discovery)*, merupakan proses menemukan dengan pemanfaatan kelima pancainderanya. Proses ini sangat melibatkan pengamatan dan pengalaman siswa. Siswa diberikan kesempatan untuk memunculkan gagasan baru, melalui berpikir, menganalisis dan menyelesaikan masalah, hingga menumbuhkan rasa percaya diri. Sehingga siswa tidak ragu mengambil keputusan dalam menyelesaikan masalah matematis dan atas konsep baru yang telah ditemukan. Aktifitas pada tahap ini berfungsi untuk menyadarkan siswa akan adanya koneksi didalam matematika melalui berpikir, menganalisa, dan menyelesaikan masalah, sehingga siswa dapat menemukan gagasan baru dari pengetahuan-pengetahuan yang telah dikaitkan.

Tahap penciptaan (*invention)*, yaitu pembuatan produk dari hasil pemahaman siswa. Setelah siswa melalui proses berpikir dan menganilisis hingga mampu menemukan, siswa diharapkan mampu menciptakan ide yang baru. Ide baru yang dihasilkan siswa dalam menginterpretasikan konsep baru pada tahap ini dipastikan sesuai dengan pengalaman dan pengetahuan awal siswa. Aktifitas yang dilakukan oleh siswa di tahap ini adalah melakukan tanya jawab dan penguatan kesimpulan.

Komponen terakhir adalah penerapan (*application*), yaitu pengaplikasian hasil pemahaman siswa ke dalam permasalahan yang lebih kompleks. Aktifitas yang dilakukan oleh siswa pada tahap ini mengarah kepada produk, yaitu hasil pikir. Pemahaman konsep baru yang telah dipahami oleh siswa berikutnya digunakan untuk menyelesaikan masalah matematika yang disajikan. Keempat tahapan pembelajaran dengan pendekatan *Metaphorical Thinking* ini mengarahkan untuk mempertajam siswa menguasai tiap indikator kemampuan koneksi matematisnya.

Melalui tahapan pembelajaran dengan pendekatan *Metaphorical Thinking* tersebut, siswa pada akhirnya mampu mematematikakan sesuatu. Siswa dibiasakan untuk mengkoneksikan tiap pengetahuan yang dimiliki sehingga dapat pengetahuan yang utuh, khususnya dalam objek matematika. Dari uraian tersebut dapat diasumsikan bahwa pembelajaran matematika dengan pendekatan *Metaphorical Thinking* dapat melatihkan dan meningkatkan kemampuan koneksi matematis siswa.

## D. Hipotesis Tindakan

Dari teori-teori yang dikemukakan, maka sebelum dilakukan penelitian, dirumuskan terlebih dahulu hipotesis tindakan sebagai dugaan awal penelitian, yaitu: “Pembelajaran matematika dengan pendekatan *Metaphorical Thinking* akan meningkatkan kemampuan koneksi matematis siswa pada materi lingkaran kelas XI MIPA 5 di SMA Negeri 112 Jakarta”