

Design Research: Mengembangkan Pembelajaran Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat dengan Menggunakan Garis Bilangan Kosong Berdasarkan Pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia di Kelas VII SMP Negeri 13 Bekasi

Skripsi

**Disusun untuk melengkapi syarat-syarat
guna memperoleh gelar Sarjana Pendidikan**



**DWI KURNIA SARI
3115110425**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA
2015**

PERSETUJUAN PANITIA UJIAN SKRIPSI

Design Research: Mengembangkan Pembelajaran Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat dengan Menggunakan Garis Bilangan Kosong Berdasarkan Pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) di Kelas VII SMP Negeri 13 Bekasi

Nama : Dwi Kurnia Sari

No. Registrasi : 3115110425

Penanggung Jawab:

Nama

Tanda Tangan

Tanggal

Dekan : Prof. Dr. Suyono, M.Si
NIP. 19671218 199303 1 005



02-2-2015

Wakil Penanggung Jawab:

Pembantu Dekan I : Dr. Muktiningsih N, M.Si
NIP. 19640511 198903 2 001

02-2-2015

Ketua Penguji : Drs. Tri Murdivanto, M.Si
NIP. 19650616 199303 1 001

28-1-2015

Sekretaris : Vera Maya Santi, M.Si
NIP. 19790531 200501 2 006

28-1-2015

Anggota:

Pembimbing I : Dr. Pinta Deniyanti S, M.Si
NIP. 19640731 199102 2 001

29-1-2015

Pembimbing II : Puspita Sari, S.Pd, M.Sc
NIP. 19820822 200912 2 003

30-1-2015

Penguji Ahli : Ir. Fariani Hermin, M.T
NIP. 19600211 198703 2 001

28-1-2015

Dinyatakan lulus ujian skripsi tanggal 23 Januari 2015

ABSTRAK

DWI KURNIA SARI. *Design Research: Mengembangkan Pembelajaran Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat dengan Menggunakan Garis Bilangan Kosong Berdasarkan Pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) di Kelas VII SMP Negeri 13 Bekasi.* Skripsi. Jakarta: Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta, Januari, 2015.

Penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat merupakan salah satu pokok bahasan yang diterima oleh siswa kelas VII SMP. Pokok bahasan tersebut seharusnya sudah dapat dipahami dengan baik karena sudah pernah dipelajari di sekolah dasar. Namun hasil wawancara dengan guru dan siswa juga data awal penelitian mengungkapkan bahwa siswa masih belum bisa memahami dengan baik pokok bahasan tersebut. Guru biasanya menggunakan konteks untuk mengenalkan bilangan bulat namun penggunaan konteks tersebut tidak dilanjutkan saat pembelajaran berlanjut dengan pokok bahasan operasi penjumlahan dan pengurangan. Menjawab permasalahan tersebut, pada penelitian ini disusun aktivitas instruksional lokal pada pokok bahasan penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dengan menggunakan garis bilangan kosong berdasarkan pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) agar siswa dapat memahami dengan baik pokok bahasan tersebut. Pendekatan PMRI dipilih agar siswa dapat lebih terlibat aktif dalam kegiatan pembelajaran. Penggunaan garis bilangan kosong dimaksudkan agar siswa dapat mengembangkan strategi mental aritmatika dalam menyelesaikan soal penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat. Penelitian dilakukan dengan metode *Design Research*. Berdasarkan hasil analisis retrospektif, aktivitas membuat garis bilangan berdasarkan konteks ketinggian gunung dan kedalaman laut, menuliskan operasi bilangan yang sesuai dengan ilustrasi pendaki dan penyelam lalu menggambarkannya pada garis bilangan, dan menyelesaikan soal-soal penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat yang memiliki pola tertentu menjadikan kegiatan pembelajaran di kelas menjadi efektif dan melatih siswa untuk mengembangkan strategi mental aritmatika. Penggunaan konteks yang sesuai pada setiap pertemuannya, proses matematisasi yang terjadi, penggunaan model, peran aktif siswa, serta peran guru di kelas yang sesuai karakteristik PMRI dapat membimbing siswa dalam mengembangkan strategi mental aritmatika siswa pada pokok bahasan penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat.

Kata Kunci: *Design Research, strategi mental aritmatika, penjumlahan, pengurangan, bilangan bulat, PMRI*

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur tak henti dipanjatkan kepada Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan karuniaNya ke dalam kehidupan ini. Tak lupa pula salawat serta salam kepada baginda Nabi Muhammad SAW yang telah menerangi dan membawa umat manusia semua menuju peradaban yang beradab. Alhamdulillah atas segala nikmat yang telah diberikan Allah SWT kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini yang berjudul *Design Research: Mengembangkan Pembelajaran Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat dengan Menggunakan Garis Bilangan Kosong Berdasarkan Pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia di Kelas VII SMP Negeri 13 Bekasi*.

Penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada seluruh pihak yang telah membantu dalam proses penyelesaian skripsi ini, antara lain:

1. Bapak Prof. Dr. Suyono, M.Si sebagai Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Jakarta.
2. Bapak Drs. Makmuri, M.Si sebagai Ketua Jurusan Matematika.
3. Bapak Drs. Tri Murdiyanto, M.Si sebagai Ketua Program Studi Pendidikan Matematika.
4. Ibu Dr. Pinta Deniyanti S, M.Si sebagai Dosen Pembimbing I yang telah meluangkan waktu untuk memberikan arahan dan bimbingannya kepada penulis sehingga skripsi ini dapat selesai dengan baik.
5. Ibu Puspita Sari, S.Pd, M.Sc sebagai Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu untuk memberikan arahan dan bimbingannya kepada penulis sehingga skripsi ini dapat selesai dengan baik.
6. Ibu Dra. Sri Sudaryati, M.Pd sebagai pembimbing akademik yang telah membimbing penulis selama masa perkuliahan.
7. Seluruh dosen Jurusan Matematika.
8. Ibu Nina Nuraini, S.Pd selaku Kepala Sekolah SMP Negeri 13 Bekasi yang telah mengizinkan penulis untuk melakukan penelitian dan Ibu Zulpahmi, S.Pd selaku guru bidang studi matematika setempat yang telah membantu dalam berlangsungnya eksperimen mengajar untuk penyelesaian skripsi ini.

9. Kepada kedua orang tua tercinta, Bapak Wardoyo dan Ibu Julaecha yang tak pernah bosan mendukung, mendoakan dan mendengarkan keluh kesah penulis selama penyelesaian skripsi ini. Terima kasih kepada orang tua atas segalanya yang tak bisa penulis ungkapkan dengan kata-kata. Kepada kakak penulis, Nuniek Dewanti, terima kasih untuk semangat dan doa yang selalu diberikan kepada penulis.
10. Kepada observer, juru kamera, dan teman sekelas penulis di Pendidikan Matematika Reguler 2011: Ema Nur Kholifah, Liza Ardiani, Rizka Zakiah, dan Oktaviani Nurangraeni. Terima kasih atas waktu dan bantuan yang sangat berarti bagi penulis.
11. Kepada *Bukbokers*, sahabat-sahabat terunik yang penulis miliki dari masa SMA: Nurmala Dewi, Hesti Rahayuningtyas, Susilawati, Risna Chairiani, Nisfa Laila, Candra Karismawan, Ibnu Said, Galih Nurhadi, Fajar Ismunawan, Resha Valerian, Adjie Prasajo, Fariz Aditya, dan Muhammad Redho Ayassa. Terima kasih untuk selalu ada bagi penulis dengan celotehan riang kalian.
12. Teman-teman seperjuangan satu bimbingan yang sama-sama saling menyemangati dan mengingatkan, terutama untuk Maya Oktaviani, Oktaviana Sinaga, dan Kak Okky. Terima kasih untuk semangat positif yang ditularkan kepada penulis selama penyelesaian skripsi ini.
13. Teman-teman sekelas Pendidikan Matematika Reguler 2011.
14. Semua pihak yang telah memberikan bantuan dan dukungan dalam penyelesaian skripsi ini.

Tak ada yang dapat penulis berikan, namun doa untuk mereka agar diberikan limpahan rahmat dari Allah SWT. Sepenuhnya penulis menyadari sebagai seorang manusia yang masih jauh dari kesempurnaan, begitu pula dengan skripsi ini. Oleh karena itu, penulis mohon saran agar dapat dijadikan perbaikan untuk ke depannya. Penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat kepada pembaca sekalian.

Jakarta, 23 Januari 2015

Penulis

DAFTAR ISI

ABSTRAK	i
KATA PENGANTAR	ii
DAFTAR ISI	iv
DAFTAR GAMBAR	v
DAFTAR TABEL	ix
DAFTAR LAMPIRAN	x
BAB I PENDAHULUAN	
A. Latar Belakang	1
B. Pertanyaan Penelitian	12
C. Tujuan Penelitian	13
D. Manfaat Penelitian	13
BAB II KAJIAN TEORI	
A. Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI)	14
B. Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat dalam Kurikulum Indonesia	18
C. Garis Bilangan Kosong	21
D. Teori Instruksional Lokal	27
E. Hipotesis Lintasan Belajar	32
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	
A. Metodolgi <i>Design Research</i>	34
B. Tempat dan Waktu Penelitian	37
C. Subjek Penelitian	39
D. Metode Pengumpulan Data	39
E. Instrumen Penelitian	41
F. Validitas dan Reliabilitas	42
BAB IV ANALISIS RETROSPEKTIF	
A. Kerangka Interpretasi	44
B. Hasil Eksperimen Mengajar	45
C. Analisis Data	62
1. Analisis Subjek Penelitian (SP)	62
2. Analisis Soal-soal	92
3. Analisis Karakteristik PMRI	123
BAB V PENUTUP	
A. Kesimpulan	128
B. Diskusi	128
C. Saran	130
DAFTAR PUSTAKA	131
LAMPIRAN	134

DAFTAR GAMBAR

		Halaman
Gambar 1.1	Kesalahan Siswa dalam Membandingkan Bilangan Bulat Negatif.....	7
Gambar 1.2	Kesalahan Siswa pada Soal Nomor 2.....	7
Gambar 1.3	Kesalahan Siswa pada Soal Nomor 3.e, 3.d, dan 3.f.....	8
Gambar 2.1	Garis Bilangan.....	21
Gambar 2.2	Penyelesaian Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat dengan Menggunakan Garis Bilangan Kosong.....	25
Gambar 2.3	Penyelesaian $426+289$ dengan <i>Count On</i> dan $104+(-258)$ dengan <i>Count Back</i>	26
Gambar 2.4	Penyelesaian $345+132$ dan $635-124$ dengan <i>Break Apart Numbers</i>	26
Gambar 2.5	Nama-nama Gunung di Indonesia dan Ketinggiannya ..	175
Gambar 2.6	Nama-nama Laut di Indonesia dan Ketinggiannya.....	176
Gambar 2.7	Garis Bilangan Siswa untuk Aktivitas 2 LAS I.....	179
Gambar 2.8	Strategi Siswa untuk Aktivitas 3 LAS I dengan Selisih.	180
Gambar 2.9	Strategi Siswa untuk Menempatkan Bilangan -145 dan -3500 pada Aktivitas 3 LAS I.....	180
Gambar 2.10	Strategi Siswa untuk Aktivitas 3 LAS 1 dengan Garis Bilangan.....	180
Gambar 2.11	Garis Bilangan untuk Jawaban Permasalahan LAS II.....	185
Gambar 2.12	Garis Bilangan untuk Pola 1 Penjumlahan Bilangan Bulat.....	186
Gambar 2.13	Hipotesis Jawaban Siswa untuk Soal Tambahan Pola 1 pada Garis Bilangan.....	187
Gambar 2.14	Garis Bilangan untuk Soal Pola 2 Penjumlahan Bilangan Bulat.....	188
Gambar 2.15	Hipotesis Jawaban Siswa untuk Soal Tambahan Pola 2 pada Garis Bilangan.....	188
Gambar 2.16	Kemungkinan Strategi Siswa untuk LKS II pada Garis Bilangan Kosong.....	189
Gambar 2.17	Garis Bilangan untuk Jawaban Permasalahan Aktivitas 1 LAS III.....	194
Gambar 2.18	Garis Bilangan Siswa untuk Pola 1 Pengurangan Bilangan Bulat.....	194
Gambar 2.19	Garis Bilangan Siswa untuk Soal Tambahan Nomor 1 LAS III.....	195
Gambar 2.20	Garis Bilangan untuk Pola 2 Pengurangan Bilangan Bulat.....	196
Gambar 2.21	Garis Bilangan Siswa untuk Soal Tambahan Nomor 2 LAS III.....	197
Gambar 2.22	Kemungkinan Strategi Siswa untuk LKS III pada Garis Bilangan Kosong.....	198

Gambar 2.23	Kemungkinan Strategi Siswa dalam Menyelesaikan Soal $1958+(-989)$: (a) <i>Count Back</i> , (b) <i>Compensation</i>	199
Gambar 2.24	Kemungkinan Strategi Siswa dalam Menyelesaikan Soal $(-654)+309$: (a) <i>Count On</i> , (b) <i>Compensation</i>	200
Gambar 2.25	Kemungkinan Strategi Siswa dalam Menyelesaikan Soal $473+(-512)$: (a) <i>Count On</i> , (b) <i>Compensation</i>	200
Gambar 2.26	Kemungkinan Strategi Siswa dalam Menyelesaikan Soal $(-2695)-(-1798)$: (a) <i>Count On</i> , (b) <i>Compensation</i> ...	201
Gambar 2.27	Kemungkinan Strategi Siswa dalam Menyelesaikan Soal $(-892)+365$: (a) <i>Count On</i> , (b) <i>Compensation</i>	201
Gambar 2.28	Kemungkinan Strategi Siswa dalam Menyelesaikan Soal $516-(-1247)$: (a) <i>Count On</i> , (b) <i>Compensation</i>	202
Gambar 2.29	Kemungkinan Strategi Siswa dalam Menyelesaikan Soal $1921+(-738)$: (a) <i>Count Back</i> , (b) <i>Compensation</i> ...	202
Gambar 2.30	Kemungkinan Strategi Siswa dalam Menyelesaikan Soal $432-691$: (a) <i>Count On</i> , (b) <i>Compensation</i>	203
Gambar 2.31	Kemungkinan Strategi Siswa dalam Menyelesaikan Soal $(-523)-378$: (a) <i>Count Back</i> , (b) <i>Compensation</i>	203
Gambar 2.32	Kemungkinan Strategi Siswa dalam Menyelesaikan Soal $(-1501)+(-1732)$: (a) <i>Count Back</i> , (b) <i>Compensation</i>	203
Gambar 3.1	Hubungan Saling Reflektif Antara Teori dan Eksperimen	35
Gambar 4.1	Jawaban Siswa untuk Aktivitas 1 LAS I: (a)Garis Bilangan Horizontal, (b)Garis Bilangan Vertikal.....	49
Gambar 4.2	(a)Dua Orang Siswa Menuliskan Hasil Diskusi di Papan Tulis, (b)Siswa Membuat Garis Bilangan Horizontal, (c) Siswa Membuat Garis Bilangan Vertikal.....	50
Gambar 4.3	Siswa Berdiskusi Mengerjakan LAS I Aktivitas 2.....	50
Gambar 4.4	Perbedaan Strategi Siswa dalam Meletakkan Bilangan pada Aktivitas 2 LAS I: (a)Peletakan langsung, (b)Dihitung Selisih.....	51
Gambar 4.5	Siswa Menulis dan Menjelaskan Strategi Menyelesaikan Aktivitas 2.....	51
Gambar 4.6	Siswa Meletakkan Bilangan pada Garis Bilangan.....	52
Gambar 4.7	Perwakilan Siswa dan Jawaban yang Dituliskan untuk LAS II.....	54
Gambar 4.8	Penyelesaian $435+(-196)$ dengan Garis Bilangan.....	57
Gambar 4.9	Perwakilan Siswa untuk LAS III dan Jawaban yang Dituliskan.....	59
Gambar 4.10	Kesalahan SP I untuk LKS II Soal Nomor 3 dan Belum Adanya Penggunaan Strategi Mental.....	65
Gambar 4.11	Strategi SP I dalam Menyelesaikan Soal $72+29$	66
Gambar 4.12	Penyelesaian SP I untuk LKS III.....	67

Gambar 4.13	Penyelesaian SP I untuk Tes Evaluasi Akhir dan Kesalahan yang Dilakukan pada Soal Nomor 4.....	69
Gambar 4.14	Penyelesaian SP II untuk Soal 6+18.....	72
Gambar 4.15	Penyelesaian SP II untuk LKS II.....	73
Gambar 4.16	Penyelesaian SP II untuk Soal 126+38.....	73
Gambar 4.17	Penyelesaian SP II untuk Soal Nomor 2 LKS III.....	74
Gambar 4.18	Penyelesaian SP II untuk Tes Evaluasi Akhir Nomor 2 dan 6.....	74
Gambar 4.19	Penyelesaian SP III untuk Soal LKS III Nomor 4.....	78
Gambar 4.20	Penyelesaian SP III untuk Tes Evaluasi Akhir.....	79
Gambar 4.21	Penyelesaian SP IV untuk LAS II.....	81
Gambar 4.22	Penyelesaian SP IV untuk LKS II.....	81
Gambar 4.23	Garis Bilangan SP IV untuk LAS III.....	82
Gambar 4.24	Kesalahan SP IV pada Soal Nomor 6 dan Saat Menjelaskan Strategi Mental.....	83
Gambar 4.25	Garis Bilangan SP V untuk LAS I Aktivitas 2.....	85
Gambar 4.26	Penyelesaian SP V untuk LKS II dan Kesalahan pada Penulisan Strategi Jawaban Nomor 2.....	86
Gambar 4.27	Kesalahan SP V pada Soal Nomor 2 dan 3 Serta Kesalahan pada Penggambaran Strategi untuk Soal Nomor 1 pada LKS III.....	87
Gambar 4.28	Kesalahan SP V pada Soal Nomor 2 dan Strategi Mental untuk Soal Nomor 3,4,5, dan 6 pada Tes Evaluasi Akhir.....	87
Gambar 4.29	Penyelesaian SP VI untuk LAS I.....	89
Gambar 4.30	Kesalahan SP VI untuk LKS III Nomor 3 dan 4 Serta Penggambaran Strategi untuk Nomor 1.....	90
Gambar 4.31	Penyelesaian SP VI untuk Tes Evaluasi Akhir dan Kesalahan yang Dilakukan dalam Menuliskan Strategi Mental.....	91
Gambar 4.32	(a)Soal-soal yang Disajikan di Papan Tulis untuk Membahas Penjumlahan Bilangan Bulat, (b)Dua Orang Siswa sedang Menulis Jawaban di Papan Tulis...	97
Gambar 4.33	Soal LKS II Nomor 1 dan Penggunaan Strategi Mental yang Dilakukan untuk Menjawab Soal.....	101
Gambar 4.34	Soal LKS II Nomor 2 dan Strategi yang Dilakukan SP IV untuk Menjawab Soal.....	102
Gambar 4.35	Soal LKS II Nomor 3 dan Strategi yang Dilakukan SP IV untuk Menjawab Soal.....	103
Gambar 4.36	Soal LKS II Nomor 4 dan Strategi yang Dilakukan SP V untuk Menjawab Soal.....	104
Gambar 4.37	Jawaban-jawaban Siswa Terkait Soal Pengembangan Strategi Mental Aritmatika Pola 1 Pengurangan Bilangan Bulat.....	107

Gambar 4.38	Jawaban-jawaban Siswa Terkait Soal Pengembangan Strategi Mental Aritmatika Pola 2 Pengurangan Bilangan Bulat.....	110
Gambar 4.39	Soal LKS III Nomor 1 dan Penggunaan Strategi Mental yang Dilakukan untuk Menjawab Soal.....	110
Gambar 4.40	Soal LKS III Nomor 2 dan Penggunaan Strategi Mental yang Dilakukan untuk Menjawab Soal.....	111
Gambar 4.41	Soal LKS III Nomor 3 dan Penggunaan Strategi Mental yang Dilakukan untuk Menjawab Soal.....	112
Gambar 4.42	Soal LKS III Nomor 4 dan Penggunaan Strategi Mental yang Dilakukan untuk Menjawab Soal.....	113
Gambar 4.43	Jawaban Siswa untuk Soal LKS IV Nomor 1.....	114
Gambar 4.44	Jawaban Siswa untuk Soal LKS IV Nomor 2.....	115
Gambar 4.45	Jawaban Siswa untuk Soal LKS IV Nomor 3.....	115
Gambar 4.46	Jawaban Siswa untuk Soal LKS IV Nomor 4.....	116
Gambar 4.47	Soal Tes Evaluasi akhir Nomor 1 dan Penggunaan Strategi Mental yang Dilakukan untuk Menjawab Soal.	116
Gambar 4.48	Soal Tes Evaluasi Akhir Nomor 2 dan Penggunaan Strategi Mental yang Dilakukan untuk Menjawab Soal.	117
Gambar 4.49	Soal Tes Evaluasi Akhir Nomor 3 dan Penggunaan Strategi Mental yang Dilakukan untuk Menjawab Soal.	119
Gambar 4.50	Soal Tes Evaluasi Akhir Nomor 4 dan Penggunaan Strategi Mental yang Dilakukan untuk Menjawab Soal.	120
Gambar 4.51	Soal Tes Evaluasi Akhir Nomor 5 dan Penggunaan Strategi Mental yang Dilakukan untuk Menjawab Soal.	121
Gambar 4.52	Soal Tes Evaluasi Akhir Nomor 6 dan Penggunaan Strategi Mental yang Dilakukan untuk Menjawab Soal.	122
Gambar 4.53	(a)Kesalahan SP I dalam Menjawab Soal Nomor 3 pada LKS II, (b)Jawaban Benar SP I pada Tes Evaluasi Akhir Nomor 1 Melalui Penulisan Strategi Mental yang Tepat.....	125
Gambar 4.54	Kesalahan SP V saat Menuliskan Strategi pada Garis Bilangan Kosong.....	125

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 2.1 Kompetensi Inti dan Kompetensi Dasar yang Memuat Pokok Bahasan Bilangan Bulat.....	20
Tabel 3.1 Rangkaian Kegiatan Selama Penelitian.....	38
Tabel 3.2 Data yang Terkumpul Selama Penelitian.....	40
Tabel 4.1 Nama Siswa pada Setiap Subjek Penelitian (SP).....	62
Tabel 4.2 Soal-soal Penjumlahan Bilangan Bulat yang Disajikan di Papan Tulis.....	98
Tabel 4.3 Soal-soal Pengurangan Bilangan Bulat yang Disajikan di Papan Tulis.....	106

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1. Tes Awal.....	134
Lampiran 2. Rencana Pelaksanaan Pembelajaran Pertemuan I.....	135
Lampiran 3. Panduan Guru Pertemuan I.....	139
Lampiran 4. Lembar Aktivitas Siswa I.....	142
Lampiran 5. Rencana Pelaksanaan Pembelajaran Pertemuan II.....	145
Lampiran 6. Panduan Guru Pertemuan II.....	150
Lampiran 7. Lembar Aktivitas Siswa II.....	153
Lampiran 8. Lembar Kerja Siswa II.....	155
Lampiran 9. Rencana Pelaksanaan Pembelajaran Pertemuan III.....	156
Lampiran 10. Panduan Guru Pertemuan III.....	161
Lampiran 11. Lembar Aktivitas Siswa III.....	164
Lampiran 12. Lembar Kerja Siswa III.....	166
Lampiran 13. Rencana Pelaksanaan Pembelajaran Pertemuan IV.....	167
Lampiran 14. Panduan Guru Pertemuan IV.....	170
Lampiran 15. Lembar Aktivitas Siswa IV.....	172
Lampiran 16. Tes Evaluasi Akhir.....	173
Lampiran 17. Hipotesis Lintasan Belajar (HLB).....	174
Lampiran 18. Catatan Lapangan Selama Eksperimen Mengajar.....	204
Lampiran 19. Transkrip Wawancara Guru dan Siswa Selama Eksperimen Mengajar.....	208
Lampiran 20. Lembar Penyelesaian Siswa pada Tes Evaluasi Akhir...	215
Lampiran 21. Hipotesis Penyelesaian Siswa pada LKS Setiap Pertemuan	219

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Setiap siswa tentunya memiliki potensi berbeda-beda yang dapat bermanfaat untuk kehidupan siswa kelak jika dikembangkan dengan baik. Pendidikan merupakan sarana untuk mengembangkan segala potensi yang ada pada diri siswa dalam rangka memperoleh keterampilan tertentu yang nantinya akan berguna untuk kehidupan siswa, juga bangsa dan negara, hal ini sesuai dengan definisi pendidikan menurut Undang-Undang nomor 20 tahun 2003 pasal 1 ayat 1, yaitu: “Pendidikan merupakan usaha sadar dan terencana untuk mewujudkan suasana belajar dan proses pembelajaran agar peserta didik secara aktif mengembangkan potensi diri untuk memiliki kekuatan spiritual keagamaan, pengendalian diri, kepribadian, kecerdasan, akhlak mulia, serta keterampilan yang diperlukan dirinya, masyarakat, bangsa, dan negara.”¹

Pendidikan dapat diperoleh melalui lembaga formal, nonformal, dan informal. Sekolah merupakan lembaga formal yang menyelenggarakan pendidikan melalui kegiatan pembelajaran. Melalui kegiatan pembelajaran yang direncanakan dan dilaksanakan dengan baik, diharapkan siswa dapat menggali pengetahuan dan pengalaman sebanyak-banyaknya agar potensi yang dimiliki dapat terasah dengan baik.

Sekolah menyelenggarakan pendidikan melalui pemberian beberapa

¹ Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan, “Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 20 Tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional,” (Jakarta: Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan, 2003).

mata pelajaran. Salah satu mata pelajaran tersebut adalah matematika. Matematika merupakan mata pelajaran yang sudah diterima oleh siswa dari jenjang Sekolah Dasar (SD) hingga pendidikan tinggi. Matematika melalui segala persoalan yang termuat di dalamnya menuntut kemampuan logis siswa untuk menyelesaikan persoalan atau permasalahan tersebut.

Bagi kebanyakan orang, matematika adalah kumpulan aturan yang harus dimengerti, perhitungan-perhitungan aritmetika, persamaan aljabar yang misterius, dan bukti-bukti geometris.² Pernyataan tersebut mungkin masih dialami oleh beberapa siswa yang sedang mempelajari matematika sehingga menjadi penyebab masih ditemukannya beberapa siswa yang kurang atau bahkan tidak menyukai pelajaran matematika. Padahal, anggapan tersebut tidak sesuai dengan pandangan yang menyatakan bahwa matematika adalah ilmu yang memiliki pola keteraturan dan urutan yang logis, melalui menemukan dan mengungkap keteraturan lalu memberikan arti merupakan makna mengerjakan matematika.³ Penyebab lain mengapa siswa kurang menyukai matematika karena siswa tidak dapat menemukan hubungan antara ilmu yang dipelajari dalam matematika dengan kehidupan sehari-hari dan juga siswa kurang dilibatkan secara aktif dalam kegiatan pembelajaran karena proses yang dilaksanakan masih bersifat *teacher centered*.

Pembelajaran bersifat *teacher centered* tidak selalu memungkinkan terjadinya komunikasi dua arah antara guru dengan siswa. Proses pembelajaran tersebut biasanya lebih sering didominasi oleh guru, siswa hanya menjadi objek

² John A. Van de Walle, *Matematika Sekolah Dasar dan Menengah Edisi Keenam Jilid 1*, (Jakarta: Erlangga, 2007), h. 12.

³ *Ibid*, h. 13.

pasif dengan mendengarkan apa yang disampaikan oleh guru, mencatat apa yang ditulis oleh guru di papan tulis, dan mengerjakan latihan soal berdasarkan contoh yang telah diberikan oleh guru. Siswa akan terbiasa mengerjakan soal dengan cara menghafal algoritma yang diajarkan oleh guru. Akibat dari proses pembelajaran tersebut adalah pemahaman siswa terhadap materi matematika menjadi tidak mendalam sehingga siswa akan kesulitan jika menemukan soal dengan penyajian yang berbeda padahal materi yang diajarkan masih sama.

Pembelajaran bersifat *teacher centered* tidak sesuai lagi dengan Kurikulum 2013, hal ini sesuai dengan kriteria yang terdapat pada penyempurnaan pola pikir Kurikulum 2013, yaitu:

- 1) Pola pembelajaran yang berpusat pada guru menjadi pembelajaran berpusat pada siswa,
- 2) Pola pembelajaran satu arah (interaksi guru-siswa) menjadi pembelajaran interaktif (interaktif guru-siswa-masyarakat-lingkungan alam, sumber atau media lainnya),
- 3) Pola pembelajaran terisolasi menjadi pembelajaran secara jejaring (siswa dapat menimba ilmu dari siap saja dan dari mana saja yang dapat dihubungi serta diperoleh melalui internet),
- 4) Pola pembelajaran pasif menjadi pembelajaran aktif mencari,
- 5) Pola belajar sendiri menjadi belajar kelompok (berbasis tim).⁴

Belajar yang bermakna adalah belajar dengan melakukan, berdasarkan kriteria yang telah dituliskan sebelumnya, terlihat bahwa pembelajaran yang dilakukan pada kurikulum 2013 menuntut siswa untuk aktif dan mencari informasi dari sumber manapun untuk mengembangkan pengetahuan.

Berdasarkan kriteria penyempurnaan pola pikir Kurikulum 2013 yang telah dituliskan sebelumnya, diperlukan suatu pendekatan pembelajaran yang dapat memenuhi kriteria tersebut. Pendekatan pembelajaran yang dapat memenuhi

⁴ Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, "Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Nomor 68 Tahun 2013 tentang Kerangka Dasar dan Struktur Kurikulum Sekolah Menengah Pertama atau Madrasah Tsanawiyah," (Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, 2013).

kriteria tersebut adalah pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI). Melalui penyajian permasalahan realistik yang dekat dengan kehidupan siswa sehari-hari, pendekatan PMRI dapat menggambarkan maksud dari pembelajaran yang akan dilaksanakan.

Pendekatan PMRI merupakan adaptasi kebudayaan Indonesia dari Pendidikan Matematika Realistik atau *Realistic Mathematics Education* (RME) yang dikembangkan oleh Hans Freudenthal di Belanda sejak sekitar tahun 1970.⁵ Pendekatan PMRI menggunakan permasalahan sehari-hari yang dialami oleh siswa. Guru dituntut untuk mengubah perilaku dalam cara mengajar maupun menghadapi siswa. PMRI tidak hanya berdampak pada perubahan konten, tetapi juga pada cara komunikasi guru dengan siswa, hal ini seperti yang diungkapkan oleh Sembiring: “*With the PMRI strategy, we also tell teachers how to communicate with students*”⁶ (Dengan pendekatan PMRI, guru juga diberi tahu bagaimana cara untuk berkomunikasi dengan siswa). Salah satu bentuk komunikasi yang dimaksud adalah guru harus bersikap terbuka dengan cara menghargai pendapat yang diajukan siswa dalam kegiatan pembelajaran, hal ini sesuai dengan pernyataan Suryanto, yaitu: “Dalam melaksanakan kegiatan pembelajaran PMRI, cara berkomunikasi yang santun dan terbuka perlu dipraktikkan, guru harus menghargai pendapat siswa sebagai salah satu bentuk perwujudan dari memanusiakan manusia.”⁷

⁵ Suryanto, dkk, Laporan Penelitian Hibah Kompetensi, “Penulisan Buku Sejarah Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI),” (Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta, 2009), h.40.

⁶ Robert K. Sembiring, Kees Hoogland, dan Maarten Dolk, *A Decade of PMRI in Indonesia*. (Bandung, Utrecht: Ten Brink, Meppel, 2010), h. 20.

⁷ Suryanto, *Loc.Cit*, h. 41.

Salah satu materi yang dipelajari pada jenjang Sekolah Menengah Pertama (SMP) adalah bilangan bulat. Bilangan bulat merupakan materi yang telah dipelajari siswa pada jenjang Sekolah Dasar (SD). Pokok bahasan yang diambil untuk penelitian ini adalah penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat pada siswa kelas VII SMP. Materi tersebut sudah diterima atau dipelajari sebelumnya oleh siswa pada saat kelas IV SD.

Penjumlahan dan pengurangan yang melibatkan bilangan bulat positif dan bilangan bulat negatif seharusnya sudah dapat dipahami dengan baik oleh siswa kelas VII SMP karena sudah pernah dipelajari sebelumnya saat SD, namun berdasarkan wawancara yang dilakukan kepada salah satu guru matematika SMPN 19 Bekasi yaitu Ibu Yuniarti, ditemukan fakta bahwa ternyata siswa masih menghadapi kesulitan pada pokok bahasan penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat. Menurut Ibu Yuni, awalnya siswa paham jika penjumlahan dan pengurangan masih melibatkan nilai satuan, namun siswa mulai mengalami kesulitan saat penjumlahan dan pengurangan sudah melibatkan bilangan bulat dengan nilai ratusan atau lebih besar. Fakta serupa juga dikemukakan oleh Ibu Zulpahmi (Guru matematika kelas VII di SMP Negeri 13 Bekasi). Beliau mengemukakan bahwa siswa biasanya mengalami kesulitan saat menghadapi soal pengurangan bilangan bulat terutama yang melibatkan bilangan bulat negatif.

Fakta tersebut juga ditemukan melalui wawancara dengan beberapa siswa. Siswa dengan kemampuan matematika baik mengemukakan bahwa tidak menemukan masalah berarti saat menghadapi soal penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat yang melibatkan nilai satuan dan mampu menentukan jawaban

untuk soal dengan nilai yang lebih besar. Selanjutnya hanya ditemukan sedikit kesalahan pada siswa dengan kemampuan matematika sedang saat menyelesaikan soal penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat yang melibatkan nilai satuan dan membutuhkan waktu untuk menentukan jawaban untuk soal dengan nilai yang lebih besar. Terakhir untuk siswa dengan kemampuan matematika rendah, terlihat bahwa siswa kesulitan untuk menentukan jawaban dari soal penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat yang melibatkan nilai satuan, hal ini dikarenakan siswa masih belum memiliki pemahaman konsep yang baik mengenai bilangan bulat.

Sebagai data awal penelitian, selanjutnya dilakukan pra penelitian di kelas VII SMP Negeri 13 Bekasi pada 43 siswa yang sebelumnya telah belajar mengenai bilangan bulat. Data awal penelitian diperlukan untuk menganalisa kebutuhan siswa di kelas VII SMP Negeri 13 Bekasi terhadap desain pembelajaran baru untuk pokok bahasan penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat. Pra penelitian dilakukan dengan memberikan lima butir soal, soal pertama bertujuan untuk mengetahui pemahaman siswa mengenai konsep bilangan bulat dengan cara membandingkan bilangan bulat, soal kedua adalah soal menentukan posisi bilangan bulat terhadap bilangan nol, soal ketiga adalah soal menyelesaikan penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat, dan soal keempat adalah penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat yang disajikan dengan garis bilangan. Pada data pra penelitian ditemukan beberapa kesalahan yang siswa lakukan dalam menyelesaikan operasi hitung penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat terutama yang melibatkan bilangan bulat negatif.

No	Soal	Jawaban
1	Isikanlah dengan tanda < "kurang dari", > "lebih dari", atau = "sama dengan" a. 0 ... -21 b. -273 ... 271 c. -396 ... -384 d. 695 ... 675	A. $0 \geq -21$ B. $-297 < 271$ C. $-396 \geq -384$ D. $695 > 675$

Gambar 1.1 Kesalahan Siswa dalam Membandingkan Bilangan Bulat Negatif

Gambar 1.1 menunjukkan kesalahan siswa dalam membandingkan bilangan bulat negatif. Siswa mengabaikan tanda negatif sehingga memilih bahwa bilangan dengan angka yang lebih besar, nilainya lebih dari bilangan negatif yang angkanya lebih kecil, padahal dalam bilangan membandingkan bilangan bulat negatif, bilangan dengan angka yang lebih kecil yang memiliki nilai lebih besar.

2	Manakah hasil dari penjumlahan atau pengurangan bilangan bulat berikut yang letaknya pada garis bilangan lebih dekat dengan bilangan 0? Jelaskan alasanmu! a. $(-92)+37 = \dots$ atau $26-83 = \dots$ b. $325-236 = \dots$ atau $(-374)-(-289) = \dots$ c. $108-(-193) = \dots$ atau $(-157)+(-169) = \dots$	A. -55 karena lebih dekat dari -57. B. -85 karena lebih dekat daripada 89. C. -301 karena lebih dekat daripada -326.
---	---	--

(a)

2	Manakah hasil dari penjumlahan atau pengurangan bilangan bulat berikut yang letaknya pada garis bilangan lebih dekat dengan bilangan 0? Jelaskan alasanmu! a. $(-92)+37 = \dots$ atau $26-83 = \dots$ b. $325-236 = \dots$ atau $(-374)-(-289) = \dots$ c. $108-(-193) = \dots$ atau $(-157)+(-169) = \dots$	a. $(-92)+37 = -55 > 26-83 = -57$ karena -57 < -55 b. $325-236 = 89 > (-374)-(-289) = -85$ karena 89 (positif) dan -85 (negatif) c. $108-(-193) = 301 > (-157)+(-169) = -326$ karena 301 (+) dan -326 (-)
---	---	--

(b)

Gambar 1.2 Kesalahan Siswa pada Soal Nomor 2

Siswa diminta untuk menentukan bilangan bulat yang lebih dekat dengan bilangan 0 pada garis bilangan. Mayoritas siswa yang menjawab benar, tidak mengungkapkan alasan yang tepat mengenai bilangan yang dipilih seperti terlihat pada gambar 2.2 (a). Siswa seharusnya mengemukakan alasan mengenai jawaban pada garis bilangan seperti yang sudah tercantum pada soal. Kesalahan lainnya

ditemukan siswa yang mengemukakan alasan dengan cara membandingkan, hal ini akan mengakibatkan kesalahan pada soal nomor 2.b dengan jawaban bilangan yang lebih dekat dengan 0 adalah -85 bukan 89.

3	Selesaikanlah soal-soal berikut ini dengan benar!	3	Selesaikanlah soal-soal berikut ini dengan benar!
a.	$(-65)+28 = \dots 37$	a.	$(-65)+28 = \dots 57$
b.	$125-(-277) = \dots 402$	b.	$125-(-277) = \dots 402$
c.	$374+(-128) = \dots 46$	c.	$374+(-128) = \dots 246$
d.	$213-326 = \dots 113$	d.	$213-326 = \dots 87$
e.	$(-357)-289 = \dots 646$	e.	$(-357)-289 = \dots 68$
f.	$(-1365)+(-1189) = \dots 554$	f.	$(-1365)+(-1189) = \dots 2554$

3	Selesaikanlah soal-soal berikut ini dengan benar!
a.	$(-65)+28 = \dots 37$
b.	$125-(-277) = \dots 402$
c.	$374+(-128) = \dots 246$
d.	$213-326 = \dots 113$
e.	$(-357)-289 = \dots 68$
f.	$(-1365)+(-1189) = \dots 2554$

(a)

3	Selesaikanlah soal-soal berikut ini dengan benar!	3	Selesaikanlah soal-soal berikut ini dengan benar!
a.	$(-65)+28 = \dots 57$	a.	$(-65)+28 = \dots 93$
b.	$125-(-277) = \dots 402$	b.	$125-(-277) = \dots 152$
c.	$374+(-128) = \dots 246$	c.	$374+(-128) = \dots 502$
d.	$213-326 = \dots 87$	d.	$213-326 = \dots 113$
e.	$(-357)-289 = \dots 68$	e.	$(-357)-289 = \dots 68$
f.	$(-1365)+(-1189) = \dots 2554$	f.	$(-1365)+(-1189) = \dots 2554$

(b)

3	Selesaikanlah soal-soal berikut ini dengan benar!	3	Selesaikanlah soal-soal berikut ini dengan benar!
a.	$(-65)+28 = \dots 37$	a.	$(-65)+28 = \dots 93$
b.	$125-(-277) = \dots 402$	b.	$125-(-277) = \dots 152$
c.	$374+(-128) = \dots 246$	c.	$374+(-128) = \dots 502$
d.	$213-326 = \dots 113$	d.	$213-326 = \dots 113$
e.	$(-357)-289 = \dots 68$	e.	$(-357)-289 = \dots 68$
f.	$(-1365)+(-1189) = \dots 2554$	f.	$(-1365)+(-1189) = \dots 2554$

(c)

Gambar 1.3 Kesalahan Siswa pada Soal Nomor 3.e, 3.d, dan 3.b

Siswa banyak menunjukkan kesalahan pada soal nomor 3.e, 3.d, dan 3.b.

Pada soal nomor 3.e, kesalahan ditemukan pada 29 siswa dari 43 siswa SMP

Negeri 13 Bekasi. Kesalahan dapat dilihat pada gambar 1.3 (a), kesalahan pertama adalah siswa menjumlahkan kedua bilangan dengan mengabaikan tanda negatif sehingga diperoleh hasil 646, sedangkan kesalahan kedua dan ketiga siswa mengurangi bilangan pertama dengan bilangan kedua dengan hasil -68 dan 68, padahal jawaban yang benar adalah -646. Kesalahan terbanyak kedua ditemukan pada soal nomor 3.d. Kesalahan ditemukan pada 20 siswa dari 43 siswa SMP Negeri 13 Bekasi yang mengikuti pra penelitian. Kesalahan dapat dilihat pada gambar 1.3 (b), kesalahan pertama adalah siswa mengurangi bilangan kedua dengan bilangan pertama dan mengabaikan bahwa bilangan yang dikurang nilainya lebih kecil sehingga diperoleh hasil 113, sedangkan kesalahan kedua adalah siswa melakukan kesalahan teknis dengan mengurangi bilangan pertama dengan bilangan kedua sehingga diperoleh hasil (-87), padahal jawaban yang benar adalah (-113). Kesalahan terbanyak ketiga ditemukan pada soal nomor 3.b dengan jumlah 18 siswa dari 43 siswa. Kesalahan dapat dilihat pada gambar 1.3 (c), kesalahan pertama adalah siswa sudah benar menjumlahkan kedua bilangan lalu ditambahkan tanda negatif sehingga diperoleh hasil (-402), sedangkan kesalahan kedua adalah siswa mengurangi bilangan kedua dengan bilangan pertama dan menambahkan tanda negatif pada hasilnya sehingga diperoleh (-152), padahal jawaban yang benar adalah 402.

Jenis kesalahan tersebut termasuk dalam lima kesalahan yang biasa dilakukan oleh siswa dalam penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat yang diungkapkan oleh Steiner, yaitu: 1) Siswa memiliki kesulitan mengurangi bilangan bulat positif dari bilangan nol, 2) Mengurangi bilangan bulat positif

dari bilangan bulat positif yang lebih kecil, 3) Menjumlahkan dua bilangan bulat negatif, 4) Menjumlahkan dan mengurangkan dua bilangan yang sama, dan 5) Menjumlahkan bilangan bulat positif dengan bilangan bilangan bulat negatif dimana nilai bilangan bulat negatif yang lebih besar.⁸

Hasil pra penelitian dan wawancara guru seperti yang telah dijabarkan di atas merupakan bukti bahwa ternyata siswa kelas VII SMP Negeri 13 Bekasi belum memahami penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dengan baik. Hal yang dapat menjadi penyebab mengapa siswa belum memahami dengan baik pokok bahasan tersebut adalah karena siswa tidak memiliki dasar pemahaman yang kuat terhadap materi tersebut atau cara yang diterapkan oleh guru untuk mengajarkan pokok bahasan tersebut masih tidak tepat.

Beberapa penelitian sudah dilakukan untuk mencoba menjawab permasalahan yang terjadi pada pembelajaran penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat. Salah satunya adalah Devitasari mahasiswi pendidikan matematika Universitas Negeri Jakarta (UNJ) melalui penelitiannya yang berjudul “Upaya Meningkatkan Hasil Belajar Matematika Siswa Kelas IV SDN Kebon Pala 02 Jakarta Timur pada Pokok Bahasan Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat Melalui Pendekatan Matematika Realistik Indonesia (PMRI)” pada tahun 2012. Devitasari menggunakan media tutup botol yang diberi tanda (+) untuk melambangkan +1 dan tanda (-) untuk melambangkan -1 lalu melakukan penghitungan penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dengan menggunakan media tersebut. Bilangan nol dilambangkan dengan tutup botol bertanda (+)

⁸ Carol J. Steiner, “A Study of Pre-Service Elementary Teachers’ Conceptual Understanding of Integers,” *Disertasi*, (Amerika Serikat: Ken State University, 2009), h. 4.

berpasangan dengan tutup botol bertanda (-).⁹

Solusi lainnya dijawab oleh Mulyani melalui penelitiannya yang berjudul “Pembelajaran Matematika dengan Alat Peraga Papan Berpasangan.” Mulyani mencoba merancang alat peraga yang dapat membantu konsep penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dengan menggunakan konsep berpasangan. Alasan menggunakan konsep berpasangan karena bilangan bulat terdiri dari bilangan bulat positif dan bilangan bulat negatif. Alat peraga papan berpasangan terdiri atas lajur satuan, puluhan, dan ratusan dengan diberikan tanda (+) dan (-) untuk masing-masing lajur. Terdapat 10 lubang untuk setiap lajur dan diberikan warna yang berbeda untuk setiap bilangan bulat positif dan bilangan bulat negatif. Bilangan nol diperlihatkan oleh dua buah lubang dengan tanda yang berbeda atau lubang yang letaknya berpasangan.¹⁰

Guru biasanya memulai kegiatan pembelajaran penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dengan mengenalkan siswa terhadap bilangan bulat negatif dengan menggunakan konteks. Namun, saat berlanjut ke pokok bahasan penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat, konteks tidak lagi digunakan. Pada penelitian ini, digunakan konteks di atas dan di bawah permukaan laut. Konteks tersebut dinilai sesuai dengan PMRI karena didukung keadaan alam Indonesia yang berupa negara kepulauan. Indonesia terdiri dari gunung dengan beragam ketinggian di atas permukaan laut yang dapat digunakan untuk menyatakan

⁹ Dwi Devitasari, “Upaya Meningkatkan Hasil Belajar Matematika Siswa Kelas IV SDN Kebon Pala 02 Jakarta Timur pada Pokok Bahasan Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat Melalui Pendekatan Matematika Realistik Indonesia (PMRI),” *Skripsi*, (Tidak diterbitkan: UNJ, 2012).

¹⁰ Sri Mulyani, “Pembelajaran Matematika dengan Alat Peraga Papan Berpasangan,” *Jurnal*, (Online, Tersedia di <http://dispendik.surabaya.go.id/surabayabelajar/jurnal/199/5.4.pdf>), Diakses 24 November 2013. 17.05 WIB, h.9.

bilangan bulat positif dan kedalaman di bawah permukaan laut dari beragam laut di Indonesia yang dapat digunakan untuk menyatakan bilangan bulat negatif. Konteks tersebut juga dapat dilanjutkan penggunaannya untuk pembelajaran operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat. Penggunaan konteks di atas dan di bawah permukaan laut dapat memunculkan ide garis bilangan kosong yang dapat digunakan sebagai model untuk membantu siswa memahami penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat. Melalui desain kegiatan pembelajaran dengan konteks dan garis bilangan kosong, proses pembelajaran yang terjadi dapat digunakan untuk melihat perkembangan proses berpikir dan strategi siswa dalam memahami penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat.

Menanggapi permasalahan yang terjadi pada siswa SMPN 13 Bekasi, diperlukan suatu desain kegiatan pembelajaran berdasarkan pendekatan PMRI dengan menggunakan garis bilangan kosong agar siswa dapat memahami pokok bahasan penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dengan baik. Garis bilangan kosong dipilih karena lebih fleksibel dibandingkan dengan garis bilangan biasa. Penelitian ini akan mengembangkan sebuah desain pembelajaran dengan menggunakan garis bilangan kosong berdasarkan pendekatan PMRI untuk memberikan pemahaman kepada siswa mengenai operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat sehingga siswa dapat mengonstruksi pemahaman mengenai bilangan bulat.

B. Pertanyaan Penelitian

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, penelitian ini akan mengajukan pertanyaan penelitian: “Bagaimana perkembangan strategi siswa

dalam menyelesaikan soal penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dengan menggunakan model garis bilangan kosong berdasarkan pendekatan PMRI di SMP Negeri 13 Bekasi?”

C. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengembangkan aktivitas instruksional pada pokok bahasan penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dengan menggunakan garis bilangan kosong berdasarkan pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) di kelas VII SMP Negeri 13 Bekasi.

D. Manfaat Penelitian

Penelitian ini bermanfaat untuk mengembangkan teori instruksional pembelajaran pada pokok bahasan penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dengan menggunakan model garis bilangan kosong berdasarkan pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) di kelas VII SMP Negeri 13 Bekasi. Selain itu, penelitian ini bermanfaat bagi guru sebagai pedoman serta landasan berisikan urutan-urutan instruksional dalam mengajarkan penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dan juga membantu siswa kelas VII SMP Negeri 13 Bekasi untuk dapat memahami dengan baik penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat.

BAB II

KAJIAN TEORI

A. Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI)

Sejarah kurikulum dan pembelajaran di Indonesia mengalami fase yang cukup panjang. Menurut Soedjadi seperti yang diungkapkan oleh Sembiring, sejarah pembelajaran dan kurikulum Indonesia terbagi menjadi: 1) Era sebelum 1975, 2) Era matematika modern, 3) Kembali ke berhitung 1990an, dan 4) Masa terpadu.¹ Pada fase terakhir, mulai muncul perubahan paradigma dari yang semula *teacher centered* (berpusat pada guru) menjadi *student centered* (berpusat pada siswa).

Selanjutnya muncul beragam metode, seperti: *Problem Based Instruction* (PBI), *discovery method*, *cooperative learning*, *Contextual Teaching and Learning* (CTL), konstruktivisme, dan PAKEM (Pembelajaran yang Aktif, Kreatif, Efektif, dan Menyenangkan). Namun, semua metode tersebut berlaku umum, tidak bersifat khusus untuk matematika. PMRI muncul sebagai jawaban metode khusus untuk matematika.

Pendekatan PMRI merupakan adaptasi dari Pendidikan Matematika Realistik atau *Realistic Mathematics Education* (RME) yang dikembangkan oleh Hans Freudenthal di Belanda sejak sekitar tahun 1970.² Istilah adaptasi yang dimaksud memiliki arti bahwa implementasi PMRI disesuaikan dengan kondisi

¹ Robert K. Sembiring, "Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI): Perkembangan dan Tantangannya, *Jurnal, (Indo M.S JME No.1 Volume 1, 2010)*, h.1.

² Suryanto, dkk, Laporan Penelitian Hibah Kompetensi, "Penulisan Buku Sejarah Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI)," (Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta, 2009), h.40.

dan budaya Indonesia, namun prinsip dan karakteristik yang berlaku tetap mengacu pada RME.

Dua prinsip pokok PMRI adalah matematika diajarkan sebagai aktivitas manusia dan materi matematika yang diajarkan harus bermakna bagi siswa.³ Matematika diajarkan sebagai kegiatan manusia, hal ini seperti yang diungkapkan oleh Hans Freudenthal yang mengatakan matematika sebagai *human activity*. Matematika sebagai *human activity* atau kegiatan manusia mengarahkan pebelajar untuk mengolah informasi dan dari kegiatannya itu akan menemukan (*reinvent*) fakta, konsep, prinsip, prosedur matematis dengan bantuan seperlunya dari guru atau orang lain.⁴ Prinsip yang kedua adalah materi matematika yang diajarkan harus bermakna bagi siswa, maksud dari pernyataan tersebut adalah siswa harus melihat hubungan antara matematika yang dipelajari dan realitas dalam kehidupan nyata. Pembelajaran dapat disajikan dengan masalah yang bersifat realistik agar siswa dapat memahami hubungan antara matematika yang dipelajari dengan realitas kehidupan sehari-hari.

Kedua prinsip di atas dikembangkan menjadi karakteristik PMRI, yaitu: (1) penggunaan konteks, (2) penggunaan model, (3) melibatkan kontribusi siswa, (4) interaktivitas, dan (5) keterkaitan.⁵ Berikut adalah uraian dari lima karakteristik PMRI yang dapat dijadikan pedoman dalam melaksanakan pembelajaran matematika di kelas:

1. Penggunaan Konteks

Penggunaan konteks yang dimaksud dalam prinsip ini adalah lingkungan

³ *Ibid*

⁴ *Ibid*, h. 41.

⁵ *Ibid*, hh. 163-165.

siswa yang nyata baik aspek budaya maupun aspek geografis. Siswa dilibatkan secara aktif untuk mengeksplorasi permasalahan melalui penggunaan konteks. Hasil eksplorasi siswa tidak hanya bertujuan untuk menemukan jawaban akhir dari permasalahan yang disajikan tetapi juga diarahkan untuk mengembangkan berbagai strategi penyelesaian masalah yang dapat digunakan. Penggunaan konteks pada awal pembelajaran juga dimaksudkan untuk meningkatkan motivasi dan ketertarikan siswa dalam belajar matematika.

Konteks yang digunakan pada penelitian ini adalah mengenai ketinggian gunung di atas permukaan laut dan kedalaman di bawah permukaan laut. Konteks tersebut digunakan karena sesuai dengan keadaan di Indonesia. Ketinggian gunung sebagai bilangan bulat positif, kedalaman laut sebagai bilangan bulat negatif, dan permukaan laut sebagai bilangan nol.

2. Penggunaan Model

Penggunaan model dapat bermacam-macam seperti konkret berupa benda ataupun semikonkret berupa gambar atau skema yang dimaksudkan sebagai jembatan dari pengetahuan matematika informal menuju pengetahuan matematika formal. Model yang digunakan pada penelitian ini adalah garis bilangan kosong. Ide garis bilangan kosong dapat dimunculkan dari konteks yang digunakan yaitu ketinggian gunung dan kedalaman laut.

3. Melibatkan Kontribusi Siswa

Sumbangan atau kontribusi siswa berupa ide, variasi jawab, dan variasi cara pemecahan masalah yang dikemukakan oleh siswa diperlukan dalam kegiatan pembelajaran. Siswa dibebaskan mengembangkan strategi pemecahan masalah

sehingga diharapkan akan diperoleh jawaban yang bervariasi. Siswa mempunyai kewajiban untuk menerangkan penyelesaian yang siswa peroleh. Siswa harus mengandalkan diri sendiri dan diharapkan tidak bertanya kepada guru mengenai prosedur standar untuk menyelesaikan soal matematika ataupun kebenaran dari jawaban yang siswa peroleh. Hasil kerja dan konstruksi siswa selanjutnya digunakan sebagai dasar untuk mengembangkan konsep matematika selanjutnya. Penggunaan Lembar Aktivitas Siswa (LAS) dapat melibatkan kontribusi siswa secara aktif pada kegiatan pembelajaran agar siswa dapat memahami dengan baik materi yang dipelajari.

4. Interaktivitas

Interaksi antara guru dengan siswa atau siswa dengan siswa lainnya diperlukan dalam pembelajaran matematika dengan PMRI. Bentuk interaksi dapat terlihat melalui proses diskusi, pertanyaan yang diajukan guru kepada siswa, siswa menjelaskan dan memberikan alasan mengenai penyelesaian masalah yang diperoleh, dan melakukan refleksi terhadap setiap langkah yang ditempuh.

Beberapa hal yang dapat dilakukan untuk mendorong siswa berdiskusi dapat dimulai dengan memberi kesempatan kepada siswa berdiskusi dengan kelompok untuk menyelesaikan masalah yang disajikan. Saat seorang siswa sedang menjelaskan jawaban di depan kelas atau diskusi kelas sedang berjalan, guru dapat meminta siswa untuk memperhatikan dengan baik lalu bertanya kepada siswa lainnya apakah terdapat cara penyelesaian yang berbeda. Jika terdapat perbedaan penyelesaian, siswa dapat diminta untuk menjelaskan di depan kelas. Guru dapat mendorong siswa untuk membandingkan strategi mana yang

paling efisien dalam menyelesaikan soal. Diskusi dalam kegiatan pembelajaran baik diskusi kelompok maupun diskusi kelas seperti yang telah dibahas sebelumnya juga diterapkan pada penelitian ini.

5. Keterkaitan

Perlu disadari bahwa matematika adalah suatu ilmu yang terstruktur, memiliki konsistensi yang ketat, keterkaitan antara topik, konsep, operasi sangat kuat sehingga sangat dimungkinkan adanya integrasi antara topik-topik tersebut.⁶ Konsep-konsep matematika tidak dikenalkan kepada siswa secara terpisah satu sama lain. PMRI menempatkan keterkaitan antar konsep matematika sebagai hal yang harus diperhatikan dalam proses pembelajaran. Penggunaan LAS pada penelitian ini dimaksudkan agar kegiatan pembelajaran yang dilakukan saling terkait untuk setiap pertemuan.

B. Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat dalam Kurikulum Indonesia

Himpunan bilangan bulat berisi bilangan-bilangan asli, lawan dari bilangan-bilangan asli atau bilangan negatif, dan bilangan nol yang bukan positif maupun negatif.⁷ Jika digambarkan dalam garis bilangan, bilangan bulat positif terletak di sebelah kanan bilangan 0 (atau di atas bilangan 0 pada garis bilangan vertikal), sedangkan bilangan bulat negatif terletak di sebelah kiri bilangan 0 (atau di bawah bilangan 0 pada garis bilangan vertikal). Seperti yang telah dituliskan pada pernyataan sebelumnya, bilangan bulat negatif adalah lawan dari bilangan-

⁶ *Ibid*, h. 165.

⁷ John A. Van de Walle, *Matematika Sekolah Dasar dan Menengah Edisi Keenam Jilid 2*, (Jakarta: Erlangga, 2007), h. 240.

bilangan asli atau bilangan bulat positif, hal ini sesuai dengan pernyataan Walle yaitu, “Secara umum, lawan dari n adalah penyelesaian dari persamaan $n + ? = 0$, jika n bilangan positif maka lawan dari n adalah bilangan negatif.”⁸

Sejarah awal bilangan nol pertama kali ditemukan oleh bangsa Babilonia pada abad 1700 SM dengan melowongkan tempat yang seharusnya bersimpul pada pencatatan bilangan yang berlaku saat itu. Bangsa Babilonia tidak menggunakan simbol untuk melambangkan bilangan nol, namun hanya digunakan sebagai pencatatan bilangan.⁹ Penggunaan konsep bilangan nol oleh bangsa Babilonia tidak berkembang dalam pengetahuan berhitung. Bilangan nol yang disimbolkan dengan 0 pertama kali digunakan oleh bangsa Hindu dalam sistem penulisan lambang bilangan pada abad ke-7 M. Penemuan lambang bilangan nol tersebut menyebar melalui perdagangan ke Arab dan Eropa dan berperan memajukan pengetahuan di tempat tersebut.

Sejarah bilangan bulat negatif mengalami fase yang cukup panjang. D’Alembert menggambarkan bilangan bulat negatif sebagai lawan dari bilangan bulat positif dengan menggunakan ide dimana penyelesaian berakhir dengan bilangan bulat positif ketika dimulai dengan bilangan bulat negatif.¹⁰ Pernyataan tersebut sesuai dengan konteks yang digunakan pada penelitian ini yaitu mengenai ketinggian gunung dan kedalaman laut yang memiliki nilai berlawanan.

Penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat pada Kurikulum 2013 yaitu kurikulum pendidikan di Indonesia yang berlaku saat penelitian dilakukan

⁸ *Ibid*

⁹ Carol J. Steiner, “A Study of Pre-Service Elementary Teachers’ Conceptual Understanding of Integers,” *Disertasi*, (Amerika Serikat: Ken State University, 2009), h. 16.

¹⁰ Cecilia Kilhamn, “Making Sense of Negative Numbers,” *Tesis*, (Swedia: University of Gutenberg, 2011), h. 22.

merupakan pokok bahasan Kelas VII Semester I dan termuat dalam Kompetensi Inti dan Kompetensi Dasar sebagai berikut:

Tabel 2.1 Kompetensi Inti dan Kompetensi Dasar yang Memuat Pokok Bahasan Bilangan Bulat¹¹

Kompetensi Inti	Kompetensi Dasar
2. Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggungjawab, peduli (toleransi, gotong royong), santun, percaya diri, dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya.	2.1 Menunjukkan perilaku konsisten dan teliti dalam melakukan aktivitas di rumah, sekolah, dan masyarakat sebagai wujud implementasi pemahaman tentang operasi hitung bilangan bulat dan pecahan 2.2 Menunjukkan perilaku ingin tahu dalam melakukan aktivitas di rumah, sekolah, dan masyarakat sebagai wujud implementasi penyelidikan operasi bilangan bulat
3. Memahami pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya terkait fenomena dan kejadian tampak mata.	3.1 Membandingkan dan mengurutkan berbagai jenis bilangan serta menerapkan operasi hitung bilangan bulat dan bilangan pecahan dengan memanfaatkan berbagai sifat operasi

Pembelajaran bilangan bulat sebaiknya dimulai dengan bilangan asli baik untuk penjumlahan maupun pengurangan, hal ini seperti yang diungkapkan oleh Walle, “Karena siswa sekolah menengah mungkin belum menggunakan pecahan atau garis bilangan, maka akan baik untuk memulai bekerja dengan salah satu model ini dengan menggunakan bilangan asli.”¹²

Penggunaan bilangan asli dimaksudkan agar siswa dapat mengingat kembali materi yang telah dipelajari saat SD dan bagaimana strategi untuk menyelesaikannya. Penting bagi siswa untuk melihat bahwa penjumlahan dengan

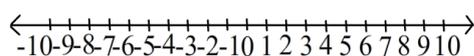
¹¹ Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan. “Kurikulum 2013, Kompetensi Dasar Sekolah Menengah Pertama (SMP)/ Madrasah Tsanawiyah,” (Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, 2013), h.45.

¹² John A. Van de Walle (jilid II), *op.cit.*, h. 241.

bilangan bulat negatif sama seperti pengurangan dengan bilangan bulat positif dan pengurangan dengan bilangan bulat negatif sama seperti penjumlahan dengan bilangan bulat positif.¹³

C. Garis Bilangan Kosong

Bilangan bulat pada garis bilangan disajikan dengan bilangan 0 sebagai pemisah antara bilangan bulat positif dan bilangan bulat negatif, bilangan bulat positif dituliskan di sebelah kanan bilangan 0 pada garis bilangan horizontal atau di atas bilangan 0 pada garis bilangan vertikal dan bilangan bulat negatif dituliskan di sebelah kiri atau bawah bilangan 0, hal ini sesuai dengan pernyataan *Number line in which zero serves as the separator between the positive integers and the negative integers, the positive integers are written either above (on a vertical number line) or to the right (on a horizontal number line) of zero and the negative integers are written either below or to the left of zero.*¹⁴ Garis bilangan dapat dilihat pada gambar berikut:



Gambar 2.1 Garis Bilangan

Pada pembelajaran yang terjadi di kelas, biasanya guru langsung menyajikan garis bilangan tanpa konteks tertentu yang dapat mewakili garis bilangan tersebut. Hal itulah yang menyebabkan banyak terjadi kesalahan pada penggunaan garis bilangan karena siswa tidak benar-benar memahami bahwa garis bilangan merupakan representasi dari objek konkret. Oleh karena itu, pada penelitian ini akan dirancang suatu kegiatan pembelajaran yang dapat memberi

¹³ *Ibid.*, h. 243.

¹⁴ Carol J. Steiner, *loc.cit*, h.8.

pemahaman kepada siswa bahwa garis bilangan adalah representasi dari objek konkret dengan menggambarkan garis bilangan berdasarkan permasalahan kontekstual.

Penggunaan garis bilangan dapat berkembang menjadi garis bilangan kosong atau *empty number line*. Treffers dalam Arwadi mengungkapkan bahwa “*The empty number line consists of a horizontal line, on which one can mark numbers and also number operations,*”¹⁵ (Garis bilangan kosong adalah garis horizontal dimana pada garis tersebut dapat diberi tanda bilangan dan operasi bilangan). Penggunaan garis bilangan kosong dapat membuat siswa berbagi tentang strategi pemikiran siswa selama melakukan penghitungan mental, hal ini seperti yang diungkapkan oleh Janette Bobis, “*The empty number line—a number line that is presented with no numbers or markers—is a visual representation for recording and sharing student’s thinking strategies during mental computation*”¹⁶ (Garis bilangan kosong—sebuah garis bilangan yang digambarkan dengan tanpa bilangan atau tanda—adalah representasi visual untuk siswa dalam berbagi strategi berpikir selama melakukan penghitungan secara mental).

Klein, Treffers, dan Beishuizen mengungkapkan empat alasan penggunaan garis bilangan kosong sebagai model untuk penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat, yaitu: 1) Garis bilangan kosong sesuai untuk menggambarkan prosedur penyelesaian informal (strategi mental aritmatika) karena karakter linear

¹⁵ Fajar Arwadi, “*Design Research on Mathematics Education: Developing a Model and Using Context to Supports Student’s Understanding in The Topic of The Addition Involving Negative Numbers for The Fourth Grade Students in Primary School.*” Tesis. (Online, Tersedia di www.fisme.science.uu.nl/en/improme). Diakses 16 April 2014. 04.00 WIB, h.9.

¹⁶ Janette Bobis, “*The Empty Number Line: A Useful Tools or Just Another Procedure?*” (*Teaching Children Mathematics*, 2007).

dari garis bilangan, 2) Memberi kesempatan kepada siswa untuk meningkatkan aktivitas pada kegiatan pembelajaran, 3) Jelas dan transparan untuk siswa, 4) Melibatkan aspek kognitif dalam setiap penyelesaian yang dilakukan.¹⁷ Penjelasan dari keempat aspek di atas adalah sebagai berikut:

- 1) Garis bilangan kosong sesuai untuk menggambarkan prosedur penyelesaian informal karena karakter linear dari garis bilangan.

Awalnya digunakan garis bilangan terstruktur dengan tanda untuk setiap bilangan untuk menggambarkan strategi berhitung siswa sebagai model alternatif dari blok aritmatika. Namun, penggunaan model tersebut mengalami kegagalan karena siswa tidak dapat menggunakannya secara fleksibel.¹⁸ Garis bilangan terstruktur dibangun dengan aturan rigid, yaitu jarak antar bilangan yang telah ditetapkan.

Garis bilangan kosong muncul sebagai alternatif dari penggunaan garis bilangan terstruktur. Siswa diijinkan untuk memberikan sendiri tanda pada garis bilangan sesuai dengan penghitungan yang dilakukan.

- 2) Memberi kesempatan kepada siswa untuk meningkatkan aktivitas pada kegiatan pembelajaran

Suatu model sebaiknya tidak hanya memberikan kebebasan kepada siswa untuk mengembangkan prosedur tetapi juga meningkatkan pengembangan strategi yang lebih efisien. Garis bilangan kosong tidak hanya mengijinkan siswa untuk megekspresikan dan mengomunikasikan prosedur

¹⁷ Anton S. Klein, Meindert Beishuizen, dan Adri Treffers, "The Empty Number Line in Dutch Second Grades: Realistic versus Gradual Program Design," *Jurnal*, (The Netherlands: *Journal for Research in Mathematics Education* Vol. 29, No. 4, 1998), hh. 445-447.

¹⁸ *Ibid*

solusi yang siswa buat tetapi juga memfasilitasi prosedur tersebut.

3) Jelas dan transparan untuk siswa

Garis bilangan kosong menstimulasi strategi mental dan operasi bilangan. Melalui garis bilangan kosong, siswa dapat melihat prosedur informal dalam menyelesaikan operasi bilangan secara jelas karena karakter linear yang dimiliki garis bilangan kosong.

4) Melibatkan aspek kognitif dalam setiap penyelesaian yang dilakukan

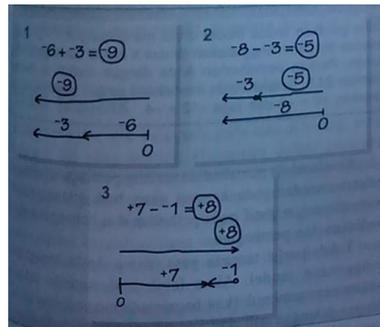
Model garis bilangan kosong melibatkan aspek kognitif pada penyelesaian yang dilakukan dibandingkan dengan blok aritmatika yang cenderung bergantung pada kemampuan visualisasi. Penyelesaian penjumlahan atau pengurangan bilangan dengan menggunakan blok aritmatika cenderung mengarahkan siswa untuk membaca secara pasif hasil yang diperoleh. Melalui garis dan tanda panah pada garis bilangan kosong, diharapkan siswa dapat lebih mengerti alasan diperolehnya suatu hasil dari penjumlahan atau pengurangan bilangan.

Garis bilangan kosong dapat menciptakan beberapa strategi berbeda dalam menghitung. Seperti dikutip oleh Walle, penelitian Klein menunjukkan bahwa garis bilangan kosong ini jauh lebih fleksibel daripada garis bilangan biasa karena bisa digunakan untuk bilangan berapa saja dan siswa tidak bingung dengan tanda centang dan spasi diantaranya.¹⁹ Loncatan pada garis bisa ditulis sewaktu siswa menjelaskan setiap langkah dari solusi yang diambil.

Penggunaan tanda panah atau garis pada garis bilangan kosong digunakan

¹⁹ John A. Van de Walle, *Matematika Sekolah Dasar dan Menengah Edisi Keenam Jilid 1*, (Jakarta: Erlangga, 2007), h. 235.

untuk menunjukkan penghitungan yang telah dilakukan oleh siswa atau untuk menunjukkan bagaimana dua perhitungan bisa digabungkan. Penggunaan garis bilangan kosong dalam menyelesaikan penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dapat dilihat pada gambar berikut:



Gambar 2.2 Penyelesaian Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat dengan Menggunakan Garis Bilangan Kosong²⁰

Seperti yang telah dituliskan sebelumnya, garis bilangan dapat memunculkan strategi berbeda dalam menghitung, strategi tersebut dinamakan strategi mental aritmatika. Strategi mental aritmatika atau penghitungan mental adalah proses menemukan jawaban melalui penghitungan secara mental tanpa menggunakan kalkulator atau alat bantu hitung lainnya.²¹ Penghitungan mental dibagi menjadi tiga bagian, yaitu: *count on and count back strategies, break apart numbers, compensation and use equal addition*.²² Penjelasan untuk masing-masing bagian adalah sebagai berikut:

1. *Count On and Count Back*

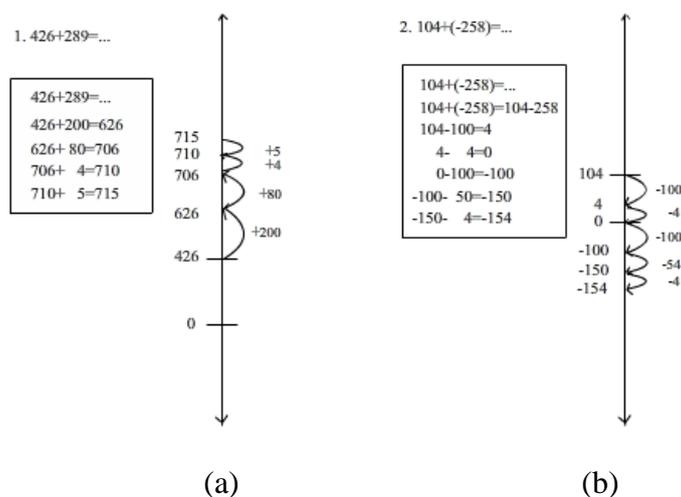
Penghitungan dengan cara *count on* dan *count back* memandang bilangan pertama sebagai suatu keseluruhan dan bilangan kedua dibagi menjadi beberapa

²⁰ John A. Van de Walle (edisi II), *op.cit.*, h. 243.

²¹ Phares O'Daffer, dkk, *Mathematics for Elementary School Teachers*, (Boston: Pearson, 2008).

²² *Ibid*, hh. 131-138.

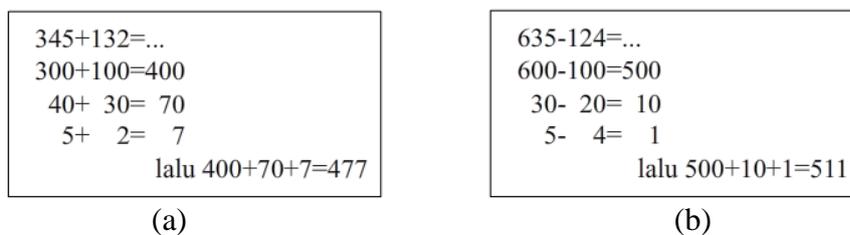
bagian kemudian bagian demi bagian dari bilangan kedua ditambahkan dengan bilangan pertama (*count on*) atau mengurangi bilangan pertama (*count back*). Model garis bilangan kosong dapat mempermudah penghitungan ini. Misalkan soal $426+289$ diselesaikan dengan *count on* dan soal $104+(-258)$ diselesaikan dengan *count back*:



Gambar 2.3 Penyelesaian $426+289$ dengan *count on* (a) dan $104+(-258)$ dengan *count back* (b)

2. Break Apart Numbers

Penghitungan dengan *break apart numbers* dilakukan dengan cara memisahkan kedua bilangan berdasarkan struktur desimal (nilai tempat) lalu menjumlahkan atau mengurangi masing-masing pemisahan tersebut. Misalkan $345+132$ dan $635-124$ diselesaikan dengan *break apart numbers*:



Gambar 2.4 Penyelesaian $345+132$ (a) dan $635-124$ (b) dengan *break apart numbers*

3. *Compensation and Equal Addition*

Penghitungan dengan cara *compensation* dilakukan dengan mengubah salah satu bilangan dalam operasi bilangan yang ada sehingga dapat dilakukan penghitungan secara mental. Misalkan pada soal $487+298$ dapat diselesaikan dengan *compensation*: $487+298=487+(300-2)=(487+300)-2=787-2=785$.

Selanjutnya untuk *equal addition*, dilakukan berdasarkan ide bahwa pengurangan di antara dua bilangan tidak akan berubah jika bilangan yang sama dijumlahkan untuk masing-masing bilangan yang ada. Misalkan untuk penyelesaian soal $93-38=(93+2)-(38+2)=95-40=55$.

D. Teori Instruksional Lokal

Teori instruksional lokal (*local instructional theory*) digunakan sebagai dasar teori referensi untuk merancang Hipotesis Lintasan Belajar (HLB) atau *Hypothetical Learning Trajectory* yang sesuai dengan kebutuhan siswa, hal ini sesuai dengan pernyataan yang diungkapkan oleh Gravemeijer yaitu, "*Individual teacher can use a local instructional theory as a framework of reference for the design of hypothetical learning trajectories that fit the actual needs of their students.*"²³

Teori instruksional lokal pada penelitian jenis *design reserach* masih berupa suatu dugaan (*conjecture*) yang terdiri dari tiga komponen yakni tujuan pembelajaran, rencana aktivitas pembelajaran, dan alat peraga yang digunakan selama pembelajaran. Gravemeijer menyebutkan bahwa, "*This first step results in*

²³ Koeno Gravemeijer, "*Local Instruction Theories as Means of Support for Teachers in Reform Mathematics Education,*" *Jurnal, (Mathematical Thinking and Learning, 6(2), 2004), h. 111.*

the explicit formulation of a conjectured local instruction theory that is made up of three components: (a) learning goals for students, (b) planned instructional activities and the tools that will be used, and (c) a conjectured learning process in which one anticipates how students' thinking and understanding could evolve when the instructional activities are used in the classroom."²⁴ Artinya adalah langkah pertama sebagai hasil dari kumpulan dugaan pada teori instruksional lokal dibuat dalam tiga komponen: (a) tujuan pembelajaran untuk siswa, (b) rencana aktivitas pembelajaran dan alat peraga yang akan digunakan, dan (c) hipotesis proses belajar sebagai dugaan bagaimana cara berpikir dan pemahaman siswa ketika teori instruksional lokal digunakan di kelas. Namun pada penelitian ini, hipotesis proses belajar akan dijelaskan lebih lanjut pada HLB (Lampiran 17 halaman 173).

Teori instruksional lokal dalam penelitian ini dijadikan sebagai landasan teori untuk menyusun HLB siswa pada pokok bahasan penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat. Rangkaian aktivitas dalam teori instruksional lokal pada penelitian ini berpedoman pada lima karakteristik PMRI. Tujuan penelitian adalah untuk melihat perkembangan proses berpikir dan strategi mental siswa pada pokok bahasan penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dengan menggunakan bantuan garis bilangan kosong. Oleh karena itu, rangkaian aktivitas pada penelitian didesain untuk mengenalkan garis bilangan kosong kepada siswa sehingga siswa dapat menggunakan atau memanfaatkan garis bilangan kosong untuk menyelesaikan soal-soal penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat.

²⁴ *Ibid*, hh. 109-110.

Beberapa konteks yang disajikan dalam kegiatan pembelajaran untuk mengenalkan bilangan bulat diantaranya adalah temperatur, hutang dan kepemilikan, serta di atas dan di bawah permukaan laut. Temperatur dinilai tidak sesuai dengan PMRI karena tidak adanya suhu negatif di Indonesia. Bilangan dalam nilai yang besar juga tidak dapat disajikan dalam konteks temperatur. Hutang dan kepemilikan tidak dipilih karena konteks tersebut adalah konteks yang hampir sama dengan model kesetimbangan namun cukup abstrak bagi siswa.²⁵ Konteks yang dipilih pada penelitian ini adalah mengenai ketinggian gunung dan kedalaman laut atau di atas dan di bawah permukaan laut. Konteks tersebut dipilih dibandingkan dengan konteks lain karena sesuai dengan kondisi di Indonesia atau PMRI. Konteks tersebut juga biasa disajikan dalam buku teks siswa sehingga siswa sudah memiliki pengalaman sebelumnya.²⁶ Ketinggian gunung dan kedalaman laut juga dapat disajikan dalam nilai yang beragam sehingga penggunaannya dapat dilanjutkan untuk operasi penjumlahan dan pengurangan bulat.

Aktivitas yang dibuat pada penelitian ini mengacu kepada NCTM, yaitu:

1) Siswa paham bahwa bilangan bulat negatif merupakan perluasan logis dari bilangan bulat positif, 2) Siswa dapat menempatkan bilangan bulat negatif, dan 3) Operasi bilangan bulat negatif merupakan perluasan dari menghitung bilangan.²⁷

Acuan tersebut digunakan untuk membuat aktivitas dalam empat pertemuan yang akan dijabarkan dalam paragraf-paragraf selanjutnya.

²⁵ Didem Akyuz, Michelle Stephan, dan Juli K. Dixon, "The Role of the Teacher in Supporting Imagery in Understanding Integers," *Jurnal, (Education and Science Vol.37, No. 163, 2012)*, h. 270.

²⁶ Carol J. Steiner, *loc.cit.*, h. 13.

²⁷ *Ibid*, h. 6.

Pertemuan pertama menggunakan aktivitas penyajian ketinggian gunung dan kedalaman laut. Siswa diminta untuk menentukan acuan yang digunakan dalam mengukur ketinggian gunung dan kedalaman laut, bilangan apa yang dapat digunakan untuk menyatakan kedalaman laut, lalu menggambarkan ketinggian gunung, kedalaman laut, dan titik acuan (permukaan laut) pada satu garis lurus. Setelah itu, siswa juga diminta untuk menempatkan bilangan yang menyatakan ketinggian gunung dan kedalaman laut pada garis bilangan yang telah siswa buat. Aktivitas menempatkan bilangan sesuai dengan acuan yang dibuat oleh NCTM pada poin kedua. Aktivitas ini dipilih dengan tujuan agar siswa dapat memunculkan ide mengenai garis bilangan kosong dan menentukan strategi efisien yang digunakan dalam penempatan bilangan, salah satunya adalah dengan strategi mental aritmatika.

Pertemuan kedua menggunakan aktivitas penyelam dan pendaki yang sama-sama bergerak naik. Siswa diminta untuk menuliskan operasi bilangan yang sesuai dengan soal lalu menggambarkan jawabannya pada garis bilangan. Setelah itu, siswa diberikan sejumlah pola yang akhirnya akan mengarah pada penjumlahan dengan bilangan bulat negatif. Aktivitas pemberian pola sesuai dengan acuan yang dibuat oleh NCTM pada poin ketiga yang juga akan digunakan pada pertemuan selanjutnya. Aktivitas ini dipilih dengan tujuan agar siswa dapat memahami bahwa pergerakan naik merupakan penjumlahan dengan bilangan bulat positif lalu arah sebaliknya adalah penjumlahan dengan bilangan bulat negatif. Siswa juga dapat mengeksplorasi garis bilangan kosong untuk memudahkan dalam menghitung penjumlahan bilangan bulat.

Pertemuan ketiga menggunakan aktivitas penyelam dan pendaki yang sama-sama bergerak turun. Siswa diminta untuk menuliskan operasi bilangan yang sesuai dengan soal lalu menggambarkan jawabannya pada garis bilangan. Setelah itu, siswa diberikan sejumlah pola yang akhirnya akan mengarah pada pengurangan dengan bilangan bulat negatif. Aktivitas ini dipilih dengan tujuan agar siswa dapat memahami bahwa pergerakan turun merupakan pengurangan dengan bilangan bulat positif lalu arah sebaliknya adalah pengurangan dengan bilangan bulat negatif. Siswa juga dapat mengeksplorasi garis bilangan kosong untuk memudahkan dalam menghitung pengurangan bilangan bulat.

Pertemuan keempat menggunakan aktivitas penyelesaian soal-soal penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dalam kelompok dan pemberian tes evaluasi akhir untuk masing-masing siswa. Aktivitas ini dipilih dengan tujuan agar siswa lebih mengeksplorasi garis bilangan kosong untuk mengembangkan strategi dalam menyelesaikan soal-soal tersebut. Pemberian tes evaluasi akhir dapat digunakan untuk melihat perkembangan proses berpikir dan strategi siswa dari awal pembelajaran hingga pertemuan terakhir pada pokok bahasan penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat.

Digunakannya garis bilangan kosong dalam setiap pertemuan karena garis bilangan kosong dianggap jelas dan sesuai untuk menggambarkan prosedur penghitungan informal siswa (strategi mental) dalam menyelesaikan setiap soal penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat. Melalui penggunaan garis bilangan kosong diharapkan siswa dapat mengeksplor strategi mental yang dimiliki. Penggunaan garis bilangan kosong dalam kegiatan pembelajaran selama

penelitian juga dimaksudkan agar siswa dapat terlibat aktif dalam kegiatan pembelajaran dengan cara berbagi strategi mental yang dilakukan di depan kelas. Hal ini perlu dilakukan agar siswa lainnya dapat memahami penggunaan strategi mental yang disajikan di depan kelas namun namun siswa tidak dipaksakan untuk menggunakan strategi tertentu karena strategi mental yang muncul dari setiap siswa pasti akan berbeda satu dengan lainnya.

E. Hipotesis Lintasan Belajar (HLB)

Pada *design research*, proses pelaksanaan penelitian dipandu oleh suatu instrumen yang disebut Hipotesis Lintasan Belajar (HLB) atau *Hypothetical Learning Trajectory*. HLB dibuat berlandaskan teori instruksional lokal yang telah dikaji sebelumnya. HLB dapat menghubungkan antara teori instruksional lokal (*local instructional theory*) dan percobaan pembelajaran (*teaching experiment*) secara konkrit. HLB juga berperan sebagai jembatan penghubung antara teori PMRI dengan praktik pembelajaran di kelas.

HLB berperan pada setiap tahapan *design research*, pertama saat tahap *preparation and design* (persiapan dan desain): HLB berguna untuk membimbing proses perancangan bahan pembelajaran yang akan dikembangkan, kedua pada tahap *design experiment* (pelaksanaan desain pembelajaran): HLB berfungsi sebagai pembimbing (*guideline*) untuk peneliti apa yang akan difokuskan dalam proses pembelajaran, wawancara, dan observasi, terakhir pada fase *retrospective analysis*: HLB akan dianalisis dan dibandingkan dengan proses belajar yang terjadi sesungguhnya di kelas lalu digunakan sebagai bahan acuan untuk melaksanakan pembelajaran selanjutnya.

Seperti yang dikutip oleh Lidnillah, Simon menjelaskan tiga komponen dalam HLB, yaitu *the hypothetical learning trajectory is made up of three components: the learning goal that defines the direction, the learning activities, and the hypothetical learning process a prediction of how the students' thinking and understanding will evolve in the context of the learning activities.*²⁸ Arti dari pernyataan sebelumnya adalah HLB terdiri dari tiga komponen: tujuan pembelajaran yang mendefinisikan arah (tujuan pembelajaran), rencana aktivitas pembelajaran, dan hipotesis proses belajar serta diskusi untuk memprediksi bagaimana pemikiran dan pemahaman siswa akan berkembang dalam konteks kegiatan pembelajaran.

Pada penelitian ini, HLB memuat tiga komponen yang telah disebutkan sebelumnya ditambahkan dengan alat dan bahan, yaitu apa saja yang diperlukan selama kegiatan pembelajaran berlangsung. HLB yang akan digunakan dalam penelitian untuk memberikan perencanaan aktivitas bagi pembelajaran guru di kelas pada pokok bahasan penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat selengkapnya dapat dilihat pada lampiran 17 halaman 173.

²⁸ Dindin Abdul Muiz Lidnillah, "Educational Design Research: A Theoretical Framework for Action," *Jurnal*, (Tasikmalaya: Universitas Pendidikan Indonesia), h.12.

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

A. Metodologi *Design Research*

Sebuah penelitian dikatakan *design research* jika menempatkan proses desain sebagai bagian yang penting.¹ Tujuan utama dari *design research* berbeda dengan penelitian komparatif yaitu *design research* mengembangkan teori-teori bersama dengan bahan ajar, sedangkan tujuan utama penelitian komparatif adalah untuk mengevaluasi teori atau bahan, hal ini seperti yang diungkapkan oleh Bakker dalam penelitiannya, “*The main objective of design research is to develop theories together with instructional materials whereas the main objective of comparative research is to evaluate theories or materials.*”²

Design research memiliki tiga fase yang saling membentuk proses siklik dalam setiap fase maupun dalam keseluruhan proses *design research*. Ketiga fase dalam *design research* adalah *thought experiment* (eksperimen hasil pemikiran) atau *preparing for the experiment* (persiapan eksperimen), *experimenting in the classroom* (eksperimen mengajar), dan *retrospective analysis* (analisis retrospektif).³

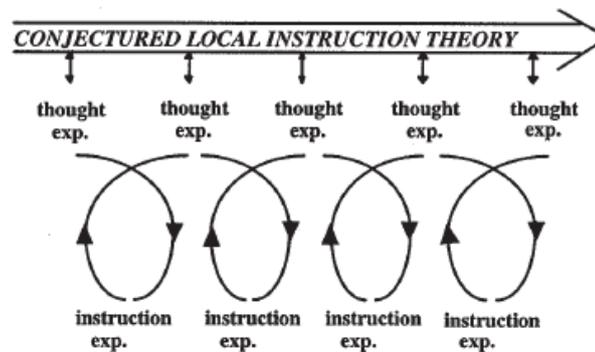
Gambar 3.1 menunjukkan adanya proses siklik antara *thought experiment* (fase pertama) dan *instruction experiment* (fase kedua), kemudian *conjectured*

¹ Dindin Abdul Muiz Lidnillah, “*Educational Design Research: A Theoretical Framework for Action*,” *Jurnal*, (Tasikmalaya: Universitas Pendidikan Indonesia), h. 3.

² Arthur Bakker, “*Design Research in Statistics Education on Symbolizing and Computer Tools*,” *Disertasi*, (Utrecht: Freudenthal Institute, 2004), h. 38.

³ Koeno Gravemeijer dan Paul Cobb, “*Design Research from Learning Design Perspective*,” (*Educational Design Research*, The Netherlands), h. 47.

local instruction theory (dugaan teori instruksional lokal) akan dianalisis pada fase ketiga (*retrospective analysis*).



Gambar 3.1 Hubungan Saling Reflektif antara Teori dan Eksperimen⁴

Penjelasan mengenai ketiga fase *design research* dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Fase 1: *Thought experiment* (eksperimen hasil pemikiran) atau *preparing for an experiment* (persiapan penelitian)

Tujuan utama pada fase pertama ini adalah memformulasikan teori instruksional lokal (*local instructional theory*) yang dielaborasi dan diperbaiki selama pelaksanaan eksperimen, hal ini sesuai dengan pernyataan Gravemeijer dan Cobb, yaitu: “*From a design perspective, the goal of the preliminary phase of design research experiment is to formulate a local instruction theory that can be elaborated and refined while conducting the intended design experiment.*”⁵ Teori instruksional lokal berisi tentang tujuan pembelajaran, rencana aktivitas pembelajaran, dan alat-alat yang digunakan selama proses pembelajaran.

Pada fase pertama dalam penelitian ini, *Hypothetical Learning Trajectory*

⁴ Koeno Gravemeijer, “*Local Instruction Theories as Means of Support for Teachers in Reform Mathematics Education,*” *Jurnal, (Mathematical Thinking and Learning, 6(2), 2004), h. 112.*

⁵ Gravemeijer dan Cobb, *loc.cit.*, h. 48.

(HLT) atau Hipotesis Lintasan Belajar (HLB) dikembangkan berdasarkan teori instruksional lokal. HLB dituliskan dalam tiga komponen, yaitu: tujuan pembelajaran, rencana aktivitas pembelajaran, dan hipotesis proses belajar.

2. Fase 2: *Instruction experiment* (eksperimen mengajar)

Fase kedua ini adalah eksperimen mengajar di kelas setelah semua persiapan selesai dilakukan. Tahap ini bukan untuk menguji apakah rancangan dan *local instructional theory* bekerja atau tidak, tetapi sekaligus menguji dan mengembangkan *local instructional theory* yang telah dikembangkan serta memahami bagaimana teori itu bekerja selama eksperimen berlangsung.⁶

Eksperimen mengajar dilakukan dalam beberapa kali kegiatan pembelajaran. Pengambilan data dilakukan dengan observasi keadaan kelas selama penelitian berlangsung, tes awal, wawancara, dan catatan lapangan. Selama penelitian berlangsung, seorang guru dan dua orang *observer* akan berada di dalam kelas. HLB yang telah disusun pada tahap pertama dijadikan panduan guru dalam melaksanakan pembelajaran matematika di kelas. Proses belajar siswa dan situasi yang mendukung proses pembelajaran akan dilihat pada fase ini. HLB yang telah diuji coba di kelas mungkin akan mengalami perubahan setelah dilakukan analisis terhadap hasil eksperimen mengajar di kelas. Pada fase ini dikumpulkan data yang diperlukan meliputi proses pembelajaran yang terjadi di kelas berupa rekaman video dan foto selama kegiatan pembelajaran berlangsung, lembar hasil wawancara, hasil kerja siswa, dan catatan lapangan di setiap pertemuan.

⁶ Dindin Abdul Muiz Lidnillah, *loc.cit*, h. 9.

3. Fase 3: *Retrospective analysis* (analisis retrospektif)

Tujuan pada fase ini adalah menganalisis data-data yang telah diperoleh untuk mengetahui apakah mendukung atau sesuai tidak dengan konjektur yang telah dirancang.⁷ Data yang dianalisis meliputi hasil wawancara terhadap siswa dan guru, lembar hasil pekerjaan siswa, catatan lapangan, dan rekaman video yang memuat proses penelitian dari awal.

Analisis dilakukan dengan cara membandingkan HLB dengan proses pembelajaran yang terjadi sesungguhnya saat eksperimen mengajar di kelas. Hasil dari analisis retrospektif akan memberikan landasan pengembangan HLB yang baru dan digunakan untuk menjawab pertanyaan pada penelitian ini. Perkembangan proses berpikir siswa akan dianalisis, yaitu proses berpikir siswa secara individu dan kontribusi berpikir siswa dalam perkembangan proses berpikir siswa secara keseluruhan dalam suatu komunitas belajar di kelas. Peran guru dan siswa dalam berinteraksi selama pembelajaran matematika juga akan dianalisis.

B. Tempat dan Waktu Penelitian

Penelitian dilaksanakan di SMP Negeri 13 Bekasi di kelas VII semester 1 (ganjil) tahun pelajaran 2014/2015 pada pokok bahasan penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dengan jumlah siswa sebanyak 43 orang. Dilaksanakannya penelitian ini pada SMP Negeri 13 Bekasi diharapkan dapat memberikan informasi bagi sekolah dan juga bagi sekolah-sekolah di sekitarnya mengenai pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI).

Berikut ini akan disajikan sebuah tabel berisi penjabaran mengenai

⁷ *Ibid*

kegiatan-kegiatan yang dilaksanakan selama penelitian serta rincian waktu pelaksanaannya:

Tabel 3.1 Rangkaian Kegiatan Selama Penelitian

Kegiatan	Waktu Pelaksanaan	Deskripsi
Fase I: <i>Through Experiment</i>		
Mengkaji teori dan menyusun HLB	April-September 2014	Mengkaji teori PMRI, mengkaji teori dan penelitian yang terkait dengan bilangan bulat, dan menyusun hipotesis lintasan belajar
Observasi awal di kelas VII SMP Negeri 13 Bekasi dan wawancara guru kelas	Agustus 2014	Observasi keadaan pembelajaran matematika di sekolah dan untuk mengetahui bagaimana praktik pembelajaran matematika di kelas pada pokok bahasan penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat.
Observasi Pra-Penelitian di kelas VII SMP Negeri 13 Bekasi	12 Agustus - 2 September 2014	Observasi kelas untuk mengetahui bagaimana budaya kelas yang terbangun selama proses pembelajaran matematika.
Tes Awal	8 September 2014	Tes untuk mengetahui kemampuan awal siswa yakni kemampuan mengenai konsep bilangan bulat serta operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat.
Fase II: <i>Instruction Experiment</i>		
Pertemuan I: Membuat Garis Bilangan Bulat	18 November 2014	Melakukan kegiatan mengamati ketinggian gunung dan kedalaman laut lalu merepresentasikannya dalam garis bilangan bulat
Pertemuan II: Menghitung Penjumlahan Bilangan Bulat	19 November 2014	Memahami bagaimana konsep penjumlahan bilangan bulat melalui ilustrasi penyelam dan pendaki lalu mengeksplor strategi mental aritmatika siswa pada operasi penjumlahan bilangan bulat.
Pertemuan III: Menghitung Pengurangan Bilangan Bulat	25 November 2014	Memahami bagaimana konsep pengurangan bilangan bulat melalui ilustrasi penyelam dan pendaki lalu mengeksplor strategi mental aritmatika siswa pada operasi pengurangan bilangan bulat.
Pertemuan IV: Menghitung Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat	2 Desember 2014	Mengeksplorasi strategi mental aritmatika siswa melalui penyajian soal operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat
Fase III: <i>Retrospective Analysis</i>		
Menganalisis data	November 2014 – Januari 2015	Membandingkan kejadian sesungguhnya di kelas dengan HLB

C. Subjek Penelitian

Subjek penelitian ini adalah peserta didik kelas VII SMP Negeri 13 Bekasi semester ganjil tahun pelajaran 2014/2015 yang beranggotakan 43 siswa. Selanjutnya dipilih enam orang siswa berdasarkan kriteria tertentu yang akan diteliti lebih dalam.

D. Metode Pengumpulan Data

Pengumpulan data dalam penelitian ini dilakukan melalui wawancara guru dengan siswa, observasi kegiatan pembelajaran di dalam kelas, dan pengumpulan lembar jawaban serta lembar aktivitas siswa untuk menganalisis alur berpikir dan tingkat pemahaman masing-masing siswa. Berikut ini penjelasan mengenai masing-masing metode pengumpulan data yang telah disebutkan di atas, yaitu:

1. Wawancara

Sebelum melaksanakan percobaan dengan teori instruksional yang telah dibuat, terlebih dahulu peneliti mewawancarai guru yang mengajar matematika di kelas VII tersebut. Wawancara dengan guru bertujuan untuk mengetahui bagaimana kegiatan pembelajaran dengan siswa biasanya berlangsung dan mengetahui kemampuan awal pemahaman konsep siswa pada pokok bahasan penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat. Selanjutnya, dilakukan pula wawancara dengan siswa secara informal agar data yang diperoleh tidak bias.

2. Observasi Kelas

Observasi kelas dilaksanakan selama kegiatan pembelajaran berlangsung dengan teori instruksional yang telah dibuat. Observasi kelas ini dilakukan secara natural agar guru dan siswa tidak merasa terganggu dengan keberadaan

observer atau pengamat di dalam kelas. Selain itu, kegiatan pembelajaran di kelas juga akan direkam dengan beberapa kamera agar tidak ada momen yang terlewatkan.

3. Mengumpulkan Lembar Jawaban dan Lembar Aktivitas Siswa (LAS)

Pengumpulan lembar jawaban dan LAS dapat digunakan sebagai data yang merepresentasikan tahapan berpikir siswa, tingkat pemahaman siswa, dan alasan siswa dalam menjawab setiap pertanyaan terkait dengan materi pelajaran. Hasil analisis jawaban siswa di setiap pertemuan dapat digunakan untuk merancang pembelajaran selanjutnya yang sesuai sehingga dapat mencapai tujuan pembelajaran yang diinginkan.

Rincian data yang terkumpul selama penelitian dapat dilihat pada tabel berikut ini:

Tabel 3.2 Data yang Terkumpul Selama Penelitian

Kegiatan	Jenis Data yang Terkumpul
Fase I: <i>Through Experiment</i>	
Observasi awal di kelas VII SMP Negeri 13 Bekasi dan wawancara guru kelas	Lembar hasil wawancara dengan guru dan catatan lapangan
Observasi Pra-Penelitian di kelas VII SMP Negeri 13 Bekasi	Catatan lapangan mengenai budaya atau norma yang terbangun di kelas
Tes Awal	Hasil kerja siswa
Fase II: <i>Instruction Experiment</i>	
Pertemuan I: Membuat Garis Bilangan Bulat	Rekaman video, foto, catatan lapangan, hasil kerja siswa, dan lembar hasil wawancara siswa
Pertemuan II: Menghitung Penjumlahan Bilangan Bulat	Rekaman video, foto, catatan lapangan, hasil kerja siswa, dan lembar hasil wawancara siswa
Pertemuan III: Menghitung Pengurangan Bilangan Bulat	Rekaman video, foto, catatan lapangan, hasil kerja siswa, dan lembar hasil wawancara siswa
Pertemuan IV: Menghitung Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat	Rekaman video, foto, catatan lapangan, hasil kerja siswa, dan lembar hasil wawancara siswa

E. Instrumen Penelitian

Instrumen penelitian merupakan alat yang digunakan untuk mendapatkan data dalam suatu penelitian. Instrumen yang digunakan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Hipotesis Lintasan Belajar (HLB)

HLB seperti yang telah dibahas sebelumnya merupakan rencana aktivitas bagi pembelajaran guru di kelas yang disusun berdasarkan teori instruksional lokal. HLB yang digunakan pada penelitian ini adalah susunan perencanaan aktivitas pembelajaran di kelas pada pokok bahasan penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat.

2. Lembar Aktifitas Siswa (LAS)

LAS merupakan lembaran yang berisi aktivitas kontekstual tentang materi operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat yang dilakukan oleh siswa dalam kelompok maupun individu.

3. Format Catatan Lapangan

Catatan lapangan merupakan catatan berisi tindakan operasional yang berpengaruh terhadap suatu kegiatan pengamatan yang direncanakan atau diselesaikan.

4. Format wawancara

Wawancara adalah percakapan dengan maksud tertentu. Adapun cara wawancara yang akan dilakukan setiap awal dan akhir pembelajaran ini terlaksana secara informal agar guru dan siswa yang diwawancarai nyaman untuk menjawab seperti dalam diskusi biasa. Hal ini dilakukan agar data yang didapatkan tidak bias

dengan keinginan peneliti.

5. Foto atau Dokumentasi Lainnya

Foto merupakan sumber data untuk melengkapi. Foto dapat memberikan gambaran tentang pelaksanaan kegiatan penelitian. Dokumentasi lainnya seperti rekaman video juga dapat digunakan untuk melihat gambaran proses kegiatan pembelajaran secara utuh.

F. Validitas dan Reliabilitas

Data merupakan hal yang penting dalam suatu penelitian karena dapat menggambarkan kejadian atau keadaan yang sebenarnya di lapangan. Perlu dilakukan uji validitas dan reliabilitas terhadap data yang akan digunakan untuk menjamin keaslian data. Validitas dibedakan menjadi dua bagian, yaitu validitas internal dan eksternal, begitu pula dengan reliabilitas dibagi menjadi dua bagian, yaitu: reliabilitas internal dan eksternal.

Pertama akan dibahas mengenai validitas internal dan eksternal. Validitas internal dilakukan untuk memvalidasi kebenaran dari hasil temuan-temuan selama penelitian serta kesimpulan dari argumen-argumen dan interpretasi yang diambil atau dapat dikatakan validitas internal menunjuk kepada kualitas pengumpulan data dan alasan untuk mengambil kesimpulan hasil penelitian. Bagian kedua yaitu validitas eksternal, yaitu menunjuk kepada generalisasi hasil penelitian atau dilakukan untuk memberi penjelasan yang menyeluruh tentang apa yang terjadi di kelas dengan cara menjelaskan partisipasi siswa dalam kegiatan pembelajaran di kelas. Validitas internal sering disebut juga dengan kredibilitas, sedangkan validitas eksternal biasa disebut dengan tranferabilitas.

Selanjutnya akan dibahas mengenai reliabilitas internal dan eksternal. Reliabilitas internal mengarah pada kesesuaian pendapat yang subjektif dari peneliti dengan guru atau menunjuk kepada reliabilitas selama proses penelitian dilaksanakan. Reliabilitas eksternal berarti bahwa hasil penelitian sesuai dengan objek atau kondisi yang terjadi di lapangan, tidak hanya sesuai dengan keinginan peneliti.⁸ Reliabilitas eksternal dilakukan agar laporan penelitian yang ada nantinya dapat dirunut kembali atau diulang oleh peneliti lain baik kesuksesan maupun kegagalannya, prosedur yang dijalankan, kerangka konsep yang digunakan, dan alasan-alasan bagi peneliti dalam mengambil keputusan.

⁸ Arthur Bakker, *loc.cit.*, hh. 46-47.

BAB IV

ANALISIS RETROSPEKTIF

A. Kerangka Interpretasi

Kerangka interpretasi merupakan bagian yang berisi prosedur untuk menjelaskan data hasil penelitian dan diperlukan sebagai panduan dalam menganalisis hasil eksperimen. Data hasil penelitian adalah data berupa sekumpulan proses pembelajaran dalam sebuah komunitas kelas yang berkaitan dengan perkembangan proses matematisasi. Gravemeijer mengemukakan dua kriteria penting yang termasuk dalam kerangka interpretasi, yaitu:

1. Kerangka untuk menginterpretasi perkembangan proses berpikir matematika siswa secara keseluruhan dalam suatu kelas.
2. Kerangka untuk menginterpretasi perkembangan proses berpikir matematika siswa secara individu.¹

Berdasarkan dua kriteria yang telah disebutkan sebelumnya, maka dalam penelitian desain ini diperlukan kerangka interpretasi yang dapat mengoordinasikan perkembangan proses berpikir matematika siswa secara individu (perspektif psikologi) dan kaitannya dengan perkembangan proses berpikir matematika secara keseluruhan pada komunitas kelas (perspektif sosial).

Pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) digunakan pada penelitian desain ini, maka dalam interpretasinya dilakukan berdasarkan lima karakteristik PMRI, yaitu:

¹ Koeno Gravemeijer dan Paul Cobb, “*Design Research from a Learning Design Perspective*,” *Educational Design Research* (Eds) Jan van den Akker *et al.* (London dan New York: Routledge, 2006), h.60.

1. Penggunaan konteks yang tepat dalam suatu penelitian sangat mempengaruhi perkembangan berpikir siswa dalam pembentukan pemahaman matematisnya. Dikarenakan penelitian ini menggunakan pendekatan PMRI, maka konteks yang dipilih disesuaikan dengan keadaan dan budaya di Indonesia. Oleh karena itu, konteks yang dipilih pada penelitian ini adalah ketinggian gunung dan kedalaman laut yang sesuai dengan keadaan geografis Indonesia.
2. Penggunaan model yang tepat dapat mengarahkan siswa untuk mengembangkan strategi belajar. Model yang digunakan pada penelitian ini adalah garis bilangan kosong untuk mengembangkan strategi mental aritmatika siswa.
3. Hasil kontribusi siswa sangat diperlukan dalam pembentukan pengetahuan baru yang bermula dari pengetahuan yang telah diketahuinya dan inilah yang memiliki peran dalam kontribusi hasil pemikiran siswa secara individu.
4. Interaktivitas mencakup peran guru dan budaya kelas yang mendukung proses pembelajaran dan dapat mempengaruhi proses perkembangan berpikir matematika siswa secara keseluruhan dalam suatu komunitas kelas.
5. Keterkaitan materi yang dipelajari siswa sangat diperlukan untuk pembentukan pemikiran materi yang lebih kompleks dalam matematika.

B. Hasil Eksperimen Mengajar

Hasil eksperimen mengajar adalah bagian yang memuat deskripsi detail mengenai jalannya proses kegiatan pembelajaran di kelas selama pelaksanaan eksperimen. Perkembangan proses berpikir siswa baik secara individu maupun secara sosial dalam komunitas kelas akan dianalisis pada bagian selanjutnya yaitu

analisis perkembangan strategi siswa yang terdapat di dalam bagian analisis data.

1. Pertemuan Pertama: Membuat Garis Bilangan Bulat

Aktivitas pada pertemuan pertama adalah aktivitas mendefinisikan bilangan bulat yang dimulai dengan konteks ketinggian gunung, lalu dilanjutkan dengan permukaan laut, dan terakhir adalah kedalaman laut. Pada akhir kegiatan pembelajaran, diharapkan siswa dapat mendefinisikan bahwa bilangan bulat terdiri dari bilangan bulat positif yang digambarkan dengan ketinggian gunung, bilangan nol yang digambarkan dengan permukaan laut, dan bilangan bulat negatif yang digambarkan dengan kedalaman laut. Diharapkan siswa juga mampu menggambarannya dalam garis bilangan.

Proses pembelajaran dimulai dengan pengondisian siswa lalu pembagian LAS (Lembar Aktivitas Siswa) I (Lampiran 4 halaman 142) pada masing-masing meja siswa. Guru meminta siswa dengan teman sebangku masing-masing untuk membaca ilustrasi mengenai ketinggian gunung yang ada pada LAS. Setelah itu, kegiatan dilanjutkan dengan diskusi kelas membahas acuan apa yang digunakan untuk mengukur ketinggian gunung. Mulanya siswa menjawab acuan yang digunakan adalah cm (centimeter). Guru menjelaskan bahwa cm adalah satuan panjang yang dapat digunakan untuk mengukur ketinggian gunung bukan acuan yang digunakan untuk mengukur ketinggian gunung. Guru mengarahkan diskusi kelas dengan cara mengingatkan ketinggian gunung yang biasa dituliskan pada buku paket, kemudian salah satu siswa yaitu Daniel (SP I) mengacungkan tangan dan menjawab bahwa permukaan laut adalah acuan untuk mengukur ketinggian gunung, berikut adalah transkrip percakapan yang terjadi:

Guru : *Coba kalian ingat cara menyatakan ketinggian gunung yang dituliskan pada buku saat mempelajari bilangan bulat. Acuan apa yang digunakan untuk mengukur ketinggian gunung?*

Daniel : *(mengacungkan tangan) Saya tahu, Bu. Acuan yang digunakan untuk mengukur ketinggian gunung adalah permukaan laut.*

Guru : *Mengapa jawabannya permukaan laut Daniel?*

Daniel : *Karena ketinggian gunung pada buku biasanya dituliskan sekian meter di atas permukaan laut. Jadi, ketinggian gunung tersebut diukur dari permukaan laut sebagai acuan.*

Guru : *Bagaimana jawaban Daniel? Apakah ada yang punya jawaban lain?*

Siswa : *Jawaban Daniel benar, Bu.*

Guru : *Jadi semuanya setuju dengan jawaban Daniel?*

Siswa : *(serempak) Setuju, Bu.*

Guru kembali melanjutkan diskusi kelas untuk membahas bilangan apa yang dapat merepresentasikan permukaan laut. Setelah beberapa kali diajukan pertanyaan, ternyata belum ada siswa yang dapat menjawab pertanyaan guru. Oleh karena itu, kegiatan pembelajaran dilanjutkan dengan memahami konteks selanjutnya yaitu kedalaman laut. Guru kembali meminta siswa untuk membaca ilustrasi yang ada pada LAS I mengenai kedalaman laut lalu menanyakan bilangan apa yang digunakan untuk merepresentasikan kedalaman laut. Siswa berdiskusi dengan teman sebangku untuk menjawab pertanyaan tersebut, kemudian Daniel terlihat kembali mengacungkan tangan dan menjawab bahwa bilangan yang merepresentasikan kedalaman laut adalah bilangan bulat negatif. Berikut adalah percakapan yang terjadi antara guru dengan siswa saat diskusi kelas:

Guru : *Anak-anak, bilangan apa yang digunakan untuk menyatakan kedalaman laut?*

Daniel : *(mengacungkan tangan) Bilangan bulat negatif, Bu.*

Guru : *Mengapa bilangan bulat negatif, Daniel?*

Daniel : *Karena pengukuran dilakukan ke bawah, Bu. Semakin ke bawah, kedalaman laut akan semakin dalam.*

Guru : *Baik, kalau kedalaman laut dinyatakan dengan bilangan bulat negatif, maka bilangan apa yang digunakan untuk menyatakan ketinggian gunung?*

Siswa : *(Serempak) Bilangan bulat positif, Bu.*

Guru menuliskan di papan tulis mengenai hasil diskusi kelas, yaitu: ketinggian gunung dilambangkan dengan bilangan bulat positif dan kedalaman laut dilambangkan dengan bilangan bulat negatif. Guru kembali melanjutkan proses diskusi kelas dan menanyakan kepada siswa bilangan yang merepresentasikan permukaan laut. Tiara yang merupakan siswa di luar SP terlihat mengacungkan tangannya dan menjawab bahwa bilangan yang merepresentasikan permukaan laut adalah bilangan nol. Saat ditanyakan alasannya, Tiara menjawab bahwa permukaan laut berfungsi sebagai dasar dan digunakan untuk mengukur ketinggian gunung. Guru menambahkan pula bahwa permukaan laut juga digunakan untuk acuan mengukur kedalaman laut dan jawaban yang dikatakan Tiara adalah tepat. Guru bersama siswa kembali mengulang jawaban-jawaban yang telah diperoleh saat diskusi kelas dan melalui arahan guru, siswa dapat menyimpulkan definisi bilangan bulat yang diperoleh dari konteks, seperti yang terangkum dalam percakapan berikut:

Guru : *Jadi anak-anak, siapa yang dapat merangkum apa saja yang telah kita pelajari tadi?*

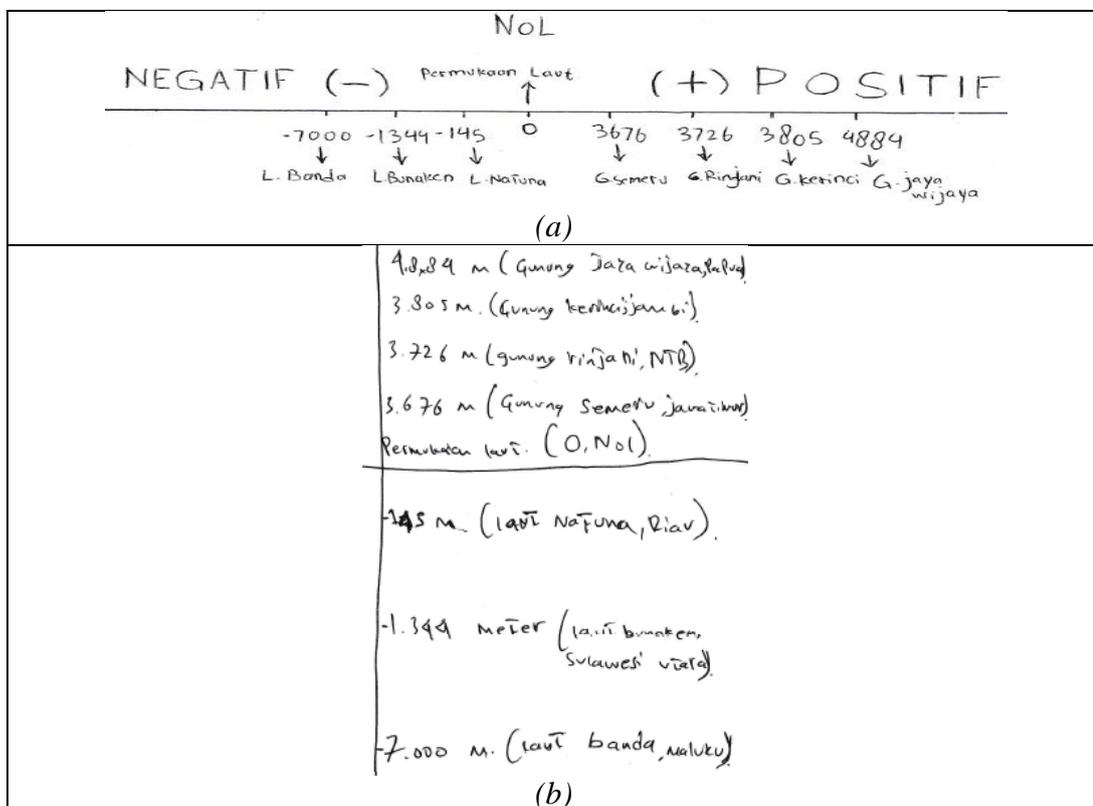
Siswa : *Ketinggian gunung dinyatakan dengan bilangan bulat positif, permukaan laut dinyatakan dengan bilangan nol, dan kedalaman laut dinyatakan dengan bilangan bulat negatif.*

Guru : *Ya, benar. Apakah kalian tahu jenis bilangan yang dimaksud?*

Siswa : *(terdiam sesaat) Bilangan bulat, Bu.*

Kegiatan pembelajaran dilanjutkan dengan aktivitas siswa berdiskusi dengan teman sebangku untuk menuliskan ketinggian gunung, permukaan laut, dan kedalaman laut pada satu garis lurus. Guru berkeliling untuk melihat strategi siswa dalam menjawab pertanyaan tersebut. Guru menemukan bahwa terdapat dua

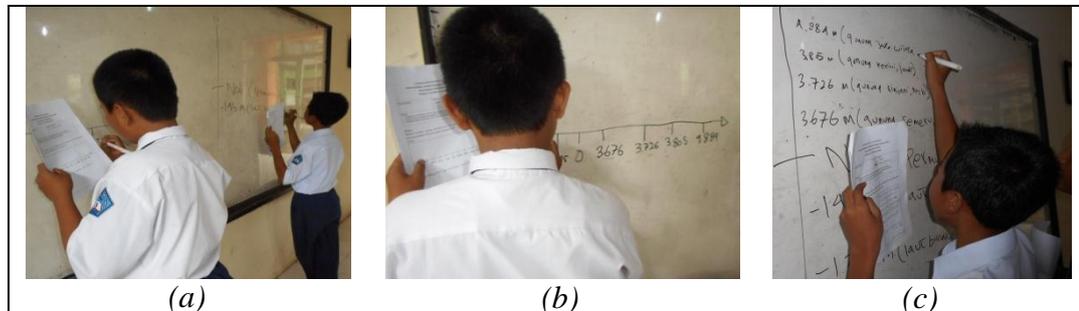
jenis garis yang dibuat oleh siswa, yaitu garis vertikal dan horizontal seperti yang terlihat pada gambar 4.1. Berdasarkan jawaban yang ditulis oleh siswa, guru menemukan fakta bahwa siswa sudah dapat meletakkan dengan benar bilangan bulat positif (ketinggian gunung) berada di atas bilangan nol pada garis vertikal atau di kanan bilangan nol pada garis horizontal. Begitu pula dengan bilangan bulat negatif (kedalaman laut) berada di bawah bilangan nol pada garis vertikal atau di kiri bilangan nol pada garis horizontal.



Gambar 4.1 Jawaban Siswa untuk Aktivitas 1 LAS I: (a)Garis Bilangan Horizontal, (b)Garis Bilangan Vertikal

Guru meminta dua siswa maju ke depan kelas untuk menuliskan jawaban yang telah diperoleh masing-masing di papan tulis dan menjelaskan jawaban tersebut. Guru memilih satu siswa dengan jawaban garis bilangan vertikal dan satu siswa dengan garis bilangan horizontal. Setelah kedua siswa tersebut selesai

menjelaskan, guru melanjutkan diskusi kelas dan memberitahukan bahwa siswa baru saja membuat garis bilangan.



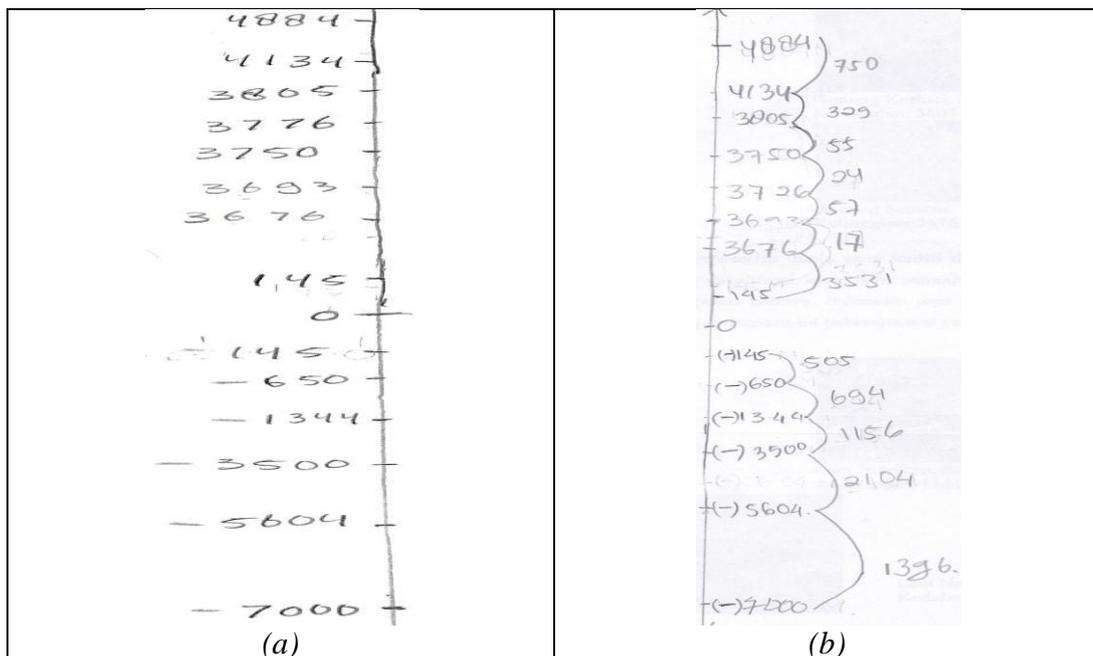
Gambar 4.2 (a) Dua Orang Siswa Menuliskan Hasil Diskusi di Papan Tulis, (b) Siswa Membuat Garis Bilangan Horizontal, (c) Siswa Membuat Garis Bilangan Vertikal

Setelah siswa bersama guru selesai membahas aktivitas 1 melalui proses diskusi kelas, kegiatan pembelajaran dilanjutkan dengan aktivitas 2 yaitu siswa diminta untuk meletakkan beberapa bilangan pada garis bilangan yang telah dibuat sebelumnya. Guru kembali berkeliling kelas untuk melihat strategi yang digunakan siswa dalam meletakkan bilangan yang diminta.



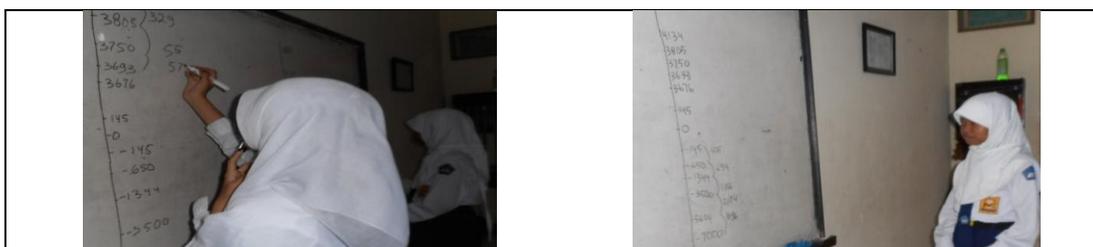
Gambar 4.3 Siswa Berdiskusi Mengerjakan LAS I Aktivitas 2

Guru melihat bahwa beberapa kelompok siswa menghitung terlebih dahulu selisih bilangan yang diminta dengan bilangan yang sudah ada lalu meletakkan bilangan lebih dekat dengan selisih bilangan yang lebih sedikit. Beberapa kelompok lainnya langsung meletakkan bilangan yang diminta tanpa memperhitungkan selisih seperti terlihat pada gambar 4.4 pada halaman 51.



Gambar 4.4 Perbedaan Strategi Siswa dalam Meletakkan Bilangan pada Aktivitas 2 LAS I: (a)Peletakan langsung, (b)Dihitung Selisih

Guru melihat belum nampak penggunaan strategi mental pada aktivitas menyelesaikan LAS II. Guru kembali meminta dua orang siswa sebagai perwakilan untuk menuliskan dan menjelaskan jawaban di depan kelas. Diskusi kelas kembali dilakukan untuk membahas strategi yang digunakan siswa dalam meletakkan bilangan.



Gambar 4.5 Siswa Menulis dan Menjelaskan Strategi Menyelesaikan Aktivitas 2

Guru melanjutkan kegiatan pembelajaran dengan pengenalan strategi mental kepada siswa dalam meletakkan bilangan. Kegiatan pembelajaran diakhiri dengan kesimpulan dari siswa tentang definisi bilangan bulat dan apa saja yang sudah dipelajari pada pertemuan pertama.

2. Pertemuan Kedua

Aktivitas pada pertemuan kedua adalah aktivitas memahami dan menyelesaikan penjumlahan bilangan bulat yang dimulai dengan penyajian konteks pendaki dan penyelam. Konteks pendaki dan penyelam dipilih karena berkaitan dengan konteks ketinggian gunung dan kedalaman laut yang telah siswa pahami pada pertemuan sebelumnya.

Kegiatan pembelajaran dimulai dengan pengondisian kelas dan pembagian siswa dalam 11 kelompok belajar yang beranggotakan 3-4 orang siswa. Guru menanyakan kepada siswa materi apa saja yang telah dipelajari pada pertemuan sebelumnya. Salah satu siswa mengacungkan tangan lalu menjawab bahwa pada pertemuan sebelumnya telah dipelajari definisi bilangan bulat yang diperoleh dari konteks ketinggian gunung (bilangan bulat positif), permukaan laut (bilangan nol), kedalaman laut (bilangan bulat negatif), dan garis bilangan bulat. Selanjutnya guru menggambar sebuah garis bilangan di papan tulis dengan selisih 100 antar bilangan dan meminta dua orang siswa untuk meletakkan bilangan 2250, 2130, -925, dan -1175 pada garis bilangan tersebut. Dua orang siswa (Ega dan Evan) maju ke depan kelas meletakkan bilangan yang diminta dan dapat menjelaskan dengan baik letak bilangan tersebut terhadap bilangan lainnya.



Gambar 4.6 Siswa Meletakkan Bilangan pada Garis Bilangan

Berikut adalah percakapan yang terjadi antara guru dengan Ega (SP II) dan Evan saat membahas jawaban yang dituliskan di papan tulis:

Guru : *Coba Ega jelaskan ke teman-teman bagaimana meletakkan bilangan-bilangan tersebut satu per satu?*

Ega : *Dimulai dari 2250 ya, Bu. Letak 2250 tepat di tengah antara 2300 dan 2200 bu karena sama-sama jaraknya 50 ke 2300 dan 2200. Kalau yang 2130, saya letakkan lebih dekat ke bilangan 2100 karena jaraknya hanya 30 dibandingkan ke 2200 dengan jarak 70, Bu.*

Guru : *Baik, benar Ega. Bagaimana yang lain? Paham?*

Siswa : *Paham, Bu.*

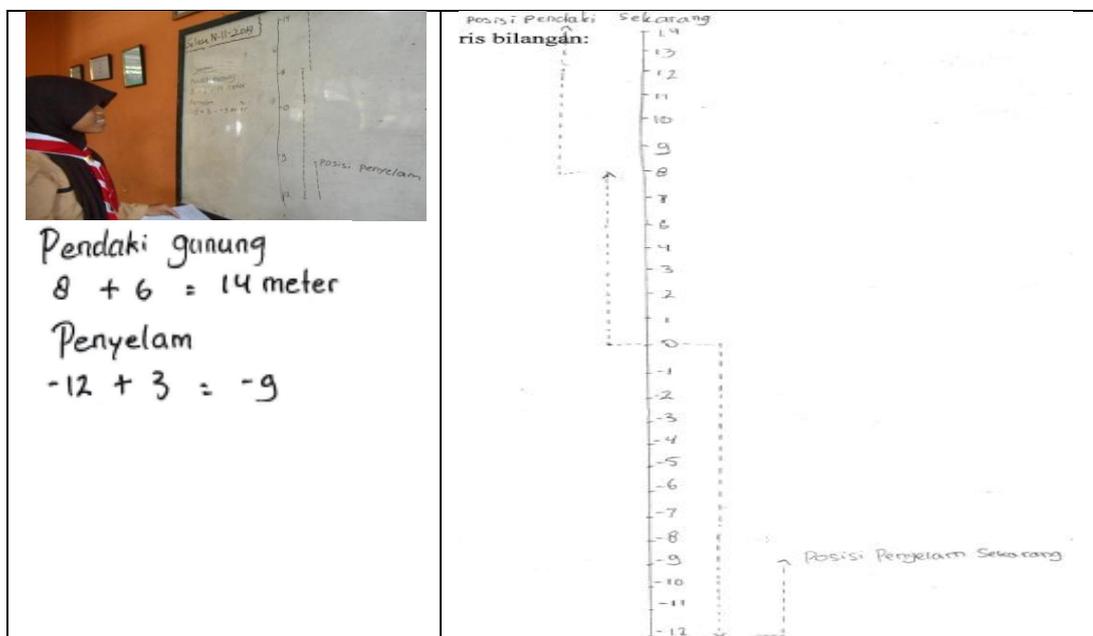
Guru : *Baik, terima kasih Ega. Sekarang lanjutkan Evan jelaskan.*

Evan : *Bilangan -925 saya tulis lebih dekat ke -900 bu karena jaraknya hanya 25 dari -900. Dan terakhir untuk -1175, saya letakkan lebih dekat ke -1200 karena (Evan terlihat membagi jarak antara -1100 dengan -1200 menjadi 4 bagian) -1100, -1125, -1150, -1175, -1200. Jadi lebih dekat ke -1200, Bu.*

Guru : *Baik, bagus sekali Evan.*

Guru selanjutnya memberitahukan bahwa pada pertemuan ini akan disajikan konteks pendaki dan penyelam yang masih berkaitan dengan konteks yang telah siswa pelajari sebelumnya. Selanjutnya, guru membagikan LAS II (Lampiran 7 halaman 153) kepada masing-masing kelompok. Siswa secara berkelompok diminta untuk membaca ilustrasi yang ada pada LAS II tersebut dan menjawab pertanyaan yang diajukan. Selama proses diskusi kelompok berlangsung, guru berkeliling untuk melihat bagaimana strategi yang digunakan siswa untuk menjawab pertanyaan yang ada pada LAS. Beberapa kelompok siswa terlihat dapat menyelesaikan dengan baik pertanyaan yang diajukan, namun beberapa kelompok lainnya terlihat kesulitan menafsirkan kata *naik* yang ada pada ilustrasi LAS II. Guru mengarahkan dengan cara meminta siswa membayangkan ketinggian gunung yang diraih pendaki dan kedalaman laut yang diraih penyelam jika bergerak naik.

Salah satu perwakilan siswa diminta oleh guru untuk menuliskan hasil diskusi kelompok dan menjelaskan di depan kelas. Siswa tersebut yaitu Zulia dapat menjelaskan dengan baik operasi bilangan yang sesuai untuk ilustrasi LAS II dan menunjukkannya pada garis bilangan. Guru mengadakan diskusi kelas untuk membahas jawaban yang telah ditulis di papan tulis. Beberapa kelompok siswa menyadari kekeliruan yang telah dilakukan dan memahami hasil diskusi kelas.



Gambar 4.7 Perwakilan Siswa dan Jawaban yang Dituliskan untuk LAS II

Kegiatan pembelajaran dilanjutkan dengan guru menuliskan sejumlah soal operasi penjumlahan bilangan bulat berpola (lihat tabel 4.2 halaman 98) dari jawaban yang telah diperoleh siswa pada LAS II. Hal ini dilakukan agar siswa memahami sifat penjumlahan dengan bilangan bulat negatif. Setelah guru selesai menuliskan soal tersebut, satu orang siswa diminta untuk menuliskan jawaban di depan kelas dan menjelaskan cara yang digunakan untuk memperoleh jawaban tersebut. Selanjutnya, seorang siswa yaitu Ega maju ke depan kelas untuk

menuliskan jawaban. Saat guru menanyakan strategi apa yang digunakan untuk operasi penjumlahan dengan bilangan bulat negatif, siswa tersebut menjawab bahwa penjumlahan dengan bilangan bulat negatif sama artinya dengan pengurangan (lihat transkrip percakapan halaman 71). Guru mengadakan diskusi kelas dan bertanya kepada siswa apakah ada keterkaitan antara jawaban-jawaban yang telah dituliskan di papan tulis. Siswa menyadari bahwa ada pola yang terbentuk dari jawaban-jawaban tersebut, yaitu dengan cara dikurang satu. Guru kembali memberikan penekanan kepada siswa bahwa penjumlahan dengan bilangan bulat negatif sama artinya dengan melakukan pengurangan dengan bilangan bulat positif dan hasil dari penjumlahan dua bilangan bulat positif adalah bilangan bulat positif. Guru menggambarkan melalui garis bilangan bahwa arah yang terbentuk untuk penjumlahan dengan bilangan bulat positif akan berlawanan arah dengan penjumlahan dengan bilangan bulat negatif.

Tahap selanjutnya adalah guru memberikan beberapa soal penjumlahan bilangan bulat untuk mengembangkan strategi mental siswa. Awalnya, siswa melakukan penghitungan dari awal tanpa melihat adanya kaitan soal tersebut dengan soal yang telah ditulis sebelumnya. Setelah guru berkali-kali mengatakan bahwa lihat jawaban dari soal sebelumnya, salah satu siswa yaitu Zulia menyadari bahwa penghitungan yang dilakukan untuk menyelesaikan soal tersebut tidak perlu dilakukan ulang dari awal (lihat transkrip percakapan halaman 77). Guru meminta Zulia untuk menuliskan strateginya di depan kelas. Guru kembali melanjutkan diskusi kelas membahas strategi penghitungan yang dituliskan oleh Zulia dan untuk soal-soal selanjutnya.

Guru kembali menuliskan sejumlah soal berpola agar siswa memahami hasil jika kedua bilangan bulat negatif dijumlahkan. Guru meminta satu orang siswa untuk menuliskan jawaban pola tersebut di papan tulis. Siswa melihat bahwa adanya kemiripan pola tersebut dengan pola sebelumnya yang disajikan oleh guru. Tanpa membutuhkan waktu lama, dua orang siswa maju ke depan kelas untuk menuliskan jawaban. Guru mengadakan diskusi kelas untuk membahas jawaban yang telah ditulis di papan tulis. Siswa diberikan pertanyaan apa hasil yang diperoleh jika kedua bilangan bulat negatif dijumlahkan. Melalui jawaban yang telah dituliskan di papan tulis, siswa melihat bahwa hasil jika kedua bilangan bulat negatif dijumlahkan adalah bilangan bulat negatif (lihat analisis C bagian 2.b halaman 99). Selanjutnya guru menuliskan beberapa soal untuk mengembangkan strategi mental siswa dan memberikan pemahaman yang mendalam mengenai penjumlahan bilangan bulat.

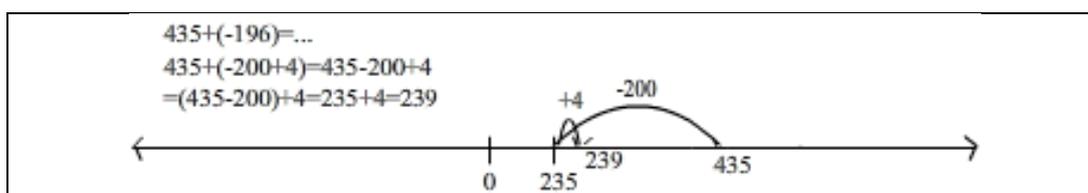
Tahap terakhir pada pertemuan kedua adalah guru memberikan LKS (Lembar Kerja Siswa) II (Lampiran 8 halaman 155) berisi 4 soal penjumlahan bilangan bulat yang akan dikerjakan siswa secara individu. Tahap ini dilakukan untuk mengetahui sudah sejauh mana pemahaman siswa terhadap materi penjumlahan bilangan bulat dan perkembangan strategi mental yang digunakan siswa dalam menyelesaikan setiap soal.

3. Pertemuan Ketiga

Aktivitas pada pertemuan ketiga adalah aktivitas memahami dan menyelesaikan pengurangan bilangan bulat yang dimulai dengan penyajian konteks pendaki dan penyelam. Kegiatan pembelajaran dimulai dengan

pengondisian kelas dan pembagian siswa dalam 11 kelompok belajar yang beranggotakan 3-4 orang siswa. Guru menanyakan kepada siswa materi apa yang telah dipelajari pada pertemuan sebelumnya. Salah satu siswa mengacungkan tangan lalu menjawab bahwa pada pertemuan sebelumnya telah dipelajari mengenai penjumlahan bilangan bulat yang disajikan dengan konteks pendaki dan penyelam dan digambarkan dalam garis bilangan.

Selanjutnya, guru menuliskan soal penjumlahan bilangan bulat di papan tulis, yaitu $435+(-196)$ dan meminta salah satu siswa untuk menjawab. Kemudian salah satu siswa yaitu Daniel maju ke depan kelas dan menyelesaikan soal tersebut. Jawaban yang diberikan benar namun siswa tersebut belum terbiasa menjawabnya dengan penggunaan strategi mental. Guru lalu mengadakan diskusi kelas untuk membahas soal tersebut. Melalui diskusi kelas, guru mengetahui bahwa siswa sudah memahami penjumlahan dengan bilangan bulat negatif sama dengan melakukan pengurangan dengan bilangan bulat positif. Siswa diminta untuk kembali berdiskusi cara yang efektif untuk menyelesaikan soal tersebut. Melalui arahan guru, siswa paham bahwa cara yang mudah adalah menyelesaikan terlebih dahulu $435+(-200)=435-200=235$. Dikarenakan yang diminta adalah penyelesaian $435+(-196)=435-196$, maka $435+(-200+4)=435-200+4=(435-200)+4=235+4=239$. Penyelesaian dengan menggunakan garis bilangan adalah sebagai berikut:



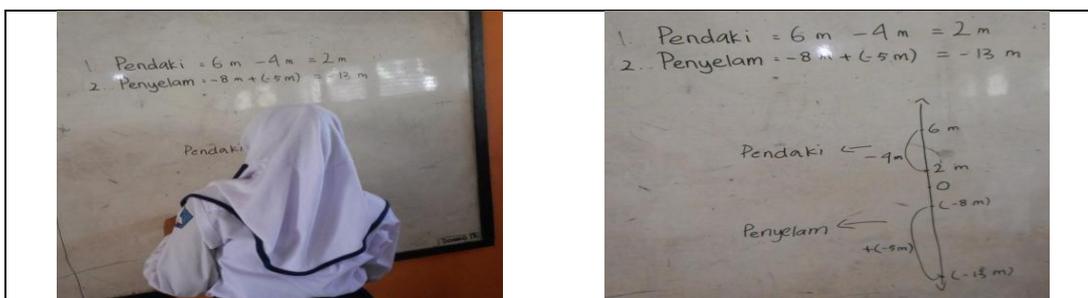
Gambar 4.8 Penyelesaian $435+(-196)$ dengan Garis Bilangan

Guru kembali menyajikan satu soal penjumlahan bilangan bulat untuk dibahas bersama melalui diskusi kelas dan melihat strategi mental yang digunakan siswa. Soal yang dituliskan di papan tulis adalah $72+29$. Salah satu siswa (Daniel) langsung melangkah ke depan kelas dan menuliskan jawaban. Berdasarkan jawaban yang dituliskan, guru dapat mengidentifikasi bahwa siswa tersebut menggunakan strategi *break apart numbers*, yaitu $72+29=(70+2)+(20+9)=(70+20)+(2+9)=90+11=101$ (lihat gambar 4.11 halaman 66).

Kegiatan pembelajaran dilanjutkan dengan pembagian LAS III (Lampiran 11 halaman 164) kepada masing-masing kelompok. Guru kembali berkeliling untuk melihat strategi yang digunakan siswa untuk menyelesaikan LAS tersebut. Siswa sudah mulai terbiasa dengan konteks yang disajikan yaitu mengenai pendaki dan penyelam. Keseluruhan kelompok terlihat mempunyai penyelesaian yang sama untuk soal pertama dan pada soal kedua. Guru melihat untuk penyelesaian soal nomor 1, siswa mengartikan kata *turun* untuk pendaki dengan menuliskan operasi pengurangan bilangan bulat positif, namun kata *turun* untuk penyelam pada soal nomor 2 diartikan dengan menuliskan operasi bilangan penjumlahan dengan bilangan bulat negatif. Setelah siswa selesai berdiskusi untuk menyelesaikan LAS dalam kelompok, guru meminta salah satu perwakilan siswa untuk menuliskan jawaban yang telah diperoleh di papan tulis dan menjelaskan jawaban tersebut.

Saat Devanda selesai menjelaskan, guru mengajukan pertanyaan, “*Mengapa turun untuk penyelam diartikan dengan penjumlahan dengan bilangan bulat negatif?*” Kemudian Devanda menjawab, “*Karena penyelam turun, maka*

kedalamannya akan bertambah bu karena dia berenang semakin ke dalam laut. Jadi, kedalaman yang bertambah itu dilambangkan dengan penjumlahan dengan bilangan bulat negatif, Bu.”



Gambar 4.9 Perwakilan Siswa untuk LAS III dan Jawaban yang Dituliskan

Guru mempersilahkan siswa tersebut untuk duduk lalu melanjutkan diskusi kelas, “*Ada yang punya penyelesaian berbeda? Apakah ada yang masih ingat sifat penjumlahan dengan bilangan bulat negatif?*” Kemudian salah satu siswa yaitu Ega mengacungkan tangan dan menjawab bahwa penjumlahan dengan bilangan bulat negatif sama dengan melakukan pengurangan, jadi untuk soal nomor 2 dapat juga dituliskan dengan $(-8)+(-5)=(-8)-5=-13$ dan dipahami oleh siswa lainnya. Melalui penyajian soal tersebut, siswa juga memahami bahwa arah panah untuk pengurangan bilangan bulat positif adalah ke bawah pada garis bilangan vertikal atau ke kiri pada garis bilangan horizontal.

Guru menuliskan sejumlah pola berupa operasi pengurangan bilangan bulat (lihat pola 1 pada tabel 4.3 halaman 106) agar siswa memahami sifat pengurangan dengan bilangan bulat negatif. Setelah guru selesai menuliskan pola tersebut, satu orang siswa diminta untuk menuliskan jawaban di depan kelas dan menjelaskan cara yang digunakan untuk memperoleh jawaban tersebut. Selanjutnya, dua orang siswa yaitu April dan Syarah maju ke depan kelas untuk

menuliskan jawaban. Setelah selesai menuliskan jawaban, satu siswa yaitu Ega dengan cepat menyadari bahwa jawaban yang dituliskan salah (lihat analisis C bagian 2.c halaman 108). Setelah Ega menjelaskan alasan mengapa jawaban tersebut salah dan dipahami oleh siswa lainnya, guru mempersilahkan dua siswa untuk maju ke depan menuliskan jawaban yang benar, lalu jawaban tersebut dituliskan oleh Dinda dan Ega. Melalui proses diskusi kelas, siswa lainnya memahami bahwa pengurangan dengan bilangan bulat negatif sama seperti penjumlahan dengan bilangan bulat positif dan arah panah yang terbentuk pada garis bilangan adalah ke kanan pada garis bilangan horizontal atau ke atas pada garis bilangan vertikal.

Tahap selanjutnya adalah guru memberikan beberapa soal pengurangan bilangan bulat yang berkaitan dengan soal sebelumnya untuk mengembangkan strategi mental siswa. Siswa sudah mulai terbiasa dengan penggunaan strategi mental untuk menyelesaikan soal-soal yang disajikan.

Guru kembali menuliskan sejumlah soal berpola (lihat pola 2 pada tabel 4.3 halaman 106) agar siswa memahami hasil jika kedua bilangan bulat negatif dikurangkan. Guru meminta satu orang siswa untuk menuliskan jawaban pola tersebut di papan tulis. Siswa melihat bahwa adanya kemiripan pola tersebut dengan pola sebelumnya yang disajikan oleh guru. Kemudian satu orang siswa maju ke depan kelas untuk menuliskan jawaban. Guru mengadakan diskusi kelas untuk membahas jawaban yang telah ditulis di papan tulis. Selanjutnya guru kembali menuliskan beberapa soal untuk mengembangkan strategi mental siswa dan memberikan pemahaman yang mendalam mengenai pengurangan bilangan

bulat. Setelah soal tersebut selesai dibahas, guru bertanya kepada siswa mengenai materi apa saja yang telah dipelajari pada pertemuan hari ini. Siswa menjawab bahwa pada pertemuan hari ini telah dipelajari mengenai pengurangan bilangan bulat yang diawali dengan konteks pendaki dan penyelam. Guru juga menekankan kembali kepada siswa mengenai sifat pengurangan dengan bilangan bulat negatif dan siswa memahaminya bahwa pengurangan dengan bilangan bulat negatif sama seperti penjumlahan dengan bilangan bulat positif.

Tahap terakhir pada pertemuan ketiga adalah guru memberikan LKS III (Lampiran 12 halaman 166) berisi soal yang akan dikerjakan siswa secara individu. Tahap ini dilakukan untuk mengetahui sudah sejauh mana pemahaman siswa terhadap materi pengurangan bilangan bulat dan perkembangan strategi mental yang digunakan siswa.

4. Pertemuan Keempat

Pertemuan keempat adalah pertemuan terakhir dalam rangkaian lintasan belajar pada penelitian ini. Kegiatan pembelajaran pada pertemuan keempat diawali dengan guru bertanya kepada siswa tentang materi apa saja yang telah dipelajari pada pertemuan sebelumnya. Selanjutnya guru menuliskan empat soal yang terdapat pada LAS IV (Lampiran 15) di papan tulis mengenai penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dan meminta perwakilan siswa untuk menuliskan jawaban. Selanjutnya guru melaksanakan diskusi kelas untuk membahas jawaban dan strategi mental yang digunakan untuk menjawab soal tersebut.

Setelah diskusi kelas selesai dilaksanakan, guru meminta siswa untuk duduk di tempat duduknya masing-masing dengan tertib. Guru memberitahukan

bahwa selanjutnya siswa akan diberikan tes evaluasi akhir (Lampiran 16 halaman 173) berisi enam soal yang akan dikerjakan siswa secara individu. Keenam soal tersebut merupakan refleksi dari semua aktivitas yang telah dilakukan siswa pada pertemuan-pertemuan sebelumnya. Hasil tes evaluasi akhir tersebut menjadi sumber data untuk mengetahui pemahaman siswa dan perkembangan strategi mental siswa dalam menyelesaikan soal penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat.

C. Analisis Data

Analisis data merupakan bagian yang memuat tiga bagian utama. Bagian pertama adalah analisis Subjek Penelitian (SP) sebanyak 6 siswa, bagian kedua adalah analisis soal-soal, baik yang terdapat pada aktivitas setiap pertemuan maupun pada LKS atau tes evaluasi selama penelitian berlangsung, dan terakhir adalah analisis karakteristik PMRI.

1. Analisis Subjek Penelitian (SP)

Tabel 4.1 Nama Siswa pada Setiap Subjek Penelitian (SP)

No. SP	Nama SP
I	Daniel Fadly
II	Ega Ardiansyah
III	Zulia Agus Saputri
IV	Dinda Rahma Sari
V	Haikal Syarif
VI	Siti Syarah

Analisis SP adalah bagian yang akan menyajikan analisis perkembangan proses belajar siswa dalam memahami materi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat serta dalam mengembangkan strategi mental aritmatika. Analisis dilakukan pada siswa SP, baik secara diskusi kelompok maupun saat bekerja

secara individu yang dapat mempengaruhi proses belajar secara keseluruhan.

Tabel 4.1 di atas menunjukkan nama-nama siswa yang akan dianalisis satu per satu pada analisis subjek penelitian. Berikut adalah uraian yang akan menjelaskan analisis penyelesaian pada setiap strategi yang dilakukan Subjek Penelitian (SP) dalam mengembangkan strategi penyelesaian yang dilakukan.

a. Analisis SP I

Siswa yang dijadikan SP I adalah Daniel, siswa ini memiliki kemampuan lebih cepat menangkap materi pelajaran yang disajikan dibandingkan dengan teman-teman sekelasnya dan sangat terlibat aktif dalam kegiatan pembelajaran. Kontribusi Daniel dalam menyampaikan pendapat pada diskusi kelas berperan mengembangkan proses berpikir siswa dalam komunitas kelas.

Peran aktif dan kontribusi Daniel dalam pembelajaran terbukti pada pertemuan pertama saat diskusi kelas berlangsung membahas acuan apa yang digunakan untuk mengukur ketinggian gunung. Melalui arahan yang diberikan oleh guru, Daniel mengerti lalu menjawab bahwa acuan untuk mengukur ketinggian gunung adalah permukaan laut (lihat transkrip percakapan halaman 47). Daniel juga menjawab bahwa kedalaman laut dinyatakan dengan bilangan bulat negatif (lihat transkrip percakapan halaman 47). Begitu pula saat diminta menyajikan ketinggian gunung, permukaan laut, dan kedalaman laut pada satu garis lurus, Daniel langsung bisa menggambarannya dengan baik melalui garis bilangan vertikal seperti terlihat pada gambar 4.1*b* halaman 49 dan mengemukakan alasan dengan benar saat ditanyakan, berikut adalah transkrip percakapan yang terjadi:

Guru : *Bagaimana cara menyelesaikan soal tersebut Daniel?*

Daniel : *Dibuat garis lurus terlebih dahulu, Bu. (Daniel membuat garis vertikal dan membuat garis horizontal tepat di tengah, lalu menuliskan bilangan nol di kata-kata “permukaan laut” di atas garis horizontal). Dimulai dari bilangan nol, lalu dilanjutkan dari gunung yang memiliki ketinggian paling rendah sampai yang paling tinggi (Daniel menuliskan masing-masing ketinggian gunung dengan nama gunung), begitu juga dengan laut dimulai dari kedalaman yang paling rendah sampai yang paling dalam.*

Guru : *Mengapa Daniel membuat dalam bentuk garis bilangan vertikal seperti ini? (Guru menunjuk garis bilangan yang dibuat Daniel)*

Daniel : *Karena saya membayangkan permukaan laut, gunung, dan laut berada pada satu tempat, Bu.*

Guru : *Baik kalau begitu. Selanjutnya, mengapa letak bilangan -1344 sangat jauh dengan -7000 pada garis yang kamu buat?*

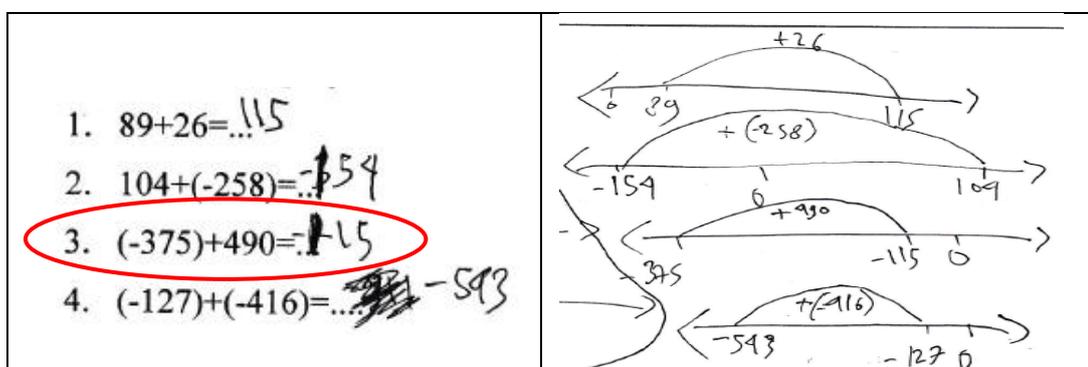
Daniel : *Karena jarak antar bilangan (selisih) jauh, Bu.*

Saat kegiatan pembelajaran berlanjut pada aktivitas 2 LAS I, Daniel hanya meletakkan bilangan tanpa mempertimbangkan selisih antar bilangan seperti terlihat pada gambar 4.4a halaman 51. Daniel baru menyadari bahwa langkah tersebut perlu dilakukan untuk penempatan bilangan saat diskusi kelas berlangsung dan Daniel menuliskannya pada lembar LAS miliknya.

Pertemuan kedua diawali dengan peletakan bilangan pada garis bilangan yang dijawab oleh dua siswa lalu dilanjutkan dengan penyelesaian LAS II. Daniel mampu menuliskan operasi bilangan untuk menentukan posisi akhir pendaki dan penyelam dengan tepat dan benar. Daniel juga mampu menunjukkan posisi awal dan akhir untuk pendaki dan penyelam dengan tepat pada garis bilangan. Namun berbeda dengan gambar 4.7 halaman 54, Daniel tidak membuat garis lengkung atau garis tambahan pada garis bilangan untuk menunjukkan penghitungan yang dilakukan. Saat ditanyakan oleh guru mengenai alasan penggunaan tanda penjumlahan pada operasi bilangan yang dituliskan, Daniel mengemukakan alasan penggunaan tanda operasi bilangan penjumlahan karena posisi pendaki yang akan

bertambah ketinggian dan posisi penyelam yang akan semakin mendekati permukaan laut.

Berdasarkan jawaban yang dituliskan pada LKS II, Daniel melakukan satu kesalahan pada soal LKS II nomor 3. Daniel keliru dalam menentukan hasil penjumlahan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif lebih kecil yang seharusnya hasilnya adalah bilangan bulat positif. Daniel terlihat agak kesulitan saat memahami penggunaan strategi mental aritmatika pada awal pembelajaran, hal ini terlihat dari jawaban yang dituliskan Daniel pada LKS II. Daniel hanya menggambarkan operasi bilangan pada soal melalui satu garis lengkung pada garis bilangan tanpa penggunaan strategi tertentu, walaupun jawaban yang dituliskan benar.



Gambar 4.10 Kesalahan SP I untuk LKS II Soal Nomor 3 dan Belum Adanya Penggunaan Strategi Mental

Pertemuan ketiga kembali diawali dengan diskusi kelas untuk mengingatkan siswa mengenai materi yang telah dipelajari pada pertemuan sebelumnya. Guru menyajikan beberapa soal penjumlahan bilangan bulat dan strategi mental atau cara efektif untuk menyelesaikan soal tersebut. Jika pada pertemuan sebelumnya Daniel belum menunjukkan strategi mental apapun, maka pada pertemuan ketiga Daniel mulai menunjukkan strategi yang dilakukan untuk

menyelesaikan soal yaitu strategi *break apart numbers* saat menyelesaikan soal $72+29$ di papan tulis. Penggambaran strategi Daniel dapat dilihat pada gambar 4.11.

$$\begin{array}{rcccl}
 72 & + & 29 & & = \dots \\
 \swarrow & & \swarrow & & \\
 70 & 2 & 20 & 9 & \\
 \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \\
 90 & + & 11 & & = 101
 \end{array}$$

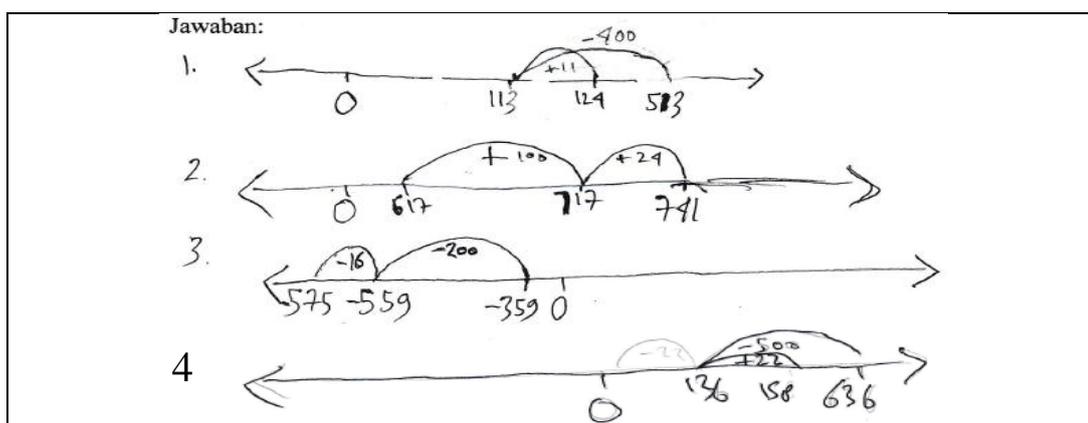
Gambar 4.11 Strategi *Break Apart Numbers* SP I untuk Soal $72+29$

Daniel mengartikan kata *turun* secara berbeda untuk pendaki (soal nomor 1) dan penyelam (soal nomor 2). Daniel menggunakan operasi pengurangan untuk penyelesaian soal nomor 1 dan penjumlahan dengan bilangan bulat negatif untuk soal nomor 2. Saat ditanyakan alasan penggunaan tanda operasi untuk soal nomor 2, Daniel mengemukakan bahwa kedalaman yang ditempuh penyelam akan semakin dalam dengan berenang turun, jadi tanda yang digunakan adalah penjumlahan dengan bilangan bulat negatif. Operasi bilangan yang dituliskan Daniel untuk LAS III sama seperti gambar 4.9 halaman 59. Perbedaan terlihat pada penggambaran garis bilangan untuk menunjukkan penghitungan, yaitu pada gambar 4.9 hanya dituliskan dua bilangan untuk posisi awal dan posisi akhir, sedangkan Daniel menuliskan satu per satu bilangan di antara posisi awal sampai posisi akhir pada garis bilangan yang dibuat.

Hasil penyelesaian LKS III menunjukkan Daniel mulai mengembangkan strategi mental untuk soal-soal yang disajikan. Hal ini menunjukkan perkembangan yang baik karena pada LKS II Daniel tidak menunjukkan strategi

mental apapun. Penjelasan untuk strategi yang digunakan Daniel pada masing-masing soal adalah sebagai berikut:

- i. Strategi *compensation* dilakukan Daniel untuk menyelesaikan soal nomor 1, yaitu: $513-389=513-(400-11)=513-400+11=(513-400)+11=113+11=124$.
- ii. Strategi *count on* untuk soal nomor 2. Daniel memahami bahwa penyelesaian $124-(-617)=124+617=617+124=617+(100+24)=(617+100)+24=717+24=741$. Menarik bahwa Daniel melakukan penghitungan strategi *count on* dimulai dengan bilangan 617 bukan 124.
- iii. Strategi *count back* untuk soal nomor 3, yaitu: $(-359)-216=(-359)-200-16=(-359-200)-16=(-559)-16=-575$
- iv. Daniel dapat melakukan penghitungan dengan fleksibel, hal ini terlihat pada penyelesaian soal nomor 4 saat Daniel memilih menyelesaikan dengan cara $636-478$. Strategi *compensation* dilakukan Daniel untuk menyelesaikan soal nomor 4, berikut penjelasannya: $(-478)-(-636)=(-478)+636=636+(-478)=636-478=636-(500-22)=636-500+22=(636-500)+22=136+22=158$.



Gambar 4.12 Penyelesaian SP I untuk LKS III

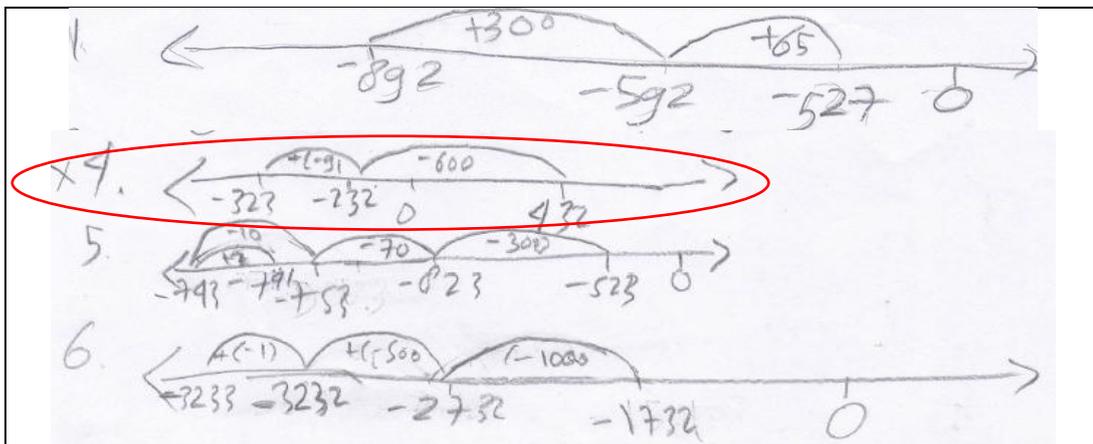
Dikarenakan waktu yang tidak memungkinkan, LAS IV yang semula akan dibahas terlebih dahulu secara diskusi kelompok, disajikan oleh guru melalui

diskusi kelas. Kesempatan ini dimanfaatkan oleh Daniel dan siswa lainnya untuk memahami dengan lebih baik materi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dan pengembangan strategi mental yang dilakukan untuk penyelesaian soal-soal dalam rangka penyelesaian tes evaluasi akhir yang akan dikerjakan secara individu. Daniel melakukan satu kesalahan pada tes evaluasi akhir soal nomor 4, hal ini dikarenakan Daniel keliru dalam melakukan penghitungan saat menerapkan strategi *count back*. Perkembangan tidak ditunjukkan Daniel pada penyelesaian soal nomor 2 dan 3 karena strategi yang dilakukan sama seperti penyelesaian soal dengan tipe yang sama sebelumnya. Penyelesaian Daniel untuk soal lainnya yang menunjukkan perkembangan strategi adalah sebagai berikut:

- i. Soal nomor 1 diselesaikan Daniel dengan *count on*, yaitu: $(-892)+365=(-892)+(300+65)=(-892+300)+65=(-592)+65=-527$. Soal nomor 1 pada tes evaluasi akhir adalah soal yang memiliki tipe sama dengan LKS II soal nomor 3 dimana Daniel menunjukkan kesalahan dalam menyelesaikan soal tersebut. Jawaban yang benar dan strategi *count on* yang dilakukan menunjukkan Daniel memiliki pemahaman yang baik dalam penjumlahan bilangan bulat dan perkembangan strategi karena sebelumnya Daniel tidak menunjukkan strategi apapun dalam menyelesaikan soal dengan tipe ini.
- ii. Gabungan strategi *count back* dan *compensation* dilakukan Daniel untuk mempermudah penyelesaian soal nomor 5, yaitu: $(-523)-378=(-523-300)-78=(-823)-78=(-823-70)-8=(-893)-(1022)=(-893-10)+2=(-903)+2=(-901)$. Penyelesaian yang dilakukan Daniel menunjukkan perkembangan strategi karena pada soal dengan tipe yang sama sebelumnya Daniel hanya melakukan

penghitungan secara *count back*.

- iii. Strategi *count back* dilakukan Daniel untuk penyelesaian soal nomor 6, yaitu: $(-1501)+(-1732)=(-1732)+(-1501)=(-1732-1000)-501=(-2732)-501=(-2732-500)-1=(-3232)-1=-3233$. Fleksibilitas Daniel kembali ditunjukkan saat memilih bilangan yang lebih besar terlebih dahulu yaitu -1732 untuk memulai penghitungan. Penyelesaian tersebut menunjukkan perkembangan yang baik karena pada soal dengan tipe yang sama sebelumnya Daniel tidak menunjukkan strategi penghitungan apapun.



Gambar 4.13 Penyelesaian SP I untuk Tes Evaluasi Akhir dan Kesalahan yang Dilakukan pada Soal Nomor 4

Daniel terlihat mampu memahami dengan baik materi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat berdasarkan hasil LAS, LKS, maupun tes evaluasi akhir. Strategi yang digunakan Daniel juga berkembang, dari semula kebingungan untuk menggunakan strategi mental pada awal pembelajaran, kini terlihat mampu menggambarannya dengan baik melalui garis bilangan. Daniel juga terlihat fleksibel saat memilih strategi apa yang lebih mudah dan efektif untuk digunakan pada soal dan juga memilih bilangan yang akan digunakan untuk memulai

penghitungan. Peran aktif dan kontribusi Daniel selama kegiatan pembelajaran di kelas ikut berperan dalam mengembangkan proses berpikir komunitas kelas.

b. Analisis SP II

Ega adalah siswa yang dijadikan SP II, siswa ini memiliki pemahaman matematika yang lebih baik dibandingkan dengan teman sekelasnya, sangat aktif dalam kegiatan pembelajaran, namun terkadang ceroboh dalam menyelesaikan soal. Ega selalu mengajukan dirinya untuk menjawab pertanyaan di papan tulis saat guru meminta perwakilan siswa untuk menyelesaikan soal tertentu dalam diskusi kelas.

Pada saat kegiatan pembelajaran dimulai pada pertemuan pertama, strategi yang digunakan oleh Ega sama seperti SP I saat menyelesaikan aktivitas menggambar ketinggian gunung, permukaan laut, dan kedalaman laut pada satu garis lurus. Ega membuat garis bilangan vertikal yang hampir sama dengan gambar 4.1b pada halaman 49 dengan garis horizontal tepat di tengah lalu menuliskan bilangan nol di titik perpotongan kedua garis. Berikut adalah transkrip percakapan yang terjadi saat guru menanyakan strategi yang digunakan Ega saat menyelesaikan LAS I aktivitas 1:

Guru : *Coba jelaskan Ega, bagaimana kamu menyelesaikannya?*

Ega : *Begitu bu, tadi kan sudah diketahui bahwa ketinggian gunung itu dinyatakan dengan bilangan bulat positif, permukaan laut itu bilangan nol, dan kedalaman laut dinyatakan dengan bilangan negatif. Jadi bilangan nol terletak di tengah antara bilangan positif dan negatif, ketinggian gunung saya tulis dari ketinggian yang paling rendah ke yang paling tinggi, begitu pula dengan laut saya tulis dengan kedalaman rendah sampai yang paling dalam bu.*

Saat kegiatan pembelajaran berlanjut dengan aktivitas 2, Ega juga termasuk siswa yang langsung menuliskan bilangan yang diminta di antara bilangan-bilangan

sebelumnya tanpa melakukan penghitungan selisih terlebih dahulu sama seperti terlihat pada gambar 4.4a pada halaman 51.

Pertemuan kedua diawali dengan mengingatkan siswa materi yang telah dipelajari pada pertemuan sebelumnya lalu dilanjutkan dengan meletakkan bilangan pada garis bilangan. Ega adalah siswa yang menyelesaikan aktivitas tersebut dan mampu menjelaskan jawabannya dengan tepat di depan kelas. (lihat transkrip percakapan halaman 53).

Selanjutnya saat kegiatan berlanjut untuk menyelesaikan LAS II, Ega mampu menuliskan operasi bilangan dan menunjukkannya dengan benar pada garis bilangan. Berbeda dengan garis bilangan dengan semua nilai dituliskan satu per satu pada gambar 4.7, Ega hanya menuliskan bilangan yang menunjukkan posisi awal dan akhir pendaki dan penyelam. Ega menunjukkan penghitungan yang dilakukan pada garis bilangan dengan menggunakan garis lengkung.

Ega mampu menuliskan jawaban dengan benar untuk serangkaian pola yang dituliskan oleh guru di papan tulis dalam rangka memahami penjumlahan dengan bilangan bulat negatif. Ega juga mampu mengemukakan pendapatnya terkait jawaban-jawaban yang dituliskannya di papan tulis, hal ini seperti terangkum dalam transkrip percakapan berikut:

Guru : *Anak-anak, coba perhatikan temannya di depan. Ega, jelaskan ke ibu bagaimana kamu menyelesaikan soal-soal ini?*

Ega : *Kalau yang positif ditambah positif tinggal ditambahkan saja bu seperti biasa.*

Guru : *Lalu, bagaimana untuk soal $6+(-1)$? Mengapa soal ini hasilnya nol? (Guru menunjuk soal $6+(-6)$)*

Ega : *$6+(-1)$ itu sama dengan $6-1$ bu, jadi tinggal dikurangkan hasilnya 5. Kalau yang ini, (menunjuk soal $6+(-6)$) kan ini sama saja $6-6$ bu jadi hasilnya 0.*

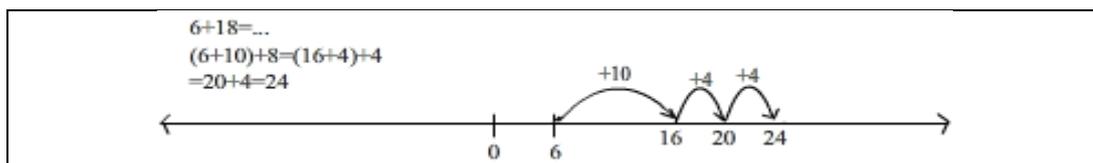
Guru : *Baik, bagaimana untuk soal $6+(-50)$? Mengapa hasilnya bilangan*

bulat negatif?

Ega : $6+(-50)$ sama dengan $6-50$ bu, hasilnya -44 . Caranya diperoleh dari mengurangkan 50 dengan 6, namun hasilnya menjadi 6, bilangan bulat negatif karena bilangan yang dikurang lebih besar.

Berdasarkan percakapan yang terjadi, Ega ternyata mampu menyelesaikan soal dan menjelaskan jawaban dengan baik tanpa melihat adanya pola yang terbentuk dari jawaban-jawaban soal tersebut.

Ega kembali terlibat aktif saat guru menyajikan soal-soal untuk mengembangkan strategi mental aritmatika siswa. Strategi yang muncul pertama kali adalah *count on* untuk menyelesaikan soal $6+18$. Jawaban yang dituliskan beserta strateginya dapat dilihat pada gambar berikut:

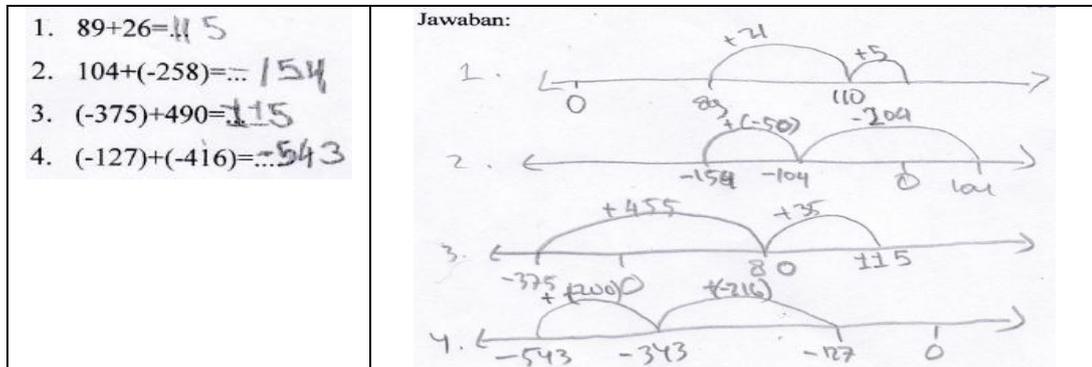


Gambar 4.14 Penyelesaian SP II untuk Soal $6+18$

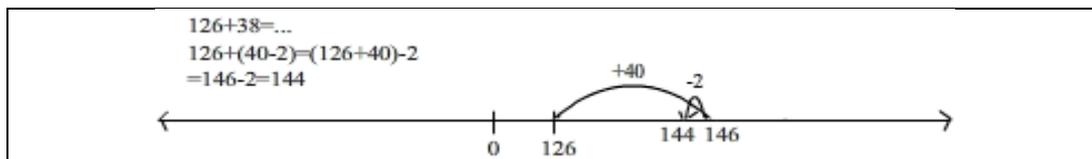
Ega mampu memahami dengan baik penjumlahan bilangan bulat sampai akhir pertemuan kedua, hal ini terlihat dari semua jawaban benar yang dituliskan pada LKS II. Namun untuk pengembangan strategi mental, Ega terlihat belum menggunakannya secara maksimal. Lompatan bilangan yang dituliskan di LKS II lebih terlihat menyulitkan untuk mencari jawaban, kecuali untuk soal nomor 1. Ega melakukan strategi *count on* untuk soal nomor 1, yaitu $89+26=89+(21+5)=(89+21)+5=110+5=115$ seperti terlihat pada gambar 4.15 halaman berikutnya.

Pertemuan ketiga diawali dengan mengingatkan siswa materi apa saja yang telah dipelajari pada pertemuan sebelumnya lalu dilanjutkan latihan soal. Dikarenakan materi sebelumnya adalah mengenai penjumlahan bilangan bulat,

maka guru menyajikan soal penjumlahan bilangan bulat yaitu $126+38$. Ega menuliskan jawabannya di papan tulis seperti pada gambar 4.16.



Gambar 4.15 Penyelesaian SP II untuk LKS II



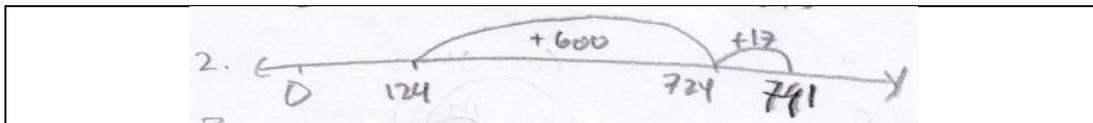
Gambar 4.16 Penyelesaian SP II untuk Soal $126+38$

Berdasarkan jawaban di atas, terlihat bahwa strategi mental aritmatika Ega berkembang. Semula Ega terlihat menggunakan *count on* pada pertemuan kedua, kemudian strateginya berkembang menjadi *compensation* saat menuliskan penyelesaian untuk soal $126+38$ pada pertemuan ketiga.

Tujuan pertemuan ketiga adalah untuk memahami pengurangan bilangan bulat dan diawali dengan konteks yang disajikan pada LAS III. Jawaban dan operasi bilangan yang dituliskan oleh Ega untuk LAS III sama seperti gambar 4.9 halaman 59. Ega kembali berperan aktif dalam diskusi kelas saat mengoreksi jawaban serangkaian soal terkait pengurangan bilangan bulat yang dituliskan oleh temannya di papan tulis (lihat transkrip percakapan halaman 108).

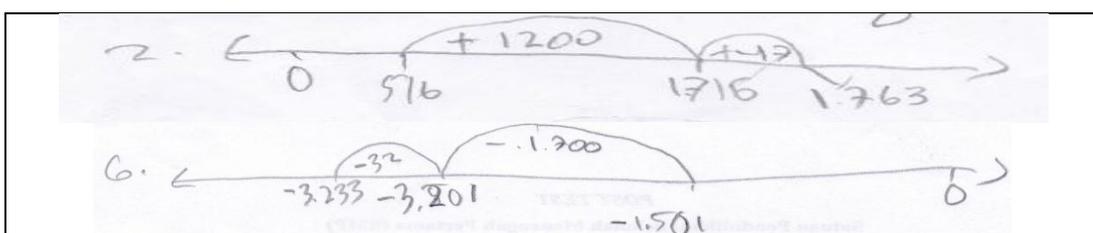
Saat kegiatan pembelajaran berlanjut dengan penyelesaian LKS III pada akhir pertemuan ketiga, Ega mampu menyelesaikan dengan benar semua soal

yang disajikan. Hasil tersebut menunjukkan bahwa Ega mampu memahami pengurangan bilangan bulat dengan baik. Strategi Ega untuk LKS III sama seperti SP I, namun perbedaan terlihat pada soal nomor 2. Ega memulai penghitungan dengan strategi *count on* dari bilangan 124 tanpa membalik penghitungan, berbeda dengan SP I yang lebih fleksibel sehingga memulai penghitungan dari 617.



Gambar 4.17 Penyelesaian SP II untuk Soal Nomor 2 LKS III

Berdasarkan jawaban yang dituliskan oleh Ega pada tes evaluasi akhir, terlihat bahwa Ega melakukan satu kesalahan pada soal nomor 4 karena melakukan kesalahan penghitungan saat menerapkan strategi *count back* sama seperti SP I. Selain soal nomor 2, Ega mampu menjawab dengan benar soal yang diberikan dan menggunakan strategi yang beragam. Perkembangan strategi yang digunakan oleh Ega untuk tes evaluasi akhir soal nomor 1 sama dengan SP I. Namun berdasarkan jawaban yang ada, Ega terlihat kurang fleksibel dalam menentukan bilangan yang akan digunakan untuk mulai berhitung. Berbeda dengan SP I yang memilih menggunakan bilangan 1247 untuk mulai strategi *count on* pada soal nomor 2, Ega memilih untuk tetap memulai dari bilangan 516. Begitu pula untuk soal nomor 6, Ega lebih memilih untuk memulai strategi *count back* dari bilangan -1501 dibandingkan dengan -1732.



Gambar 4.18 Penyelesaian SP II untuk Tes Evaluasi Akhir Nomor 2 dan 6

Jika dilihat secara keseluruhan, Ega terlihat memahami dengan baik materi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat, hal ini terlihat dari penyelesaian LAS, LKS, dan tes evaluasi akhir. Strategi yang digunakan Ega juga berkembang dari semula *count on* hingga dapat melakukan penghitungan secara *compensation*. Ega juga berperan aktif menyumbangkan ide saat pembelajaran berlangsung, hal ini membantu jalannya perkembangan diskusi kelas yang efektif.

c. Analisis SP III

Siswa yang dijadikan SP III adalah Zulia, siswa ini memiliki kemampuan memahami pengajaran dan pembelajaran dengan baik di kelas. Zulia tidak enggan untuk bertanya jika menemukan kesulitan selama pembelajaran berlangsung. Zulia juga cukup aktif dalam kegiatan diskusi kelas dan terkadang muncul dengan penyelesaian berbeda.

Penyelesaian berbeda dengan hipotesis ditunjukkan Zulia pada saat aktivitas menyelesaikan LAS I aktivitas 1, yaitu menggambarkan ketinggian gunung, permukaan laut, dan kedalaman laut pada satu garis lurus. Zulia muncul dengan jawaban garis bilangan horizontal seperti pada gambar 4.1a. Berikut ini adalah transkrip percakapan yang menjelaskan jawaban yang ditulis oleh Zulia:

Guru : *Coba jelaskan jawaban yang kamu tulis, Zulia.*

Zulia : *Begini bu, tadi kan sudah disimpulkan bersama bahwa ketinggian gunung dinyatakan dengan bilangan bulat positif, permukaan laut dengan bilangan nol, dan kedalaman laut dengan bilangan bulat negatif. Saya tahu bahwa bilangan positif itu di kanan bilangan nol dan bilangan negatif di kiri bilangan nol, serta bilangan nol di antara bilangan positif dan negatif.*

Guru : *Baik, lalu mengapa digambarkan dalam garis bilangan horizontal?*

Zulia : *Saya biasa melihat di buku seperti itu, Bu*

Saat kegiatan berlanjut dengan aktivitas 2, semula Zulia menuliskan garis

bilangan horizontal seperti pada aktivitas 1, namun dengan alasan takut jawaban yang dituliskannya tidak akan cukup di kertas, Zulia menggantinya dengan garis bilangan vertikal. Aktivitas 2 adalah aktivitas meletakkan beberapa bilangan pada garis bilangan yang telah dibuat sebelumnya. Zulia muncul dengan strategi menghitung selisih terlebih dahulu kemudian meletakkan bilangan lebih dekat dengan bilangan yang memiliki selisih lebih sedikit seperti terlihat pada gambar 4.4b halaman 51. Hal ini berbeda dengan kebanyakan siswa lainnya yang langsung meletakkan bilangan tanpa memperhitungkan selisihnya terlebih dahulu. Zulia juga mampu mengemukakan strategi lainnya saat meletakkan bilangan 145 dan -3500, seperti yang terangkum dalam transkrip percakapan berikut:

Guru : *Bagaimana cara kamu meletakkan bilangan 145? Apakah dihitung menggunakan selisih juga?*

Zulia : *Tidak, Bu. Sebelumnya kan sudah ada bilangan -145. Jadi, bilangan 145 tinggal diletakkan di atas bilangan 0 dengan jarak yang sama dengan -145.*

Guru : *Bagus, lalu bagaimana dengan -3500?*

Zulia : *Semula saya hitung selisihnya dengan -1344, Bu. Tetapi selanjutnya saya lihat ada bilangan -7000. Jadi langsung saja saya letakkan tepat ditengah antara bilangan 0 dan -7000, Bu.*

Saat kegiatan pembelajaran berlanjut pada pertemuan kedua, Zulia mampu menuliskan jawaban dan mengemukakan alasan dengan benar untuk soal yang disajikan pada LAS II. Berbeda dengan SP I dan II yang hanya menuliskan bilangan yang dibutuhkan atau sesuai dengan operasi bilangan pada garis bilangan, Zulia membuat garis bilangan dengan bilangan yang dituliskan satu per satu seperti terlihat pada gambar 4.7. Zulia adalah siswa yang maju ke depan kelas menuliskan jawaban di papan tulis dan menjelaskan jawaban yang diperoleh.

Peran aktif Zulia terlihat saat menyelesaikan soal dalam rangka

mengembangkan strategi mental aritmatika. Zulia paham bahwa penghitungan tidak perlu dilakukan dari awal untuk menyelesaikan soal yang disajikan, hal ini terlihat saat Zulia mampu menjelaskan cara untuk jawaban $6+39$ seperti terangkum dalam transkrip percakapan berikut:

Zulia : Sebelumnya kan sudah ada $6+30$ hasilnya 36. Sekarang soalnya $6+39$, 39 itu kan sama saja dengan $30+9$, jadi hasil soal tadi 36 ditambah dengan 9, jadi hasilnya 45.

Namun sayangnya, strategi yang ditunjukkan oleh Zulia tersebut tidak dilanjutkan penggunaannya pada saat menyelesaikan LKS II. Zulia memahami dengan baik materi penjumlahan bilangan bulat yang ditunjukkan oleh semua jawaban benar pada LKS II. Namun, Zulia terlihat belum memanfaatkan strategi mental pada setiap jawaban yang diperoleh. Sama seperti SP I, Zulia hanya menggambarkan garis bilangan dengan satu garis lengkung yang menunjukkan operasi bilangan pada soal, bukan penggunaan strategi mental.

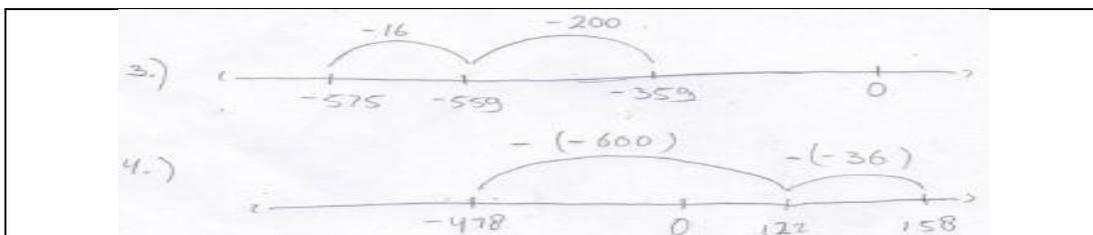
Perkembangan membuat garis bilangan ditunjukkan oleh Zulia saat menyelesaikan LAS III pada pertemuan ketiga. Berbeda dengan sebelumnya pada LAS II dimana Zulia menuliskan bilangan satu per satu pada garis bilangan, pada LAS III Zulia hanya menuliskan bilangan yang terkait dengan operasi bilangan. Operasi bilangan dan garis bilangan yang dituliskan oleh Zulia pada LAS III sama seperti pada gambar 4.9 halaman 59.

Zulia mulai kembali mengembangkan strategi mental aritmatika pada pertemuan ketiga. Hal ini terlihat saat Zulia mencoba menyelesaikan soal 6-52. Strategi yang digunakan terangkum dalam transkrip berikut:

Zulia : Sebelumnya kan sudah ada 6-50 ya bu hasilnya -44. Sekarang 6-52, berarti pengurangannya bertambah sebanyak 2 dari yang semula

50. Jadi dari hasil sebelumnya -44 , tinggal dihitung mundur 2 lagi bu, jadi hasilnya -46 .

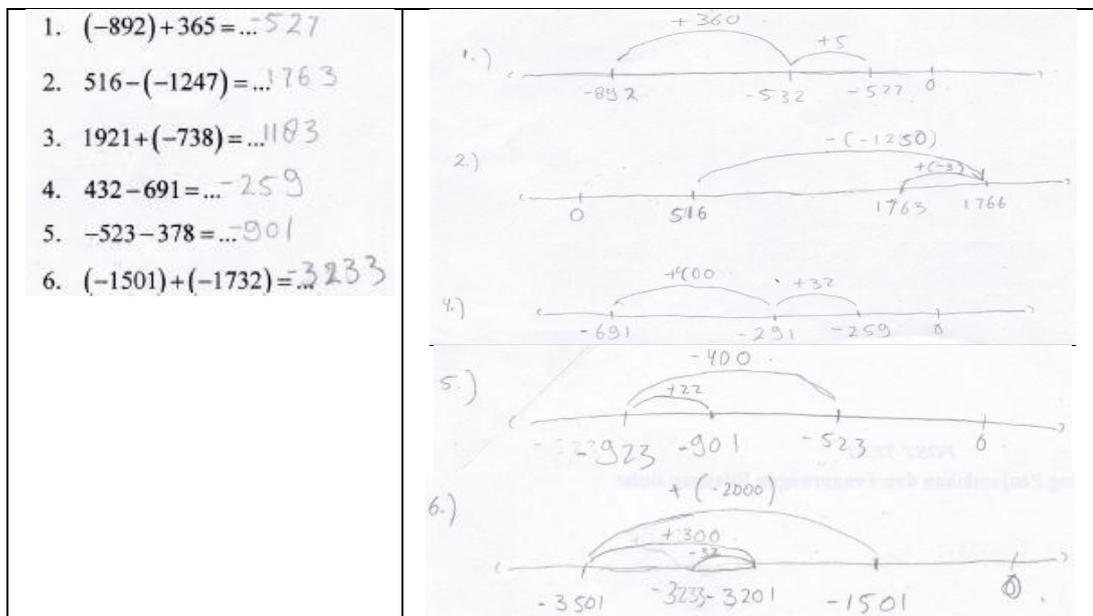
Berdasarkan jawaban yang dikemukakan Zulia, terlihat Zulia mampu menghitung secara *count back*. Zulia terlihat memahami dengan baik materi pengurangan bilangan bulat dengan semua jawaban benar yang dituliskan Zulia pada LKS III. Perkembangan strategi ditunjukkan Zulia saat menyelesaikan LKS III. Strategi yang dituliskan Zulia sama dengan SP II untuk soal nomor 1, 2, dan 3. Namun untuk soal nomor 4, terlihat Zulia menuliskan strategi yang berbeda dengan SP I dan II, yaitu Zulia menggunakan strategi *count on* untuk memperoleh jawaban. Penggunaan strategi *count on* tersebut membutuhkan ketelitian lebih karena penghitungan yang dilakukan harus melompati bilangan 0.



Gambar 4.19 Penyelesaian SP III untuk Soal LKS III Nomor 4

Zulia mampu menjawab semua soal pada tes evaluasi akhir dengan benar. Berbeda dengan SP I dan II yang melakukan kesalahan pada tes evaluasi akhir soal nomor 4, Zulia mampu menjawab dan menunjukkan strateginya dengan tepat. Soal nomor 4 yaitu $432-691$ diselesaikan Zulia dengan strategi *count on* dimana soal yang ada diubah menjadi $-691+432$, hal ini menunjukkan fleksibilitas yang dimiliki Zulia. Strategi yang sama dengan SP II ditunjukkan oleh Zulia pada penyelesaian tes evaluasi akhir nomor 3. Pemilihan strategi *count back* namun pemilihan lompatan bilangan berbeda dengan SP I dan II ditunjukkan Zulia pada penyelesaian soal nomor 3. Selibuhnya, Zulia menggunakan strategi *compensation*

untuk soal nomor 2, 5, dan 6.



Gambar 4.20 Penyelesaian SP III untuk Tes Evaluasi Akhir

Pada saat penyelesaian tes evaluasi akhir, terlihat bahwa Zulia mampu menjawab semua soal dengan benar yang menunjukkan bahwa Zulia sudah memahami materi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dengan baik. Perkembangan strategi mental aritmatika dan fleksibilitas Zulia dalam menjawab soal juga terlihat semakin matang dalam penyelesaian setiap soal. Fakta tersebut menunjukkan perkembangan yang baik karena pada awalnya Zulia terlihat kesulitan menunjukkan strategi penghitungan yang dilakukan.

d. Analisis SP IV

Dinda merupakan SP IV yang memiliki kemampuan untuk memahami pengajaran dan pembelajaran dengan baik di kelas. Dinda adalah siswa yang sangat tekun dan rapi dalam mencatat setiap materi yang dipelajari di kelas. Namun, Dinda termasuk siswa yang kurang percaya diri dalam menyampaikan pendapatnya di kelas walau terkadang pendapat yang dikemukakannya benar.

Walaupun demikian, Dinda mampu menjawab alasan mengenai jawaban yang dituliskan jika guru menanyakan secara individu.

Pada saat menyelesaikan LAS I aktivitas 1, Dinda terlihat menuliskan jawaban garis bilangan vertikal hampir sama seperti gambar 4.1a. Berbeda dengan SP I, II, dan III yang terlihat menuliskan keterangan di samping bilangan yang dituliskan, Dinda hanya menuliskan bilangan yang ada pada ilustrasi tanpa keterangan. Saat menyelesaikan aktivitas 2, guru menanyakan bagaimana Dinda menyelesaikan aktivitas tersebut yang terangkum dalam transkrip percakapan berikut ini:

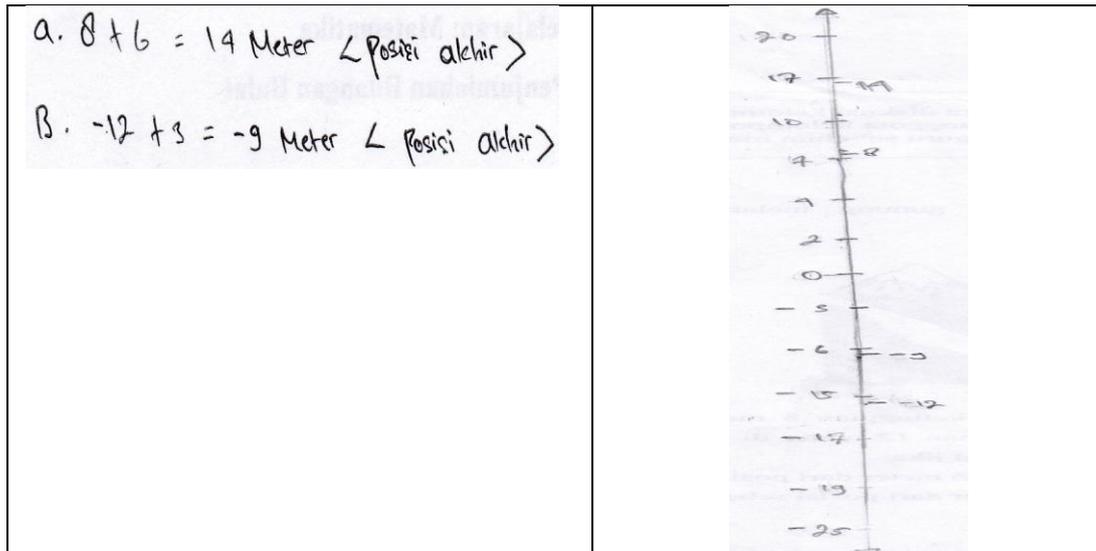
Guru : *Dinda, jelaskan ke ibu bagaimana kamu meletakkan bilangan 4134?*

Dinda : *Lebih dekat ke bilangan 4884 bu karena angka depannya sama-sama 4, dibandingkan dengan 3805. (Dinda terlihat ragu lalu menghitung selisih bilangan 4134 dengan 4884 dan 3805, kemudian ia menyadari kesalahannya). Ternyata lebih dekat ke bilangan 3805 bu. $4134-3805=329$ sedangkan $4884-4134=750$, karena dengan 3805 selisihnya lebih sedikit, maka lebih dekat dengan 3805. Nanti saya hitung selisihnya dulu ya, Bu.*

Dinda menuliskan selisih antar bilangan pada LAS, namun ternyata beberapa peletakan bilangan yang dilakukan oleh Dinda tidak sesuai dengan selisih bilangan yang ada. Misalkan untuk bilangan 4134, Dinda tahu bahwa 4134 memiliki selisih yang lebih sedikit dengan 3805, namun jawaban yang dituliskan Dinda menunjukkan bahwa 4134 lebih dekat dengan 4884.

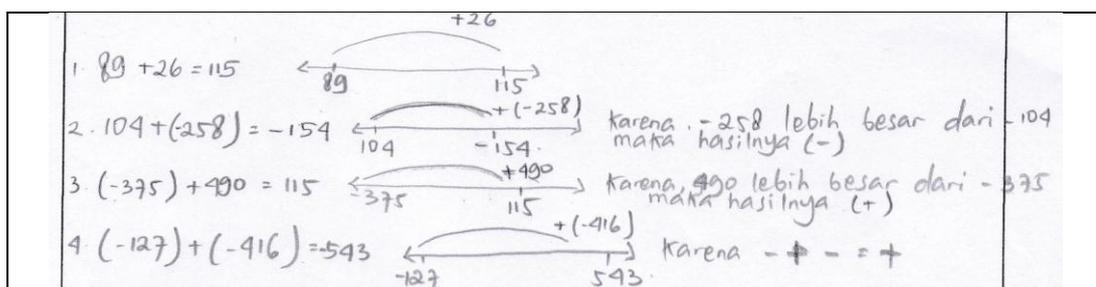
Kegiatan berlanjut dengan penyelesaian LAS II. Terlihat bahwa Dinda mampu menuliskan operasi bilangan yang sesuai dengan ilustrasi cerita dan hasil yang benar. Namun, pada saat penggambaran operasi bilangan yang dimaksud pada garis bilangan, Dinda hanya menuliskan bilangan masing-masing posisi awal

pendaki dan penyelam tanpa adanya garis lengkung yang menunjukkan pergerakan dari pendaki dan penyelam tersebut. Hal ini tentunya tidak akan berarti apapun jika orang lain hanya melihat yang dituliskan Dinda pada garis bilangan.



Gambar 4.21 Penyelesaian SP IV untuk LAS II

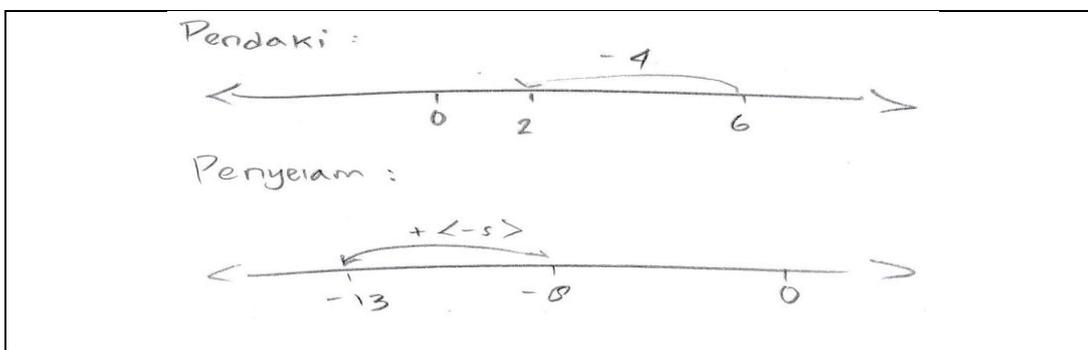
Sama seperti SP I, Dinda terlihat kebingungan saat guru mulai menyajikan soal-soal untuk mengembangkan strategi mental aritmatika. Hal ini berlanjut saat Dinda menyelesaikan soal-soal LKS II yang diberikan oleh guru pada akhir pertemuan kedua. Jawaban yang dituliskan Dinda pada LKS II semuanya benar, namun Dinda terlihat belum memanfaatkan penggunaan strategi mental aritmatika pada setiap jawabannya.



Gambar 4.22 Penyelesaian SP IV untuk LKS II

Dinda hanya menuliskan alasan-alasan diperolehnya jawaban tersebut berdasarkan pemahaman yang dimiliki seperti terlihat pada gambar 4.22. Namun berdasarkan alasan-alasan yang dituliskan Dinda, sudah cukup menunjukkan bahwa Dinda memahami penjumlahan bilangan bulat dengan baik.

Perkembangan ditunjukkan oleh Dinda saat menjawab LAS III pada pertemuan ketiga. Dinda mampu menuliskan operasi bilangan sesuai dengan ilustrasi cerita pendaki dan penyelam lalu menggambarannya pada garis bilangan horizontal dengan garis lengkung yang menunjukkan penghitungan. Hal ini menunjukkan perkembangan yang baik karena pada pertemuan sebelumnya Dinda menggambarannya dalam garis bilangan vertikal tanpa adanya garis lengkung yang menunjukkan penghitungan.

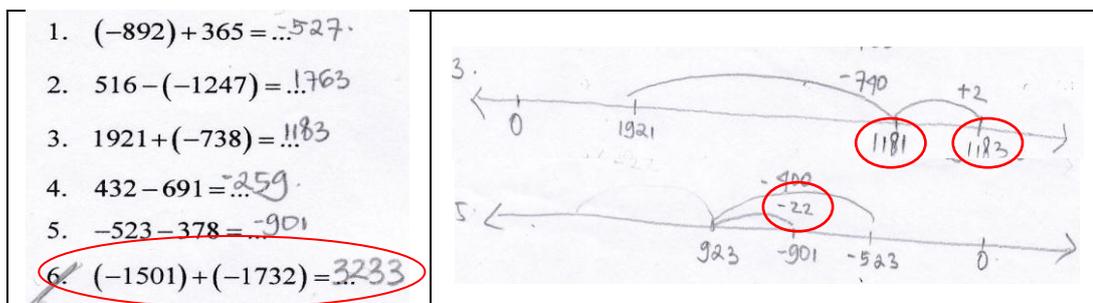


Gambar 4.23 Garis Bilangan SP IV untuk LAS III

Peran aktif Dinda mulai terlihat saat maju ke depan mengoreksi jawaban yang dituliskan temannya dalam menyelesaikan serangkaian soal pengurangan bilangan bulat. Perubahan sikap Dinda untuk mau maju ke depan kelas menuliskan jawaban menunjukkan perkembangan yang baik karena sebelumnya Dinda hanya menyampaikan pendapatnya secara personal kepada guru dari tempat duduk. Dinda juga mulai mampu memahami pengurangan bilangan bulat dengan baik dan juga mengembangkan strategi mental aritmatika pada saat penyelesaian

LKS III pertemuan ketiga. Hal ini ditunjukkan dari semua jawaban benar yang dituliskan Dinda pada LKS III dengan strategi penyelesaian yang sama seperti SP III. Hasil tersebut menunjukkan perkembangan yang baik karena pada pertemuan sebelumnya Dinda tidak menunjukkan strategi mental apapun.

Pada saat penyelesaian tes evaluasi akhir, Dinda melakukan kesalahan pada soal nomor 6 yaitu soal penjumlahan dua bilangan bulat negatif yang seharusnya hasilnya adalah bilangan bulat negatif. Strategi yang digunakan Dinda hampir sama dengan SP III, namun Dinda terlihat keliru dalam menempatkan bilangan yang dibutuhkan pada soal nomor 3 yaitu menempatkan bilangan bulat positif yang lebih kecil di sebelah kanan bilangan bulat positif yang lebih besar. Dinda juga terlihat tidak teliti dalam menuliskan tanda operasi bilangan yang dibutuhkan pada garis bilangan, hal ini terlihat bahwa pada soal nomor 5 Dinda bermaksud untuk menuliskan +22, bukan -22.



Gambar 4.24 Kesalahan SP IV pada Soal Nomor 6 dan Saat Menjelaskan Strategi Mental

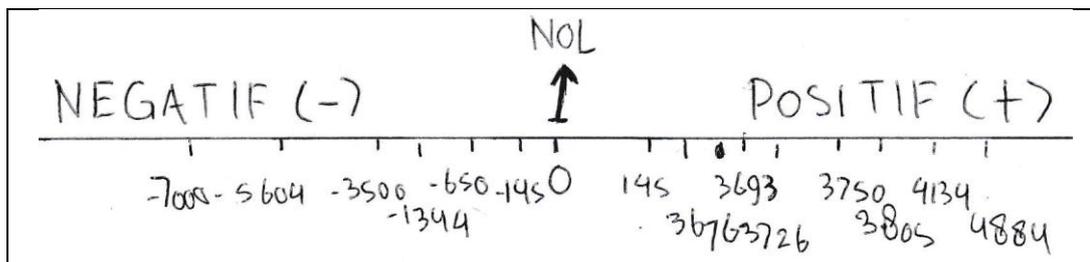
Berdasarkan hasil secara keseluruhan, dapat dilihat bahwa Dinda sudah memahami penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dengan baik. Strategi yang digunakan Dinda juga beragam dari yang semula tidak dapat memanfaatkan strategi mental aritmatika dalam penyelesaian soal, kini sudah bisa memilih strategi yang sesuai dengan kebutuhan soal dan dirasa paling efektif. Namun,

Dinda harus lebih meningkatkan peran aktifnya dalam kegiatan pembelajaran dan ketelitiannya dalam bekerja agar kemampuan yang dimiliki dapat terasah dengan optimal.

e. Analisis SP V

Siswa yang dijadikan SP V adalah Haikal, siswa ini memiliki kemampuan memahami pengajaran dan pembelajaran tidak terlalu baik dibandingkan teman-temannya. Akan tetapi, Haikal memiliki semangat belajar yang tinggi, ia aktif bertanya jika ada materi yang tidak dimengerti.

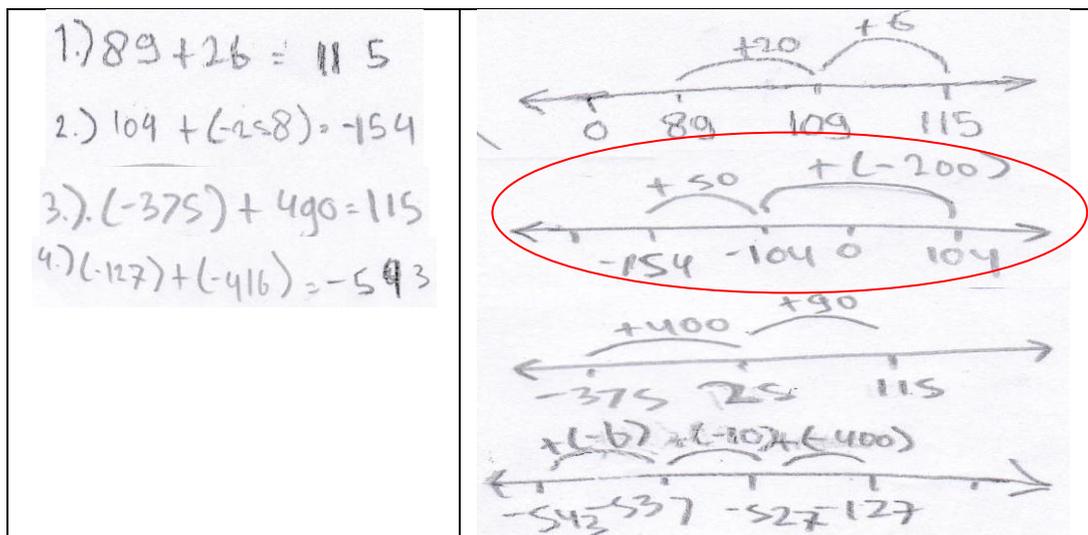
Pada saat penyelesaian aktivitas 1 LAS I, Haikal muncul dengan jawaban seperti pada gambar 4.1a halaman 49. Haikal menyelesaikan aktivitas 1 dengan menggambar garis bilangan horizontal, meletakkan bilangan nol diantara bilangan bulat positif dan negatif, lalu mengurutkan ketinggian gunung dari yang paling rendah hingga yang paling tinggi, begitu juga dengan kedalaman laut dituliskan dari kedalaman laut paling rendah hingga paling dalam. Haikal juga menuliskan keterangan-keterangan sesuai dengan bilangan yang dituliskan. Haikal menambahkan kata-kata “POSITIF” di sebelah kanan bilangan nol dan “NEGATIF” di sebelah kiri bilangan nol yang dituliskan di atas garis bilangan. Berlanjut untuk aktivitas 2 LAS I, terlihat Haikal kembali menggambar garis bilangan horizontal lalu meletakkan bilangan yang diminta pada garis bilangan tersebut. Cara Haikal dalam menempatkan bilangan tersebut adalah sama seperti kebanyakan siswa lainnya yaitu tanpa melalui penghitungan terlebih dahulu seperti terlihat pada gambar 4.25. Perbedaan dengan gambar 4.4b pada halaman 51 adalah Haikal menggambarkannya dalam garis bilangan horizontal.



Gambar 4.25 Garis Bilangan SP V untuk LAS I Aktivitas 2

Haikal terlihat antusias saat mengikuti kegiatan pembelajaran pada pertemuan kedua. Ia mampu menuliskan operasi bilangan yang sesuai dengan ilustrasi cerita dan menggambarkannya dengan baik pada garis bilangan. Haikal juga menambahkan garis lengkung untuk menunjukkan penghitungan pada garis bilangan dan menunjukkan posisi akhir masing-masing dari pendaki dan penyelam.

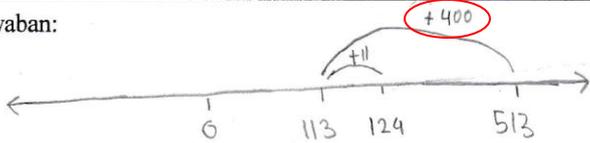
Antusiasme Haikal berlanjut pada saat guru mengadakan diskusi kelas untuk membahas penjumlahan dengan bilangan bulat negatif dan menyajikan serangkaian soal penjumlahan bilangan bulat untuk mengembangkan strategi mental aritmatika. Meskipun tidak terlibat aktif dalam mengemukakan pendapat, Haikal cukup tekun menyaksikan jalannya diskusi kelas. Pada akhir pertemuan kedua, Haikal terlihat memahami materi yang dibahas pada pertemuan tersebut yakni mengenai penjumlahan bilangan bulat, hal ini terlihat dari semua jawaban benar yang dituliskan oleh Haikal pada LKS II yang diberikan guru pada akhir pertemuan kedua. Strategi *count on* digunakan Haikal untuk soal nomor 1 dan 3, sedangkan soal nomor 2 dan 4 diselesaikan dengan strategi *count back*.. Namun, Haikal terlihat keliru saat menuliskan strateginya untuk soal nomor 2. Haikal juga terlihat belum fleksibel dalam memilih bilangan yang digunakan untuk memulai penghitungan.



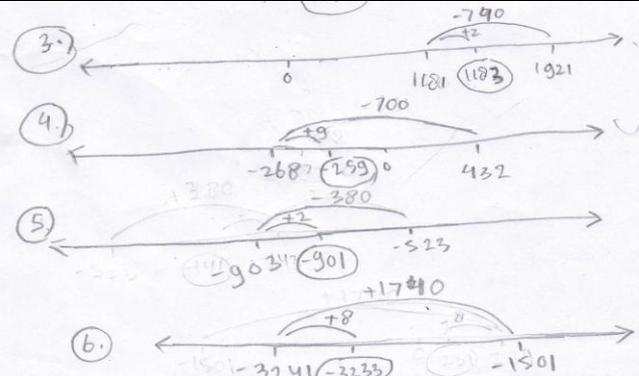
Gambar 4.26 Penyelesaian SP V untuk LKS II dan Kesalahan pada Penulisan Strategi Jawaban Nomor 2

Pada pertemuan ketiga saat penyelesaian LAS III, Haikal mampu menuliskan operasi bilangan yang sesuai dengan ilustrasi cerita. Sama seperti SP IV pada gambar 4.23 halaman 82, Haikal menunjukkan penghitungan yang dilakukan pada garis bilangan horizontal. Perkembangan strategi mental aritmatika Haikal mulai berkembang saat menyelesaikan soal-soal pada LKS III. Strategi Haikal berkembang dari yang semula *count on* atau *count back*, menjadi *compensation* untuk penyelesaian soal nomor 1. Walaupun hanya menjawab 2 soal dengan benar dari keseluruhan 4 soal, Haikal terlihat sudah cukup memahami materi pengurangan bilangan bulat dengan baik. Kesalahan dilakukan Haikal pada soal nomor 2 dan 3 karena kecerobohan, Haikal melihat tanda operasi bilangan yang seharusnya adalah pengurangan menjadi penjumlahan, hal ini terlihat pada penggambaran strategi yang dituliskan Haikal. Penggambaran strategi Haikal untuk soal nomor 1 dan 4 sama seperti SP III dan IV. Namun, Haikal terlihat tidak teliti dalam menuliskan operasi penghitungan yang dilakukan pada penggambaran

strategi mental, yaitu pada soal nomor 1, Haikal bermaksud untuk menuliskan penghitungan -400 bukan $+400$.

<ol style="list-style-type: none"> 1. $513-389=...124$ 2. $124-(-617)=...-493$ 3. $(-359)-216=...143$ 4. $(-478)-(-636)=...158$ 	<p>Jawaban:</p> <p>1.) </p>
---	---

Gambar 4.27 Kesalahan SP V pada Soal Nomor 2 dan 3 Serta Kesalahan pada Penggambaran Strategi untuk Soal Nomor 1 pada LKS III

<ol style="list-style-type: none"> 1. $(-892)+365=...-527$ 2. $516-(-1247)=...737$ 3. $1921+(-738)=...1183$ 4. $432-691=...-259$ 5. $-523-378=...-901$ 6. $(-1501)+(-1732)=...-3233$ 	
--	---

Gambar 4.28 Kesalahan SP V pada Soal Nomor 2 dan Strategi Mental untuk Soal Nomor 3,4,5, dan 6 pada Tes Evaluasi Akhir

Haikal hanya melakukan kesalahan sebanyak satu nomor pada tes evaluasi akhir yaitu pada soal nomor 2. Haikal mengabaikan bilangan bulat negatif pada soal nomor 2 sehingga pengurangan yang terjadi seperti mengurangkan dengan bilangan bulat positif: $516-(-1247)$ diselesaikan dengan $516-1247$. Haikal melakukan strategi *count on* dengan lompatan bilangan yang sama seperti SP III untuk soal nomor 1, sedangkan untuk soal lainnya terlihat Haikal hanya menggunakan satu strategi yaitu *compensation*. Pemilihan strategi *compensation* untuk beberapa soal memang terlihat memudahkan, hal ini terlihat dari pemilihan lompatan bilangan Haikal pada soal nomor 6 yang terlihat lebih sederhana dibandingkan dengan SP III, namun tidak untuk soal nomor 4. Terlihat bahwa

Haikal harus melakukan penghitungan dengan melompati bilangan 0 yang tentu terlihat tidak mudah. Haikal terlihat masih menunjukkan kecerobohan dalam menuliskan tanda operasi bilangan yang dimaksud pada garis bilangan yaitu terlihat pada soal nomor 6, dimana Haikal bermaksud untuk menunjukkan penghitungan -1740 bukan $+1740$.

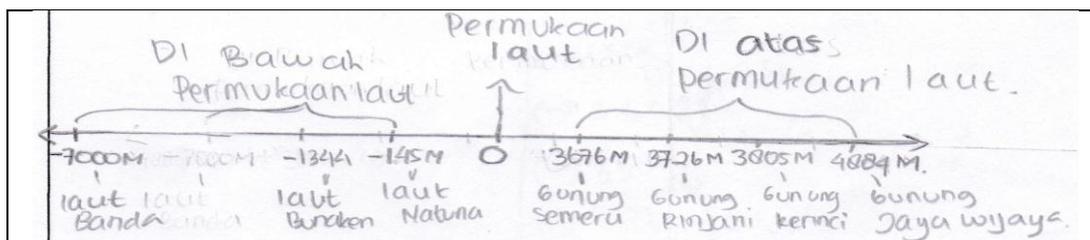
Jika dilihat secara keseluruhan berdasarkan jawaban-jawaban yang dituliskan Haikal pada LAS, LKS, maupun tes evaluasi akhir, terlihat Haikal sudah memahami penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dengan cukup baik. Strategi yang digunakan Haikal pun berkembang dalam menyelesaikan setiap soal yang disajikan. Haikal mampu menentukan lompatan bilangan yang dianggap paling efektif dalam menyelesaikan soal.

f. Analisis SP VI

Syarah merupakan SP VI yang memiliki kemampuan memahami pengajaran dan pembelajaran tidak terlalu baik dibandingkan dengan teman-temannya. Syarah cenderung tidak aktif dalam kegiatan pembelajaran di kelas dan enggan untuk bertanya saat menemukan kesulitan dalam belajar.

Jawaban yang dituliskan Syarah untuk aktivitas 1 LAS I sama seperti SP V yaitu melalui garis bilangan horizontal. Perbedaannya adalah jika SP V menuliskan keterangan “POSITIF” dan “NEGATIF” di atas garis bilangan yang dibuat, Syarah menuliskan keterangan “permukaan laut” di atas bilangan nol, “di atas permukaan laut” di sebelah kanan bilangan nol dan menambahkan garis untuk menunjukkan bilangan yang menyatakan ketinggian gunung, serta “di bawah permukaan laut” di sebelah kiri bilangan nol dan menambahkan garis untuk

menunjukkan bilangan yang menyatakan kedalaman laut. Pada aktivitas 2, Syarah juga hanya menempatkan bilangan tanpa melalui penghitungan. Selisih antar bilangan yang terdapat di kertas LAS miliknya dituliskan saat proses diskusi kelas berlangsung.



Gambar 4.29 Penyelesaian SP VI untuk LAS I

Saat kegiatan pembelajaran berlanjut pada pertemuan kedua, Syarah mampu menuliskan dengan baik operasi bilangan yang sesuai dengan ilustrasi cerita pada LAS II dan menggambarkannya dalam garis bilangan vertikal. Sama seperti pada gambar 4.7 halaman 54, Syarah menunjukkan penghitungan yang dilakukan dengan garis lurus dan tanda panah di ujungnya. Perbedaannya adalah jika pada gambar 7 semua bilangan dituliskan pada garis bilangan, bilangan-bilangan yang diletakkan pada garis bilangan Syarah ditulis berdasarkan lompatan 3 untuk bilangan bulat negatif dan lompatan 2 untuk bilangan bulat positif.

Syarah mengikuti kegiatan diskusi kelas pada pertemuan kedua dengan baik tanpa adanya pertanyaan. Saat ditanyakan oleh guru, Syarah menjawab bahwa ia memahami jalannya diskusi kelas yang membahas materi penjumlahan bilangan bulat. Syarah terlihat sibuk menulis di kertas mencoba strategi mental aritmatika saat guru menyajikan soal-soal untuk mengembangkan strategi tersebut. Kemampuan Syarah dalam memahami penjumlahan bilangan bulat ditunjukkan oleh semua jawaban benar pada LKS II. Namun, pengembangan

strategi Syarah belum terlihat. Syarah hanya mampu menjelaskan dengan baik strategi *count on* yang sama dengan SP V dan dituliskannya untuk soal nomor 1.

Kemampuan Syarah berkembang dalam menggambarkan garis bilangan untuk operasi bilangan pada LAS III. Syarah tidak lagi menempatkan beberapa bilangan pada garis bilangan. Syarah hanya menuliskan bilangan yang terlibat dalam operasi bilangan, bilangan nol di antara bilangan bulat positif dan negatif, serta menunjukkan operasi bilangan pada garis bilangan dengan menggunakan garis lengkung sama seperti pada gambar 4.9.

<ol style="list-style-type: none"> 1. $513-389=...124$ 2. $124-(-617)=...741$ 3. $(-359)-216=...-143$ 4. $(-478)-(-636)=...-158$ 	<p>Jawaban:</p> 
--	---

Gambar 4.30 Kesalahan SP VI untuk LKS III Nomor 3 dan 4 Serta Penggambaran Strategi untuk Nomor 1

Pemahaman Syarah mengenai pengurangan bilangan bulat belum cukup baik, hal ini terlihat dari jawaban yang dituliskan Syarah pada LKS III. Syarah hanya mampu menjawab 2 soal benar dari 4 soal yang disajikan. Jawaban yang dituliskan Syarah pada soal nomor 1 dan 2 menunjukkan bahwa Syarah mampu menjelaskan strategi yang dilakukan dengan baik. Strategi yang digunakan Syarah berkembang, dari yang semula *count on* menjadi *compensation* untuk soal nomor 1 dengan memilih lompatan bilangan 390. Soal nomor 2 diselesaikan Syarah menggunakan strategi yang sama dengan SP I, yaitu *count on* dan penghitungan dimulai dari bilangan 617. Kesalahan Syarah ditunjukkan pada soal nomor 3, yaitu $(-359)-216$. Syarah menyelesaikan soal tersebut dengan cara $(-359)+216=-143$, padahal yang harus dilakukan Syarah adalah $(-359)-216=(-359)+(-216)=$

-575. Kesalahan selanjutnya ditunjukkan pada soal nomor 4, yaitu $(-478)-(-636)$. Syarah menjawabnya dengan cara $(-636)+478=-158$, padahal jawaban yang benar adalah 158.

<ol style="list-style-type: none"> 1. $(-892)+365=...-527$ 2. $516-(-1247)=...1763$ 3. $1921+(-738)=...1183$ 4. $432-691=...-259$ 5. $-523-378=...-901$ 6. $(-1501)+(-1732)=...-3233$ 	
---	--

Gambar 4.31 Penyelesaian SP VI untuk Tes Evaluasi Akhir dan Kesalahan yang Dilakukan dalam Menuliskan Strategi Mental

Pemahaman Syarah terhadap penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat menunjukkan perkembangan yang baik, hal ini ditunjukkan dari semua jawaban benar yang dituliskan Syarah pada soal-soal tes evaluasi akhir. Strategi yang digunakan Syarah untuk tes evaluasi akhir hampir sama seperti SP V yaitu didominasi strategi *compensation*. Namun, kekeliruan Syarah dalam menuliskan urutan bilangan pada garis bilangan dalam menjelaskan strategi mental masih terlihat pada penyelesaian tes evaluasi akhir. Kesalahan dalam meletakkan bilangan terlihat pada soal nomor 3 yang sama seperti SP IV, nomor 1, dan nomor 6. Kecerobohan Syarah dalam menuliskan bilangan terlihat pada soal nomor 2, yaitu Syarah bermaksud untuk menulis bilangan 1247 bukan -1247. Syarah sebenarnya sudah mampu memilih dengan baik bilangan yang akan dijadikan awal penghitungan dan lompatan bilangan yang memudahkan penghitungan. Syarah hanya membutuhkan waktu yang lebih banyak dan ketelitian yang lebih

dibandingkan dengan teman-temannya agar mampu menuliskan strategi mental yang dimaksud dengan tepat dan benar.

2. Analisis Soal-Soal

Analisis soal-soal merupakan bagian yang memuat analisa dari soal-soal yang diberikan kepada siswa selama pelaksanaan penelitian, seperti soal dalam aktivitas kelompok atau LAS, soal evaluasi tiap pertemuan atau LKS, dan soal tes evaluasi akhir. Analisa dilakukan pada setiap butir soal baik dalam aktivitas kelompok maupun individu. Berikut ini adalah uraian yang menjelaskan analisa dari setiap soal dalam upaya memahami penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat, serta mengembangkan strategi mental aritmatika.

a. Pertemuan Pertama

Pertemuan pertama memuat aktivitas diskusi kelas dan diskusi kelompok membahas LAS. Diskusi kelas dilaksanakan dengan tujuan untuk menentukan bilangan yang menyatakan permukaan laut, ketinggian gunung, dan kedalaman laut hingga sampai pada definisi bilangan bulat. Setelah proses diskusi kelas selesai, kegiatan pembelajaran dilanjutkan dengan aktivitas 1 dan 2 pada LAS I. Aktivitas 1 berisi pertanyaan yang terkait dengan kesimpulan diskusi kelas untuk mengingatkan siswa mengenai garis bilangan bulat, lalu dilanjutkan aktivitas 2 dengan tujuan mengeksplorasi hubungan antar bilangan yang dimiliki siswa melalui garis bilangan bulat. Berikut ini adalah uraian yang memuat analisa setiap soal dalam tiap tahapan pertemuan pertama:

1) Analisis Proses Diskusi Kelas

Penyajian konteks pada saat diskusi kelas mampu meningkatkan minat

siswa dalam mengikuti kegiatan pembelajaran. Penyajian konteks disajikan karena sesuai dengan salah satu dari lima karakteristik PMRI. Siswa terlihat antusias saat guru mulai membahas satu per satu bilangan apa yang digunakan untuk menyatakan ketinggian gunung, permukaan laut, dan kedalaman laut.

Siswa awalnya kesulitan saat guru menanyakan acuan untuk mengukur ketinggian gunung. Selanjutnya melalui arahan yang diberikan oleh guru, satu per satu siswa mengacungkan tangan untuk menjawab pertanyaan yang diajukan. Saat ada salah satu siswa menjawab, guru menanyakan kepada siswa lainnya apakah memiliki jawaban lain. Misalkan saat Tiara mengacungkan tangan menjawab bahwa bilangan yang digunakan untuk menyatakan permukaan laut adalah bilangan nol. Saat guru menanyakan kepada siswa lainnya apakah ada jawaban lain, satu per satu siswa menyadari jawaban dan alasan Tiara adalah benar. Proses diskusi kelas yang efektif akhirnya mengungkap bahwa ketinggian gunung dinyatakan dengan bilangan bulat positif, permukaan laut dinyatakan dengan bilangan nol, dan kedalaman laut dinyatakan dengan bilangan bulat negatif. Berikut adalah transkrip percakapan yang terjadi saat siswa bersama guru menyimpulkan definisi bilangan bulat:

Guru : *Jadi anak-anak, siapa yang dapat merangkum apa saja yang telah kita pelajari tadi?*

Siswa : *Ketinggian gunung dinyatakan dengan bilangan bulat positif, permukaan laut dinyatakan dengan bilangan nol, dan kedalaman laut dinyatakan dengan bilangan bulat negatif.*

Guru : *Ya, benar. Apakah kalian tahu jenis bilangan yang dimaksud?*

Siswa : *(terdiam sesaat) Bilangan bulat, Bu.*

Guru : *Ya, benar anak-anak. Jadi, coba acungkan tangan, ada yang bisa mengulang definisi bilangan bulat?*

Siswa : *Jadi, bilangan bulat adalah bilangan yang terdiri dari bilangan bulat positif, bilangan nol, dan bilangan bulat negatif.*

Siswa lain dapat mengulang pernyataan yang diucapkan oleh temannya, hal ini berarti bahwa siswa mengikuti jalannya diskusi kelas dengan baik dan fokus.

2) Analisis Soal Aktivitas 1 LAS I

Aktivitas 1 merupakan aktivitas dimana siswa akan membuat garis bilangan bulat berdasarkan konteks yang sebelumnya telah disajikan yaitu ketinggian gunung, permukaan laut, dan kedalaman laut. Aktivitas ini dibuat berdasarkan konteks PMRI yaitu menggunakan konteks pada kegiatan pembelajaran. Tujuan diberikannya aktivitas ini kepada siswa adalah untuk mengetahui apakah siswa mampu mengingat bilangan bulat yang disajikan pada garis bilangan berdasarkan pemahaman yang dimiliki siswa di sekolah dasar.

Garis bilangan yang dibuat oleh siswa untuk aktivitas ini terbagi menjadi dua macam, yaitu: 13 kelompok menjawab garis bilangan horizontal seperti pada gambar 4.1a halaman 49 dan sisanya yaitu 6 kelompok menjawab garis bilangan vertikal seperti pada gambar 4.1b halaman 49. Jawaban yang menunjukkan bahwa lebih banyak kelompok dengan jawaban garis bilangan horizontal merupakan hal di luar hipotesis, hal ini dikarenakan jika dikaitkan dengan konteks, garis bilangan yang lebih mudah dibayangkan adalah garis bilangan vertikal. Saat guru bertanya kepada siswa yang menjawab dengan garis bilangan vertikal, alasannya adalah karena siswa tersebut membayangkan gunung dan laut ada pada satu tempat lalu permukaan laut yang membatasinya sehingga lebih mudah digambarkan dengan garis vertikal. Selanjutnya saat guru bertanya kepada siswa yang menjawab dengan garis bilangan horizontal, alasannya adalah karena siswa terbiasa melihat garis bilangan horizontal pada buku. Baik siswa yang menjawab garis bilangan

vertikal maupun horizontal, guru dapat melihat bahwa siswa sudah dapat meletakkan bilangan nol, bilangan bulat positif, dan negatif dengan tepat pada garis bilangan. Garis bilangan vertikal dijawab oleh SP I, II, dan IV, sedangkan garis bilangan horizontal dijawab oleh SP III, V, dan VI.

3) Analisis Soal Aktivitas 2 LAS I

Pada aktivitas 2, siswa kembali menuliskan garis bilangan yang telah dibuat sebelumnya dengan penambahan beberapa bilangan yang diminta pada soal. Aktivitas ini dibuat masih berkaitan dengan aktivitas sebelumnya. Tujuan diberikannya aktivitas ini kepada siswa adalah untuk mengetahui kemampuan hubungan antar bilangan yang dimiliki oleh siswa melalui aktivitas peletakan bilangan pada garis bilangan.

Tujuh belas kelompok siswa terlihat hanya memperkirakan letak bilangan yang diminta di antara dua bilangan yang sudah ada tanpa memperhitungkan selisih bilangan tersebut dengan dua bilangan yang mengapitnya seperti terlihat pada gambar 4.4*a* halaman 51. Hanya dua kelompok yang muncul dengan strategi menentukan selisih bilangan dengan bilangan yang mengapitnya terlebih dahulu, lalu meletakkan bilangan yang diminta lebih dekat dengan bilangan yang memiliki selisih lebih sedikit seperti terlihat pada gambar 4.4*b* halaman 51. SP I, II, V, dan VI menjawab dengan cara peletakan bilangan langsung pada garis bilangan, sedangkan SP III dan IV menjawab dengan strategi menghitung selisih bilangan lebih dahulu. Kemampuan hubungan antar bilangan yang lebih baik ditunjukkan oleh SP III saat guru menanyakan alasan dalam peletakan bilangan 145 dan -3500. Walaupun SP III menggunakan strategi menghitung selisih dalam

meletakkan bilangan yang diminta, namun siswa tersebut memiliki strategi lain untuk penempatan bilangan 145 dan -3500 tanpa melalui selisih (lihat transkrip percakapan halaman 76).

b. Pertemuan Kedua

Pertemuan kedua memuat satu aktivitas kelompok menjawab LAS, diskusi kelas, dan LKS yang dikerjakan secara individu. Aktivitas-aktivitas tersebut antara lain adalah aktivitas memahami penjumlahan bilangan bulat melalui konteks, serta memahami dan mengembangkan strategi mental aritmatika melalui penyajian soal-soal penjumlahan bilangan bulat. Berikut ini adalah uraian yang memuat analisa setiap soal dalam aktivitas pertemuan kedua dan LKS:

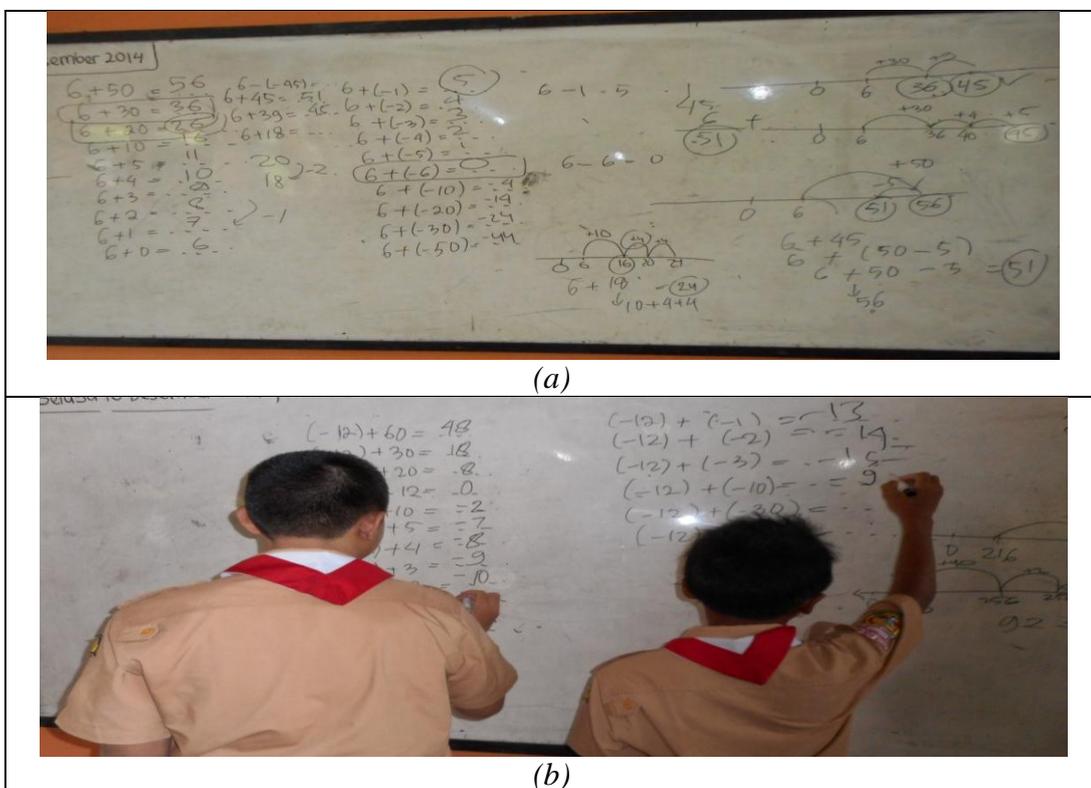
1) Analisis Soal LAS II

Pada LAS II ini siswa diminta untuk menentukan posisi akhir pendaki dan penyelam yang sama-sama bergerak naik, menuliskan operasi bilangan yang sesuai dengan ilustrasi cerita, dan menunjukkan penghitungan yang dilakukan pada garis bilangan. Tujuan diberikannya aktivitas ini adalah siswa dapat memiliki gambaran awal bagaimana memahami dan menyelesaikan penjumlahan bilangan bulat yang diawali dengan konteks.

Pada saat menuliskan operasi bilangan, 2 dari 11 kelompok siswa terlihat melakukan kesalahan dalam menuliskan operasi bilangan yang sesuai untuk keadaan penyelam yaitu $(-12)-9= -3$ padahal seharusnya adalah $(-12)+9= -3$. Selanjutnya saat menggambar garis bilangan, 4 dari 11 kelompok siswa hanya menggambar garis bilangan tanpa adanya garis tambahan untuk menunjukkan penghitungan yang dilakukan seperti yang dilakukan SP IV pada gambar 4.21

halaman 81. Keseluruhan SP dapat menuliskan dengan benar operasi bilangan yang sesuai dengan ilustrasi cerita pada LAS dan hanya satu siswa yaitu SP IV yang menggambarkan garis bilangan tanpa adanya garis tambahan untuk menunjukkan penghitungan yang dilakukan. Garis bilangan yang dibuat siswa dalam penyelesaian masih terbagi menjadi dua macam, yaitu garis bilangan vertikal dan garis bilangan horizontal.

2) Analisis Soal Penjumlahan di Papan Tulis



Gambar 4.32 (a) Soal-soal yang Disajikan di Papan Tulis untuk Membahas Penjumlahan Bilangan Bulat, (b) Dua Orang Siswa sedang Menulis Jawaban di Papan Tulis

Penyajian soal-soal di papan tulis dilakukan dengan tujuan untuk memberi siswa pemahaman yang lebih baik dan matang terhadap materi yang dibahas. Tujuan lainnya adalah memberi kesempatan kepada siswa untuk mengembangkan strategi mental aritmatika dalam setiap soal yang disajikan.

Tabel 4.2 Soal-soal Penjumlahan Bilangan Bulat yang Disajikan di Papan Tulis

Pola 1:	$6+(-1)=...$	$16+50=...$
$6+50=...$	$6+(-2)=...$	$36+50=...$
$6+30=...$	$6+(-3)=...$	$136+50=...$
$6+20=...$	$6+(-4)=...$	$136+150=...$
$6+10=...$	$6+(-5)=...$	$6+45=...$
$6+8=...$	$6+(-6)=...$	$6+39=...$
$6+5=...$	$6+(-7)=...$	$6+18=...$
$6+4=...$	$6+(-8)=...$	$6+(-27)=...$
$6+3=...$	$6+(-10)=...$	$6+(-32)=...$
$6+2=...$	$6+(-20)=...$	$6+(-48)=...$
$6+1=...$	$6+(-30)=...$	
$6+0=...$	$6+(-50)=...$	
Pola 2:		
$(-12)+60=...$	$(-12)+(-1)=...$	$(-12)+39=...$
$(-12)+30=...$	$(-12)+(-2)=...$	$(-12)+23=...$
$(-12)+20=...$	$(-12)+(-3)=...$	$(-12)+61=...$
$(-12)+12=...$	$(-12)+(-4)=...$	$(-12)+161=...$
$(-12)+10=...$	$(-12)+(-5)=...$	$(-12)+261=...$
$(-12)+5=...$	$(-12)+(-10)=...$	$(-12)+(-68)=...$
$(-12)+4=...$	$(-12)+(-20)=...$	$(-12)+(-168)=...$
$(-12)+3=...$	$(-12)+(-30)=...$	$(-12)+(-168)=...$
$(-12)+2=...$	$(-12)+(-60)=...$	
$(-12)+2=...$		
$(-12)+1=...$		
$(-12)+0=...$		

Soal pola 1 diselesaikan oleh Ega (SP II), sedangkan soal pola 2 diselesaikan oleh Shihab dan Daniel (SP I). Semua jawaban yang dituliskan oleh ketiga siswa tersebut benar. Ketiga siswa tersebut juga dapat menyampaikan alasannya dengan baik terkait jawaban yang dituliskan. Kegiatan selanjutnya adalah guru mengadakan diskusi kelas setelah siswa yang maju ke depan selesai menuliskan jawaban dan menjelaskan strategi yang dilakukan. Seluruh siswa yang maju ke depan tersebut menyelesaikan soal-soal di papan tulis tanpa melihat adanya pola yang terbentuk dari jawaban-jawaban tersebut. Pada saat diskusi kelas membahas soal-soal yang disajikan, siswa terlihat mengikutinya dengan baik. Beberapa siswa sudah paham dengan jawaban yang dijelaskan oleh ketiga

temannya yang maju ke depan dan dapat mengulang dengan baik yang selanjutnya akan disebut sebagai siswa A, namun beberapa siswa lainnya masih terlihat kebingungan dalam menentukan cara untuk menyelesaikan soal di papan tulis yang selanjutnya akan disebut sebagai siswa B. Guru mengarahkan jalannya diskusi kelas untuk mencapai tujuan pembelajaran yang diinginkan pada pertemuan kedua, yaitu memahami penjumlahan bilangan bulat. Berikut ini adalah transkrip percakapan yang menunjukkan jalannya diskusi kelas pada pertemuan kedua:

- Guru : *Bagaimana cara menyelesaikan $6+(-1)$?*
 Siswa A dan B : *Cara menyelesaikannya dengan dikurang bu, karena $6+(-1)=6-1=5$.*
- Guru : *Baik, lalu ada yang bisa menjelaskan hasil dari $6+(-6)$?*
 Siswa A dan B : *Hasilnya 0 bu karena $6+(-6)=6-6=0$.*
- Guru : *Jika itu balik menjadi $(-6)+6$ apakah hasilnya sama?*
 Siswa A dan B : *Sama bu karena bilangan nya habis.*
- Guru : *Baik, jadi penjumlahan dengan sifat bagaimana yang menghasilkan bilangan 0?*
 Siswa : *Jika ada bilangan positif dijumlahkan dengan bilangan negatif yang memiliki nilai sama, Bu.*
- Guru : *Bagus. Lalu, bagaimana untuk soal $6+(-50)$?*
 Siswa A : *Caranya sama seperti sebelumnya bu dengan cara dikurang. Karena $6+(-50)=6-50$. Penghitungannya dibalik dengan cara mengurangkan $50-6$ hasilnya menjadi -44 karena bilangan bulat negatif lebih besar.*
- Siswa B : *Bagaimana bisa seperti itu, Bu?*
 Guru : *Baik coba perhatikan baik-baik ya. Dilihat dari jawaban teman kalian yang dituliskan di papan tulis ini, apakah kalian menemukan suatu pola? (Guru menunjuk deretan jawaban dari $6+5$ sampai $6+(-6)$)*
- Siswa B : *(terdiam sejenak) Ada polanya bu, dikurang satu. Tadi hasil $6+(-6)$ kan 0 ya bu. Jadi, untuk $6+(-7)$ berarti -1 .*
- Guru : *Bagaimana kalian mendapatkan jawaban tersebut?*
 Siswa B : *Tadi sebelumnya kan hasilnya 0 berarti turun satu jadinya -1 . Atau bisa juga daari $7-6$ ya bu tapi hasilnya ditambah tanda negatif.*
- Guru : *Bagus. Jadi, kalian bisa melakukan cara yang sama kan untuk soal $6+(-50)$?*
 Siswa B : *Bisa, Bu.*

- Guru : Baik. Jadi, ada yang dapat menyimpulkan perbedaan antara hasil $6+(-1)$ dengan $6+(-50)$?
- Siswa A dan B: Jika bilangan bulat positif dijumlahkan dengan bilangan bulat negatif yang lebih kecil, hasilnya berupa bilangan bulat positif bu. Namun jika bilangan bulat positif dijumlahkan dengan bilangan bulat negatif yang lebih besar, maka hasilnya adalah bilangan bulat negatif, Bu.
- Guru : Selanjutnya jika ibu kembalikan ke konteks pendaki dan penyelam. Jika penjumlahan dengan bilangan bulat positif diartikan dengan naik, bagaimana dengan penjumlahan dengan bilangan bulat negatif tadi?
- Siswa A dan B: Diartikan dengan turun, Bu.
- Guru : Bagus, selanjutnya ada yang bisa mengulang strategi bagaimana menyelesaikan $(-12)+(-3)$?
- Siswa A dan B: Caranya dijumlahkan bu. $12+3=15$, namun karena bilangan yang dijumlahkan keduanya bilangan bulat negatif, maka hasilnya bilangan bulat negatif.
- Guru : Jadi ibu tanya ulang, apa hasilnya jika kedua bilangan bulat negatif dijumlahkan?
- Siswa A dan B: Hasilnya bilangan bulat negatif, Bu.

Melalui jalannya diskusi kelas, terlihat bahwa secara perlahan siswa sudah memahami dengan baik materi penjumlahan bilangan bulat. Kegiatan selanjutnya adalah guru menyajikan soal-soal yang bertujuan untuk pengembangan strategi mental. Guru berkali-kali mengatakan untuk melihat jawaban dari soal sebelumnya untuk menjawab soal yang disajikan. Hanya terlihat beberapa siswa yang menyampaikan pendapatnya terkait soal tersebut, diantaranya adalah Zulia (lihat transkrip percakapan halaman 77) dan Ega (lihat gambar 4.16 halaman 73). Saat siswa menjelaskan dengan lisan, guru menggambar garis bilangan kosong untuk menunjukkan strategi yang dimaksud. Guru terkadang juga meminta siswa untuk menunjukkan penghitungannya sendiri. Penjelasan yang diberikan guru terkait dengan penggunaan strategi mental pada pertemuan kedua sama seperti pada Lampiran 17 HLB gambar 2.15 halaman 188.

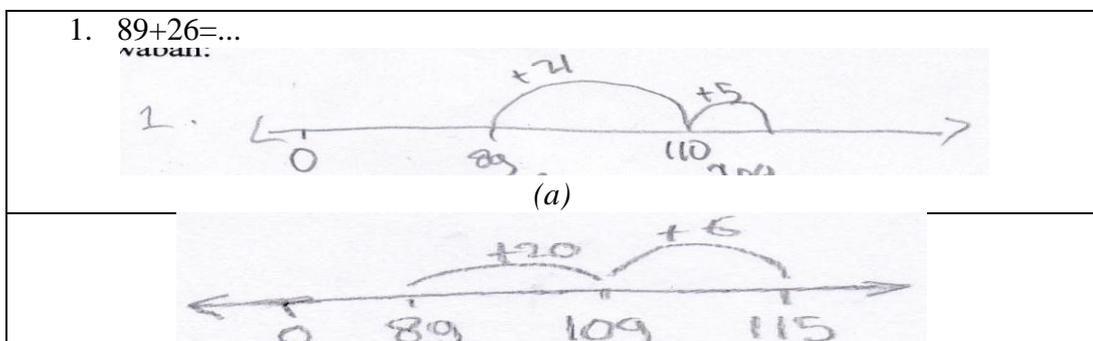
Penggunaan strategi mental aritmatika dalam menyelesaikan soal

nampaknya belum menjadi hal yang biasa bagi siswa. Hal ini terlihat dari hampir semua jawaban benar yang dituliskan keenam SP pada LKS II, namun hanya tiga dari enam SP yang mulai mencoba strategi mental dalam menyelesaikan soal-soal yang diberikan.

3) Analisis Soal LKS II

LKS II berisi empat soal penjumlahan bilangan bulat yang diberikan oleh guru pada akhir pertemuan kedua. LKS II diberikan kepada siswa dengan tujuan untuk mengetahui sudah sejauh mana pemahaman siswa terhadap materi penjumlahan bilangan bulat dan pengembangan strategi mental aritmatika yang digunakan siswa dalam penyelesaian setiap soal. Analisa untuk setiap butir soal pada LKS II akan disajikan pada penjelasan berikut ini:

i. Analisis Soal LKS II Nomor 1



Gambar 4.33 Soal LKS II Nomor 1 dan Penggunaan Strategi Mental yang Dilakukan untuk Menjawab Soal

Soal LKS II nomor 1 adalah $89 + 26 = \dots$, merupakan soal penjumlahan dua bilangan bulat positif. Tujuan diberikannya soal ini adalah untuk melihat apakah terdapat siswa yang salah dalam menghitung jawaban karena soal dengan tipe ini adalah soal yang sudah biasa ditemui oleh siswa dari sekolah dasar. Tujuan lainnya adalah untuk mengetahui perkembangan strategi mental yang dilakukan

untuk menjawab soal tersebut.

Seluruh SP dapat menjawab soal LKS II nomor 1 dengan benar. Namun dari keenam SP yang dianalisis, hanya terdapat tiga siswa yang menggunakan strategi mental untuk menyelesaikan soal tersebut yaitu SP II, V, dan VI. Strategi *count on* dengan pemilihan lompatan bilangan berbeda digunakan oleh ketiga SP tersebut, yaitu SP II memilih lompatan +21 dilanjutkan dengan +5 seperti terlihat pada gambar 4.33a sedangkan dua SP lainnya yaitu SP V dan VI memilih lompatan +20 dilanjutkan dengan +6 seperti pada gambar 4.33b.

ii. Analisis Soal LKS II Nomor 2

The image shows a student's handwritten solution for the problem $104 + (-258) = \dots$. The student has written the equation $2 \cdot 104 + (-258) = -154$. A horizontal line is drawn below the numbers, with an arrow pointing from 104 to -154. Above the line, there is a curved arrow pointing from 104 to $+(-258)$. Below the line, there is a curved arrow pointing from 104 to -154. To the right of the equation, the student has written the explanation: "karena -258 lebih besar dari 104 maka hasilnya (-)".

Gambar 4.34 Soal LKS II Nomor 2 dan Strategi yang Dilakukan SP IV untuk Menjawab Soal

Soal LKS II nomor 2 adalah $104 + (-258) = \dots$, merupakan soal penjumlahan bilangan bulat positif ditambahkan bilangan bulat negatif dengan nilai bilangan bulat negatif lebih besar. Tujuan diberikannya soal ini adalah untuk melihat pemahaman siswa terhadap soal dengan tipe yang dimaksud dan mengetahui perkembangan strategi mental siswa dalam menyelesaikan soal.

Seluruh SP dapat menjawab soal nomor 2 ini dengan benar. Namun, berdasarkan jawaban yang diperoleh terlihat bahwa belum ada satupun SP yang dapat menuliskan penggunaan strategi mental yang dilakukan dengan tepat. Walaupun belum ada satupun SP yang dapat menuliskan strategi mental dengan tepat, SP IV muncul dengan alasannya sendiri dalam menjawab. SP IV menjawab bahwa bilangan penjumlahan yang melibatkan bilangan bulat negatif lebih besar

dari bilangan bulat positif akan menghasilkan bilangan bulat negatif seperti terlihat pada gambar 4.34.

iii. Analisis Soal LKS II Nomor 3

3. $(-375)+490=...$
 3. $(-375)+490 = 115$ ← $\xrightarrow{+490}$ → karena 490 lebih besar dari 375 maka hasilnya (+)

Gambar 4.35 Soal LKS II Nomor 3 dan Strategi yang Dilakukan SP IV untuk Menjawab Soal

Soal LKS II nomor 3 adalah $(-375)+490=...$, merupakan soal penjumlahan bilangan bulat negatif ditambahkan bilangan bulat positif dengan nilai bilangan bulat negatif lebih kecil. Tujuan diberikannya soal ini adalah untuk melihat pemahaman siswa terhadap soal dengan tipe yang dimaksud dan mengetahui perkembangan strategi mental siswa dalam menyelesaikan soal.

Lima dari enam SP dapat menjawab soal ini dengan benar. SP I melakukan kesalahan dengan menjawab -115 padahal jawaban seharusnya adalah 115. Namun, berdasarkan semua jawaban benar yang diperoleh terlihat bahwa belum ada satupun SP yang dapat menuliskan penggunaan strategi mental yang dilakukan dengan tepat. Walaupun belum ada satupun SP yang dapat menuliskan strategi mental dengan tepat, SP IV muncul dengan alasannya sendiri dalam menjawab. SP IV menjawab bahwa bilangan penjumlahan yang melibatkan bilangan bulat negatif lebih kecil dari bilangan bulat positif akan menghasilkan bilangan bulat positif seperti terlihat pada gambar 4.35.

iv. Analisis Soal LKS II Nomor 4

Soal LKS II nomor 4 adalah $(-127)+(-416)=...$, merupakan soal penjumlahan yang melibatkan dua bilangan bulat negatif. Tujuan diberikannya soal ini

adalah untuk mengetahui pemahaman siswa terhadap soal dengan tipe yang dimaksud karena telah disimpulkan pada akhir pertemuan kedua. Tujuan lainnya adalah untuk mengetahui perkembangan strategi mental siswa dalam menyelesaikan soal.

4. $(-127)+(-416)=\dots$

Gambar 4.36 Soal LKS II Nomor 4 dan Strategi yang Dilakukan SP V untuk Menjawab Soal

Keenam SP dapat menjawab soal ini dengan benar. Seluruh SP paham bahwa hasil dari soal penjumlahan dua bilangan bulat negatif adalah bilangan bulat negatif. Mengenai penggunaan strategi mental yang dilakukan untuk menyelesaikan soal nomor 4, hanya SP V yang muncul dengan strategi *count back* seperti terlihat pada gambar 4.36.

c. Pertemuan Ketiga

Pertemuan ketiga memuat satu aktivitas kelompok menjawab LAS, diskusi kelas, dan LKS yang dikerjakan secara individu. Aktivitas kelompok dilakukan untuk memahami LAS pengurangan bilangan bulat melalui konteks, lalu dilanjutkan dengan memahami dan mengembangkan strategi mental aritmatika melalui penyajian soal-soal pengurangan bilangan bulat. Berikut ini adalah uraian yang memuat analisa setiap soal dalam aktivitas pertemuan ketiga dan LKS:

1) Analisis Soal LAS III

Pada LAS III ini siswa diminta untuk menentukan posisi akhir pendaki dan penyelam yang sama-sama bergerak turun, menuliskan operasi bilangan yang sesuai dengan ilustrasi cerita, dan menunjukkan penghitungan yang dilakukan

pada garis bilangan. Tujuan diberikannya aktivitas ini adalah siswa dapat memiliki gambaran awal bagaimana memahami dan menyelesaikan pengurangan bilangan bulat yang diawali dengan konteks.

Pada saat menuliskan operasi bilangan, keseluruhan kelompok siswa terlihat mampu menuliskan operasi bilangan yang sesuai baik untuk ilustrasi pendaki maupun penyelam. Selanjutnya saat menggambar garis bilangan, seluruh kelompok siswa juga dapat menggambar garis bilangan dan menunjukkan penghitungan yang dilakukan dengan benar seperti pada gambar 4.9. Keseluruhan SP dapat menuliskan dengan benar operasi bilangan yang sesuai dengan ilustrasi cerita pada LAS dan menggambarkannya dengan baik pada garis bilangan. Garis bilangan yang dibuat siswa dalam penyelesaian masih terbagi menjadi dua macam, yaitu garis bilangan vertikal seperti yang dituliskan oleh SP I, II, III, dan VI, sedangkan garis bilangan horizontal dituliskan oleh SP IV dan V.

2) Analisis Soal Pengurangan di Papan Tulis

Penyajian soal-soal di papan tulis dilakukan dengan tujuan untuk memberi siswa pemahaman yang lebih baik dan matang terhadap materi yang dibahas. Dikarenakan materi yang dibahas pada pertemuan ketiga adalah mengenai pengurangan bilangan bulat, maka soal-soal di papan tulis disajikan untuk memberi pemahaman yang lebih baik kepada siswa mengenai pengurangan bilangan bulat. Tujuan lainnya adalah memberi kesempatan kepada siswa untuk mengembangkan strategi mental aritmatika dalam setiap soal yang disajikan.

Setelah selesai menuliskan soal-soal di papan tulis, guru meminta dua orang siswa untuk maju ke depan untuk menuliskan jawaban dan menjelaskannya.

Tabel 4.3 Soal-soal Pengurangan Bilangan Bulat yang Disajikan di Papan Tulis

Pola 1		
$6-60=...$	$6-(-1)=...$	$6-(-160)=...$
$6-30=...$	$6-(-2)=...$	$206-(-160)=...$
$6-20=...$	$6-(-3)=...$	$6-52=...$
$6-10=...$	$6-(-4)=...$	$6-28=...$
$6-6=...$	$6-(-5)=...$	$6-8=...$
$6-5=...$	$6-(-10)=...$	$6-(-29)=...$
$6-4=...$	$6-(-20)=...$	$6-(-46)=...$
$6-3=...$	$6-(-30)=...$	$82-69=...$
$6-2=...$	$6-(-60)=...$	$412-289=...$
$6-1=...$		$205-(-716)=...$
$6-0=...$		
Pola 2		
$(-8)-50=...$	$(-8)-(-1)=...$	$(-8)-46=...$
$(-8)-30=...$	$(-8)-(-2)=...$	$(-8)-28=...$
$(-8)-10=...$	$(-8)-(-3)=...$	$(-8)-(-25)=...$
$(-8)-8=...$	$(-8)-(-8)=...$	$(-8)-(-37)=...$
$(-8)-3=...$	$(-8)-(-10)=...$	$(-8)-(-50)=...$
$(-8)-2=...$	$(-8)-(-20)=...$	$(-8)-(-150)=...$
$(-8)-1=...$	$(-8)-(-40)=...$	$(-108)-(-150)=...$
$(-8)-0=...$		$(-108)-(-130)=...$

Pada pola 1, kedua siswa yang maju ke depan kelas dapat menuliskan jawaban dengan benar dan menjelaskan dengan baik. Siswa sudah dapat menentukan strategi dalam menyelesaikan pengurangan dengan bilangan bulat negatif, yaitu sama seperti menjumlahkan. Saat guru menanyakan alasan mengapa hasil dari $6-60$ adalah bilangan bulat negatif yaitu -54 , siswa menjawab bahwa bilangan pengurang lebih besar, maka hasilnya adalah bilangan bulat negatif. Siswa dapat menjawab soal tersebut dengan baik karena masih mengingat cara yang dibahas pada pertemuan sebelumnya. Setelah kedua siswa yang maju ke depan selesai menjelaskan jawaban, guru selalu mengadakan diskusi kelas dengan cara meminta siswa lainnya untuk mengulang strategi yang telah dijelaskan sebelumnya. Siswa lain yang ditunjuk juga dapat mengulang strategi yang telah dijelaskan sebelumnya dengan baik. Selanjutnya dibahas soal-soal yang terkait dengan soal

sebelumnya agar siswa dapat mengembangkan strategi mental aritmatika. Penyajian soal yang tidak terkait juga diberikan mengingat hasil LKS II, yaitu siswa masih belum memanfaatkan strategi mental dengan maksimal jika diberikan soal-soal yang tidak memiliki pola dengan soal sebelumnya. Siswa diberikan kesempatan untuk lebih mengeksplor kemampuan yang dimiliki agar dapat mengembangkan strategi mental dengan lebih baik dengan bergantian maju ke depan kelas untuk menuliskan jawaban dari soal-soal yang diberikan. Saat tiba pada soal yang tidak terkait dengan soal berpola sebelumnya, siswa bertanya kepada guru dan berikut adalah transkrip percakapan yang terjadi:

Siswa : *Ibu, bagaimana cara efektif menyelesaikan soal 82-69?*

Guru : *Baik, coba perhatikan. Sebelumnya, bagaimana cara kalian menyelesaikan soal-soal yang ada?*

Siswa : *Biasanya ada polanya, Bu.*

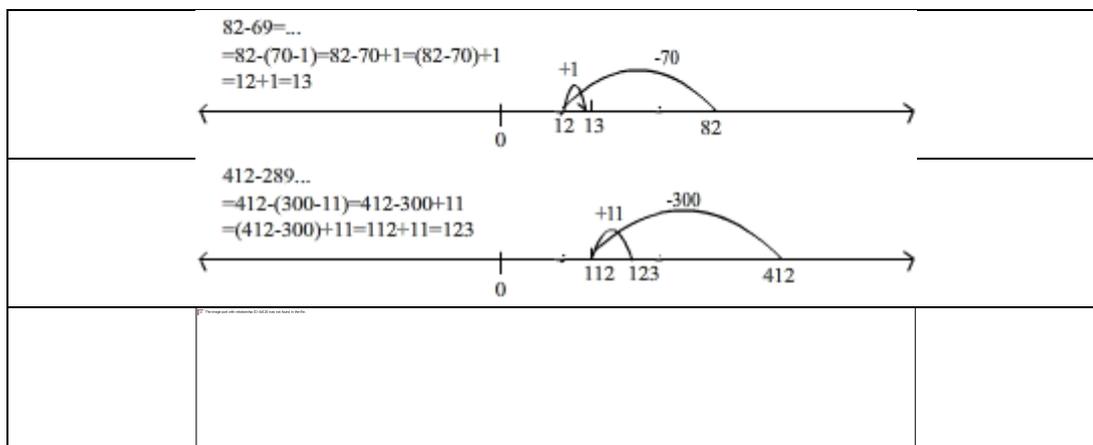
Guru : *Biasanya pola yang terbentuk dari bilangan yang bagaimana?*

Siswa : *Dari bilangan yang dekat, Bu.*

Guru : *Iya benar. Coba kalian pikirkan dulu bagaimana caranya ya.*

Daniel : (tiba-tiba mengacungkan tangan) *Saya paham, Bu. Saya mau menulis jawabannya.*

Berikut ini adalah jawaban yang muncul dari siswa untuk menyelesaikan soal-soal pengembangan strategi mental pola 1:



Gambar 4.37 Jawaban-jawaban Siswa Terkait Soal Pengembangan Strategi Mental Aritmatika Pola 1 Pengurangan Bilangan Bulat

Setelah soal pola 1 selesai dibahas bersama, guru melanjutkan kegiatan pembelajaran dengan menuliskan soal pola 2 di papan tulis. Kemudian guru kembali mempersilahkan dua siswa untuk maju ke depan (guru meminta siswa yang berbeda dengan siswa sebelumnya) menuliskan jawaban dan menjelaskan. Setelah dua orang siswa selesai menuliskan jawaban di papan tulis, tiba-tiba satu orang siswa yaitu Ega mengacungkan tangannya dan mengatakan bahwa jawaban yang dituliskan salah, berikut adalah transkrip percakapan yang terjadi:

Ega : Ibu, jawaban yang dituliskan April salah bu. Seharusnya $(-8)-50$ itu jawabannya -58 bukan -42 .

Guru : Bagaimana seharusnya menyelesaikan soal tersebut Ega?

Ega : Caranya kedua bilangan dijumlahkan bu, tetapi hasilnya adalah bilangan bulat negatif. Jadi, $50+8=58$, namun karena yang dikurang adalah bilangan bulat negatif, maka hasilnya negatif bu. (Ega terlihat sedikit ragu-ragu menjelaskan jawabannya)

Guru : Baik, coba yang lain apakah punya strategi yang berbeda?

Siswa : Sama, Bu.

Guru : Coba sekarang kalian ingat-ingat sifat penjumlahan yang telah dibahas pada pertemuan kemarin, bagaimana hasil untuk penjumlahan dua bilangan bulat negatif $(-12)+(-2)$?

Siswa : -14 Bu, karena penjumlahan kedua bilangan bulat negatif adalah bilangan bulat negatif.

Guru : Ya bagus. Sekarang coba kalian ingat-ingat kembali bagaimana sifat untuk penjumlahan dengan bilangan bulat negatif? (Guru menunjuk $+(-2)$)

Siswa : Sama seperti dikurang, Bu. (Kemudian salah satu siswa yaitu Zulia menyadari sesuatu)

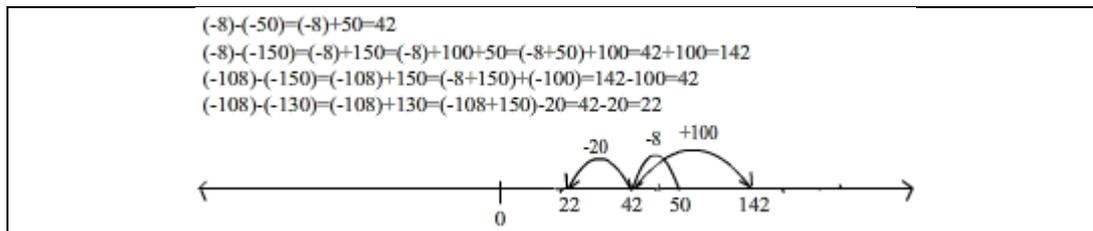
Zulia : Ibu, saya tahu. Jadi kalau diubah $(-12)+(-2)=(-12)-2= -14$. Berarti sama dengan soal yang tadi ya bu $(-8)-50$ itu bisa ditulis $(-8)+(-50)=-58$

Guru : Bagus sekali Zulia. Bagaimana yang lainnya? Paham? Ada yang dapat mengulang pernyataan Zulia?

Siswa yang bernama Ega akhirnya maju ke depan untuk megoreksi jawaban sebelumnya yang salah. Diskusi kelas terus dilaksanakan agar siswa dapat benar-benar memahami sifat pengurangan dengan bilangan bulat negatif, seperti terangkum dalam transkrip percakapan berikut:

- Guru : Baik, sekarang ada yang bisa mengulang bagaimana sifat pengurangan dengan bilangan bulat negatif?
- Siswa : Pengurangan dengan bilangan bulat negatif sama seperti penjumlahan dengan bilangan bulat positif, Bu.
- Guru : Bagus. Sekarang ibu tanya, tadi kalian mengartikan konteks pendaki yang turun dengan tanda operasi apa?
- Siswa : Pengurangan, Bu. Karena dengan turun maka ketinggiannya akan berkurang.
- Guru : Baik. Sekarang ibu tanya, bagaimana kalian mengartikan pengurangan dengan bilangan bulat negatif jika dikaitkan dengan konteks pendaki atau penyelam?
- Siswa : (terdiam sejenak) Maksudnya bagaimana, Bu?
- Guru : Begini, tadi kalian sudah paham kan pengurangan dengan bilangan bulat negatif itu sama dengan apa?
- Siswa : Sama dengan penjumlahan bu.
- Guru : Kalau sama dengan penjumlahan, berarti diartikan dengan pendaki dan penyelam melakukan aktivitas apa? Naik atau turun?
- Siswa : Naik, Bu. Kan penjumlahan.
- Guru : Benar. Coba salah satu tunjuk tangan jelaskan kembali ke ibu bagaimana menyelesaikan soal $(-8)-(-3)$ dan $(-8)-(-10)$?
- Siswa : Soal $(-8)-(-3)$ itu sama dengan $(-8)+3$ bu. Hmm berarti penyelam ada di kedalaman 8 meter di bawah permukaan laut, kemudian naik 3 meter, berarti sekarang ada di kedalaman 5 meter atau -5. Benar tidak, Bu?
- Guru : Benar. Selanjutnya bagaimana menyelesaikan soal $(-8)-(-10)$?
- Siswa : Sama seperti sebelumnya, $(-8)-(-10)=(-8)+10$ bu. Karena bilangan bulat negatif yang dijumlahkan lebih besar dari bilangan bulat positif, maka hasilnya adalah bilangan bulat positif yaitu 2.
- Guru : Bagus sekali. Jadi, selain mengingat sifat pengurangan dengan bilangan bulat negatif, kalian juga harus mengingat sifat penjumlahan untuk menyelesaikan soal. Bagaimana? Paham?
- Siswa : Paham, Bu.

Setelah siswa memahami pengurangan bilangan bulat, guru menuliskan soal-soal tambahan yang terkait dengan soal sebelumnya di papan tulis untuk mengeksplor strategi mental siswa. Soal-soal yang tidak berpola dengan soal sebelumnya juga disajikan agar strategi mental siswa lebih berkembang. Jawaban yang dituliskan siswa untuk soal pengembangan strategi mental aritmatika pada pola 2 pengurangan bilangan bulat dapat dilihat pada gambar 4.38 halaman berikutnya.

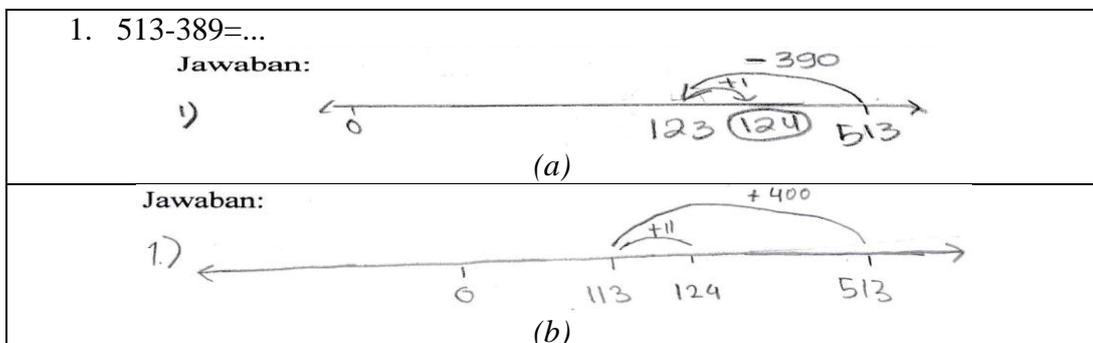


Gambar 4.38 Jawaban-jawaban Siswa Terkait Soal Pengembangan Strategi Mental Aritmatika Pola 2 Pengurangan Bilangan Bulat

3) Analisis Soal LKS III

LKS III berisi empat soal pengurangan bilangan bulat yang diberikan oleh guru pada akhir pertemuan ketiga. LKS III diberikan kepada siswa dengan tujuan untuk mengetahui sudah sejauh mana pemahaman siswa terhadap materi pengurangan bilangan bulat dan pengembangan strategi mental aritmatika yang digunakan siswa dalam penyelesaian setiap soal. Berikut ini akan disajikan analisa setiap butir soal pada LKS III:

i. Analisis Soal LKS III Nomor 1



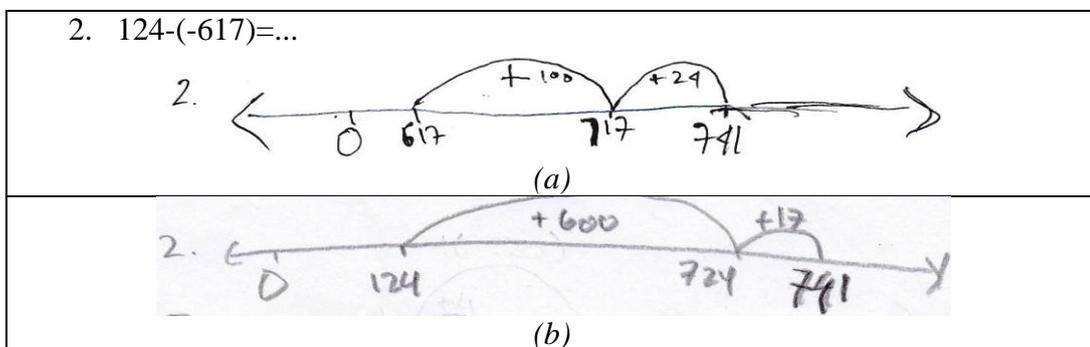
Gambar 4.39 Soal LKS III Nomor 1 dan Penggunaan Strategi Mental yang Dilakukan untuk Menjawab Soal

Soal LKS III nomor 1 adalah $513-389=...$, merupakan soal pengurangan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat positif yang lebih kecil. Tujuan diberikannya soal ini adalah untuk melihat apakah terdapat siswa yang salah menghitung jawaban karena soal dengan tipe ini adalah soal yang sudah biasa ditemui oleh siswa dari sekolah dasar. Tujuan lainnya adalah untuk mengetahui

perkembangan strategi mental yang dilakukan untuk menjawab soal tersebut.

Seluruh SP dapat menjawab soal LKS III nomor 1 dengan benar. Keenam SP yang dianalisis menggunakan strategi *compensation* dengan pemilihan lompatan bilangan berbeda, yaitu: SP VI melakukan lompatan bilangan -390 lalu $+1$ seperti pada gambar 4.39a, sedangkan kelima SP lainnya melakukan lompatan bilangan -400 lalu ditambah $+11$ seperti pada gambar 4.39b.

ii. Analisis Soal LKS III Nomor 2



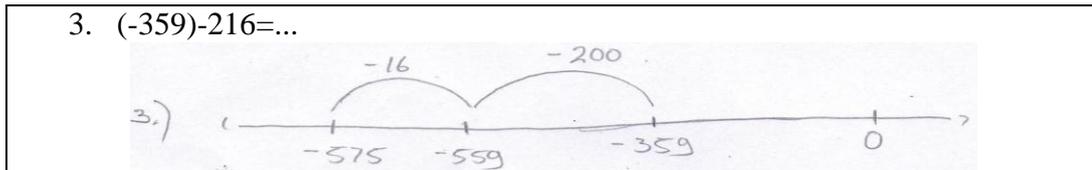
Gambar 4.40 Soal LKS III Nomor 2 dan Penggunaan Strategi Mental yang Dilakukan untuk Menjawab Soal

Soal LKS III nomor 2 yaitu $124 - (-617) = \dots$, merupakan soal pengurangan bilangan bulat positif dikurangkan dengan bilangan bulat negatif. Tujuan diberikannya soal ini adalah untuk mengetahui pemahaman siswa terhadap pengurangan bilangan bulat yang melibatkan bilangan bulat negatif dan melihat perkembangan strategi mental aritmatika siswa dalam menyelesaikan soal.

Satu SP yaitu SP V melakukan kesalahan pada soal ini. Kesalahan terjadi karena kecerobohan SP V melihat tanda operasi pengurangan menjadi penjumlahan. Kelima SP lainnya yang menjawab benar paham bahwa $124 - (-617)$ sama dengan $124 + 617$. Strategi yang digunakan oleh kelima SP adalah strategi *count on* dengan pemilihan bilangan awal yang berbeda, yaitu: SP I, III, dan VI

memiliki fleksibilitas yang lebih baik dengan membalik penghitungan dari bilangan 617 seperti pada gambar 4.40a, sedangkan SP II dan V tetap melakukan penghitungan dari bilangan 124 seperti terlihat pada gambar 4.40b.

iii. Analisis Soal LKS III Nomor 3



Gambar 4.41 Soal LKS III Nomor 3 dan Penggunaan Strategi Mental yang Dilakukan untuk Menjawab Soal

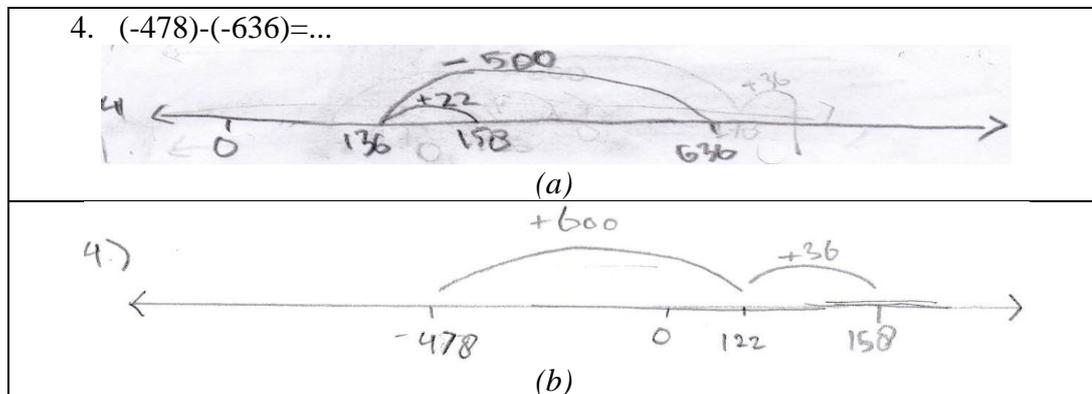
Soal LKS III nomor 3 yaitu $(-359)-216=...$, merupakan soal pengurangan bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat positif. Tujuan diberikannya soal ini adalah untuk mengetahui pemahaman siswa terhadap pengurangan bilangan bulat yang melibatkan bilangan bulat negatif dengan tipe seperti ini, hal ini dikarenakan soal dengan tipe ini adalah soal yang banyak membuat siswa terkecoh. Tujuan lainnya adalah untuk mengetahui perkembangan strategi mental aritmatika siswa dalam menyelesaikan soal.

Empat dari enam SP menjawab soal ini dengan benar. SP V dan VI melakukan kesalahan karena menganggap tanda operasi pengurangan adalah penjumlahan. Strategi yang muncul dari keempat SP yang menjawab benar adalah strategi *count back* seperti pada gambar 4.41.

iv. Analisis Soal LKS III Nomor 4

Soal LKS III nomor 4 yaitu $(-478)-(-636)=...$, merupakan soal pengurangan bilangan bulat negatif dikurang dengan bilangan bulat negatif. Tujuan diberikannya soal ini adalah untuk mengetahui pemahaman siswa terhadap

pengurangan bilangan bulat dengan tipe soal yang dimaksud serta melihat perkembangan strategi mental aritmatika siswa dalam menyelesaikan soal.



Gambar 4.42 Soal LKS III Nomor 4 dan Penggunaan Strategi Mental yang Dilakukan untuk Menjawab Soal

Satu SP yaitu SP VI melakukan kesalahan pada soal nomor 4 LKS III. Jawaban yang dituliskan oleh SP VI adalah -158 padahal yang seharusnya adalah 158. Kelima siswa yang menjawab benar menunjukkan strategi mental yang berbeda, yaitu: SP I dan II mengubah penghitungan terlebih dahulu $(-478)-(-636)=(-478)+636$ lalu membalik penghitungan menjadi $636+(-478)=636-478$ lalu digunakan strategi *compensation* dengan mempartisi -478 menjadi lompatan -500 dilanjutkan dengan +22 seperti pada gambar 4.42a, sedangkan SP III, IV, dan V melakukan strategi *count on* seperti pada gambar 4.42b.

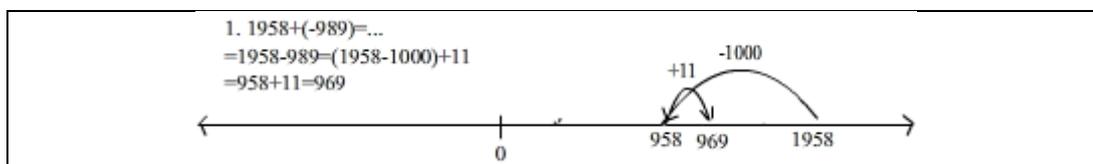
d. Pertemuan Keempat

Pertemuan keempat memuat aktivitas diskusi kelas membahas soal-soal yang disajikan pada LAS IV dan pelaksanaan tes evaluasi akhir yang dikerjakan siswa secara individu. LAS IV diberikan agar siswa dapat melatih perkembangan strategi mental sebelum tes evaluasi akhir dilaksanakan. Berikut ini adalah uraian yang memuat analisa setiap soal dalam aktivitas pertemuan keempat:

1) Analisis Soal LAS IV

LAS IV berisi empat soal penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat yang diberikan oleh guru melalui diskusi kelas sebelum pelaksanaan tes evaluasi akhir. Tujuan diberikannya LAS IV adalah untuk mematangkan pemahaman siswa terhadap materi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dan pengembangan strategi mental aritmatika yang digunakan siswa dalam menyelesaikan soal. Siswa tidak dipaksa untuk menggunakan strategi tertentu dalam menyelesaikan soal, namun siswa harus memahami strategi penghitungan yang dituliskan di papan tulis. Berikut adalah jawaban yang muncul dari siswa untuk menyelesaikan soal LAS IV:

i. Soal LAS IV Nomor 1



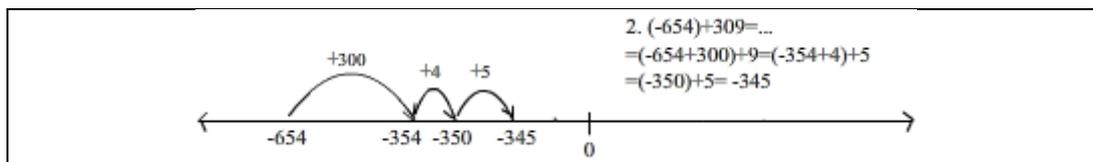
Gambar 4.43 Jawaban Siswa untuk Soal LAS IV Nomor 1

Soal LAS IV nomor 1 adalah $1958 + (-989)$, merupakan soal penjumlahan bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif dimana bilangan bulat negatif memiliki nilai yang lebih kecil. Ega (SP II) adalah siswa yang maju ke depan menyelesaikan soal LAS IV nomor 1. Ega menjelaskan bahwa soal $1958 + (-989)$ diubah terlebih dahulu menjadi $1958 - 989$. Kemudian, Ega terlihat menjelaskan strateginya dengan cara *compensation* seperti terlihat pada gambar 4.43 dan dipahami oleh siswa lainnya.

ii. Soal LAS IV Nomor 2

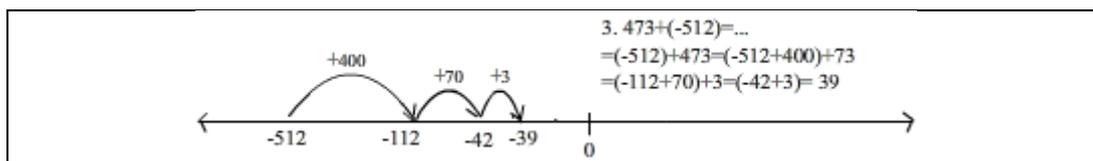
Soal LAS IV nomor 2 adalah $(-654) + 309 = \dots$, merupakan soal penjumlahan

bilangan bulat negatif dijumlahkan bilangan bulat positif dengan nilai bilangan bulat negatif yang lebih besar. Haikal (SP V) adalah siswa yang maju ke depan menyelesaikan soal tersebut. Haikal menyelesaikan soal nomor 2 ini dengan strategi *count on* seperti pada gambar 4.44 dan dapat menjelaskannya dengan baik di depan kelas.



Gambar 4.44 Jawaban Siswa untuk Soal LAS IV Nomor 2

iii. Soal LAS IV Nomor 3



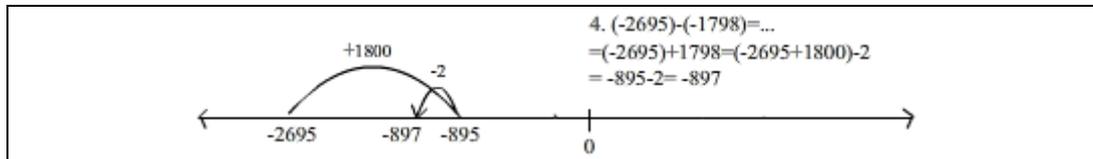
Gambar 4.45 Jawaban Siswa untuk Soal LAS IV Nomor 3

Soal LAS IV nomor 3 adalah $473+(-512)=...$, merupakan soal dengan tipe yang sama seperti soal LAS IV nomor 3 namun dengan peletakan bilangan yang berbeda. Daniel (SP I) adalah siswa yang menyelesaikan soal ini di depan kelas dengan strategi *count on* dengan terlebih dahulu membalik soal yaitu $473+(-512)=(-512)+473$ seperti pada gambar 4.45.

iv. Soal LAS IV Nomor 4

Soal LAS IV nomor 4 adalah $(-2695)-(-1798)=...$, merupakan soal pengurangan yang melibatkan dua bilangan bulat negatif. Siswa harus berhati-hati untuk menyelesaikan soal dengan tipe ini karena melibatkan sifat-sifat penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat sekaligus. Zulia (SP III) adalah

siswa yang menyelesaikan soal tersebut di depan kelas dengan strategi *compensation* seperti pada gambar 4.46 dan mampu menjelaskannya dengan baik.

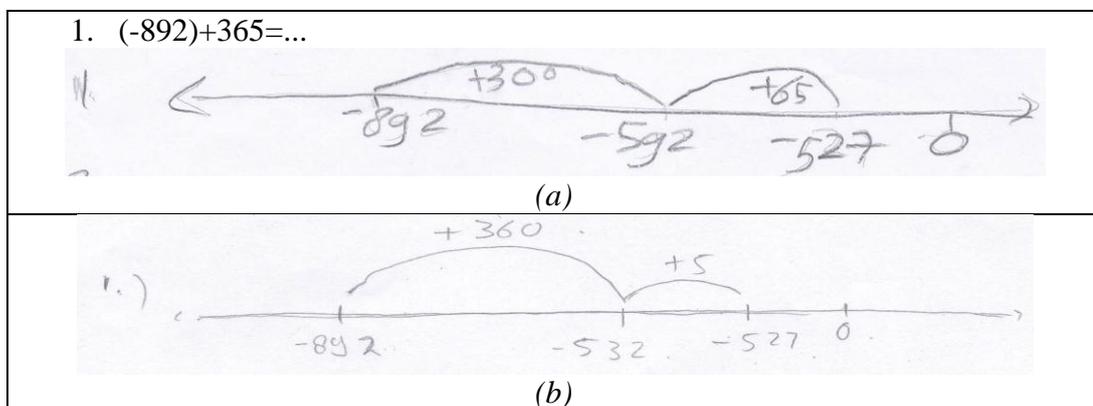


Gambar 4.46 Jawaban Siswa untuk Soal LAS IV Nomor 4

2) Tes Evaluasi Akhir

Tes evaluasi akhir merupakan pemberian soal-soal pada akhir kegiatan penelitian yang hasilnya akan digunakan untuk mengukur kemampuan individu siswa. Tes evaluasi akhir memuat 6 soal, yaitu 3 soal penjumlahan bilangan bulat dan 3 soal pengurangan bilangan bulat. Berikut ini adalah uraian yang memuat analisa setiap soal dalam tes evaluasi akhir:

i. Analisis Soal Tes Evaluasi akhir Nomor 1



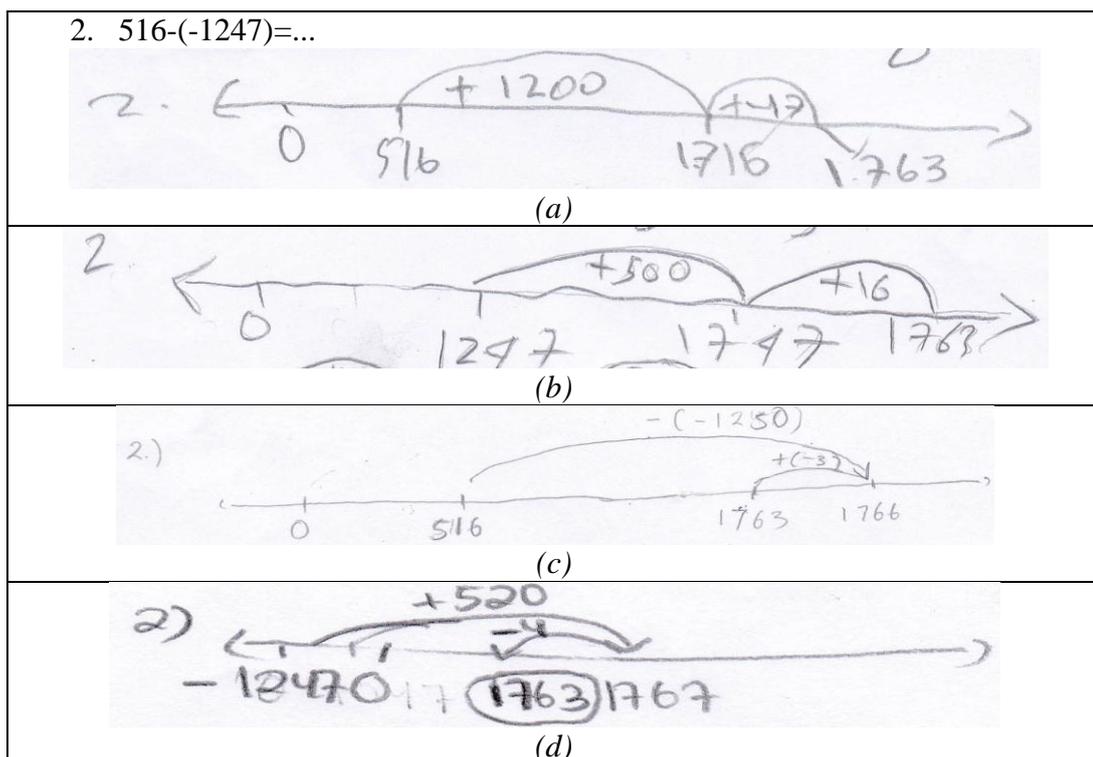
Gambar 4.47 Soal Tes Evaluasi akhir Nomor 1 dan Penggunaan Strategi Mental yang Dilakukan untuk Menjawab Soal

Soal tes evaluasi akhir nomor 1 yaitu $(-892)+365=\dots$, merupakan soal penjumlahan bilangan bulat positif ditambahkan bilangan bulat negatif dimana bilangan bulat negatif memiliki nilai lebih besar. Tujuan diberikannya soal ini adalah untuk mengetahui pemahaman siswa terhadap penjumlahan yang

melibatkan bilangan bulat negatif dan melihat perkembangan strategi mental aritmatika siswa dalam menyelesaikan soal tersebut.

Keseluruhan SP menjawab soal tes evaluasi akhir nomor 1 dengan benar. Strategi *count on* juga dilakukan oleh keseluruhan SP namun dengan pemilihan lompatan bilangan berbeda. Dua dari enam SP yaitu SP I dan II melakukan lompatan bilangan dimulai dari +300 lalu +65 seperti pada Gambar 4.47a, sedangkan empat SP lain yaitu SP III, IV, V, dan VI memulai penghitungan dengan lompatan +360 lalu dilanjutkan dengan +5 seperti pada Gambar 4.47b.

ii. Analisis Soal Tes Evaluasi Akhir Nomor 2



Gambar 4.48 Soal Tes Evaluasi Akhir Nomor 2 dan Penggunaan Strategi Mental yang Dilakukan untuk Menjawab Soal

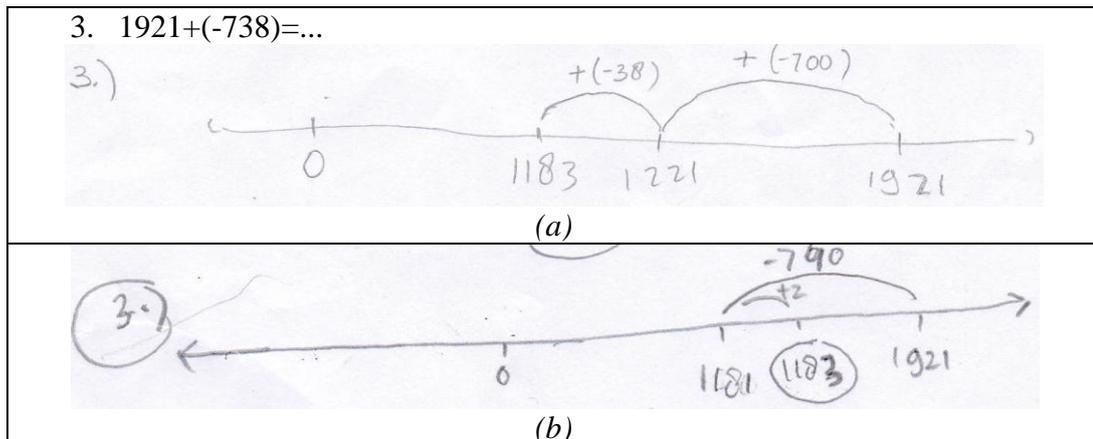
Soal tes evaluasi akhir nomor 2 yaitu $516 - (-1247) = \dots$, merupakan soal pengurangan bilangan bulat positif dikurangkan dengan bilangan bulat negatif. Tujuan diberikannya soal ini adalah untuk mengetahui pemahaman siswa

terhadap pengurangan bilangan bulat yang melibatkan bilangan bulat negatif karena soal dengan tipe ini adalah soal dengan kesalahan terbanyak ketiga pada pra penelitian dan melihat perkembangan strategi mental aritmatika siswa dalam menyelesaikan soal tersebut.

Lima dari enam SP menjawab soal nomor 2 ini dengan benar. Kelima SP yang menjawab benar tersebut paham bahwa $516 - (-1247) = 516 + 1247$. Strategi yang digunakan kelima SP ini terbagi menjadi dua, yaitu *compensation* dan *count on*. SP I dan II menggunakan strategi *count on* dengan pemilihan lompatan bilangan berbeda, yaitu SP II memulai penghitungan dari $(516 + 1200) + 47 = 1716 + 47 = 1763$ seperti pada Gambar 4.48a, sedangkan SP I lebih fleksibel dengan memulai penghitungan dari $(1247 + 500) + 16 = 1747 + 16 = 1763$ pada Gambar 4.48b. Tiga SP lainnya yaitu SP III, IV, dan VI menggunakan strategi *compensation*. SP III dan SP IV menggunakan lompatan: $516 + 1247 = 516 + (1250 - 3) = (516 + 1250) - 3 = 1766 - 3 = 1763$ seperti pada Gambar 4.48c, sedangkan SP VI melakukan lompatan: $516 + 1247 = 1247 + 516 = 1247 + (520 - 4) = (1247 + 520) - 4 = 1767 - 4 = 1763$ seperti terlihat pada Gambar 4.48d.

iii. Analisis Soal Tes Evaluasi Akhir Nomor 3

Soal tes evaluasi akhir nomor 3 adalah $1921 + (-738)$ merupakan soal penjumlahan bilangan bulat positif ditambahkan bilangan bulat negatif dimana bilangan bulat negatif memiliki nilai lebih kecil. Tujuan diberikannya soal ini adalah untuk mengetahui pemahaman siswa terhadap penjumlahan yang melibatkan bilangan bulat negatif dan melihat perkembangan strategi mental aritmatika siswa dalam menyelesaikan soal tersebut.



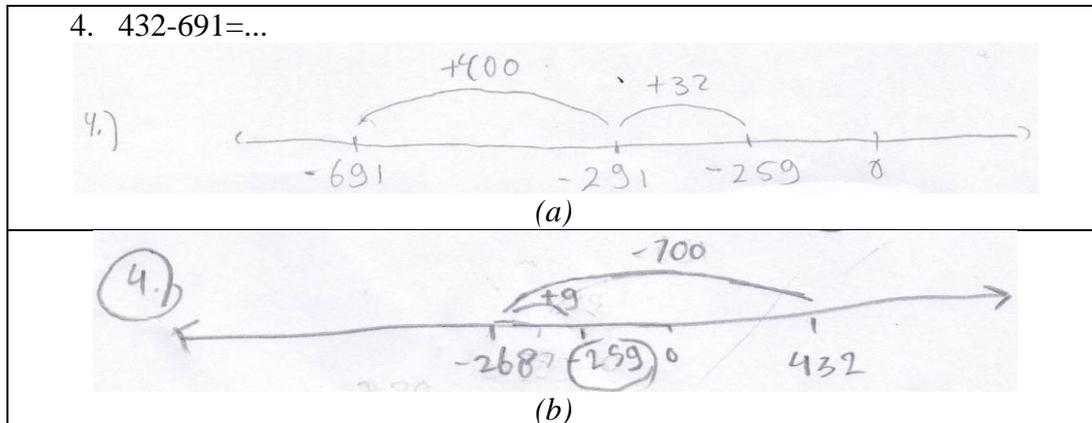
Gambar 4.49 Soal Tes Evaluasi Akhir Nomor 3 dan Penggunaan Strategi Mental yang Dilakukan untuk Menjawab Soal

Seluruh SP menjawab soal tes evaluasi akhir nomor 3 dengan benar. Namun, dua dari enam SP yaitu SP IV dan VI melakukan kesalahan peletakan bilangan saat menuliskan strategi mental yang dilakukan. Empat SP lainnya menggunakan dua strategi berbeda dalam menyelesaikan soal tersebut. SP II dan III menggunakan strategi *count back*, yaitu $1921-738=(1921-700)-38=1221-38=1183$ terlihat pada Gambar 4.49a. SP I dan V menggunakan strategi *compensation*, yaitu $1921-738=1921-(740-2)=1921-740+2=(1921-740)+2=1181+2=1183$ seperti pada Gambar 4.49b.

iv. Analisis Soal Tes Evaluasi Akhir Nomor 4

Soal tes evaluasi akhir nomor 4 adalah $432-691$, merupakan soal bilangan bulat positif dikurangkan bilangan bulat negatif dimana bilangan bulat negatif memiliki nilai lebih besar. Tujuan diberikannya soal ini adalah untuk mengetahui pemahaman siswa terhadap pengurangan bilangan bulat dengan tipe soal yang dimaksud, hal ini dikarenakan soal dengan tipe ini adalah soal dengan kesalahan terbanyak kedua pada pra penelitian. Tujuan lainnya adalah untuk melihat

perkembangan strategi mental aritmatika siswa dalam menyelesaikan soal, dan melihat fleksibilitas siswa dalam menjawab soal.



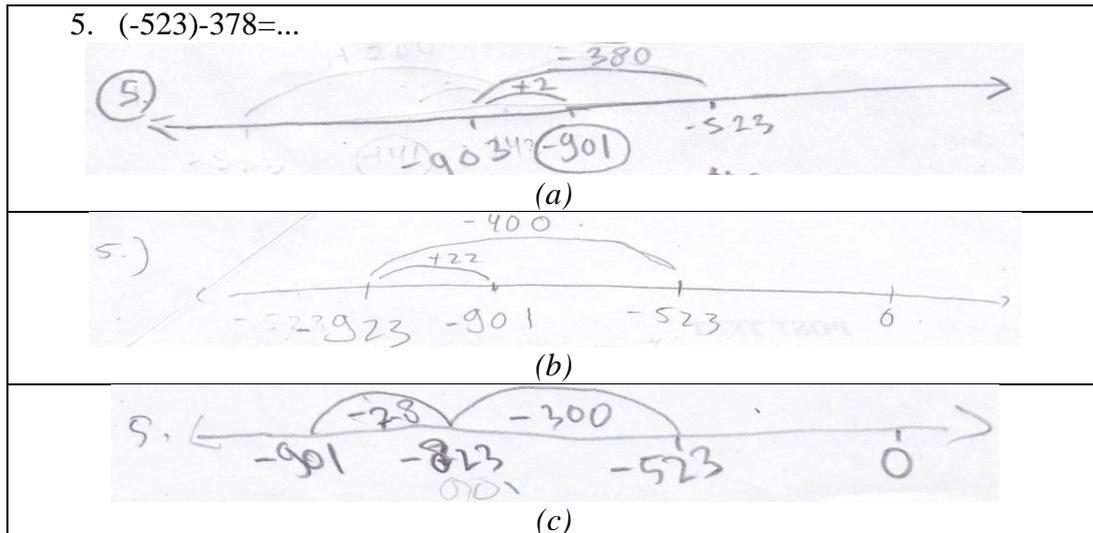
Gambar 4.50 Soal Tes Evaluasi Akhir Nomor 4 dan Penggunaan Strategi Mental yang Dilakukan untuk Menjawab Soal

Empat dari enam SP menjawab soal nomor 4 dengan benar. Kesalahan yang ditemukan pada dua SP yaitu SP I dan II terjadi karena kedua SP tersebut tidak tepat dalam menggunakan strategi *count back* untuk penyelesaian soal sehingga jawaban yang diperoleh salah. Strategi yang digunakan oleh empat SP yang menjawab benar terbagi menjadi dua, yaitu strategi *count on* dan *count back*. Fleksibilitas lebih baik dalam menjawab soal ditunjukkan oleh SP III dan IV, kedua SP tersebut melakukan strategi *count on* dengan terlebih dahulu membalik penghitungan: $432-691=(-691)+432=(-691+400)+32=(-291)+32=-259$ seperti pada Gambar 4.50a. Strategi *count back* ditunjukkan oleh SP V dan VI seperti terlihat pada Gambar 4.50b.

v. Analisis Soal Tes Evaluasi Akhir Nomor 5

Soal tes evaluasi akhir nomor 5 adalah $(-523)-378=...$, merupakan soal bilangan bulat negatif dikurangkan bilangan bulat positif. Tujuan diberikannya soal ini adalah untuk melihat pemahaman siswa terhadap pengurangan bilangan

bulat dengan tipe soal yang dimaksud, hal ini dikarenakan soal dengan tipe seperti ini adalah soal dengan kesalahan terbanyak pada pra penelitian. Tujuan lainnya adalah untuk melihat perkembangan strategi mental aritmatika siswa dalam menyelesaikan soal.

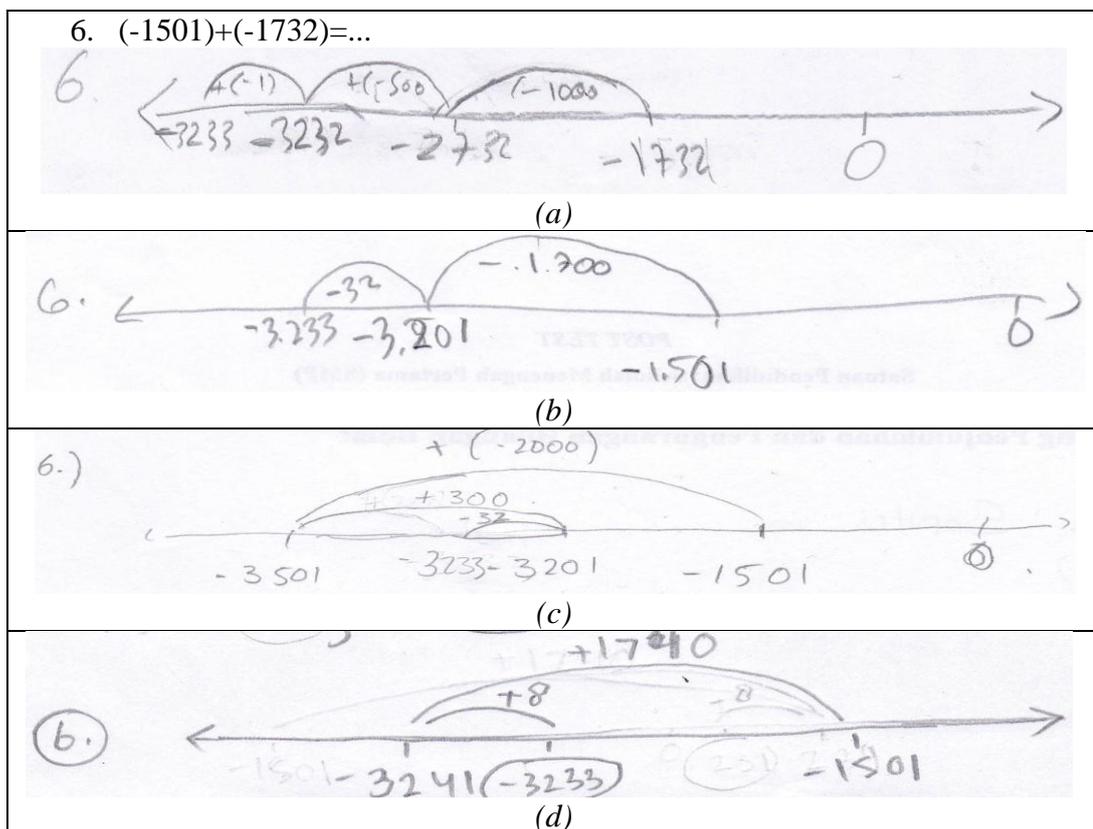


Gambar 4.51 Soal Tes Evaluasi Akhir Nomor 5 dan Penggunaan Strategi Mental yang Dilakukan untuk Menjawab Soal

Semua SP menjawab soal nomor 5 dengan benar. Keseleruhan SP tersebut paham bahwa penghitungan yang harus dilakukan adalah sama seperti menjumlahkan dengan bilangan bulat negatif. Strategi yang digunakan oleh keenam SP terbagi menjadi dua macam, yaitu *compensation* dan *count back*. Strategi *compensation* dengan pemilihan lompatan bilangan yang berbeda ditunjukkan oleh SP I, III, IV, V, dan VI. SP I, V, dan VI memilih lompatan bilangan $-380+2$ dalam menyelesaikan soal sehingga: $-523-378=(-523-380)+2=(-903)+2=-901$ seperti pada Gambar 4.51a, sedangkan SP III dan IV memilih lompatan bilangan $-400+22$ sehingga penyelesaian yang dilakukan $(-523)-378=(-523-400)+22=(-923)+22=-901$ terlihat pada Gambar 4.51b. Strategi berbeda

yaitu *count back* ditunjukkan SP II dalam menyelesaikan soal ini sehingga $(-523)-378=(-523-300)-78=(-823)-78= -901$ seperti pada Gambar 4.51c.

vi. Analisis Soal Tes Evaluasi Akhir Nomor 6



Gambar 4.52 Soal Tes Evaluasi Akhir Nomor 6 dan Penggunaan Strategi Mental yang Dilakukan untuk Menjawab Soal

Soal tes evaluasi akhir nomor 6 adalah soal penjumlahan dua bilangan bulat negatif. Tujuan diberikannya soal ini adalah untuk mengetahui pemahaman siswa terhadap penjumlahan dua bilangan bulat negatif yang merupakan salah satu tujuan penelitian pada pertemuan kedua dan melihat perkembangan strategi mental aritmatika siswa dalam menyelesaikan soal.

Keenam SP menjawab soal tes evaluasi akhir nomor 6 dengan benar. Strategi yang digunakan oleh enam SP terbagi menjadi dua macam, yaitu *count back* dan *compensation*. Pemilihan strategi *count back* dengan lompatan bilangan

berbeda ditunjukkan oleh SP I, II, dan VI. Fleksibilitas lebih baik ditunjukkan oleh SP II dan VI yang memilih menghitung dari bilangan -1732, sehingga diperoleh jawaban: $(-1501)+(-1732)=(-1732)+(-1501)=(-1732-1000)-501=(-2732-500)-1=(-3232-1)=-3233$ terlihat pada Gambar 4.52a, sedangkan SP II memilih menghitung tetap dari bilangan -1501 tanpa dibalik sehingga diperoleh jawaban: $(-1501)+(-1732)=(-1501-1700)-32=(-3201)-32=-3233$ seperti pada Gambar 4.52b. SP III, IV, dan V muncul dengan strategi *compensation*, penghitungan yang agak panjang ditunjukkan oleh SP III dan IV, yaitu: $(-1501)+(-1732)=(-1501-2000)+300-32=(-3501+300)-32=(-3201)-32=-3233$ seperti pada Gambar 4.52c, sedangkan SP V menjelaskan strateginya dengan lompatan bilangan yang lebih sederhana, yaitu: $(-1501)+(-1732)=(-1501-1740)+8=(-3241)+8=-3233$ terlihat pada Gambar 4.52d.

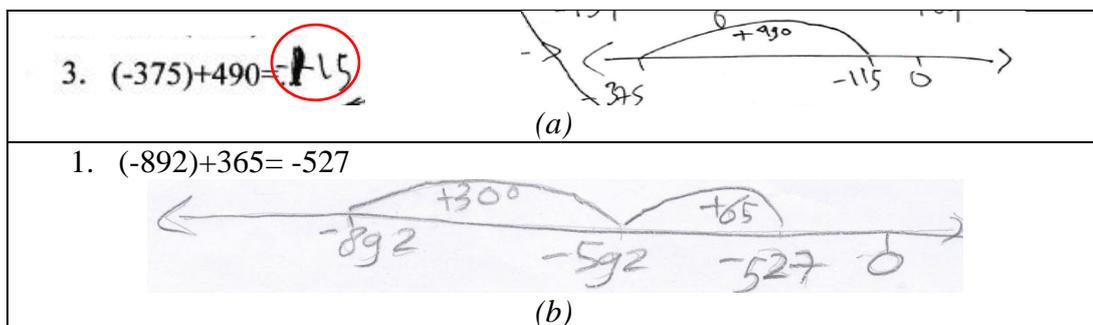
3. Analisis Karakteristik PMRI

Konteks yang digunakan pada penelitian ini merupakan permasalahan realistik yang mungkin pernah dialami siswa atau mungkin dapat dibayangkan siswa. Penggunaan konteks dimaksudkan untuk membantu siswa dalam memahami materi yang diberikan. Konteks yang saling berkaitan antar pertemuan membuat siswa dapat menunjukkan pemahaman yang baik terhadap materi yang diberikan. Pada penelitian ini awalnya disajikan konteks ketinggian gunung, permukaan laut, dan kedalaman laut pada pertemuan pertama dengan maksud agar siswa dapat membuat garis bilangan berdasarkan tiga konteks tersebut seperti terlihat pada gambar 4.1 halaman 49. Konteks tersebut dikembangkan pada pertemuan selanjutnya dengan menggunakan ilustrasi pendaki dan penyelam

untuk membuat siswa memahami penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat. Terbukti dengan penggunaan konteks pendaki dan penyelam, siswa memiliki pemahaman awal yang baik untuk menuliskan operasi bilangan penjumlahan seperti terlihat pada gambar 4.7 halaman 54 dan pengurangan bilangan bulat seperti pada gambar 4.9 halaman 59. Perkembangan konteks digunakan untuk memberikan pemahaman lebih baik kepada siswa mengenai cara menyelesaikan penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat seperti terangkum dalam transkrip percakapan halaman 100 dan 109. Dikarenakan pendekatan yang digunakan adalah PMRI, maka konteks yang digunakan harus sesuai dengan keadaan atau budaya Indonesia. Dipilih konteks ketinggian gunung dan kedalaman laut karena dianggap sesuai dengan keadaan geografis Indonesia yang merupakan negara kepulauan dan sesuai untuk pembelajaran bilangan bulat.

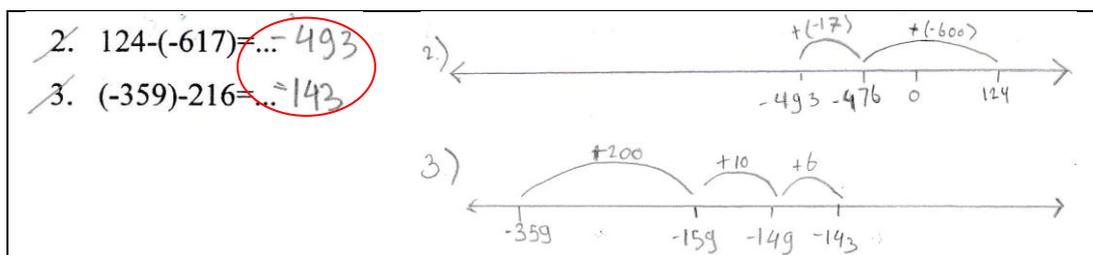
Model yang digunakan pada penelitian ini adalah garis bilangan kosong. Model tersebut dipilih karena dapat menggambarkan strategi mental aritmatika yang dilakukan siswa dalam menyelesaikan soal. Penggunaan model dengan tepat dapat membantu siswa menuliskan strategi mental yang dilakukan dengan baik dan akhirnya memperoleh jawaban yang benar. Penggunaan model yang tepat dapat membantu siswa dalam memberikan pemahaman yang lebih baik terhadap pokok bahasan yang dibahas pada penelitian ini, yaitu mengenai penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat. Pernyataan tersebut terbukti pada SP I. Awalnya SP I melakukan kesalahan dalam menyelesaikan soal nomor 3 pada LKS II karena tidak memanfaatkan garis bilangan kosong dengan tepat. Namun, pemahaman lebih baik ditunjukkan pada saat SP I dapat menyelesaikan soal dengan tipe yang

sama pada tes evaluasi akhir dengan benar, hal ini dikarenakan SP I dapat menggambarkan strategi mental yang dilakukan pada garis bilangan kosong dengan tepat hingga akhirnya didapatkan jawaban yang benar.



Gambar 4.53 (a) Kesalahan SP I dalam Menjawab Soal Nomor 3 pada LKS II, (b) Jawaban Benar SP I pada Tes Evaluasi Akhir Nomor 1 Melalui Penulisan Strategi Mental yang Tepat

Siswa diharapkan dapat memilih lompatan bilangan yang memudahkan untuk menghitung dan menghitung hasilnya dengan benar. Dikarenakan jika siswa ceroboh dalam menghitung, penggunaan garis bilangan kosong tidak membantu siswa untuk menentukan jawaban yang benar, hal ini seperti terlihat pada gambar 4.13 halaman 69 dimana SP I melakukan kesalahan penghitungan saat menjelaskan strategi *count back* pada garis bilangan kosong.



Gambar 4.54 Kesalahan SP V saat Menuliskan Strategi pada Garis Bilangan Kosong

Siswa juga harus paham penghitungan yang akan dilakukan karena jika siswa salah dalam menafsirkan soal, penggunaan garis bilangan kosong juga tidak dapat membantu menentukan jawaban yang benar. Hal ini terlihat pada gambar 4.54

saat SP V keliru dalam menentukan penghitungan yang harus dilakukan untuk menyelesaikan soal LKS III nomor 2 dan 3 sehingga salah memperoleh jawaban.

Hasil kontribusi siswa sangat diperlukan dalam pembentukan pengetahuan baru yang bermula dari pengetahuan yang telah diketahuinya dan inilah yang memiliki peran dalam kontribusi hasil pemikiran siswa secara individu. Pada pertemuan pertama, hasil kontribusi siswa yang sangat berperan untuk membangun proses berpikir siswa secara individu adalah saat SP I menyampaikan pendapatnya terkait acuan yang digunakan untuk mengukur ketinggian gunung dan bilangan yang digunakan untuk menyatakan kedalaman laut (lihat transkrip percakapan halaman 47). Kontribusi SP I berperan untuk membantu jalannya diskusi kelas hingga dapat mendefinisikan bilangan bulat. Kontribusi siswa lainnya yang berperan untuk mengembangkan proses berpikir siswa secara individu adalah saat SP III dapat menjelaskan dengan baik strategi yang digunakan dalam menyelesaikan soal dan secara tidak langsung SP III menjelaskan strategi mental yang digunakan untuk menyelesaikan soal (lihat transkrip percakapan halaman 77 dan 78). Fakta tersebut penting karena pada awalnya siswa terlihat cukup kebingungan dalam memahami strategi mental dalam penyelesaian soal.

Interaktivitas antara guru dengan siswa maupun dengan sesama siswa terjalin dengan baik selama pelaksanaan eksperimen. Siswa selalu menanggapi pertanyaan-pertanyaan yang diajukan guru saat melakukan diskusi kelas dan siswa juga tidak enggan untuk bertanya jika menemukan kesulitan selama kegiatan pembelajaran. Interaktivitas antara guru dengan siswa dapat terlihat pada saat

diskusi kelas, seperti yang terangkum dalam transkrip percakapan halaman 99 saat guru dan siswa membahas sifat penjumlahan bilangan bulat dan juga pada transkrip percakapan halaman 109 saat guru dan siswa membahas sifat pengurangan bilangan bulat. Selanjutnya, interaktivitas antar siswa dapat terlihat saat siswa diminta untuk menyelesaikan LAS, menanggapi pendapat teman, dan mengoreksi kesalahan jawaban teman. Interaktivitas siswa saat mengoreksi kesalahan jawaban teman terangkum dalam transkrip percakapan halaman 108. Hal tersebut menunjukkan bahwa siswa fokus dan berperan aktif dalam mengembangkan pengetahuan selama kegiatan pembelajaran berlangsung.

Keterkaitan materi pada penelitian ini disajikan melalui LAS. Keterkaitan konsep pada penelitian ini menarik perhatian siswa pada kegiatan pembelajaran. Terbukti pada pertemuan pertama siswa terlihat antusias untuk menentukan definisi bilangan bulat dan membuat garis bilangan bulat berdasarkan konteks yang disajikan. Siswa juga tertarik saat guru menyajikan konteks pendaki dan penyelam untuk mengawali kegiatan pembelajaran penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dan melanjutkan penggunaannya pada saat membahas soal penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat. Pada saat guru menyajikan soal-soal untuk mengembangkan strategi mental siswa, siswa juga terlihat antusias untuk mencoba strategi masing-masing meskipun pada awalnya siswa terlihat kebingungan untuk memahaminya.

BAB V

PENUTUP

A. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis retrospektif, maka kesimpulan yang diperoleh dari hasil penelitian ini yaitu siswa kelas VII SMP Negeri 13 Bekasi mengembangkan strategi mental aritmatika melalui dua tahap sebagai berikut:

1. Tahap pertama adalah siswa membangun pemahaman konsep bilangan bulat dan hubungan antar bilangan melalui penggambaran konteks ketinggian gunung, permukaan laut, dan kedalaman laut pada garis bilangan lalu meletakkan bilangan pada garis bilangan kosong.
2. Tahap kedua adalah siswa mengembangkan strategi mental aritmatika melalui penyajian soal-soal penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat berpola dengan mengeksplorasi garis bilangan kosong. Pada tahap ini, siswa dapat mengembangkan strategi mental yang dimiliki hingga *compensation*.

B. Diskusi

Beberapa hal yang terjadi dalam penelitian ini mungkin dapat menjadi bahan diskusi untuk perbaikan dan pengembangan lebih lanjut, yakni:

1. Penelitian difokuskan untuk melihat perkembangan strategi mental aritmatika siswa dalam menyelesaikan soal penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat. Namun, berdasarkan jawaban yang diperoleh pada hasil Lembar Kerja Siswa (LKS) setiap pertemuan maupun tes evaluasi akhir, masih terdapat siswa yang salah dalam menempatkan bilangan yang dimaksud pada garis

bilangan kosong saat menunjukkan strategi penghitungan walaupun jawaban yang dituliskan benar. Contoh kesalahan yang dimaksud adalah siswa salah dalam menempatkan bilangan positif yang lebih kecil di sebelah kanan bilangan bulat positif yang nilainya lebih besar pada garis bilangan horizontal, hal ini mungkin dikarenakan siswa tidak mengaitkan konteks yang dibangun selama pelaksanaan pembelajaran sehingga kebingungan dalam menempatkan bilangan pada garis bilangan kosong, seperti dikatakan Doritou: “*The notion that the number line can be empty can also be the source of considerable confusion.*”¹

2. Beberapa siswa terlihat memilih lompatan bilangan yang tidak mudah untuk dilakukan saat penghitungan strategi mental aritmatika. Saat ditanyakan cara penyelesaian yang dilakukan, siswa terlihat menjelaskan strategi penghitungan dengan cara *break apart numbers*, *count on*, atau *count back* namun tidak ditunjukkan pada garis bilangan kosong, hal ini menunjukkan siswa melakukan lompatan strategi yang tidak ditunjukkan pada saat penyelesaian soal. Siswa juga dapat melakukan penghitungan tanpa melalui puluhan terlebih dahulu, hal ini berarti siswa sudah dapat mengombinasikan atau mempartisi bilangan dengan baik, seperti yang diungkapkan oleh Wright, Collins dan Lewis: “*Developing these strategies builds on knowledge of combining and partitioning numbers.*”²

¹ Maria Doritou, “*Understanding the Number Line: Conception and Practice,*” Tesis, (Inggris: University of Warwick, 2006), h. 40.

² Robert Wright, David Ellemor Collins, dan Gerard Lewis, “*Developing Pedagogical Tools for Intervention: Approach, Methodology, and an Experimental Framework,*” Jurnal, “ (Australia: Southern Cross University), h. 5.

C. Saran

Berikut adalah beberapa saran yang dapat digunakan sebagai perbaikan pada penelitian-penelitian selanjutnya:

1. Saran untuk guru

Guru perlu mendapatkan bekal yang cukup mengenai pendekatan PMRI dengan mengikuti seminar atau pelatihan. Hal ini dikarenakan guru berperan dalam mengantarkan konteks dan membimbing siswa melalui lintasan belajarnya masing-masing. Guru yang memiliki kompetensi memadai memiliki kemampuan untuk mengobservasi perkembangan siswa dan mengantisipasi proses belajar di kelas agar berjalan dengan lancar.

2. Saran untuk peneliti lain

- a. Diskusi kelas memiliki peran yang sentral dalam melaksanakan kegiatan pembelajaran matematika dengan menggunakan pendekatan PMRI. Oleh karena itu, disarankan untuk mengalokasikan waktu yang cukup agar terlaksana diskusi kelas yang efektif.
- b. Pada saat menyajikan soal-soal berpola di papan tulis, sebaiknya siswa diberikan kesempatan untuk mendiskusikan soal-soal tersebut di dalam kelompok terlebih dahulu. Hal ini dilakukan agar pada saat diskusi kelas membahas soal, siswa sudah memiliki pemahaman dari hasil diskusi kelompok.
- c. Peneliti lain yang ingin melakukan penelitian ini dapat mengembangkan kegiatan pembelajaran dengan menggunakan konteks real lain yang sesuai dengan budaya dan lingkungan belajar siswa yang akan diteliti.

DAFTAR PUSTAKA

- Akyuz, Didem, Michelle Stephan, dan Juli K. Dixon. 2012. "The Role of the Teacher in Supporting Imagery in Understanding Integers." *Jurnal Education and Science*, Vol.37, No. 163, 268-282.
- Arwadi, Fajar. 2012. "Design Research on Mathematics Education: Developing a Model and Using Context to Supports Student's Understanding in The Topic of The Addition Involving Negative Numbers for The Fourth Grade Students in Primary School." Tesis. (Online). (www.fisme.science.uu.nl/en/improme, diakses pada 16 April 2014).
- Bobis, Janette. 2007. "The Empty Number Line: A Useful Tools or Just Another Procedure?" *Jurnal Teaching Children Mathematics*, 410-413. Sydney: University of Sydney.
- Bakker, Arthur. 2004. "Design Research in Statistics Education on Symbolizing and Computer Tools." *Disertasi*. Utrecht: Freudenthal Institute.
- Gravemeijer, Koeno dan Paul Cobb. 2006. "Design Research from a Learning Design Perspective." *Educational Design Research* (Eds) Jan van den Akker *et al*, 45-85. London dan New York: Routledge.
- Devitasari, Dwi. 2012. "Upaya Meningkatkan Hasil Belajar Matematika Siswa Kelas IV SDN Kebon Pala 02 Jakarta Timur pada Pokok Bahasan Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat Melalui Pendekatan Matematika Realistik Indonesia (PMRI)." Skripsi Universitas Negeri Jakarta, Jakarta.
- Doritou, Maria. 2006. "Understanding the Number Line: Conception and Practice." Tesis. Inggris: University of Warwick.
- Gravemeijer, Koeno. 2004. "Local Instruction Theories as Means of Support for Teachers in Reform Mathematics Education." *Jurnal Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 105-128. The Netherlands: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Gravemeijer, Koeno dan Paul Cobb. 2006. "Design Research from a Learning Design Perspective." *Educational Design Research* (Eds) Jan van den Akker *et al*. London dan New York: Routledge.
- Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan. 2013. "Kurikulum 2013, Kompetensi Dasar Sekolah Menengah Pertama (SMP)/ Madrasah Tsanawiyah." Jakarta: Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan.

- Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan. 2013. "Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Nomor 68 Tahun 2013 tentang Kerangka Dasar dan Struktur Kurikulum Sekolah Menengah Pertama atau Madrasah Tsanawiyah." Jakarta: Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan.
- Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan. 2003. "Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 20 Tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional." Jakarta: Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan.
- Kilhamn, Cecilia. 2011. "*Making Sense of Negative Numbers.*" Tesis. Swedia: University of Gutenberg.
- Klein, Anton S., Meindert Beishuizen, dan Adri Treffers. 1998. "*The Empty Number Line in Dutch Second Grades: Realistic versus Gradual Program Design.*" *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 29, No. 4, 443-464. The Netherlands: Leiden University dan Utrecht University.
- Lidnillah, Dindin Abdul Muiz. "*Educational Design Research: A Theoretical Framework for Action.*" *Jurnal*. Tasikmalaya: Universitas Pendidikan Indonesia.
- Mulyani, Sri. "Pembelajaran Matematika dengan Alat Peraga Papan Berpasangan." *Jurnal*, (Online), (<http://dispendik.surabaya.go.id/surabayabelajar/jurnal/199/5.4.pdf>, diakses pada 24 November 2013).
- O'Daffer, Pharres, dkk. 2008. *Mathematics for Elementary School Teachers*. Boston: Pearson.
- Sembiring, Robert K. 2010. *Jurnal*. "Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI): Perkembangan dan Tantangannya." *Jurnal Indo M.S JME*, No.1 Vol. 1, 11-16.
- Sembiring, Robert, Kees Hoogland, dan Maarten Dolk. 2010. *A Decade of PMRI in Indonesia*. Bandung, Utrecht: Ten Brink, Meppel.
- Suryanto, dkk. 2009. Laporan Penelitian Hibah Kompetensi. "Penulisan Buku Sejarah Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI)." Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta.
- Steiner, Carol J. 2009. "*A Study of Pre-Service Elementary Teacher's Conceptual Understanding of Integers.*" *Disertasi*. Amerika: Ken State University.
- Walle, John A. Van de. 2007. *Matematika Sekolah Dasar dan Menengah*. Edisi Keenam Jilid 1. terj. Suyono. Jakarta: Erlangga.

- Walle, John A. Van de. 2007. *Matematika Sekolah Dasar dan Menengah*. Edisi Keenam Jilid 2. terj. Suyono. Jakarta: Erlangga.
- Wright, Robert, David E. Collins, dan Gerard Lewis. “*Developing Pedagogical Tools for Intervention: Approach, Methodology, and an Experimental Framework.*” *Jurnal*. Australia: Southern Cross University.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Tes Awal

TES AWAL

Nama :

Kelas :

Jawablah pertanyaan di bawah ini dengan benar!

1. Isikanlah dengan tanda $<$ “kurang dari”, $>$ “lebih dari”, atau $=$ “sama dengan”

- $0 \dots -21$
- $-273 \dots 271$
- $-396 \dots -384$
- $695 \dots 675$

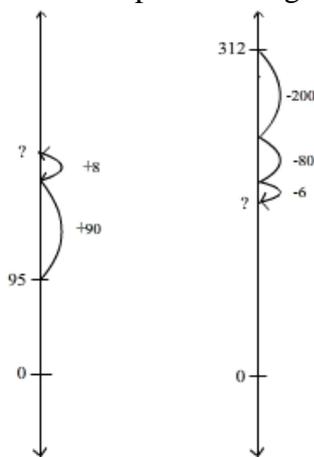
2. Manakah hasil dari penjumlahan atau pengurangan bilangan bulat berikut yang letaknya pada garis bilangan lebih dekat dengan bilangan 0? Jelaskan alasanmu!

- $(-92) + 37 = \dots$ atau $26 - 83 = \dots$
- $325 - 236 = \dots$ atau $(-374) - (-289) = \dots$
- $108 - (-193) = \dots$ atau $(-157) + (-169) = \dots$

3. Selesaikanlah soal-soal berikut ini dengan benar!

- $(-65) + 28 = \dots$
- $125 - (-277) = \dots$
- $374 + (-128) = \dots$
- $213 - 326 = \dots$
- $(-357) - 289 = \dots$
- $(-1365) + (-1189) = \dots$

4. Tuliskanlah operasi bilangan yang dimaksud dan hasilnya!



Lampiran 2. Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) Pertemuan I

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Satuan Pendidikan	: SMP Negeri 13 Bekasi
Kelas/Semester	: VII/1
Mata Pelajaran	: Matematika
Materi	: Bilangan Bulat
Topik	: Garis Bilangan Bulat
Waktu	: 2x35 menit

A. Kompetensi Inti

1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.
2. Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (toleransi, gotong royong), santun, percaya diri dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya.
3. Memahami pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, terkait fenomena dan kejadian tampak mata.
4. Mencoba, mengolah, dan menyaji dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori.

B. Kompetensi Dasar

- 2.1 Menunjukkan perilaku konsisten dan teliti dalam melakukan aktivitas di rumah, sekolah, dan masyarakat sebagai wujud implementasi pemahaman tentang operasi hitung bilangan bulat dan pecahan
- 2.2 Menunjukkan perilaku ingin tahu dalam melakukan aktivitas di rumah, sekolah, dan masyarakat sebagai wujud implementasi penyelidikan operasi bilangan bulat
- 3.1 Membandingkan dan mengurutkan berbagai jenis bilangan serta menerapkan operasi hitung bilangan bulat dan bilangan pecahan dengan memanfaatkan berbagai sifat operasi

C. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Terlibat aktif dalam proses pembelajaran
2. Bekerjasama dalam kegiatan kelompok
3. Toleran terhadap proses pemecahan masalah yang berbeda dan kreatif
4. Menemukan konsep bilangan bulat
5. Membuat garis bilangan bulat
6. Mendefinisikan cara membandingkan dan menempatkan bilangan bulat

D. Tujuan Pembelajaran

1. Siswa dapat menemukan konsep bilangan bulat
2. Siswa mampu membuat garis bilangan bulat.
3. Siswa dapat mendefinisikan cara membandingkan bilangan bulat
4. Siswa mampu menempatkan bilangan bulat dengan sesuai pada garis bilangan

E. Materi Pembelajaran

1. Materi Prasyarat

- 1.1 Bilangan Asli dan Bilangan Cacah
2. Materi Pokok
 - 2.1 Definisi bilangan bulat
 - 2.2 Cara menempatkan bilangan bulat

F. Model/Metode/Pendekatan Pembelajaran

- Pendekatan pembelajaran : Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI).
 Metode pembelajaran : Diskusi kelompok.

G. Kegiatan Pembelajaran

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan	Alokasi Waktu
Pendahuluan	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru membuka kegiatan pembelajaran dengan salam pembuka dan berdoa. 2. Guru memeriksa kehadiran peserta didik sebagai sikap disiplin. 3. Menyiapkan fisik dan psikis peserta didik dalam mengawali kegiatan pembelajaran. 4. Guru menyampaikan tujuan pembelajaran. 	5 menit
Inti	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru memulai kegiatan pembelajaran dengan mengenalkan siswa pada konteks ketinggian gunung melalui pertanyaan: <i>“Anak-anak, apakah kalian pernah pergi ke suatu daratan yang tinggi seperti gunung misalnya? Pernahkah kalian terpikir untuk mengukur ketinggian gunung tersebut? Bagaimana caranya?”</i> 2. Kegiatan pembelajaran dilanjutkan dengan pembagian gambar gunung dengan beragam ketinggian dan laut dengan beragam kedalaman pada masing-masing meja siswa untuk dibaca secara berpasangan. 3. Guru memulai diskusi kelas dengan meminta siswa untuk membaca narasi yang dituliskan sebelum gambar gunung dan laut, siswa juga diminta untuk memperhatikan gambar gunung dengan keterangan ketinggian yang dimiliki masing-masing gunung dan laut dengan keterangan kedalaman yang dimiliki masing-masing laut. 4. Setelah siswa selesai membaca narasi, guru lalu mengajukan pertanyaan, <i>“Bagaimana menyatakan ketinggian suatu gunung? Apa yang menjadi acuan tetap untuk menentukan ketinggian masing-masing gunung tersebut? Kemudian bilangan apa yang digunakan untuk menyatakan kedalaman suatu laut?”</i> 5. Melalui proses diskusi kelas yang dibimbing oleh guru, diharapkan siswa dapat menemukan keterkaitan antara konteks ketinggian gunung, permukaan laut, dan kedalaman laut dengan definisi bilangan bulat. 6. Setelah siswa sepakat mengenai definisi bilangan bulat, siswa secara berpasangan dibagikan LAS 1. 7. Guru meminta siswa untuk menyelesaikan aktivitas 1 	60 menit

	<p>yaitu menggambarkan ketinggian gunung, permukaan laut, dan kedalaman laut yang terdapat di lembar yang dibagikan sebelumnya pada suatu garis lurus.</p> <ol style="list-style-type: none"> 8. Siswa melakukan kegiatan diskusi secara berpasangan untuk menjawab LAS 1 aktivitas 1. 9. Guru sebagai fasilitator berkeliling untuk melihat bagaimana proses diskusi berjalan. 10. Guru meminta perwakilan salah satu siswa untuk menuliskan jawaban yang diperoleh di papan tulis. 11. Guru membimbing jalannya diskusi kelas untuk membahas jawaban siswa dan memotivasi siswa lain untuk terlibat aktif dalam kegiatan diskusi. 12. Selanjutnya guru memberitahu siswa bahwa pada kegiatan sebelumnya, siswa telah membuat garis bilangan bulat. 13. Selanjutnya siswa diminta untuk menempatkan beberapa bilangan bulat pada garis bilangan sesuai dengan perintah yang ada pada LAS 1 aktivitas 2. 14. Guru berkeliling untuk melihat bagaimana strategi siswa dalam menempatkan bilangan bulat. 15. Guru kembali meminta salah satu perwakilan kelompok siswa untuk menjelaskan strategi yang digunakan dalam menempatkan bilangan bulat. 16. Siswa lain diberikan kesempatan untuk mengajukan pertanyaan atau tanggapan. 17. Guru dapat melanjutkan diskusi kelas dengan menggambarkan strategi siswa dalam garis bilangan agar selanjutnya siswa dapat memunculkan strategi mental. 	
Penutup	<ol style="list-style-type: none"> 1. Siswa dengan arahan atau bimbingan guru menyimpulkan definisi bilangan bulat dan cara menempatkan bilangan bulat pada garis bilangan. 2. Guru memberi tahu materi untuk pertemuan selanjutnya sebagai tindak lanjut yaitu mengenai penjumlahan bilangan bulat dan meminta siswa untuk mempelajarinya lebih dahulu. 3. Guru mengakhiri kegiatan pembelajaran dengan memberikan pesan untuk tetap rajin belajar dan mengucapkan salam.. 	5 menit

B. Alat/Media/Sumber Pembelajaran

1. Alat pembelajaran

- Papan Tulis
- Spidol
- Penggaris

2. Media Pembelajaran

- Lembar Aktivitas Siswa (terlampir) dan lembar jawab
- Lembar observasi kegiatan pembelajaran di kelas

3. Sumber Pembelajaran

- Buku Teks Pelajaran Matematika SMP/MTs Kelas VII

C. Penilaian Hasil Belajar

1. Teknik Penilaian: pengamatan, tugas, tes tertulis
2. Prosedur Penilaian:

No	Aspek yang dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
1.	Sikap a. Terlibat aktif dalam pembelajaran b. Aktif dalam kegiatan kelompok c. Toleran terhadap proses pemecahan masalah yang berbeda	Pengamatan	Selama pembelajaran dan saat diskusi
2.	Keterampilan Terampil menerapkan konsep dalam pemecahan masalah dan mengerjakan LAS	Pengamatan	Selama pembelajaran dan diskusi
3.	Pengetahuan a. Menyebutkan definisi bilangan bulat b. Menemukan langkah-langkah untuk menempatkan bilangan bulat c. Menggunakan langkah-langkah menempatkan bilangan bulat dalam pemecahan masalah	Tugas dan tes tertulis	Penyelesaian LAS

D. Instrumen Penilaian Hasil Belajar

1. Penilaian pengetahuan berupa LAS

Lampiran 3. Panduan Guru Pertemuan I

Panduan untuk Guru Pertemuan Pertama

A. Tujuan pembelajaran

1. Siswa dapat menentukan bahwa permukaan laut digunakan sebagai acuan untuk menentukan ketinggian gunung dan kedalaman laut
2. Siswa dapat menentukan bahwa bilangan yang dapat merepresentasikan kedalaman laut adalah bilangan bulat negatif
3. Siswa dapat menggambarkan permukaan laut (dinyatakan dengan bilangan 0), ketinggian gunung (bilangan bulat positif), dan kedalaman laut (bilangan bulat negatif) pada suatu garis bilangan

B. Alat-alat yang digunakan

1. Gambar yang diperlukan
2. Lembar Aktivitas Siswa (LAS) I
3. Penggaris
4. Spidol

C. Langkah-langkah pembelajaran

1. Pendahuluan
 - a. Guru membuka kegiatan pembelajaran dengan salam pembuka dan berdoa.
 - b. Guru memeriksa kehadiran peserta didik sebagai sikap disiplin.
 - c. Menyiapkan fisik dan psikis peserta didik dalam mengawali kegiatan pembelajaran.
 - d. Guru menyampaikan tujuan pembelajaran.
2. Kegiatan inti
 - a. Guru memulai kegiatan pembelajaran dengan mengenalkan siswa pada konteks ketinggian gunung melalui pertanyaan: "*Anak-anak, apakah kalian pernah pergi ke suatu daratan yang tinggi seperti gunung*

misalnya? Pernahkah kalian terpikir untuk mengukur ketinggian gunung tersebut? Bagaimana caranya?”

- b. Kegiatan pembelajaran dilanjutkan dengan pembagian gambar gunung dengan beragam ketinggian dan laut dengan beragam kedalaman pada masing-masing meja siswa untuk dibaca secara berpasangan.
- c. Guru memulai diskusi kelas dengan meminta siswa untuk membaca narasi yang dituliskan sebelum gambar gunung dan laut, siswa juga diminta untuk memperhatikan gambar gunung dengan keterangan ketinggian yang dimiliki masing-masing gunung dan laut dengan keterangan kedalaman yang dimiliki masing-masing laut.
- d. Setelah siswa selesai membaca narasi, guru lalu mengajukan pertanyaan, *“Bagaimana menyatakan ketinggian suatu gunung? Apa yang menjadi acuan tetap untuk menentukan ketinggian masing-masing gunung tersebut? Kemudian bilangan apa yang digunakan untuk menyatakan kedalaman suatu laut?”*
- e. Melalui proses diskusi kelas yang dibimbing oleh guru, diharapkan siswa dapat menemukan keterkaitan antara konteks ketinggian gunung, permukaan laut, dan kedalaman laut dengan definisi bilangan bulat.
- f. Setelah siswa sepakat mengenai definisi bilangan bulat, siswa secara berpasangan dibagikan LAS 1.
- g. Guru meminta siswa untuk menyelesaikan aktivitas 1 yaitu menggambarkan ketinggian gunung, permukaan laut, dan kedalaman laut yang terdapat di lembar yang dibagikan sebelumnya pada suatu garis lurus.
- h. Siswa melakukan kegiatan diskusi secara berpasangan untuk menjawab LAS 1 aktivitas 1.
- i. Guru sebagai fasilitator berkeliling untuk melihat bagaimana proses diskusi berjalan.
- j. Guru meminta perwakilan salah satu siswa untuk menuliskan jawaban yang diperoleh di papan tulis.

- k. Guru membimbing jalannya diskusi kelas untuk membahas jawaban siswa dan memotivasi siswa lain untuk terlibat aktif dalam kegiatan diskusi.
- l. Selanjutnya guru memberitahu siswa bahwa pada kegiatan sebelumnya, siswa telah membuat garis bilangan bulat.
- m. Selanjutnya siswa diminta untuk menempatkan beberapa bilangan bulat pada garis bilangan sesuai dengan perintah yang ada pada LAS 1 aktivitas 2.
- n. Guru berkeliling untuk melihat bagaimana strategi siswa dalam menempatkan bilangan bulat.
- o. Guru kembali meminta salah satu perwakilan kelompok siswa untuk menjelaskan strategi yang digunakan dalam menempatkan bilangan bulat.
- p. Siswa lain diberikan kesempatan untuk mengajukan pertanyaan atau tanggapan.
- q. Guru dapat melanjutkan diskusi kelas dengan menggambarkan strategi siswa dalam garis bilangan agar selanjutnya siswa dapat memunculkan strategi mental.

3. Penutup

- a. Siswa dengan arahan atau bimbingan guru menyimpulkan definisi bilangan bulat dan cara menempatkan bilangan bulat pada garis bilangan.
- b. Guru memberi tahu materi untuk pertemuan selanjutnya sebagai tindak lanjut yaitu mengenai penjumlahan bilangan bulat dan meminta siswa untuk mempelajarinya lebih dahulu.
- c. Guru mengakhiri kegiatan pembelajaran dengan memberikan pesan untuk tetap rajin belajar dan mengucapkan salam..

D. Penilaian

- 1. Diskusi
- 2. Lembar Aktivitas Siswa

Lampiran 4. Lembar Aktivitas Siswa (LAS) I

Perhatikan narasi dan gambar berikut ini!

Indonesia adalah negara kepulauan terbesar di dunia yang terdiri dari 13.466 pulau. Sebagian pulau-pulau di Indonesia merupakan rumah bagi gunung-gunung yang menjulang tinggi hingga mencapai ketinggian lebih dari 2000 meter. Berikut beberapa gunung di Indonesia dengan ketinggian lebih dari 2000 meter:



Gunung Jaya Wijaya, Papua
Ketinggian: 4884 meter



Gunung Kerinci, Jambi
Ketinggian: 3805 meter



Gunung Rinjani, NTB
Ketinggian: 3726 meter



Gunung Semeru, Jawa Timur
Ketinggian: 3676 meter

Indonesia adalah negara kepulauan terbesar di dunia yang terdiri dari 13.466 pulau. Pada peta, dapat dilihat bahwa Indonesia dikelilingi oleh laut, samudra, ataupun selat yang menghubungkan satu pulau dengan pulau lainnya. Indonesia juga dikenal sebagai negara yang memiliki kekayaan laut yang tinggi. Berikut ini beberapa laut yang ada di Indonesia dan kedalamannya:



Laut Banda, Maluku
Kedalaman: 7000 meter



Laut Bunaken, Sulawesi Utara
Kedalaman: 1344 meter



Laut Natuna, Riau
Kedalaman: 145 meter

LEMBAR AKTIVITAS SISWA I
Satuan Pendidikan: Sekolah Menengah Pertama (SMP)
Mata Pelajaran: Matematika
Membuat Garis Bilangan Bulat

Nama Kelompok:	Anggota Kelompok: 1. 2.
Petunjuk: 1. Kerjakanlah soal berikut secara berpasangan dengan teman sebangku! 2. Tulislah nama kelompok dan anggota kelompok pada tempat yang tersedia! 3. Perhatikan dahulu penjelasan guru sebelum mengerjakan!	

Aktivitas 1

Gambarkan ketinggian gunung, permukaan laut, dan kedalaman laut yang terdapat pada lembar yang dibagikan sebelumnya pada suatu garis lurus!

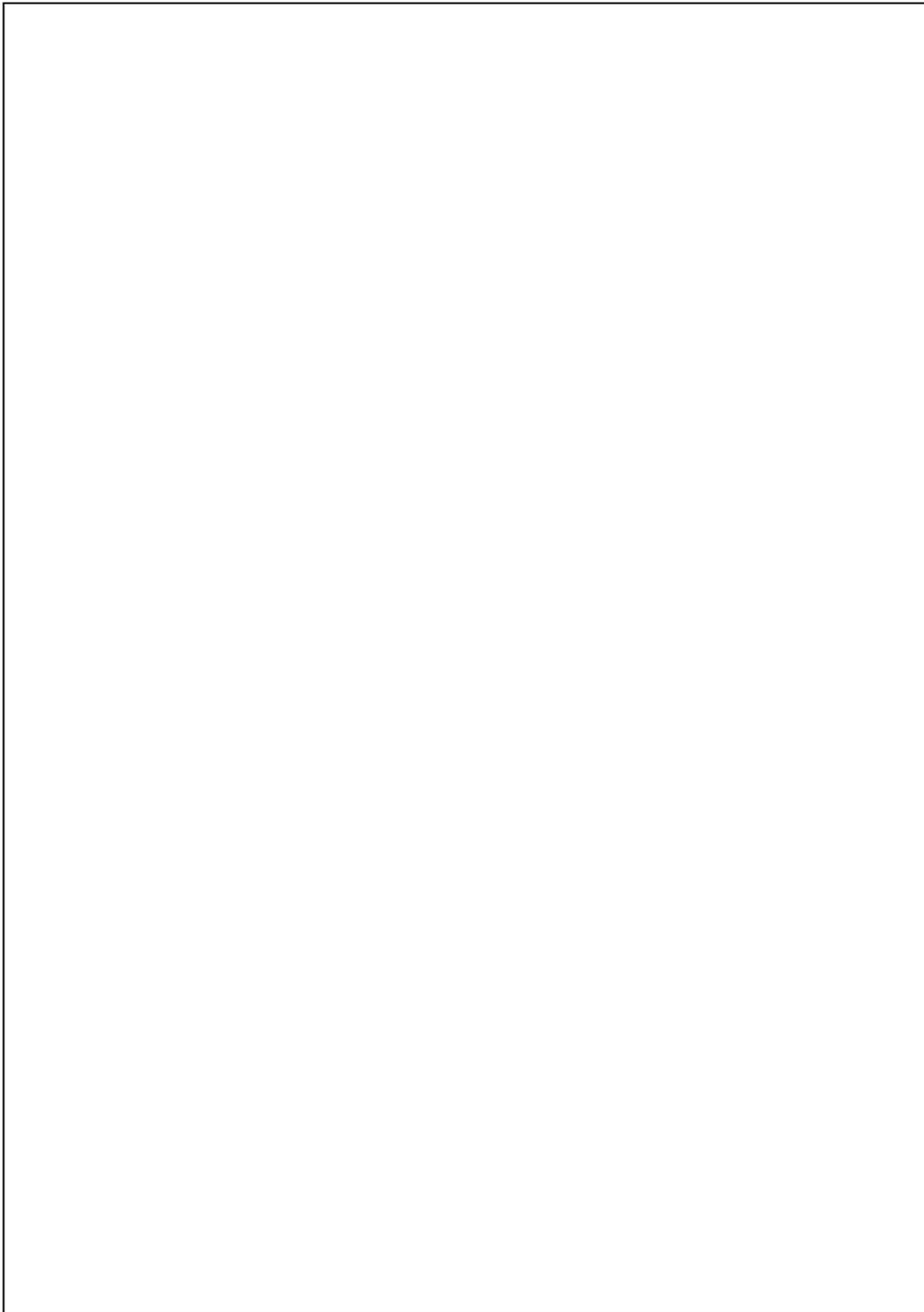
Jawaban:

--

Aktivitas 2

Letakkan bilangan 4134, 3750, 3693, 145, -650, -3500, dan -5604 pada garis bilangan yang telah kalian buat sebelumnya!

Jawaban:



Lampiran 5. Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) Pertemuan II

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Satuan Pendidikan	: SMP Negeri 13 Bekasi
Kelas/Semester	: VII/1
Mata Pelajaran	: Matematika
Materi	: Bilangan Bulat
Topik	: Penjumlahan Bilangan Bulat
Waktu	: 2x35 menit

A. Kompetensi Inti

1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.
2. Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (toleransi, gotong royong), santun, percaya diri dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya.
3. Memahami pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, terkait fenomena dan kejadian tampak mata.
4. Mencoba, mengolah, dan menyaji dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori.

B. Kompetensi Dasar

- 2.1 Menunjukkan perilaku konsisten dan teliti dalam melakukan aktivitas di rumah, sekolah, dan masyarakat sebagai wujud implementasi pemahaman tentang operasi hitung bilangan bulat dan pecahan
- 2.2 Menunjukkan perilaku ingin tahu dalam melakukan aktivitas di rumah, sekolah, dan masyarakat sebagai wujud implementasi penyelidikan operasi bilangan bulat
- 3.1 Membandingkan dan mengurutkan berbagai jenis bilangan serta menerapkan operasi hitung bilangan bulat dan bilangan pecahan dengan memanfaatkan berbagai sifat operasi

C. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Terlibat aktif dalam pembelajaran penjumlahan bilangan bulat
2. Bekerjasama dalam kegiatan kelompok
3. Toleran terhadap proses pemecahan masalah yang berbeda dan kreatif
4. Menentukan sifat-sifat penjumlahan bilangan bulat.
5. Terampil menerapkan sifat-sifat dan strategi pemecahan masalah yang relevan dengan materi penjumlahan bilangan bulat.
6. Mengembangkan strategi mental aritmatika melalui penyajian soal penjumlahan bilangan bulat.

D. Tujuan Pembelajaran

1. Siswa mampu menentukan sifat-sifat penjumlahan bilangan bulat
2. Siswa dapat menerapkan sifat-sifat dan strategi pemecahan masalah yang relevan dengan penjumlahan bilangan bulat
3. Siswa mampu mengembangkan strategi mental aritmatika melalui penyajian soal penjumlahan bilangan bulat

E. Materi Pembelajaran

1. Materi Pokok

1.1 Sifat-sifat penjumlahan bilangan bulat

F. Model/Metode/Pendekatan Pembelajaran

Pendekatan pembelajaran : Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI)

Metode pembelajaran : Diskusi kelompok

G. Kegiatan Pembelajaran

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan	Alokasi Waktu
Pendahuluan	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru membuka kegiatan pembelajaran dengan salam pembuka dan berdoa. 2. Guru memeriksa kehadiran peserta didik sebagai sikap disiplin. 3. Menyiapkan fisik dan psikis peserta didik dalam mengawali kegiatan pembelajaran. 4. Guru menyampaikan tujuan pembelajaran. 	5 menit
Inti	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru memulai kegiatan pembelajaran dengan bertanya: <i>“Apakah diantara kalian ada yang masih ingat materi apa yang telah kita pelajari pada pertemuan sebelumnya?”</i> 2. Guru meminta siswa untuk membuat garis bilangan yang menunjukkan gunung dengan ketinggian 2250 meter dan 2130 meter di atas permukaan laut serta kedalaman dua buah laut yaitu 1175 meter dan 900 meter di bawah permukaan laut. 3. Guru memusatkan perhatian siswa dengan mengenalkan konteks yang akan digunakan pada LAS 2 yaitu mengenai seorang pendaki dan penyelam dengan bertanya: <i>“Apakah ada diantara kalian yang ingin menjadi pendaki atau penyelam profesional?”</i> 4. Guru memulai jalannya diskusi kelas dengan bertanya, <i>“Bayangkan kalian adalah seorang pendaki gunung yang sedang melakukan pendakian. Kalian telah menempuh ketinggian 5 meter di atas permukaan laut. Kemudian kalian berjalan kembali dan menempuh ketinggian 7 meter. Di mana posisi kalian sekarang? Apakah posisi kalian saat ini berada pada ketinggian gunung yang lebih tinggi dibandingkan sebelumnya?”</i> 5. Guru membimbing jalannya diskusi kelas untuk melihat bagaimana cara penyelesaian yang dilakukan siswa terhadap permasalahan tersebut. 6. Selanjutnya guru meminta siswa untuk mengatur posisi duduk dalam kelompok dengan 3-4 orang anggota sesuai dengan kelompok yang telah ditentukan sebelumnya. 7. Guru mengaktifkan siswa dengan memberikan Lembar Aktifitas Siswa (LAS) materi penjumlahan bilangan bulat 	60 menit

	<p>dengan menggunakan konteks pendaki dan penyelam.</p> <ol style="list-style-type: none"> 8. Siswa mengerjakan LAS mengenai penjumlahan bilangan bulat secara diskusi kelompok. 9. Guru sebagai fasilitator berkeliling pada saat siswa berdiskusi kelompok untuk melihat penyelesaian yang dilakukan oleh siswa. 10. Guru meminta dua orang perwakilan kelompok siswa untuk maju ke depan kelas membahas soal nomor 1 dan 2 LAS 2 aktivitas 1. 11. Guru bersama siswa membahas jawaban LAS melalui diskusi kelas. 12. Guru melanjutkan kegiatan diskusi kelas dengan menyajikan beberapa soal berpola di papan tulis yang berkaitan dengan soal sebelumnya agar siswa dapat menemukan suatu sifat atau aturan untuk menyelesaikan penjumlahan dengan bilangan bulat negatif dan hasil yang diperoleh jika kedua bilangan bulat negatif dijumlahkan. 13. Siswa diberikan beberapa soal untuk mengeksplorasi strategi mental siswa. 14. Beberapa perwakilan kelompok siswa diminta untuk menjelaskan hasil jawaban masing-masing di depan kelas dan strategi yang dilakukan untuk menyelesaikan soal tersebut. 15. Diskusi kelas kembali dilanjutkan untuk membahas strategi mental yang paling efektif digunakan untuk tiap soal. 16. Siswa diberikan kesempatan untuk memberikan pendapat atau menanggapi hasil presentasi siswa lainnya. 17. Guru mengonfirmasi jawaban siswa. 	
Penutup	<ol style="list-style-type: none"> 1. Siswa dengan arahan atau bimbingan guru menyimpulkan sifat-sifat penjumlahan bilangan bulat. 2. Guru memberikan tes individu berupa Lembar Kerja Siswa (LKS) untuk dikerjakan kemudian dikumpulkan kembali dalam rangka mengetahui perkembangan strategi mental siswa. 3. Guru memberi tahu materi untuk pertemuan selanjutnya sebagai tindak lanjut yaitu mengenai pengurangan bilangan bulat dan meminta siswa untuk mempelajarinya lebih dahulu. 4. Guru mengakhiri kegiatan pembelajaran dengan memberikan pesan untuk tetap rajin belajar dan mengucapkan salam. 	5 menit

H. Alat/Media/Sumber Pembelajaran

1. Alat pembelajaran
 - Papan Tulis
 - Spidol
 - Penggaris
2. Media Pembelajaran

- Lembar Aktivitas Siswa (terlampir)
 - Lembar observasi kegiatan pembelajaran di kelas
 - Lembar tes tertulis individu (LKS) untuk mengetahui sudah sejauh mana pemahaman siswa terkait materi penjumlahan bilangan bulat
3. Sumber Pembelajaran
- Buku Teks Pelajaran Matematika SMP/MTs Kelas VII

I. Penilaian Hasil Belajar

1. Teknik Penilaian: pengamatan, tugas, tes tertulis
2. Prosedur Penilaian:

No	Aspek yang dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
1.	Sikap a. Terlibat aktif dalam pembelajaran b. Aktif dalam kegiatan kelompok c. Toleran terhadap proses pemecahan masalah yang berbeda	Pengamatan	Selama pembelajaran dan saat diskusi
2.	Keterampilan Terampil menerapkan konsep dalam pemecahan masalah dan mengerjakan LAS	Pengamatan	Selama pembelajaran dan diskusi
3.	Pengetahuan a. Menemukan sifat-sifat penjumlahan bilangan bulat b. Menyelesaikan soal penjumlahan bilangan bulat sesuai dengan konteks c. Menggunakan sifat-sifat penjumlahan bilangan bulat dalam pemecahan masalah	Tugas dan tes tertulis	Penyelesaian LAS dan LKS

J. Instrumen Penilaian Hasil Belajar

1. Penilaian pengetahuan berupa LKS (terlampir)

Soal berpola dan soal tambahan yang akan ditulis di papan tulis:

$6+50=...$

$6+45=...$

$6+30=...$

$6+39=...$

$6+10=...$

$6+18=...$

$6+5=...$

$6+(-27)=...$

$6+4=...$

$6+(-32)=...$

$6+3=...$

$6+(-48)=...$

$6+2=...$

$16+(-148)=...$

$6+1=...$

$6+0=...$

$6+(-1)=...$

$6+(-2)=...$

$6+(-3)=...$

$6+(-4)=...$

$6+(-5)=...$

$6+(-6)=...$

$6+(-10)=...$

$6+(-30)=...$

$6+(-50)$

$(-12)+60=...$

$(-12)+(-1)=...$

$(-12)+23=...$

$(-12)+30=...$

$(-12) + (-2)=...$

$(-12)+39=...$

$(-12)+20=...$

$(-12)+(-3)=...$

$(-12)+51=...$

$(-12)+10=..$

$(-12)+(-10)=...$

$(-112)+251=...$

$(-12)+9=....$

$(-12)+(-30)=...$

$(-12)+5=...$

$(-12)+(-60)=...$

$(-12)+4=...$

$(-12)+3...$

$(-12)+2=...$

$(-12)+1=...$

$(-12)+0=...$

Lampiran 6. Panduan Guru Pertemuan II

Panduan untuk Guru

Pertemuan Kedua

A. Tujuan pembelajaran

4. Siswa mampu menentukan sifat-sifat penjumlahan bilangan bulat
5. Siswa dapat menerapkan sifat-sifat dan strategi pemecahan masalah yang relevan dengan penjumlahan bilangan bulat
6. Siswa mampu mengembangkan strategi mental aritmatika melalui penyajian soal penjumlahan bilangan bulat

B. Alat-alat yang digunakan

1. Gambar yang diperlukan
2. LAS II
3. Lembar Kerja Siswa (LKS) II
4. Penggaris
5. Spidol

C. Langkah-langkah pembelajaran

1. Pendahuluan

- a. Guru membuka kegiatan pembelajaran dengan salam pembuka dan berdoa.
- b. Guru memeriksa kehadiran peserta didik sebagai sikap disiplin.
- c. Menyiapkan fisik dan psikis peserta didik dalam mengawali kegiatan pembelajaran.
- d. Guru menyampaikan tujuan pembelajaran.

2. Kegiatan inti

- a. Guru memulai kegiatan pembelajaran dengan bertanya: *“Apakah diantara kalian ada yang masih ingat materi apa yang telah kita pelajari pada pertemuan sebelumnya?”*

- b. Guru meminta siswa untuk membuat garis bilangan yang menunjukkan gunung dengan ketinggian 2250 meter dan 2130 meter di atas permukaan laut serta kedalaman dua buah laut yaitu 1175 meter dan 900 meter di bawah permukaan laut.
- c. Guru memusatkan perhatian siswa dengan mengenalkan konteks yang akan digunakan pada LAS 2 yaitu mengenai seorang pendaki dan penyelam dengan bertanya: *“Apakah ada diantara kalian yang ingin menjadi pendaki atau penyelam profesional?”*
- d. Guru memulai jalannya diskusi kelas dengan bertanya, *“Bayangkan kalian adalah seorang pendaki gunung yang sedang melakukan pendakian. Kalian telah menempuh ketinggian 5 meter di atas permukaan laut. Kemudian kalian berjalan kembali dan menempuh ketinggian 7 meter. Di mana posisi kalian sekarang? Apakah posisi kalian saat ini berada pada ketinggian gunung yang lebih tinggi dibandingkan sebelumnya?”*
- e. Guru membimbing jalannya diskusi kelas untuk melihat bagaimana cara penyelesaian yang dilakukan siswa terhadap permasalahan tersebut.
- f. Selanjutnya guru meminta siswa untuk mengatur posisi duduk dalam kelompok dengan 3-4 orang anggota sesuai dengan kelompok yang telah ditentukan sebelumnya.
- g. Guru mengaktifkan siswa dengan memberikan Lembar Aktifitas Siswa (LAS) materi penjumlahan bilangan bulat dengan menggunakan konteks pendaki dan penyelam.
- h. Siswa mengerjakan LAS mengenai penjumlahan bilangan bulat secara diskusi kelompok.
- i. Guru sebagai fasilitator berkeliling pada saat siswa berdiskusi kelompok untuk melihat penyelesaian yang dilakukan oleh siswa.
- j. Guru meminta dua orang perwakilan kelompok siswa untuk maju ke depan kelas membahas soal nomor 1 dan 2 LAS 2 aktivitas 1.
- k. Guru bersama siswa membahas jawaban LAS melalui diskusi kelas.

- l. Guru melanjutkan kegiatan diskusi kelas dengan menyajikan beberapa soal berpola di papan tulis yang berkaitan dengan soal sebelumnya agar siswa dapat menemukan suatu sifat atau aturan untuk menyelesaikan penjumlahan dengan bilangan bulat negatif dan hasil yang diperoleh jika kedua bilangan bulat negatif dijumlahkan.
 - m. Siswa diberikan beberapa soal untuk mengeksplorasi strategi mental siswa.
 - n. Beberapa perwakilan kelompok siswa diminta untuk menjelaskan hasil jawaban masing-masing di depan kelas dan strategi yang dilakukan untuk menyelesaikan soal tersebut.
 - o. Diskusi kelas kembali dilanjutkan untuk membahas strategi mental yang paling efektif digunakan untuk tiap soal.
 - p. Siswa diberikan kesempatan untuk memberikan pendapat atau menanggapi hasil presentasi siswa lainnya.
 - q. Guru mengonfirmasi jawaban siswa.
3. Penutup
- a. Siswa dengan arahan atau bimbingan guru menyimpulkan sifat-sifat penjumlahan bilangan bulat.
 - b. Guru memberikan tes individu berupa Lembar Kerja Siswa (LKS) untuk dikerjakan kemudian dikumpulkan kembali dalam rangka mengetahui perkembangan strategi mental siswa.
 - c. Guru memberi tahukan materi untuk pertemuan selanjutnya sebagai tindak lanjut yaitu mengenai pengurangan bilangan bulat dan meminta siswa untuk mempelajarinya lebih dahulu.
 - d. Guru mengakhiri kegiatan pembelajaran dengan memberikan pesan untuk tetap rajin belajar dan mengucapkan salam.

D. Penilaian

1. Diskusi
2. Lembar Kerja Siswa

Lampiran 7. Lembar Aktivitas Siswa (LAS) II

LEMBAR AKTIVITAS SISWA II

Satuan Pendidikan: Sekolah Menengah Pertama (SMP)

Mata Pelajaran: Matematika

Menghitung Penjumlahan Bilangan Bulat

Anggota Kelompok:

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

Petunjuk:

1. Kerjakanlah soal berikut secara diskusi kelompok!
2. Tulislah nama kelompok dan anggota kelompok pada tempat yang tersedia!
3. Perhatikan dahulu penjelasan guru sebelum mengerjakan!

Aktivitas 1

Seorang penyelam dan pendaki gunung melakukan aktivitas masing-masing secara bersamaan.



Pendaki gunung telah menempuh ketinggian 8 meter di atas permukaan laut, sedangkan penyelam telah menempuh kedalaman 12 meter di bawah permukaan laut. Tentukan posisi akhir pendaki atau penyelam tersebut jika:

1. Pendaki gunung naik sejauh 6 meter dari posisi sebelumnya
2. Penyelam naik sejauh 3 meter dari posisi sebelumnya

Jawaban:

Gambarkan dalam garis bilangan:

Lampiran 8. Lembar Kerja Siswa (LKS) II

LEMBAR KERJA SISWA II

Satuan Pendidikan: Sekolah Menengah Pertama (SMP)

Mata Pelajaran: Matematika

Menghitung Penjumlahan Bilangan Bulat

Nama :

Kelas :

Petunjuk:

1. Kerjakan soal berikut secara individu!
2. Tulislah nama pada tempat yang telah tersedia!
3. Perhatikan dahulu penjelasan guru sebelum mengerjakan!

Aktivitas 2

Selesaikan operasi penjumlahan bilangan bulat berikut dengan benar!

1. $89+26=...$
2. $104+(-258)=...$
3. $(-375)+490=...$
4. $(-127)+(-416)=....$

Jawaban:

Lampiran 9. Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) Pertemuan III

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Satuan Pendidikan	: SMP Negeri 13 Bekasi
Kelas/Semester	: VII/1
Mata Pelajaran	: Matematika
Materi	: Bilangan Bulat
Topik	: Pengurangan Bilangan Bulat
Waktu	: 2x35 menit

A. Kompetensi Inti

1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.
2. Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (toleransi, gotong royong), santun, percaya diri dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya.
3. Memahami pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, terkait fenomena dan kejadian tampak mata.
4. Mencoba, mengolah, dan menyaji dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori.

B. Kompetensi Dasar

- 2.1 Menunjukkan perilaku konsisten dan teliti dalam melakukan aktivitas di rumah, sekolah, dan masyarakat sebagai wujud implementasi pemahaman tentang operasi hitung bilangan bulat dan pecahan
- 2.2 Menunjukkan perilaku ingin tahu dalam melakukan aktivitas di rumah, sekolah, dan masyarakat sebagai wujud implementasi penyelidikan operasi bilangan bulat
- 3.1 Membandingkan dan mengurutkan berbagai jenis bilangan serta menerapkan operasi hitung bilangan bulat dan bilangan pecahan dengan memanfaatkan berbagai sifat operasi

C. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Terlibat aktif dalam pembelajaran pengurangan bilangan bulat
2. Bekerjasama dalam kegiatan kelompok
3. Toleran terhadap proses pemecahan masalah yang berbeda dan kreatif
4. Menentukan sifat-sifat pengurangan bilangan bulat
5. Terampil menerapkan sifat-sifat dan strategi pemecahan masalah yang relevan dengan materi pengurangan bilangan bulat.
6. Mengembangkan strategi mental aritmatika melalui penyajian soal pengurangan bilangan bulat.

D. Tujuan Pembelajaran

1. Siswa dapat menentukan sifat-sifat pengurangan bilangan bulat
2. Siswa mampu menerapkan sifat-sifat dan strategi pemecahan masalah yang relevan dengan pengurangan bilangan bulat.
3. Siswa mampu mengembangkan strategi mental aritmatika melalui penyajian soal pengurangan bilangan bulat.

E. Materi Pembelajaran

1. Materi Pokok

1.1 Sifat-sifat pengurangan bilangan bulat

F. Model/Metode/Pendekatan Pembelajaran

Pendekatan pembelajaran : Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI).

Metode pembelajaran : Diskusi kelompok

G. Kegiatan Pembelajaran

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan	Alokasi Waktu
Pendahuluan	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru membuka kegiatan pembelajaran dengan salam pembuka dan berdoa. 2. Guru memeriksa kehadiran peserta didik sebagai sikap disiplin. 3. Menyiapkan fisik dan psikis peserta didik dalam mengawali kegiatan pembelajaran. 4. Guru menyampaikan tujuan pembelajaran. 	5 menit
Inti	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru memulai kegiatan pembelajaran dengan bertanya: <i>“Apakah diantara kalian ada yang masih ingat materi apa yang telah kita pelajari pada pertemuan sebelumnya?”</i> 2. Guru meminta siswa untuk menyelesaikan satu soal mengenai penjumlahan bilangan bulat. 3. Guru memusatkan perhatian siswa dengan mengenalkan konteks yang akan digunakan pada LAS 2 yaitu mengenai seorang pendaki dan penyelam dengan bertanya: <i>“Iya benar anak-anak, hari ini kita masih menggunakan konteks pendaki dan penyelam.”</i> 4. Guru memulai jalannya diskusi kelas dengan bertanya, <i>“Bayangkan seorang penyelam yang sedang melakukan penelitian flora laut. Penyelam telah menempuh kedalaman 7 meter di bawah permukaan laut lalu kembali berenang turun sedalam 4 meter di bawah permukaan laut. Di mana posisi penyelam sekarang? Apakah posisi penyelam saat ini berada pada kedalaman laut yang lebih dalam dibandingkan sebelumnya?”</i> 5. Guru membimbing jalannya diskusi kelas untuk melihat bagaimana cara penyelesaian yang dilakukan siswa terhadap permasalahan tersebut. 6. Selanjutnya guru meminta siswa untuk mengatur posisi duduk dalam kelompok dengan 3-4 orang anggota sesuai dengan kelompok yang telah ditentukan sebelumnya. 7. Guru mengaktifkan siswa dengan memberikan Lembar Aktifitas Siswa (LAS) materi pengurangan bilangan bulat dengan menggunakan konteks pendaki dan penyelam. 8. Siswa mengerjakan LAS mengenai pengurangan bilangan bulat secara diskusi kelompok. 9. Guru sebagai fasilitator berkeliling pada saat siswa 	60 menit

	<p>berdiskusi kelompok untuk melihat penyelesaian yang dilakukan oleh siswa.</p> <p>10. Guru meminta dua orang perwakilan kelompok siswa untuk maju ke depan kelas membahas soal nomor 1 dan 2 LAS 3 aktivitas 1.</p> <p>11. Guru bersama siswa membahas jawaban LAS melalui diskusi kelas.</p> <p>12. Guru melanjutkan kegiatan diskusi kelas dengan menyajikan beberapa soal berpola di papan tulis yang berkaitan dengan soal sebelumnya agar siswa dapat menemukan suatu sifat atau aturan untuk menyelesaikan pengurangan dengan bilangan bulat negatif.</p> <p>13. Siswa diberikan beberapa soal untuk mengeksplorasi strategi mental siswa.</p> <p>14. Beberapa perwakilan kelompok siswa diminta untuk menjelaskan hasil jawaban masing-masing di depan kelas dan strategi yang dilakukan untuk menyelesaikan soal tersebut.</p> <p>15. Diskusi kelas kembali dilanjutkan untuk membahas strategi mental yang paling efektif digunakan untuk tiap soal.</p> <p>16. Siswa diberikan kesempatan untuk memberikan pendapat atau menanggapi hasil presentasi siswa lainnya.</p> <p>17. Guru mengonfirmasi jawaban siswa.</p>	
Penutup	<p>1. Siswa dengan arahan atau bimbingan guru menyimpulkan sifat-sifat penjumlahan bilangan bulat.</p> <p>2. Guru memberikan tes individu berupa Lembar Kerja Siswa (LKS) untuk dikerjakan kemudian dikumpulkan kembali dalam rangka mengetahui perkembangan strategi mental siswa.</p> <p>3. Guru memberi tahu siswa untuk mempersiapkan terlebih dahulu di rumah dengan belajar karena pertemuan selanjutnya akan diadakan <i>post test</i> untuk melihat perkembangan kemampuan berpikir dan strategi mental yang dilakukan siswa pada soal penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat.</p> <p>4. Guru mengakhiri kegiatan pembelajaran dengan memberikan pesan untuk tetap rajin belajar dan mengucapkan salam.</p>	4 menit

H. Alat/Media/Sumber Pembelajaran

1. Alat pembelajaran
 - Papan Tulis
 - Spidol
2. Media Pembelajaran
 - Lembar Aktivitas Siswa (terlampir)
 - Lembar observasi kegiatan pembelajaran di kelas
 - Lembar tes tertulis individu (*post test*) untuk mengetahui sudah sejauh mana pemahaman siswa terkait materi pengurangan bilangan bulat
3. Sumber Pembelajaran

- Buku Teks Pelajaran Matematika SMP/MTs Kelas VII

I. Penilaian Hasil Belajar

1. Teknik Penilaian: pengamatan, tugas, tes tertulis
2. Prosedur Penilaian:

No	Aspek yang dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
1.	Sikap a. Terlibat aktif dalam pembelajaran b. Aktif dalam kegiatan kelompok c. Toleran terhadap proses pemecahan masalah yang berbeda	Pengamatan	Selama pembelajaran dan saat diskusi
2.	Keterampilan Terampil menerapkan konsep dalam pemecahan masalah dan mengerjakan LAS	Pengamatan	Selama pembelajaran dan diskusi
3.	Pengetahuan a. Menemukan sifat-sifat pengurangan bilangan bulat b. Menyelesaikan pengurangan bilangan bulat sesuai dengan konteks c. Menggunakan sifat-sifat pengurangan bilangan bulat dalam pemecahan masalah	Tugas dan tes tertulis	Penyelesaian LAS dan LKS

J. Instrumen Penilaian Hasil Belajar

1. Penilaian pengetahuan berupa LKS (terlampir)

Soal berpola dan soal tambahan yang akan ditulis di papan tulis:

$6-60=...$	$6-52=...$
$6-30=...$	$6-8=...$
$6-20=...$	$6-28=...$
$6-10=...$	$6-(-29)=...$
$6-6=...$	$6-(-46)=...$
$6-5=...$	$206-(-160)=...$
$6-4=...$	$206-320=...$
$6-3=...$	
$6-2=...$	
$6-1=...$	
$6-0=...$	
$6-(-1)=...$	
$6-(-2)=...$	
$6-(-3)=...$	
$6-(-10)=...$	
$6-(-20)=...$	
$6-(-50)=...$	

$(-8)-50=...$	$(-8)-(-10)=...$	$(-8)-46=...$
$(-8)-30=...$	$(-8)-(-20)=...$	$(-8)-28=...$
$(-8)-10=...$	$(-8)-(-40)=...$	$(-8)-(-25)=...$
$(-8)-(-8)=...$		$(-8)-(-37)=...$
$(-8)-(-3)=...$		$(-108)-(-150)=...$
$(-8)-(-2)=...$		$(-108)-130=...$
$(-8)-(-1)=...$		$(-108)-(-120)=...$
$(-8)-0=...$		
$(-8)-(-1)=...$		
$(-8)-(-2)=...$		
$(-8)-(-3)=...$		
$(-8)-(-8)=...$		

Lampiran 10. Panduan Guru Pertemuan III

Panduan untuk Guru Pertemuan Ketiga

A. Tujuan pembelajaran

4. Siswa dapat menentukan sifat-sifat pengurangan bilangan bulat
5. Siswa mampu menerapkan sifat-sifat dan strategi pemecahan masalah yang relevan dengan pengurangan bilangan bulat.
6. Siswa mampu mengembangkan strategi mental aritmatika melalui penyajian soal pengurangan bilangan bulat.

B. Alat-alat yang digunakan

1. Gambar yang diperlukan
2. Lembar Aktivitas Siswa (LAS) III
3. LKS III
4. Penggaris
5. Spidol

C. Langkah-langkah pembelajaran

1. Pendahuluan
 - a. Guru membuka kegiatan pembelajaran dengan salam pembuka dan berdoa.
 - b. Guru memeriksa kehadiran peserta didik sebagai sikap disiplin.
 - c. Menyiapkan fisik dan psikis peserta didik dalam mengawali kegiatan pembelajaran.
 - d. Guru menyampaikan tujuan pembelajaran.
2. Kegiatan inti
 - a. Guru memulai kegiatan pembelajaran dengan bertanya: *“Apakah diantara kalian ada yang masih ingat materi apa yang telah kita pelajari pada pertemuan sebelumnya?”*

- b. Guru meminta siswa untuk menyelesaikan satu soal mengenai penjumlahan bilangan bulat.
- c. Guru memusatkan perhatian siswa dengan mengenalkan konteks yang akan digunakan pada LAS 2 yaitu mengenai seorang pendaki dan penyelam dengan bertanya: *“Iya benar anak-anak, hari ini kita masih menggunakan konteks pendaki dan penyelam.”*
- d. Guru memulai jalannya diskusi kelas dengan bertanya, *“Bayangkan seorang penyelam yang sedang melakukan penelitian flora laut. Penyelam telah menempuh kedalaman 7 meter di bawah permukaan laut lalu kembali berenang turun sedalam 4 meter di bawah permukaan laut. Di mana posisi penyelam sekarang? Apakah posisi penyelam saat ini berada pada kedalaman laut yang lebih dalam dibandingkan sebelumnya?”*
- e. Guru membimbing jalannya diskusi kelas untuk melihat bagaimana cara penyelesaian yang dilakukan siswa terhadap permasalahan tersebut.
- f. Selanjutnya guru meminta siswa untuk mengatur posisi duduk dalam kelompok dengan 3-4 orang anggota sesuai dengan kelompok yang telah ditentukan sebelumnya.
- g. Guru mengaktifkan siswa dengan memberikan Lembar Aktifitas Siswa (LAS) materi pengurangan bilangan bulat dengan menggunakan konteks pendaki dan penyelam.
- h. Siswa mengerjakan LAS mengenai pengurangan bilangan bulat secara diskusi kelompok.
- i. Guru sebagai fasilitator berkeliling pada saat siswa berdiskusi kelompok untuk melihat penyelesaian yang dilakukan oleh siswa.
- j. Guru meminta dua orang perwakilan kelompok siswa untuk maju ke depan kelas membahas soal nomor 1 dan 2 LAS 3 aktivitas 1.
- k. Guru bersama siswa membahas jawaban LAS melalui diskusi kelas.
- l. Guru melanjutkan kegiatan diskusi kelas dengan menyajikan beberapa soal berpola di papan tulis yang berkaitan dengan soal sebelumnya

agar siswa dapat menemukan suatu sifat atau aturan untuk menyelesaikan pengurangan dengan bilangan bulat negatif.

- m. Siswa diberikan beberapa soal untuk mengeksplorasi strategi mental siswa.
 - n. Beberapa perwakilan kelompok siswa diminta untuk menjelaskan hasil jawaban masing-masing di depan kelas dan strategi yang dilakukan untuk menyelesaikan soal tersebut.
 - o. Diskusi kelas kembali dilanjutkan untuk membahas strategi mental yang paling efektif digunakan untuk tiap soal.
 - p. Siswa diberikan kesempatan untuk memberikan pendapat atau menanggapi hasil presentasi siswa lainnya.
 - q. Guru mengonfirmasi jawaban siswa.
3. Penutup
- a. Siswa dengan arahan atau bimbingan guru menyimpulkan sifat-sifat penjumlahan bilangan bulat.
 - b. Guru memberikan tes individu berupa Lembar Kerja Siswa (LKS) untuk dikerjakan kemudian dikumpulkan kembali dalam rangka mengetahui perkembangan strategi mental siswa.
 - c. Guru memberi tahu siswa untuk mempersiapkan terlebih dahulu di rumah dengan belajar karena pertemuan selanjutnya akan diadakan *post test* untuk melihat perkembangan kemampuan berpikir dan strategi mental yang dilakukan siswa pada soal penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat.
 - d. Guru mengakhiri kegiatan pembelajaran dengan memberikan pesan untuk tetap rajin belajar dan mengucapkan salam.

D. Penilaian

- 1. Diskusi
- 2. Lembar Kerja Siswa

Lampiran 11. Lembar Aktivitas Siswa (LAS) III

LEMBAR AKTIVITAS SISWA III

Satuan Pendidikan: Sekolah Menengah Pertama (SMP)

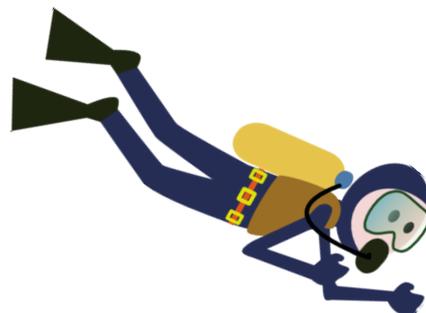
Mata Pelajaran: Matematika

Menghitung Pengurangan Bilangan Bulat

Nama Kelompok:	Anggota Kelompok: 1. 2. 3. 4.
<p>Petunjuk:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Kerjakanlah soal berikut secara diskusi kelompok! 2. Tulislah nama kelompok dan anggota kelompok pada tempat yang tersedia! 3. Perhatikan dahulu penjelasan guru sebelum mengerjakan! 	

Aktivitas 1

Seorang penyelam dan pendaki gunung melakukan aktivitas masing-masing secara bersamaan.



Pendaki gunung telah menempuh ketinggian 6 meter di atas permukaan laut, sedangkan penyelam telah menempuh kedalaman 8 meter di bawah permukaan laut. Tentukan posisi akhir pendaki atau penyelam tersebut jika:

1. Pendaki gunung turun sejauh 4 meter dari posisi sebelumnya
2. Penyelam turun sejauh 5 meter dari posisi sebelumnya

Jawaban:

Gambarkan dalam garis bilangan:

Lampiran 12. Lembar Kerja Siswa (LKS) III

LEMBAR KERJA SISWA III

Satuan Pendidikan: Sekolah Menengah Pertama (SMP)

Mata Pelajaran: Matematika

Menghitung Pengurangan Bilangan Bulat

Nama :

Kelas :

Petunjuk:

1. Kerjakan soal berikut secara individu!
2. Tulislah nama pada tempat yang telah tersedia!
3. Perhatikan dahulu penjelasan guru sebelum mengerjakan!

Aktivitas 2

Selesaikan operasi pengurangan bilangan bulat berikut dengan benar!

1. $513 - 389 = \dots$
2. $124 - (-617) = \dots$
3. $(-359) - 216 = \dots$
4. $(-478) - (-636) = \dots$

Jawaban:

Lampiran 13. Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) Pertemuan IV

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Satuan Pendidikan	: SMP Negeri 13 Bekasi
Kelas/Semester	: VII/1
Mata Pelajaran	: Matematika
Materi	: Bilangan Bulat
Topik	: Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat
Waktu	: 2x35 menit

A. Kompetensi Inti

1. Menghargai dan menghayati ajaran agama yang dianutnya.
2. Menghargai dan menghayati perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (toleransi, gotong royong), santun, percaya diri dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam dalam jangkauan pergaulan dan keberadaannya.
3. Memahami pengetahuan (faktual, konseptual, dan prosedural) berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, terkait fenomena dan kejadian tampak mata.
4. Mencoba, mengolah, dan menyaji dalam ranah konkret (menggunakan, mengurai, merangkai, memodifikasi, dan membuat) dan ranah abstrak (menulis, membaca, menghitung, menggambar, dan mengarang) sesuai dengan yang dipelajari di sekolah dan sumber lain yang sama dalam sudut pandang/teori.

B. Kompetensi Dasar

- 2.1 Menunjukkan perilaku konsisten dan teliti dalam melakukan aktivitas di rumah, sekolah, dan masyarakat sebagai wujud implementasi pemahaman tentang operasi hitung bilangan bulat dan pecahan
- 2.2 Menunjukkan perilaku ingin tahu dalam melakukan aktivitas di rumah, sekolah, dan masyarakat sebagai wujud implementasi penyelidikan operasi bilangan bulat
- 3.1 Membandingkan dan mengurutkan berbagai jenis bilangan serta menerapkan operasi hitung bilangan bulat dan bilangan pecahan dengan memanfaatkan berbagai sifat operasi

C. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Terlibat aktif dalam setiap proses pembelajaran
2. Bekerjasama dalam kegiatan kelompok
3. Toleran terhadap proses pemecahan masalah yang berbeda dan kreatif
4. Mengembangkan strategi mental aritmatika melalui penyajian soal penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat.

D. Tujuan Pembelajaran

1. Siswa mampu mengembangkan strategi mental aritmatika melalui penyajian soal penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat.

E. Materi Pembelajaran

1. Materi Pokok
 - 1.1 Penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat

F. Model/Metode/Pendekatan Pembelajaran

Pendekatan pembelajaran : Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI).
 Metode pembelajaran : Diskusi kelompok

G. Kegiatan Pembelajaran

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan	Alokasi Waktu
Pendahuluan	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru membuka kegiatan pembelajaran dengan salam pembuka dan berdoa. 2. Guru memeriksa kehadiran peserta didik sebagai sikap disiplin. 3. Menyiapkan fisik dan psikis peserta didik dalam mengawali kegiatan pembelajaran. 4. Guru menyampaikan tujuan pembelajaran. 	5 menit
Inti	<ol style="list-style-type: none"> 1. Guru memulai kegiatan pembelajaran dengan bertanya: <i>“Apakah kalian masih ingat mengenai sifat-sifat penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat khususnya melibatkan bilangan bulat negatif?”</i> 2. Guru memberikan penekanan kepada siswa mengenai sifat-sifat penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat yang harus dipahami. 3. Siswa mengatur posisi duduk secara berkelompok dengan anggota 4 orang sesuai dengan kelompok yang telah ditentukan sebelumnya. 4. Siswa diberikan kesempatan untuk mengeksplorasi strategi mental dengan diberikan Lembar Aktifitas Siswa (LAS) materi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat. 5. Siswa mengerjakan LAS mengenai penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat secara diskusi kelompok. 6. Guru sebagai fasilitator pada saat siswa berdiskusi kelompok. 7. Diskusi kelas dimulai untuk membahas jawaban LAS dengan dibimbing oleh guru. 8. Beberapa kelompok siswa diminta untuk menjelaskan hasil jawaban masing-masing di depan kelas dan strategi yang dilakukan untuk menyelesaikan soal tersebut. 9. Siswa diberikan kesempatan untuk memberikan pendapat atau menanggapi hasil presentasi siswa lainnya. 10. Diskusi kelas dilanjutkan untuk membahas strategi mental yang paling efektif untuk penyelesaian tiap soal. 11. Siswa bersama guru membahas jawaban LAS. 12. Guru mengonfirmasi jawaban siswa. 13. Siswa kembali ke tempat duduk masing-masing untuk melaksanakan <i>post test</i> 14. Guru memberikan <i>post test</i> untuk melihat perkembangan strategi mental siswa secara individu. 	60 menit

Penutup	1. Guru membagikan hasil LKS siswa sebelumnya. 2. Guru mengakhiri kegiatan pembelajaran dengan memberikan pesan untuk tetap rajin belajar dan mengucapkan salam.	4 menit
---------	---	---------

H. Alat/Media/Sumber Pembelajaran

1. Alat pembelajaran
 - Papan Tulis
 - Spidol
2. Media Pembelajaran
 - Lembar Aktivitas Siswa (terlampir)
 - Lembar observasi kegiatan pembelajaran di kelas
 - Lembar tes tertulis individu (*post test*) untuk mengetahui sudah sejauh mana pemahaman siswa terkait materi pengurangan bilangan bulat
3. Sumber Pembelajaran
 - Buku Teks Pelajaran Matematika SMP/MTs Kelas VII

I. Penilaian Hasil Belajar

1. Teknik Penilaian: pengamatan, tugas, tes tertulis
2. Prosedur Penilaian:

No	Aspek yang dinilai	Teknik Penilaian	Waktu Penilaian
1.	Sikap a. Terlibat aktif dalam pembelajaran b. Aktif dalam kegiatan kelompok c. Toleran terhadap proses pemecahan masalah yang berbeda	Pengamatan	Selama pembelajaran dan saat diskusi
2.	Keterampilan Terampil menerapkan konsep dalam pemecahan masalah dan mengerjakan LAS	Pengamatan	Selama pembelajaran dan diskusi
3.	Pengetahuan a. Menyelesaikan soal-soal penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dengan benar. b. Mengeksplorasi strategi mental dalam penyajian soal penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat	Tugas dan tes tertulis	Penyelesaian LAS dan LKS

J. Instrumen Penilaian Hasil Belajar

1. Penilaian pengetahuan berupa LKS

Lampiran 14. Panduan Guru Pertemuan IV

Panduan untuk Guru Pertemuan Keempat

A. Tujuan pembelajaran

1. Siswa mampu mengembangkan strategi mental aritmatika melalui penyajian soal penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat.

B. Alat-alat yang digunakan

1. Gambar yang diperlukan
2. Lembar Aktivitas Siswa (LAS) IV
3. LKS IV
4. Penggaris
5. Spidol

C. Langkah-langkah pembelajaran

1. Pendahuluan
 - a. Guru membuka kegiatan pembelajaran dengan salam pembuka dan berdoa.
 - b. Guru memeriksa kehadiran peserta didik sebagai sikap disiplin.
 - c. Menyiapkan fisik dan psikis peserta didik dalam mengawali kegiatan pembelajaran.
 - d. Guru menyampaikan tujuan pembelajaran.
2. Kegiatan inti
 - a. Guru memulai kegiatan pembelajaran dengan bertanya: *“Apakah kalian masih ingat mengenai sifat-sifat penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat khususnya melibatkan bilangan bulat negatif?”*
 - b. Guru memberikan penekanan kepada siswa mengenai sifat-sifat penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat yang harus dipahami.
 - c. Siswa mengatur posisi duduk secara berkelompok dengan anggota 4 orang sesuai dengan kelompok yang telah ditentukan sebelumnya.

- d. Siswa diberikan kesempatan untuk mengeksplorasi strategi mental dengan diberikan Lembar Aktifitas Siswa (LAS) materi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat.
 - e. Siswa mengerjakan LAS mengenai penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat secara diskusi kelompok.
 - f. Guru sebagai fasilitator pada saat siswa berdiskusi kelompok.
 - g. Diskusi kelas dimulai untuk membahas jawaban LAS dengan dibimbing oleh guru.
 - h. Beberapa kelompok siswa diminta untuk menjelaskan hasil jawaban masing-masing di depan kelas dan strategi yang dilakukan untuk menyelesaikan soal tersebut.
 - i. Siswa diberikan kesempatan untuk memberikan pendapat atau menanggapi hasil presentasi siswa lainnya.
 - j. Diskusi kelas dilanjutkan untuk membahas strategi mental yang paling efektif untuk penyelesaian tiap soal.
 - k. Siswa bersama guru membahas jawaban LAS.
 - l. Guru mengonfirmasi jawaban siswa.
 - m. Siswa kembali ke tempat duduk masing-masing untuk melaksanakan *post test*
 - n. Guru memberikan *post test* untuk melihat perkembangan strategi mental siswa secara individu.
3. Penutup
 - a. Guru membagikan hasil LKS siswa sebelumnya.
 - b. Guru mengakhiri kegiatan pembelajaran dengan memberikan pesan untuk tetap rajin belajar dan mengucapkan salam.

D. Penilaian

1. Diskusi
2. Lembar Kerja Siswa

Lampiran 15. Lembar Aktivitas Siswa (LAS) IV

LEMBAR AKTIVITAS SISWA IV

Satuan Pendidikan: Sekolah Menengah Pertama (SMP)

Mata Pelajaran: Matematika

Menghitung Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat

Nama Kelompok:	Anggota Kelompok: 1. 2. 3. 4.
Petunjuk: 1. Kerjakanlah soal berikut secara diskusi kelompok! 2. Tulislah nama kelompok dan anggota kelompok pada tempat yang tersedia! 3. Perhatikan dahulu penjelasan guru sebelum mengerjakan!	

Selesaikan operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat berikut dengan benar!

1. $1958 + (-989) = \dots$
2. $(-654) + 309 = \dots$
3. $473 + (-512) = \dots$
4. $(-2695) - (-1798) = \dots$

Jawaban:

Lampiran 16. Tes Evaluasi Akhir

TES EVALUASI AKHIR

Satuan Pendidikan: Sekolah Menengah Pertama (SMP)

Mata Pelajaran: Matematika

Menghitung Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat

Nama :

Kelas :

Petunjuk:

1. Kerjakan soal berikut secara individu!
2. Tulislah nama pada tempat yang telah tersedia!
3. Perhatikan dahulu penjelasan guru sebelum mengerjakan!

Selesaikan operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat berikut dengan benar!

1. $(-892) + 365 = \dots$
2. $516 - (-1247) = \dots$
3. $1921 + (-738) = \dots$
4. $432 - 691 = \dots$
5. $-523 - 378 = \dots$
6. $(-1501) + (-1732) = \dots$

Lampiran 17. Hipotesis Lintasan Belajar (HLB)

I. Pertemuan Pertama: Membuat Garis Bilangan Bulat

a. Tujuan:

- Siswa dapat menentukan bahwa permukaan laut digunakan sebagai acuan untuk menentukan ketinggian gunung dan kedalaman laut
- Siswa dapat menentukan bahwa bilangan yang dapat merepresentasikan kedalaman laut adalah bilangan bulat negatif
- Siswa dapat menggambarkan permukaan laut (dinyatakan dengan bilangan 0), ketinggian gunung (bilangan bulat positif), dan kedalaman laut (bilangan bulat negatif) pada suatu garis bilangan

b. Alat dan Bahan: Alat tulis, Lembar Aktivitas Siswa (LAS) I (terlampir), penggaris, papan tulis, spidol

c. Deskripsi Rencana Pembelajaran dan Diskusi:

Aktivitas 1

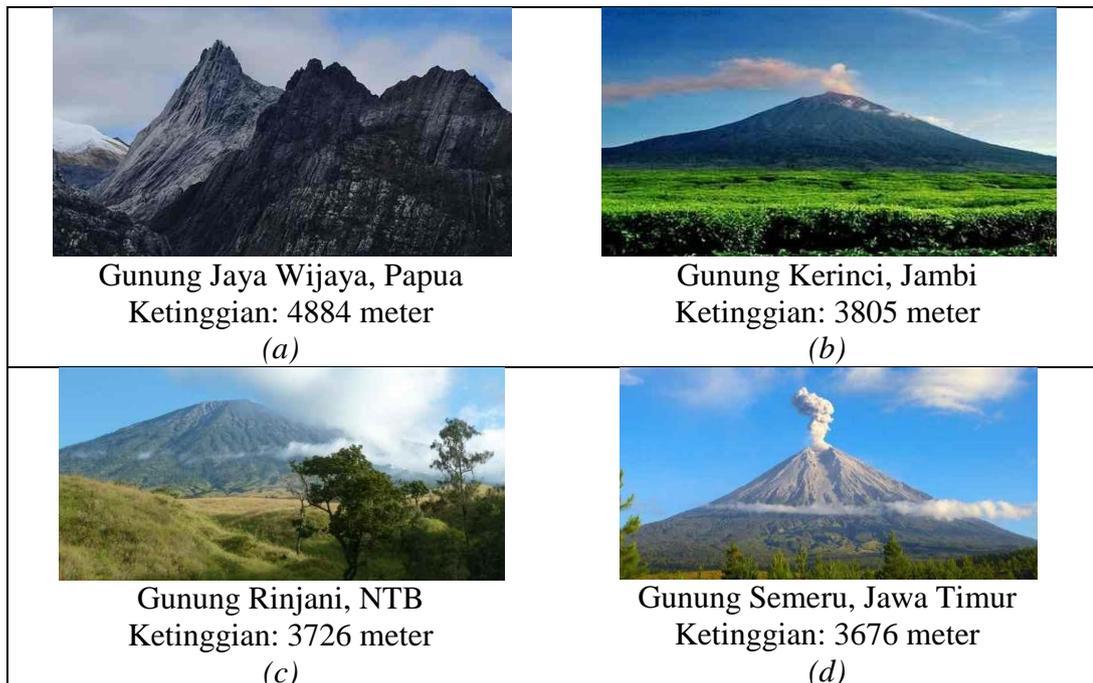
Sebelum memulai aktivitas pembelajaran, guru akan menyampaikan bahwa siswa akan mempelajari bilangan bulat. Guru selanjutnya dapat mengajukan pertanyaan seperti, “*Siapa yang tahu apa itu bilangan bulat?*” Guru dapat menganalisa sejauh mana pemahaman siswa mengenai bilangan bulat yang didapat sebelumnya oleh siswa karena materi tersebut sudah pernah diajarkan di Sekolah Dasar (SD). Setelah itu guru dapat memulai kegiatan pembelajaran pada aktivitas pertama dengan memberikan pertanyaan kepada siswa, “*Anak-anak, pernahkah kalian pergi ke suatu daratan yang tinggi seperti gunung atau tebing misalnya? Atau siapa yang memiliki kampung halaman dekat dengan gunung?*” Jawaban yang diharapkan adalah “*Saya, Bu.*” Selanjutnya guru dapat bertanya kembali, “*Pernahkah kalian terpikir untuk mengukur tinggi gunung tersebut? Bagaimana cara mengukurnya?*” Pertanyaan tersebut dimaksudkan untuk memusatkan perhatian siswa dalam mengikuti kegiatan pembelajaran dan menyelesaikan LAS I.

Sebelum memulai kegiatan diskusi, guru meminta siswa untuk menyiapkan diri mengikuti kegiatan pembelajaran. Kemudian pembelajaran dilanjutkan dengan guru memberikan LAS I kepada masing-masing meja siswa. Siswa diminta untuk menyelesaikan aktivitas 1 terlebih dahulu mengenai acuan apa yang digunakan untuk mengukur ketinggian suatu gunung.

Aktivitas 1: Menentukan Acuan untuk Ketinggian Gunung

Berikut ini adalah ilustrasi yang ada pada LAS I aktivitas 1:

Indonesia adalah negara kepulauan terbesar di dunia yang terdiri dari 13.466 pulau. Sebagian pulau-pulau di Indonesia merupakan rumah bagi gunung-gunung yang menjulang tinggi hingga mencapai ketinggian lebih dari 2000 meter. Berikut beberapa gunung di Indonesia dengan ketinggian lebih dari 2000 meter:



Gambar 2.5 Nama-nama Gunung di Indonesia dan Ketinggiannya

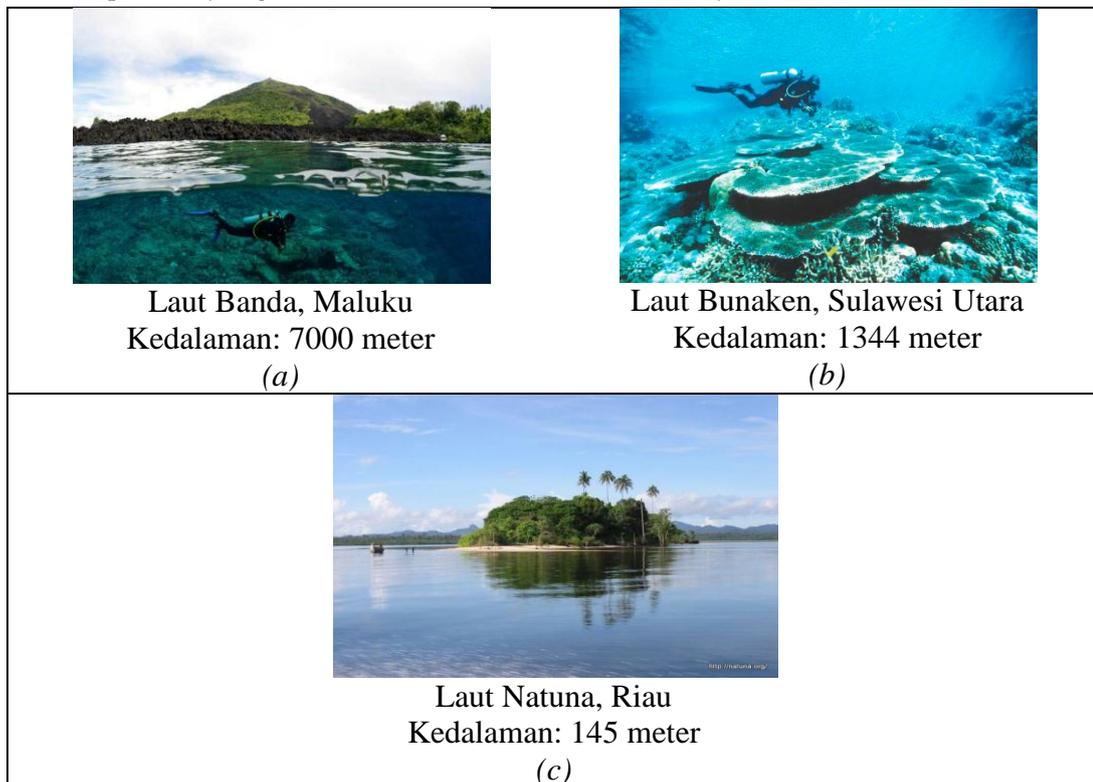
Menurut kalian, apa yang menjadi acuan tetap untuk menentukan ketinggian masing-masing gunung tersebut?

Kegiatan berlanjut dengan proses diskusi siswa untuk aktivitas 1. Setelah setiap kelompok selesai berdiskusi, guru meminta satu kelompok untuk mempresentasikan hasil diskusi di depan kelas. Jika belum ada satupun kelompok siswa yang menjawab bahwa permukaan laut adalah titik acuan untuk menentukan ketinggian gunung, guru dapat mengajukan pertanyaan, “*Apakah permukaan tanah setiap daerah di Indonesia sama? Apakah yang berlaku sama untuk seluruh daerah di Indonesia yang dapat digunakan untuk menyatakan ketinggian gunung? Bagaimana biasanya kalian menyatakan ketinggian suatu gunung?*” Melalui pertanyaan tersebut diharapkan siswa dapat menentukan bahwa permukaan laut adalah titik acuan dalam menentukan tinggi gunung. Jika seluruh siswa sudah sampai pada kesimpulan bahwa permukaan laut adalah titik acuan untuk menentukan ketinggian suatu gunung, kegiatan pembelajaran berlanjut pada aktivitas 2.

Aktivitas 2: Menuliskan Kedalaman Laut dan Ketinggian Gunung pada Garis Bilangan

Kegiatan pembelajaran berlanjut dengan aktivitas 2. Tujuan yang akan dicapai pada aktivitas 2 ini adalah siswa dapat menentukan bilangan yang digunakan untuk menyatakan kedalaman laut dan menuliskan ketinggian gunung serta kedalaman laut pada garis bilangan. Berikut ini adalah ilustrasi yang ada pada aktivitas 2:

Indonesia adalah negara kepulauan terbesar di dunia yang terdiri dari 13.466 pulau. Pada peta, dapat dilihat bahwa Indonesia dikelilingi oleh laut, samudra, ataupun selat yang menghubungkan satu pulau dengan pulau lainnya. Indonesia juga dikenal sebagai negara yang memiliki kekayaan laut yang tinggi. Berikut ini beberapa laut yang ada di Indonesia dan kedalamannya:



Gambar 2.6 Nama-nama Laut di Indonesia dan Kedalamannya

Dapatkah kalian menentukan bilangan yang sesuai untuk menyatakan kedalaman masing-masing laut?

Kegiatan pembelajaran berlanjut dengan proses diskusi siswa untuk menyelesaikan aktivitas 2. Setelah siswa selesai berdiskusi secara kelompok, guru meminta satu kelompok untuk mempresentasikan hasil diskusi di depan kelas. Melalui proses diskusi kelompok lalu dilanjutkan dengan diskusi kelas, diharapkan siswa dapat menentukan bahwa bilangan yang dapat merepresentasikan kedalaman laut adalah bilangan bulat negatif karena berada di bawah permukaan laut. Jika siswa terlihat merasa kesulitan, guru dapat membantu siswa dengan mengajukan pertanyaan, “*Di mana posisi seorang penyelam jika dilihat dari permukaan laut? Apakah pengukuran yang dilakukan untuk menentukan kedalaman laut berlawanan arah dengan pengukuran untuk menentukan ketinggian gunung?*”

Setelah siswa sepakat bahwa kedalaman laut dinyatakan dengan bilangan bulat negatif, guru melanjutkan kegiatan pembelajaran dengan mengajukan

pertanyaan, *“Sekarang, dapatkah kalian membantu Ibu untuk menyatakan ketinggian gunung dan kedalaman laut yang ada pada aktivitas 1 dan 2 pada suatu garis lurus dengan menggunakan permukaan laut sebagai titik acuan?”* Penggambaran ketinggian gunung dan kedalaman laut pada suatu garis lurus dimaksudkan agar siswa dapat menggambar garis bilangan bulat vertikal dengan permukaan laut adalah bilangan 0 karena dianggap sebagai titik acuan, bilangan bulat positif untuk menyatakan ketinggian gunung, dan bilangan bulat negatif untuk menyatakan kedalaman laut. Guru dapat melanjutkan proses diskusi kelompok dengan aktivitas 3 yaitu aktivitas dimana siswa diminta untuk meletakkan bilangan tertentu dengan menggunakan garis bilangan yang telah dibuat siswa pada aktivitas 2.

Aktivitas 3: Meletakkan Bilangan pada Garis Bilangan

Setelah siswa selesai membuat garis bilangan bulat yang berisi bilangan ketinggian gunung dan kedalaman laut, guru dapat mengeksplorasi kemampuan siswa untuk menentukan hubungan antar bilangan dengan meminta siswa meletakkan bilangan-bilangan tertentu. Guru meminta siswa untuk meletakkan bilangan 4134, 3750, 3693, 145, -650, -3500, dan -5604. Siswa kembali berdiskusi secara berkelompok untuk menempatkan bilangan-bilangan tersebut pada garis bilangan. Saat proses diskusi kelompok berlangsung, guru berkeliling untuk mengamati strategi yang digunakan siswa dalam menempatkan bilangan. Setelah proses diskusi kelompok selesai, siswa meminta dua kelompok secara bergantian untuk menjelaskan strategi yang digunakan dalam menempatkan bilangan di depan kelas. Siswa dengan guru berdiskusi untuk menentukan strategi seperti apa yang paling mudah dan cepat digunakan untuk menempatkan bilangan.

d. Hipotesis Proses Belajar

Aktivitas 1

Siswa disajikan ilustrasi mengenai ketinggian beberapa gunung di Indonesia dan diminta untuk menentukan apa yang menjadi acuan sehingga ketinggian suatu gunung dapat diketahui. Berikut adalah prediksi jawaban siswa:

1. Siswa mungkin masih ingat dan paham bahwa ketinggian gunung dinyatakan dalam sekian meter di atas permukaan laut, maka siswa dapat menjawab bahwa permukaan laut adalah acuan untuk menentukan ketinggian suatu gunung. Guru dapat mengajukan pertanyaan, *“Bagaimana kalian dapat menentukan bahwa permukaan laut adalah acuan yang digunakan untuk menentukan ketinggian suatu gunung?”* Jawaban yang diharapkan adalah, *“Biasanya ketinggian suatu gunung dinyatakan sekian meter di atas permukaan laut, Bu. Jadi, acuan yang digunakan untuk menentukan ketinggian suatu gunung adalah permukaan laut karena berlaku umum.”*
2. Siswa hanya melihat gambar pada LAS sehingga berkesimpulan bahwa permukaan tanah adalah acuan yang digunakan untuk menentukan ketinggian

gunung. Saat itu guru dapat mengajukan pertanyaan, “*Apakah keadaan permukaan tanah setiap daerah di Indonesia sama? Jika tidak sama, apakah dapat digunakan sebagai acuan untuk menentukan ketinggian suatu gunung?*”

Selanjutnya pada bagian diskusi dan presentasi setelah aktivitas, beberapa siswa mungkin masih bingung mengapa permukaan laut yang digunakan sebagai acuan untuk menentukan ketinggian suatu gunung. Guru dapat menyiasati keadaan tersebut dengan cara menunjukkan artikel yang memperlihatkan bahwa permukaan laut berlaku umum dan digunakan sebagai acuan untuk menyatakan ketinggian suatu gunung. Kesimpulan siswa bahwa permukaan laut adalah acuan untuk menentukan ketinggian suatu gunung juga dimaksudkan untuk memudahkan penyelesaian aktivitas 2.

Aktivitas 2

Siswa disajikan permasalahan mengenai kedalaman laut dan diminta untuk menentukan bilangan yang dapat merepresentasikan kedalaman laut tersebut.

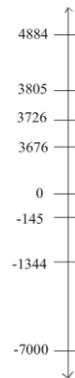
Berikut ini beberapa kemungkinan jawaban siswa pada aktivitas 2:

1. Siswa mungkin masih ingat dan paham bahwa kedalaman laut dinyatakan dalam sekian meter di bawah permukaan laut, maka bilangan yang dapat merepresentasikan kedalaman laut adalah bilangan bulat negatif karena pengukuran dilakukan ke bawah, berlawanan dengan cara pengukuran ketinggian gunung.
2. Siswa yang lain mungkin menggunakan bilangan bulat positif untuk menyatakan kedalaman laut karena tidak memperhatikan permukaan laut yang digunakan sebagai titik acuan dan kedalaman laut akan menunjukkan nilai yang semakin besar jika semakin dalam (jika pengukuran dilakukan makin ke bawah atau berlawanan dengan mengukur ketinggian gunung).

Setelah siswa paham bahwa bilangan bulat negatif adalah bilangan yang dapat digunakan untuk menyatakan kedalaman laut, selanjutnya siswa diminta untuk menggambarkan ketinggian gunung dan kedalaman laut pada suatu garis lurus dengan menggunakan permukaan laut sebagai titik acuan. Siswa diminta untuk menuliskan empat ketinggian gunung, yaitu: 3676 m, 3726 m, 3805 m, dan 4884 m dan tiga kedalaman laut, yaitu: -145 m, -1344 m, dan -7000 m. Berikut adalah hipotesis langkah siswa:

1. Melalui pengalaman sebelumnya di SD, siswa dapat meletakkan bilangan yang diminta sesuai dengan permintaan guru, yaitu: permukaan laut sebagai bilangan 0, ketinggian gunung dituliskan dari yang terkecil hingga yang terbesar atau dituliskan 3676 m, 3726 m, 3805 m, dan 4884 m (dari yang dekat dengan bilangan 0 sampai menjauhi bilangan 0), dan kedalaman laut dari yang lebih dangkal hingga yang lebih dalam atau dapat dituliskan -145 m, -1344 m, -7000 m.

Guru memberitahukan bahwa siswa telah membuat garis bilangan bulat setelah selesai melakukan aktivitas di atas. Pada garis bilangan, permukaan laut sebagai titik acuan adalah bilangan 0, ketinggian gunung akan memiliki nilai yang semakin besar saat bergerak ke atas dinyatakan dengan bilangan bulat positif terletak di atas bilangan 0 pada garis bilangan vertikal, dan kedalaman laut dinyatakan dengan bilangan bulat negatif terletak di bawah bilangan 0 pada garis bilangan vertikal.



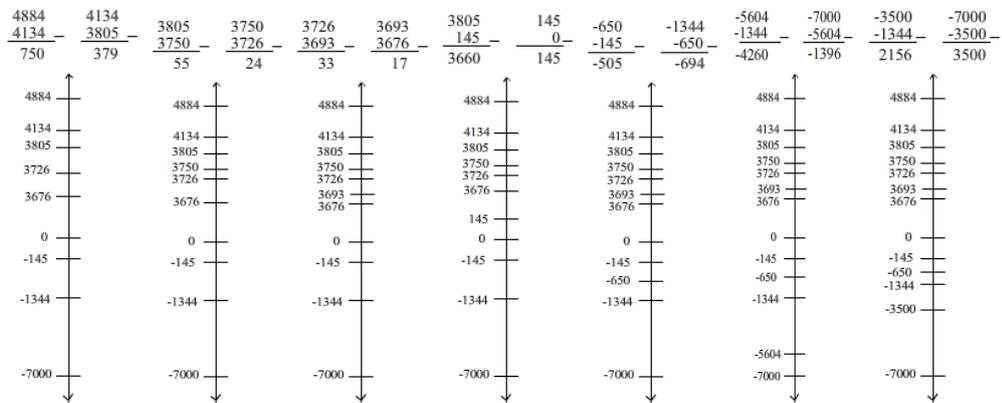
Gambar 2.7 Garis Bilangan Siswa untuk Aktivitas 2 LAS I

Aktivitas 3

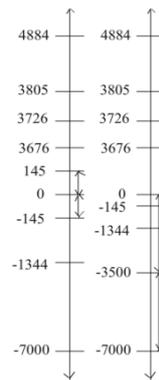
Siswa diminta untuk menempatkan bilangan 4134, 3750, 3693, 145, -650, -3500, dan -5604 pada garis bilangan yang telah siswa buat sebelumnya. Berikut adalah kemungkinan strategi yang digunakan oleh siswa dalam menempatkan masing-masing bilangan tersebut:

1. Siswa hanya mengira-ngira letak masing-masing bilangan di antara bilangan yang sudah diketahui. Langkah seperti ini mengakibatkan hasil yang diperoleh siswa tidak akurat.
2. Siswa menghitung selisih bilangan yang diminta dengan kedua bilangan yang berada di antara bilangan tersebut. Misalkan untuk bilangan 4134, siswa menghitung selisih bilangan tersebut dengan 4884 atau 3805. Setelah dilakukan penghitungan (kemungkinan siswa akan menggunakan cara bersusun ke bawah), siswa memperoleh hasil bahwa $4884 - 4134 = 750$ atau $4134 - 3805 = 329$. Selanjutnya siswa akan menempatkan bilangan 4134 lebih dekat dengan bilangan 3805 karena memiliki selisih yang lebih kecil dibandingkan selisih dengan 4884. Kemungkinan strategi yang muncul untuk masing-masing bilangan dapat dilihat pada gambar 2.8 halaman berikutnya.
3. Beberapa siswa mungkin menggunakan cara nomor 2 untuk menempatkan bilangan 145 dan -3500. Namun, beberapa siswa lainnya menyadari bahwa bilangan 145 adalah sama jaraknya dengan -145 tetapi diletakkan di atas bilangan 0, begitu juga dengan -3500 yang letaknya tepat berada di tengah antara bilangan 0 dan -7000 tanpa melakukan penghitungan tertentu.

Penempatan bilangan 145 dan -3500 berdasarkan penjelasan sebelumnya dapat dilihat pada gambar 2.9.

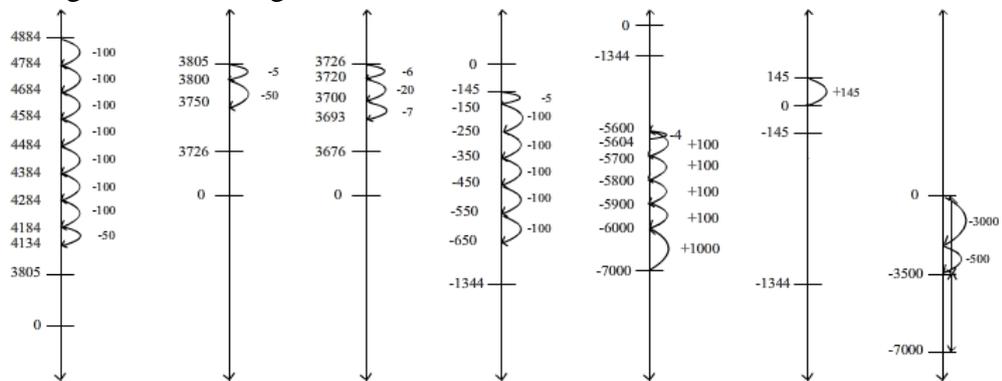


Gambar 2.8 Strategi Siswa untuk Aktivitas 3 LAS I dengan Selisih



Gambar 2.9 Strategi Siswa untuk Menempatkan Bilangan -145 dan -3500 pada Aktivitas 3 LAS I

4. Siswa menggunakan garis bilangan dan secara tidak langsung menggunakan strategi mental. Kemungkinan strategi yang muncul untuk masing-masing bilangan adalah sebagai berikut:



Gambar 2.10 Strategi Siswa untuk Aktivitas 3 LAS I dengan Garis Bilangan

Jika tidak ada siswa yang muncul dengan strategi menggunakan garis bilangan, guru bertanya kepada siswa, *“Apakah ada cara selain bersusun ke bawah?”* Kemudian guru dapat meminta perwakilan salah satu siswa untuk menjelaskan jawaban yang telah diperoleh sebelumnya di depan kelas. Jika siswa hanya mengulang pekerjaannya dengan menggunakan cara bersusun ke bawah, guru meminta siswa untuk menjelaskan bagaimana siswa dapat memperoleh bilangan yang dimaksud sambil menggambarkannya dengan menggunakan garis lengkung untuk setiap penjelasan yang diberikan siswa pada garis bilangan. Guru dapat meminta siswa lain mengulang penjelasan yang telah diberikan sampai seluruh siswa paham dengan cara tersebut. Guru juga dapat meminta siswa untuk menerapkan strategi tersebut pada bilangan-bilangan lainnya pada aktivitas 3.

II. Pertemuan Kedua: Menghitung Penjumlahan Bilangan Bulat

a. Tujuan:

- Siswa dapat mengetahui bahwa penjumlahan dua bilangan bulat positif akan menghasilkan bilangan bulat positif dan penjumlahan dua bilangan bulat negatif akan menghasilkan bilangan bulat negatif
- Siswa dapat mengetahui bahwa penjumlahan dengan bilangan bulat negatif sama dengan pengurangan dengan bilangan bulat positif
- Siswa dapat menghitung penjumlahan bilangan bulat dengan bantuan garis bilangan kosong

b. Alat dan Bahan: Alat tulis, Lembar Aktivitas Siswa (LAS) II (terlampir), penggaris, papan tulis, spidol

c. Deskripsi Rencana Pembelajaran dan Diskusi:

Aktivitas 1

Sebelum memulai aktivitas pada pertemuan kedua, guru terlebih dahulu bertanya kepada siswa untuk mengingatkan siswa tentang materi yang sudah dipelajari pada pertemuan sebelumnya, *“Siapa yang masih ingat apa yang telah kita bahas pada pertemuan kemarin?”* Siswa diharapkan dapat menjawab, *“Pada pertemuan sebelumnya kita belajar mengenai garis bilangan bulat, Bu.”* Guru dapat melanjutkan, *“Iya benar, pada pertemuan sebelumnya kita belajar mengenai garis bilangan bulat. Ada yang bisa membantu Ibu untuk menuliskan di papan tulis sebuah garis bilangan yang menunjukkan ketinggian dua buah gunung masing-masing 2250 meter dan 2130 meter di atas permukaan laut, lalu kedalaman dua buah laut masing-masing 1175 meter dan 925 meter di bawah permukaan laut?”* Pertanyaan guru terjawab ketika ada seorang siswa yang maju ke depan kelas dan menuliskan bilangan yang dimaksud pada sebuah garis bilangan.

Guru memberitahukan kepada siswa, *“Anak-anak, pada pertemuan sebelumnya kalian sudah belajar mengenai garis bilangan bulat. Hari ini kita*

akan belajar mengenai salah satu operasi bilangan bulat yaitu penjumlahan.” Kegiatan pembelajaran berlanjut dengan guru membagikan LAS II kepada siswa. Guru meminta siswa untuk mulai berdiskusi membahas aktivitas 1. Ilustrasi cerita yang diberikan pada aktivitas 1 adalah sebagai berikut: *Seorang penyelam dan pendaki gunung melakukan aktivitas masing-masing secara bersamaan. Pendaki gunung telah menempuh jarak 6 meter di atas permukaan laut, sedangkan penyelam telah menempuh jarak 12 meter di bawah permukaan laut. Tentukan posisi akhir pendaki atau penyelam tersebut jika:*

1. *Pendaki gunung naik sejauh 8 meter dari posisi sebelumnya*
2. *Penyelam naik sejauh 3 meter dari posisi sebelumnya*

Guru hanya memberikan waktu 10 menit untuk menyelesaikan permasalahan tersebut. Guru memperhatikan diskusi dan strategi berhitung yang dipilih oleh siswa. Setelah selesai berdiskusi dengan teman sekelompok, selanjutnya guru melaksanakan diskusi kelas dengan cara meminta satu kelompok untuk menjelaskan jawaban yang telah diperoleh di depan kelas. Guru dapat mengajukan pertanyaan untuk memastikan jawaban siswa, “*Bagaimana cara kamu memperoleh jawaban tersebut? Bagaimana cara kamu menghitungnya?*”

Setelah semua siswa paham mengenai jawaban permasalahan sebelumnya, guru dapat melanjutkan kegiatan pembelajaran dengan menuliskan di papan tulis:

$$\begin{aligned}
 &6+50=\dots \\
 &6+30=\dots \\
 &6+20=\dots \\
 &6+10=\dots \\
 &6+5=\dots \\
 &6+4=\dots \\
 &6+3=\dots \\
 &6+2=\dots \\
 &6+1=\dots \\
 &6+0=\dots \\
 &6+(-1)=\dots \\
 &6+(-2)=\dots \\
 &6+(-3)=\dots \\
 &6+(-4)=\dots \\
 &6+(-5)=\dots \\
 &6+(-6)=\dots \\
 &6+(-10)=\dots \\
 &6+(-20)=\dots \\
 &6+(-30)=\dots \\
 &6+(-50)=\dots
 \end{aligned}$$

Guru meminta siswa untuk terlebih dahulu berdiskusi secara berkelompok. Setelah waktu diskusi kelompok yang telah disepakati habis, guru meminta perwakilan salah satu kelompok untuk maju ke depan kelas membahas jawaban

dari soal tersebut. Guru dapat mengajukan pertanyaan, “*Bagaimana cara kamu memperoleh jawaban tersebut? Apa yang dapat kamu simpulkan dari soal tersebut? Dapatkah kamu menunjukkan pada Ibu jawaban yang telah kamu peroleh dengan menggunakan garis bilangan? Apa hasilnya jika kedua bilangan bulat positif dijumlahkan?*”

Guru lalu menambahkan beberapa soal, diantaranya: $16+50=...$, $36+50=...$, $136+50=...$, $136+150=...$, $6+45=...$, $6+39=...$, $6+18=...$, $6+(-27)=...$, $6+(-32)=...$, dan $6+(-48)=...$, siswa diminta untuk menyelesaikan kembali secara berkelompok. Guru dapat memantau diskusi siswa dan melihat perkembangan strategi mental yang siswa lakukan untuk menyelesaikan permasalahan tersebut. Melalui proses diskusi kelas, diharapkan siswa dapat menyadari bahwa ada pola yang terbentuk dari jawaban-jawaban soal tersebut yaitu dikurangkan satu. Lebih lanjut, diharapkan siswa dapat menemukan bahwa penjumlahan dengan bilangan bulat negatif sama dengan melakukan pengurangan dengan bilangan bulat positif dan penjumlahan kedua bilangan bulat positif akan menghasilkan bilangan bulat positif.

Setelah siswa selesai membahas permasalahan sebelumnya dan sampai pada kesimpulan, guru dapat melanjutkan kembali proses diskusi dengan menuliskan di papan tulis:

$$\begin{aligned} (-12)+60 &=... \\ (-12)+30 &=... \\ (-12)+20 &=... \\ (-12)+12 &=... \\ (-12)+10 &=... \\ (-12)+5 &=... \\ (-12)+4 &=... \\ (-12)+3 &=... \\ (-12)+2 &=... \\ (-12)+1 &=... \\ (-12)+0 &=... \\ (-12)+(-1) &=... \\ (-12)+(-2) &=... \\ (-12)+(-3) &=... \\ (-12)+(-4) &=... \\ (-12)+(-5) &=... \\ (-12)+(-10) &=... \\ (-12)+(-20) &=... \\ (-12)+(-30) &=... \\ (-12)+(-60) &=... \end{aligned}$$

Guru mengajukan pertanyaan, “*Ada yang mau membantu Ibu menuliskan jawaban dari soal tersebut? Apa hasilnya jika kedua bilangan bulat negatif dijumlahkan? Bagaimana penggambaran tanda penjumlahan pada operasi*

bilangan bulat pada garis bilangan?” Berdasarkan pengalaman yang telah diperoleh mengenai soal sebelumnya, diharapkan ada salah satu siswa yang maju ke depan kelas untuk menuliskan jawaban dari soal tersebut. Melalui proses diskusi kelas, diharapkan siswa dapat menyadari bahwa pola yang terbentuk dari jawaban soal-soal di atas sama dengan pola soal sebelumnya yaitu dikurang satu.

Setelah siswa selesai membahas soal di atas, guru dapat memberikan beberapa soal tambahan untuk diselesaikan siswa kembali secara berkelompok untuk melihat perkembangan strategi mental siswa, yaitu: $(-12)+39=...$, $(-12)+23=...$, $(-12)+(-60)=...$, $(-12)+(-68)=...$, $(-12)+(-168)=...$, $(-112)+(-168)=...$. Guru menunjuk salah satu perwakilan kelompok untuk membahas soal-soal tersebut dan meminta siswa lainnya untuk berpendapat jika terdapat penyelesaian berbeda. Melalui proses diskusi kelas, diharapkan siswa dapat melihat bahwa arah panah yang terbentuk ketika melakukan penjumlahan dengan bilangan bulat negatif akan berlawanan arah dengan penjumlahan dengan bilangan bulat positif dan jika kedua bilangan bulat negatif dijumlahkan maka akan menghasilkan bilangan bulat negatif. Melalui penggambaran pada garis bilangan, diharapkan siswa dapat mengetahui bahwa tanda operasi penjumlahan akan bergerak searah dengan bilangan kedua.

Aktivitas 2

Kegiatan pembelajaran berlanjut dengan pemberian LKS (Lembar Kerja Siswa) II. Siswa sudah memahami bahwa penjumlahan dengan bilangan bulat negatif sama dengan pengurangan dengan bilangan bulat positif berdasarkan kegiatan sebelumnya. Melalui pemberian LKS II, siswa secara individu diminta menyelesaikan beberapa soal terkait dengan materi penjumlahan bilangan bulat. Tujuan diberikannya LKS II adalah selain untuk mengetahui pemahaman siswa terhadap penjumlahan bilangan bulat, guru juga dapat melihat perkembangan strategi mental siswa dalam penyelesaian setiap soal yang diberikan. Soal-soal yang ada pada aktivitas 2 LKS II adalah sebagai berikut: 1. $289+426=...$, 2. $104+(-258)=...$, 3. $(-375)+490=...$, dan 4. $(-127)+(-416)=...$

d. Hipotesis Proses Belajar

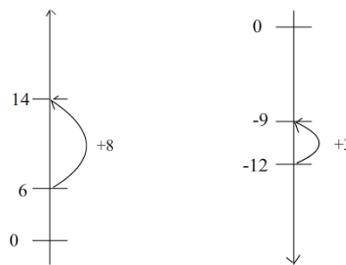
Aktivitas 1

Siswa disajikan permasalahan mengenai posisi seorang penyelam dan pendaki. Siswa diminta untuk menentukan posisi akhir dari pendaki dan penyelam tersebut sesuai dengan keadaan yang telah ditentukan. Berikut adalah beberapa hipotesis jawaban siswa:

1. Pada soal nomor 1, siswa dapat menentukan bahwa posisi seorang pendaki dengan ketinggian 6 meter di atas permukaan laut dapat dinyatakan dengan bilangan 6. Lalu pendaki tersebut naik 8 meter, artinya ketinggian yang dicapai akan bertambah atau dapat dituliskan: $6+8=14$. Diharapkan siswa dapat menjawab dengan benar karena soal hanya melibatkan bilangan bulat

positif dan sudah ada pengalaman mengenai penjumlahan bilangan bulat di SD. Kemungkinan siswa akan menyelesaikan soal tersebut dalam garis bilangan bulat vertikal atau garis bilangan bulat horizontal.

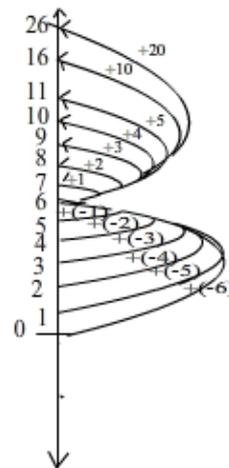
2. Pada soal nomor 2, berdasarkan aktivitas pada pertemuan sebelumnya siswa paham bahwa posisi penyelam yang berada 12 meter di bawah permukaan laut dinyatakan dengan -12 . Selanjutnya siswa menentukan bahwa jika penyelam naik sejauh 3 meter, artinya penyelam tersebut akan menuju permukaan laut atau dapat dituliskan $(-12)+3=(-9)$ yang artinya posisi akhir penyelam tersebut berada pada kedalaman 9 meter di bawah permukaan laut. Kemungkinan lainnya, siswa benar dalam menuliskan operasi bilangan yang dimaksud namun salah dalam menentukan hasil dari operasi bilangan tersebut, seperti: $(-12)+3=(-15)$ atau $(-12)+3=15$. Hal ini dikarenakan pemahaman yang belum cukup mendalam mengenai penjumlahan bilangan bulat. Jika masih ditemukan siswa yang mengalami kesulitan, guru dapat membantu siswa dengan cara menggambarkan operasi berupa garis lengkung pada garis bilangan seperti berikut:



Gambar 2.11 Garis Bilangan untuk Jawaban Permasalahan LAS II

Kegiatan berlanjut dengan aktivitas penjumlahan bilangan bulat yang dituliskan oleh guru di papan tulis. Siswa paham bahwa $6+50=56$, $6+30=36$, $6+20=26$, $6+10=16$, $6+5=11$, $6+4=10$, $6+3=9$, $6+2=8$, $6+1=7$, dan $6+0=6$. Kemungkinan siswa akan menyadari bahwa untuk menjawab soal berikutnya yaitu $6+(-1)$, ada pola yang terbentuk dari jawaban-jawaban soal sebelumnya yaitu dengan cara dikurangkan satu. Guru mengajukan pertanyaan untuk mengasah kemampuan siswa, “*Bagaimana cara kalian menentukan jawaban untuk $6+(-1)$, $6+(-2)$, $6+(-3)$, $6+(-4)$? Apa yang dapat kalian simpulkan pada penyelesaian soal di atas?*” Diharapkan siswa dapat menjawab bahwa, “ *$6+(-1)$ sama dengan $6-1=5$. Begitu juga dengan $6+(-2)$ sama dengan $6-2=3$, $6+(-3)=-3$, $6+(-4)=-2$, $6+(-5)=1$.*” Guru menanggapi jawaban siswa, “*Iya betul. Bagaimana untuk $6+(-6)$?*” Jawaban yang diharapkan dari siswa adalah, “*Jawaban untuk $6+(-6)=6-6=0$. Hasilnya sama dengan cara dikurangkan, Bu.*”

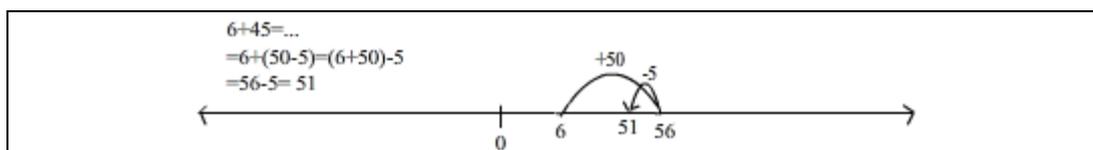
Guru menuliskan jawaban siswa tersebut pada garis bilangan dengan menggunakan garis lengkung untuk menggambarkan operasi bilangan yang dimaksud, gambarnya adalah sebagai berikut:

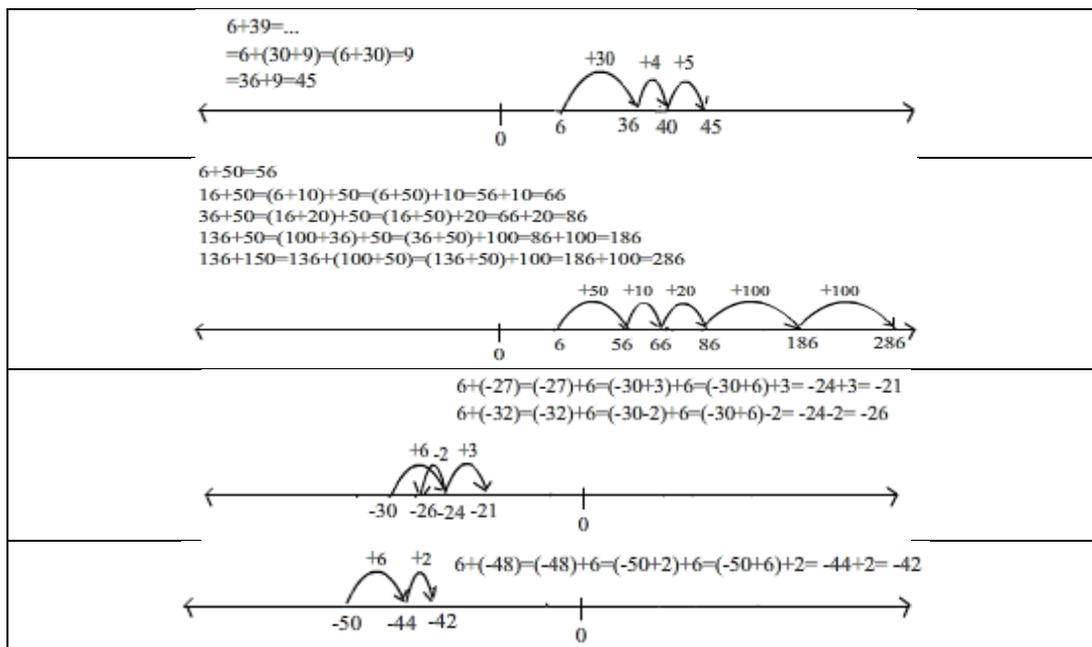


Gambar 2.12 Garis Bilangan untuk Pola 1 Penjumlahan Bilangan Bulat

Guru kembali membimbing diskusi siswa, “Anak-anak, apa hasilnya jika kedua bilangan bulat positif dijumlahkan? Coba perhatikan garis bilangan yang Ibu buat. Apa perbedaan tanda panah $+1$ dengan $+(-1)$? Bagaimana arah panah yang terbentuk? Apa yang dapat kalian simpulkan?” Siswa diharapkan dapat menjawab, “Jika kedua bilangan bulat positif dijumlahkan, hasilnya berupa bilangan bulat positif. Arah panah yang terbentuk berlawanan arah, Bu. Panah $+1$ mengarah ke atas, sedangkan panah untuk $+(-1)$ mengarah ke bawah. Panah untuk penjumlahan dengan bilangan bulat positif akan mengarah ke atas, sedangkan panah untuk penjumlahan dengan bilangan bulat negatif akan mengarah ke bawah, Bu.” Kemudian guru menanggapi, “Iya benar. Panah untuk penjumlahan dengan bilangan bulat positif akan mengarah ke atas atau ke kanan pada garis bilangan horizontal, sedangkan penjumlahan dengan bilangan bulat negatif akan mengarah ke bawah atau ke kiri pada garis bilangan horizontal. Selanjutnya, apa yang dapat kalian simpulkan untuk hasil $6+(-1)=-5$?” Diharapkan siswa dapat menjawab, “Penjumlahan dengan bilangan bulat negatif sama dengan pengurangan dengan bilangan bulat positif.”

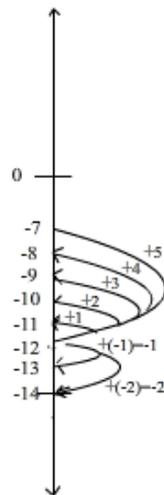
Kegiatan diskusi berlanjut dengan beberapa soal tambahan yang diberikan oleh guru. Sepakati bersama siswa bahwa penyelesaian dapat digambarkan dalam garis bilangan horizontal. Berikut kemungkinan siswa untuk soal $6+45=...$, $6+39=...$, $16+50=...$, $36+50=...$, $136+50=...$, $136+150=...$, $6+18=...$, $6+(-27)=...$, $6+(-32)=...$, dan $6+(-48)=...$ pada garis bilangan:





Gambar 2.13 Hipotesis Jawaban Siswa untuk Soal Tambahan Pola 1 pada Garis Bilangan

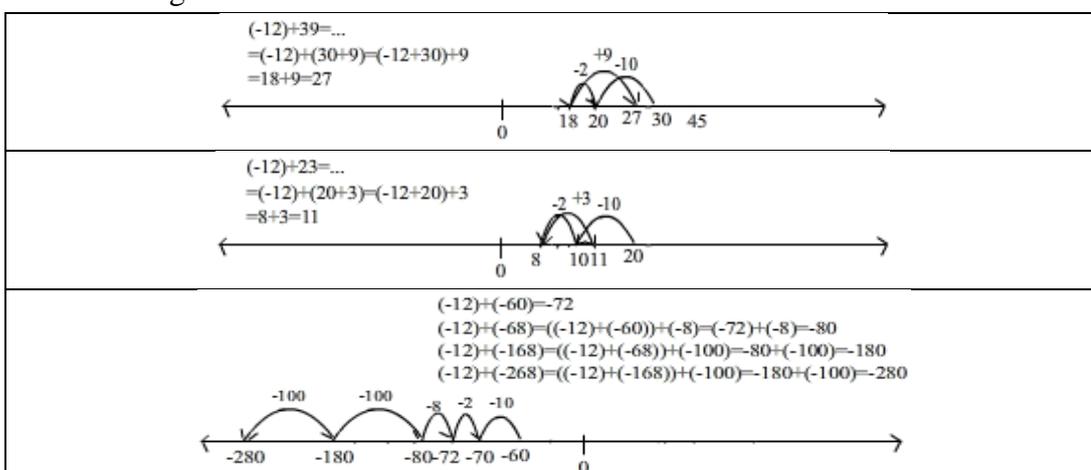
Jika tidak ada siswa yang muncul dengan strategi di atas pada saat diskusi kelas, guru dapat membimbing jalannya diskusi dengan bertanya, “Apakah ada cara lain yang lebih efektif untuk menyelesaikan soal-soal tersebut?” Setelah siswa selesai membahas soal sebelumnya, kegiatan pembelajaran kembali berlanjut dengan soal-soal penjumlahan bilangan bulat yang dituliskan oleh guru di papan tulis. Berdasarkan kegiatan sebelumnya, diharapkan siswa dapat memahami bahwa hasil untuk soal-soal tersebut $(-12)+5=-7$, $(-12)+4=-8$, $(-12)+3=-9$, $(-12)+2=-10$, $(-12)+1=-11$, $(-12)+0=(-12)$. Kemungkinan siswa akan menyadari suatu pola yaitu dikurangkan satu untuk menjawab soal berikutnya, yaitu: $(-12)+(-1)=-13$, $(-12)+(-2)=-14$, $(-12)+(-3)=-15$, $(-12)+(-4)=-16$. Guru mengajukan pertanyaan untuk meyakinkan jawaban siswa, “Apakah pola yang kalian temukan sama dengan kegiatan sebelumnya? Berapa hasil untuk $(-12)+12=...$?” Diharapkan siswa dapat menjawab bahwa, “Pola yang terbentuk sama yaitu dengan cara dikurangkan satu. Hasil untuk $(-12)+12=0$, Bu.” Guru menanggapi jawaban siswa dan bertanya kembali untuk mengetahui strategi siswa, “Iya benar anak-anak. Lalu bagaimana cara kalian dalam menyelesaikan $(-12)+20=...$?” Diharapkan siswa muncul dengan jawaban, “ $(-12)+20$ dapat diselesaikan dengan $20-12=8$.” Guru menuliskan jawaban siswa pada garis bilangan dengan menggunakan garis lengkung sebagai operasi bilangan yang dimaksud, garis bilangan yang terbentuk adalah sebagai berikut:



Gambar 2.14 Garis Bilangan untuk Soal Pola 2 Penjumlahan Bilangan Bulat

Guru kembali bertanya, “Jadi, apa hasil yang diperoleh jika kedua bilangan bulat negatif dijumlahkan? Konteks apa yang kalian gunakan untuk bilangan bulat positif dan negatif? Bagaimana penggambaran tanda operasi penjumlahan yang terbentuk pada garis bilangan?” Diharapkan siswa dapat menjawab bahwa, “Jika kedua bilangan bulat negatif dijumlahkan, hasilnya berupa bilangan bulat negatif, Bu. Konteks yang digunakan untuk bilangan bulat positif adalah naik dan untuk bilangan bulat negatif adalah turun. Jadi, tanda operasi penjumlahan akan bergerak searah dengan bilangan kedua, Bu.”

Kegiatan dilanjutkan dengan pemberian soal tambahan oleh guru untuk melihat perkembangan strategi mental siswa dalam menyelesaikan soal penjumlahan bilangan bulat yang didiskusikan oleh siswa secara berkelompok. Soal-soal tersebut, diantaranya: $(-12)+39=...$, $(-12)+23=...$, $(-12)+(-60)=...$, $(-12)+(-68)=...$, $(-12)+(-168)=...$, $(-112)+(-168)=...$, kemungkinan strategi siswa adalah sebagai berikut:

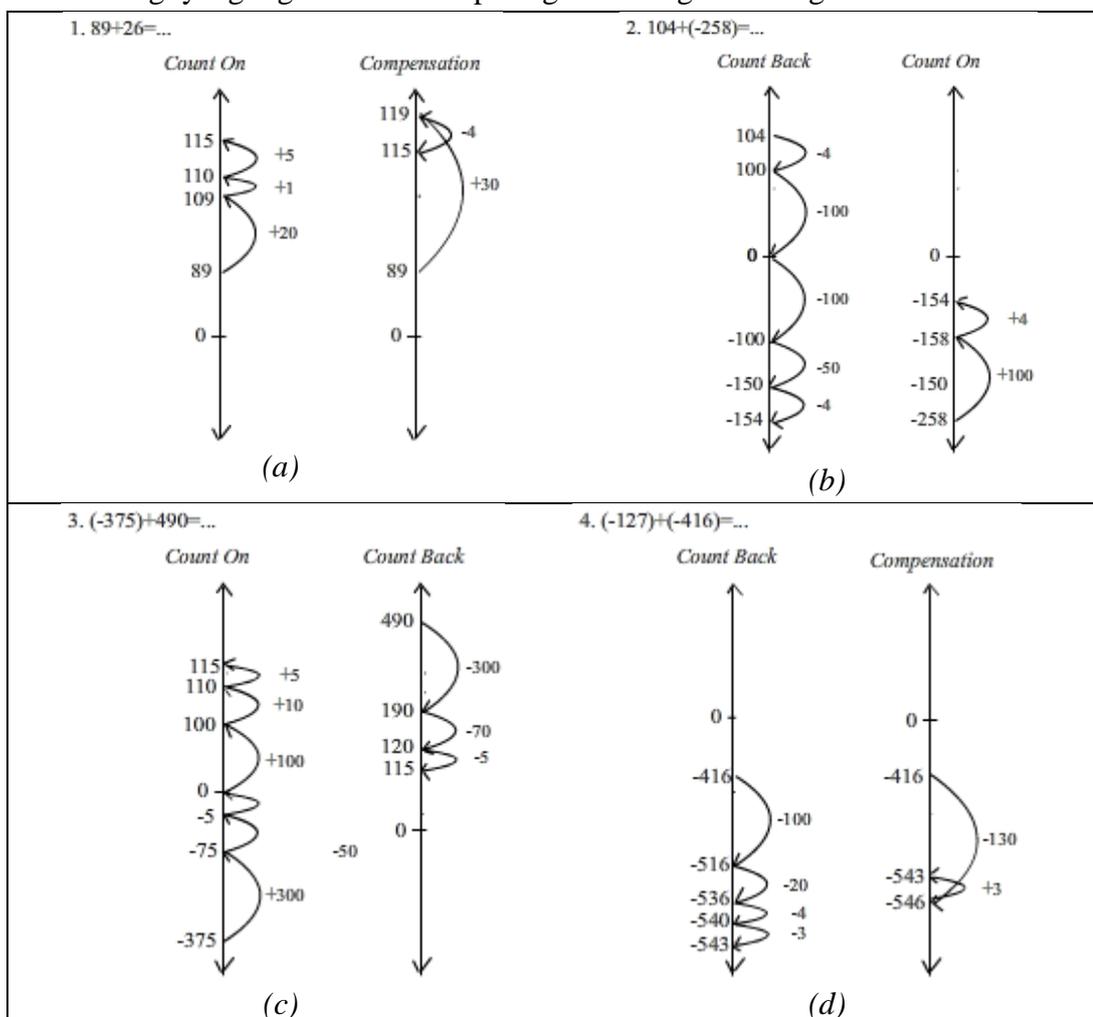


Gambar 2.15 Hipotesis Jawaban Siswa untuk Soal Tambahan Pola 2 pada Garis Bilangan

Aktivitas 2

Guru melanjutkan kegiatan pembelajaran dengan memberikan LKS (Lembar Kerja Siswa) II yang akan dikerjakan siswa secara individu. Untuk menyelesaikan soal-soal pada LKS II. Kemungkinan strategi yang dilakukan oleh siswa dalam menyelesaikan soal-soal pada LKS II adalah sebagai berikut:

1. Siswa mungkin menggunakan cara penghitungan bersusun ke bawah sebelum menuliskan hasil yang diperoleh pada garis bilangan. Namun, cara bersusun ke bawah rentan terhadap kesalahan karena siswa harus melakukan strategi menyimpan atau meminjam dengan benar dan juga siswa harus tahu mana bilangan yang harus didahulukan dalam menghitung.
2. Siswa menggunakan lompatan bilangan tertentu pada garis bilangan kosong. Siswa diharapkan terbiasa menggunakan strategi ini untuk menghindari kesalahan yang sering terjadi pada cara bersusun ke bawah. Berikut gambaran strategi yang digunakan siswa pada garis bilangan kosong:



Gambar 2.16 Kemungkinan Strategi Siswa untuk LKS II pada Garis Bilangan Kosong

Pertemuan Ketiga: Menghitung Pengurangan Bilangan Bulat

a. Tujuan:

- Siswa dapat mengetahui bahwa pengurangan dengan bilangan bulat negatif sama dengan menjumlahkan dengan bilangan bulat positif
- Siswa dapat menghitung pengurangan bilangan bulat dengan bantuan garis bilangan kosong

b. Alat dan Bahan: Alat tulis, Lembar Aktivitas III (terlampir), papan tulis, spidol, penggaris

c. Deskripsi Rencana Pembelajaran dan Diskusi:

Aktivitas 1

Sebelum memulai aktivitas pada pertemuan ketiga, guru terlebih dahulu bertanya kepada siswa untuk mengingatkan materi yang sudah dipelajari pada pertemuan sebelumnya, "*Siapa yang masih ingat apa yang telah kita bahas pada pertemuan kemarin?*" Siswa diharapkan dapat menjawab, "*Pada pertemuan sebelumnya kita belajar mengenai penjumlahan bilangan bulat, Bu.*" Guru dapat melanjutkan, "*Iya benar, pada pertemuan sebelumnya kita belajar mengenai penjumlahan bilangan bulat. Sekarang ada yang bisa membantu Ibu untuk menghitung $435+(-196)$ dan menunjukkan caranya dengan garis bilangan kosong?*" Pertanyaan guru terjawab ketika ada seorang siswa yang maju ke depan kelas dan menuliskan jawaban yang dimaksud dan cara yang digunakan pada sebuah garis bilangan kosong.

Guru memberitahukan kepada siswa, "*Anak-anak, materi yang akan kita pelajari pada hari ini adalah pengurangan bilangan bulat.*" Kegiatan pembelajaran berlanjut dengan guru membagikan LAS III kepada siswa. Guru meminta siswa untuk mulai berdiskusi membahas aktivitas 1. Ilustrasi cerita yang diberikan pada aktivitas 1 adalah sebagai berikut: *Seorang penyelam dan pendaki gunung melakukan aktivitas masing-masing secara bersamaan. Pendaki gunung telah menempuh jarak 6 meter di atas permukaan laut, sedangkan penyelam telah menempuh jarak 8 meter di bawah permukaan laut. Tentukan posisi akhir pendaki atau penyelam tersebut jika:*

1. *Pendaki gunung turun sejauh 4 meter dari posisi sebelumnya*
2. *Penyelam turun sejauh 5 meter dari posisi sebelumnya*

Guru hanya memberikan waktu 10 menit untuk menyelesaikan permasalahan tersebut. Guru memperhatikan diskusi dan strategi berhitung yang dipilih oleh siswa. Setelah selesai berdiskusi dengan teman sekelompok, selanjutnya guru melaksanakan diskusi kelas dengan cara meminta satu kelompok untuk menjelaskan jawaban yang telah diperoleh di depan kelas. Guru dapat mengajukan pertanyaan untuk memastikan jawaban siswa, "*Bagaimana cara kamu memperoleh jawaban tersebut? Bagaimana cara kamu menghitungnya?*"

Setelah semua siswa paham mengenai jawaban permasalahan sebelumnya, guru dapat melanjutkan kegiatan pembelajaran dengan menuliskan di papan tulis:

$$\begin{aligned}
 &6-60=\dots \\
 &6-30=\dots \\
 &6-20=\dots \\
 &6-10=\dots \\
 &6-6=\dots \\
 &6-5=\dots \\
 &6-4=\dots \\
 &6-3=\dots \\
 &6-2=\dots \\
 &6-1=\dots \\
 &6-0=\dots \\
 &6-(-1)=\dots \\
 &6-(-2)=\dots \\
 &6-(-3)=\dots \\
 &6-(-10)=\dots \\
 &6-(-20)=\dots \\
 &6-(-30)=\dots \\
 &6-(-60)=\dots
 \end{aligned}$$

Guru meminta siswa untuk terlebih dahulu berdiskusi secara berkelompok. Setelah waktu diskusi kelompok yang telah disepakati habis, guru meminta perwakilan salah satu kelompok untuk maju ke depan kelas membahas jawaban dari soal tersebut. Guru dapat mengajukan pertanyaan, *“Bagaimana cara kamu memperoleh jawaban tersebut? Dapatkah kamu menunjukkan pada Ibu jawaban yang telah kamu peroleh dengan menggunakan garis bilangan? Bagaimana arah panah yang terbentuk?”* Melalui proses diskusi kelas, diharapkan siswa dapat menyadari bahwa ada pola yang terbentuk dari jawaban-jawaban soal tersebut yaitu ditambahkan dengan satu. Guru melanjutkan, *“Jadi anak-anak, apa yang dapat kamu simpulkan dari pengerjaan $6-1$ dan $6-(-1)$? Berapa hasil untuk $6-6$? Berapa hasil untuk $6-20$? Jika konteks yang digunakan masih sama yaitu naik untuk bilangan bulat positif dan turun untuk bilangan bulat negatif, bagaimana pergerakan tanda operasi pengurangan yang terbentuk pada garis bilangan?”* Melalui pertanyaan tersebut diharapkan siswa dapat memahami bahwa pengurangan dengan bilangan bulat negatif sama dengan penjumlahan dengan bilangan bulat positif. Guru dapat melihat strategi siswa dalam menyelesaikan soal pengurangan jika bilangan yang dikurang lebih kecil daripada pengurangnya melalui soal 1512-1700. Diharapkan pula siswa dapat menjawab bahwa tanda operasi pengurangan akan bergerak beralwanaan arah dengan bilangan kedua.

Setelah semua soal selesai dibahas melalui diskusi kelas, guru memberikan beberapa soal tambahan untuk didiskusikan siswa secara berkelompok. Soal-soal tersebut diantaranya: $6-52=\dots$, $6-28=\dots$, $6-(-29)=\dots$, $6-(-46)=\dots$, selama diskusi

kelompok berlangsung, guru berkeliling untuk melihat perkembangan strategi mental yang dilakukan oleh siswa untuk menyelesaikan soal bilangan bulat tersebut.

Guru melanjutkan kegiatan pembelajaran dengan membahas soal nomor 2 pada LAS III. Setelah siswa paham bahwa soal tersebut dapat diselesaikan dengan menuliskan operasi bilangan yang sesuai dan menunjukkannya pada garis bilangan, guru menuliskan soal-soal berikut di papan tulis:

$$\begin{aligned} &(-8)-50=\dots \\ &(-8)-30=\dots \\ &(-8)-10=\dots \\ &(-8)-8=\dots \\ &(-8)-3=\dots \\ &(-8)-2=\dots \\ &(-8)-1=\dots \\ &(-8)-0=\dots \\ &(-8)-(-1)=\dots \\ &(-8)-(-2)=\dots \\ &(-8)-(-3)=\dots \\ &(-8)-(-8)=\dots \\ &(-8)-(-10)=\dots \\ &(-8)-(-20)=\dots \\ &(-8)-(-40)=\dots \end{aligned}$$

Guru mengajukan pertanyaan, “*Ada yang mau membantu Ibu menuliskan jawaban dari soal tersebut di papan tulis? Apakah pola yang kalian temukan sama dengan soal-soal sebelumnya? Bagaimana cara kalian menyelesaikan $(-8)-50$? Berapa hasil untuk $(-8)-(-8)$ dan $(-8)-(-40)$? Bagaimana cara menyelesaikannya?*” Berdasarkan pengalaman yang telah diperoleh mengenai soal sebelumnya, diharapkan ada salah satu siswa yang maju ke depan kelas untuk menuliskan jawaban dari soal tersebut. Melalui proses diskusi kelas, diharapkan siswa dapat menyadari bahwa pola yang terbentuk dari jawaban soal-soal di atas sama dengan pola dari soal sebelumnya yaitu ditambah bilangan ratusan. Diharapkan pula siswa dapat memahami bahwa, $(-8)-50=(-8)+(-50)=-58$, $(-8)-(-8)=(-8)+8=0$, dan $(-8)-(-40)=(-8)+40=40-8=32$.

Setelah siswa selesai membahas soal di atas, guru dapat memberikan beberapa soal tambahan untuk diselesaikan siswa kembali secara berkelompok, yaitu: $(-8)-46=\dots$, $(-8)-28=\dots$, $(-8)-(-25)=\dots$, $(-8)-(-37)=\dots$, $(-8)-(-50)=\dots$, $(-8)-(-150)=\dots$, $(-108)-(-150)=\dots$, $(-108)-(-130)=\dots$, dan selama proses diskusi berlangsung, guru berkeliling untuk melihat perkembangan strategi mental siswa dalam menyelesaikan soal-soal tersebut. Guru menunjuk salah satu perwakilan kelompok untuk membahas soal dan meminta siswa lainnya untuk berpendapat jika terdapat penyelesaian berbeda. Pada akhir aktivitas 1, guru dapat bertanya

kembali mengenai sifat pengurangan dengan bilangan bulat negatif untuk memberikan penekanan kepada siswa.

Aktivitas 2

Kegiatan pembelajaran berlanjut dengan LKS III. Siswa sudah memahami bahwa pengurangan dengan bilangan bulat negatif sama dengan penjumlahan dengan bilangan bulat positif berdasarkan kegiatan sebelumnya. Pada LKS III, siswa diminta menyelesaikan beberapa soal terkait dengan materi pengurangan bilangan bulat secara individu. Tujuan diberikannya LKS III adalah untuk mengetahui pemahaman siswa terhadap pengurangan bilangan bulat dan perkembangan strategi mental siswa dalam menyelesaikan setiap soal yang disajikan. Soal-soal yang ada pada aktivitas 2 LAS III adalah sebagai berikut:

1) $513-389=...$, 2) $124-(-617)=...$, 3) $(-359)-216=...$, dan 4) $(-478)-(-236)=.....$

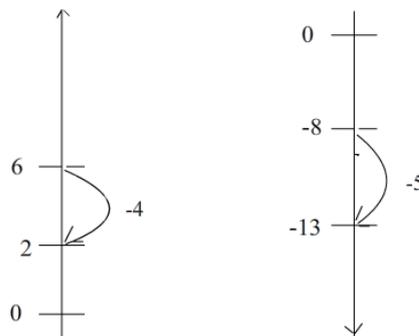
d. Hipotesis Proses Belajar

Aktivitas 1

Siswa disajikan permasalahan mengenai posisi seorang penyelam dan pendaki. Siswa diminta untuk menentukan posisi akhir dari pendaki dan penyelam tersebut sesuai dengan keadaan yang telah ditentukan. Berikut adalah beberapa hipotesis jawaban siswa:

1. Pada soal nomor 1, siswa dapat menentukan bahwa posisi seorang pendaki dengan ketinggian 6 meter di atas permukaan laut dapat dinyatakan dengan bilangan bulat positif 6. Lalu pendaki tersebut turun 4 meter, artinya ketinggian yang dicapai akan berkurang atau dapat dituliskan: $6-4=2$. Diharapkan siswa dapat menjawab dengan benar karena sudah ada pengalaman mengenai pengurangan bilangan bulat di SD.
2. Pada soal nomor 2, berdasarkan aktivitas pada pertemuan sebelumnya siswa paham bahwa posisi penyelam yang berada 8 meter di bawah permukaan laut dinyatakan dengan -8. Selanjutnya siswa menentukan bahwa jika penyelam turun sejauh 5 meter, artinya penyelam tersebut akan berada pada posisi kedalaman laut yang lebih dalam atau dapat dituliskan $(-8)-5=(-13)$ yang artinya posisi akhir penyelam tersebut berada pada kedalaman 13 meter di bawah permukaan laut. Kemungkinan lainnya, siswa benar dalam menuliskan operasi bilangan yang dimaksud namun salah dalam menentukan hasil dari operasi bilangan tersebut, seperti: $(-8)-5=13$, $(-8)-5=(-3)$, atau $(-8)-5=3$. Hal ini dikarenakan pemahaman yang belum cukup mendalam mengenai pengurangan bilangan bulat.

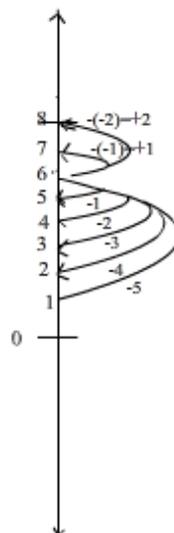
Jika masih ditemukan siswa yang mengalami kesulitan, guru dapat membantu siswa dengan cara menggambarkan operasi berupa garis lengkung pada garis bilangan seperti berikut:



Gambar 2.17 Garis Bilangan untuk Jawaban Permasalahan Aktivitas 1 LAS III

Setelah semua siswa paham mengenai jawaban permasalahan sebelumnya, kegiatan berlanjut dengan penulisan soal di papan tulis oleh guru dan siswa diberi waktu untuk diskusi berkelompok. Siswa paham bahwa $6-5=1$, $6-4=2$, $6-3=3$, $6-2=4$, $6-1=5$, $6-6=0$. Berdasarkan pengalaman sebelumnya, kemungkinan siswa akan melihat pola dari jawaban-jawaban tersebut yaitu ditambah dengan satu, maka siswa dapat menjawab $6-(-1)=7$, $6-(-2)=8$, $6-(-3)=9$, $6-(-10)=16$. Guru menunjuk salah satu perwakilan kelompok untuk menuliskan jawaban pada garis bilangan dan menjelaskan arah panah yang terbentuk berdasarkan operasi hitung bilangan bulat pada soal, berikut kemungkinan garis bilangan yang akan dibuat oleh siswa dapat dilihat pada gambar 2.18.

Guru mengajukan pertanyaan, “*Bagaimana panah yang terbentuk untuk $6-1$ dan $6-(-1)$? Apa yang dapat kalian simpulkan dari kedua soal tersebut?*” Melalui penggambaran garis bilangan yang tepat, diharapkan siswa dapat menjawab, “*Panah untuk $6-1$ akan mengarah ke bawah yaitu ke bilangan 5, sedangkan panah untuk $6-(-1)$ akan mengarah ke atas. Pengurangan dengan bilangan bulat negatif sama dengan penjumlahan dengan bilangan bulat positif, Bu.*”

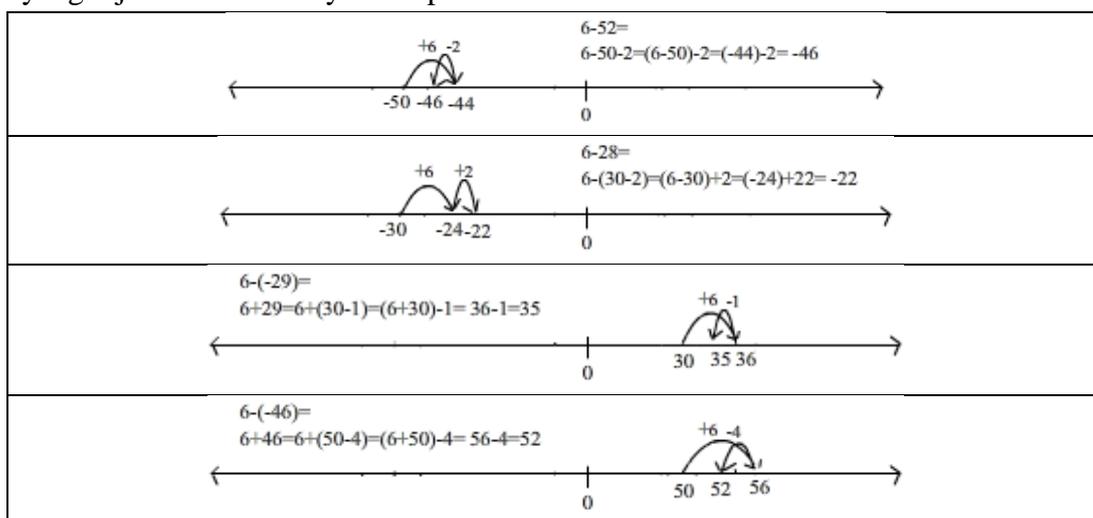


Gambar 2.18 Garis Bilangan Siswa untuk Pola 1 Pengurangan Bilangan Bulat

Guru dapat melanjutkan proses diskusi kelas dengan mengajukan pertanyaan, “Berapa hasil untuk operasi pengurangan 6-6? Berapa hasil 6-60? Jika konteks yang digunakan masih sama yaitu naik untuk bilangan bulat positif dan turun untuk bilangan bulat negatif, bagaimana pergerakan tanda operasi pengurangan yang terbentuk pada garis bilangan?” Jawaban yang diharapkan oleh siswa, “Hasil 6-6=0 dan 6-60=(-54), Bu. Jika konteks yang digunakan masih sama, tanda operasi pengurangan akan berlawanan arah dengan bilangan kedua, Bu.” Guru dapat mengajukan pertanyaan tambahan, “Jadi anak-anak, bagaimana panah yang terbentuk untuk pengurangan dengan bilangan bulat positif? Bilangan bulat positif seharusnya mengarah ke mana? Bagaimana pergerakan tanda operasi pengurangan yang ada pada operasi bilangan tersebut?” Diharapkan siswa dapat menjawab, “Pengurangan dengan bilangan bulat positif akan mengarah ke bawah, Bu. Bilangan bulat positif seharusnya mengarah ke atas, jadi tanda operasi pengurangan mengakibatkan pergerakan yang ada berlawanan dengan yang seharusnya, Bu.”

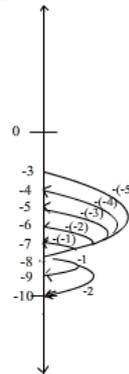
Setelah semua soal selesai dibahas melalui diskusi kelas, siswa kembali diskusi berkelompok untuk menyelesaikan soal-soal $6-52=...$, $6-28=...$, $6-(-29)=...$, $6-(-46)=...$, untuk dilihat perkembangan strategi mental yang dilakukan. Kemungkinan jawaban siswa pada garis bilangan kosong untuk soal-soal di atas adalah pada gambar 2.19.

Guru meminta perwakilan salah satu kelompok untuk menjelaskan strategi yang digunakan di depan kelas lalu bertanya kepada siswa apakah ada penyelesaian yang berbeda. Jika terdapat penyelesaian berbeda dan lebih efektif, siswa tersebut diminta untuk menjelaskan jawaban di depan kelas. Siswa tidak dipaksa menggunakan strategi tertentu, namun siswa harus memahami strategi yang dijelaskan temannya di depan kelas.



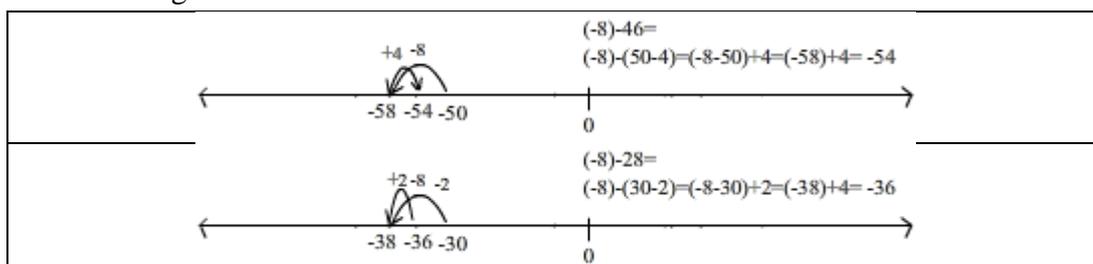
Gambar 2.19 Garis Bilangan Siswa untuk Soal Tambahan Nomor 1 LAS III

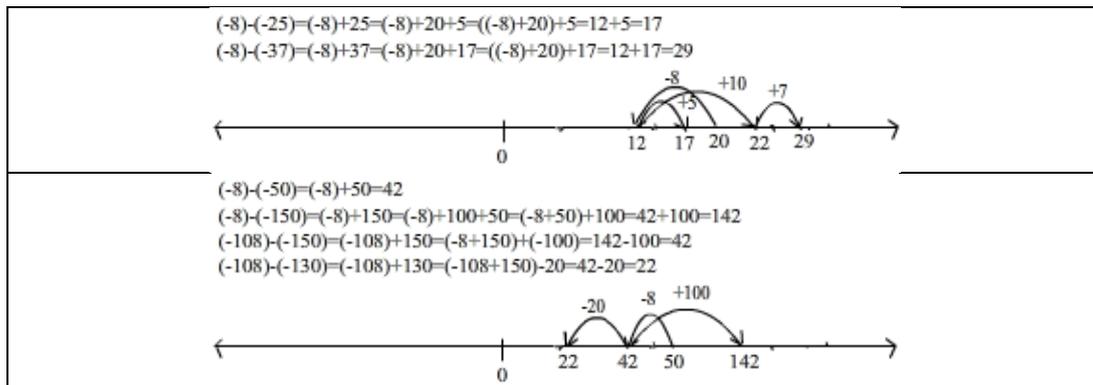
Kegiatan pembelajaran berlanjut kembali dengan penulisan soal di papan tulis oleh guru dan siswa diminta untuk menuliskan jawabannya langsung. Diharapkan ada siswa yang maju ke depan kelas dan dapat menjawab bahwa $(-8)-50=(-58)$, $(-8)-30=(-38)$, $(-8)-10=(-18)$, $(-8)-8=(-16)$, $(-8)-3=(-11)$, $(-8)-2=(-10)$, $(-8)-1=(-9)$, $(-8)-0=(-8)$. Berdasarkan pengalaman sebelumnya, siswa telah memahami bahwa pengurangan dengan bilangan bulat negatif sama dengan penjumlahan dengan bilangan bulat positif, kemungkinan siswa akan menyadari suatu pola pada jawaban-jawaban tersebut, yaitu ditambahkan satu, maka untuk soal berikutnya diharapkan siswa dapat menjawab bahwa $(-8)-(-1)=(-7)$, $(-8)-(-2)=(-6)$, $(-8)-(-3)=(-5)$, $(-8)-(-8)=0$, $(-8)-(-10)=2$, $(-8)-(-20)=12$, $(-8)-(-40)=32$. Siswa juga diminta untuk menunjukkan jawabannya pada garis bilangan dan menjelaskan strateginya dalam memperoleh jawaban $(-8)-50$, $(-8)-(-8)$, dan $(-8)-(-40)$. Kemungkinan garis bilangan yang dibuat siswa adalah sebagai berikut:



Gambar 2.20 Garis Bilangan untuk Pola 2 Pengurangan Bilangan Bulat

Setelah siswa selesai membahas soal di atas, guru dapat memberikan beberapa soal tambahan untuk diselesaikan siswa kembali secara berkelompok, yaitu: $(-8)-46=...$, $(-8)-28=...$, $(-8)-(-25)=...$, $(-8)-(-37)=...$, $(-8)-(-50)=...$, $(-8)-(-150)=...$, $(-108)-(-150)=...$, $(-108)-(-130)=...$, dan selama proses diskusi berlangsung, guru berkeliling untuk melihat perkembangan strategi mental siswa dalam menyelesaikan soal-soal tersebut. Guru menunjuk salah satu perwakilan kelompok untuk membahas soal dan meminta siswa lainnya untuk berpendapat jika terdapat penyelesaian berbeda. Kemungkinan jawaban yang ditulis siswa adalah sebagai berikut:





Gambar 2.21 Garis Bilangan Siswa untuk Soal Tambah Nomor 2

Guru dapat kembali mengajukan pertanyaan kepada siswa untuk memberikan penekanan mengenai sifat pengurangan bilangan bulat, “*Jadi anak-anak, bagaimana sifat untuk pengurangan dengan bilangan bulat negatif? Berapa hasil dari $6 - (-50)$? Bagaimana cara kalian menyelesaikannya?*” Diharapkan siswa dapat menjawab, “*Pengurangan dengan bilangan bulat negatif sama dengan penjumlahan dengan bilangan bulat positif. Hasil dari $6 - (-50) = 6 + 50 = 56$, Bu.*”

Aktivitas 2

Guru melanjutkan kegiatan pembelajaran dengan memberikan LKS III yang akan dikerjakan siswa secara individu. Tujuan diberikannya LKS III adalah untuk mengetahui pemahaman siswa terhadap pengurangan bilangan bulat dan melihat perkembangan strategi mental siswa dalam menyelesaikan soal. Kemungkinan strategi yang dilakukan oleh siswa dalam menyelesaikan soal-soal pada LKS III adalah sebagai berikut:

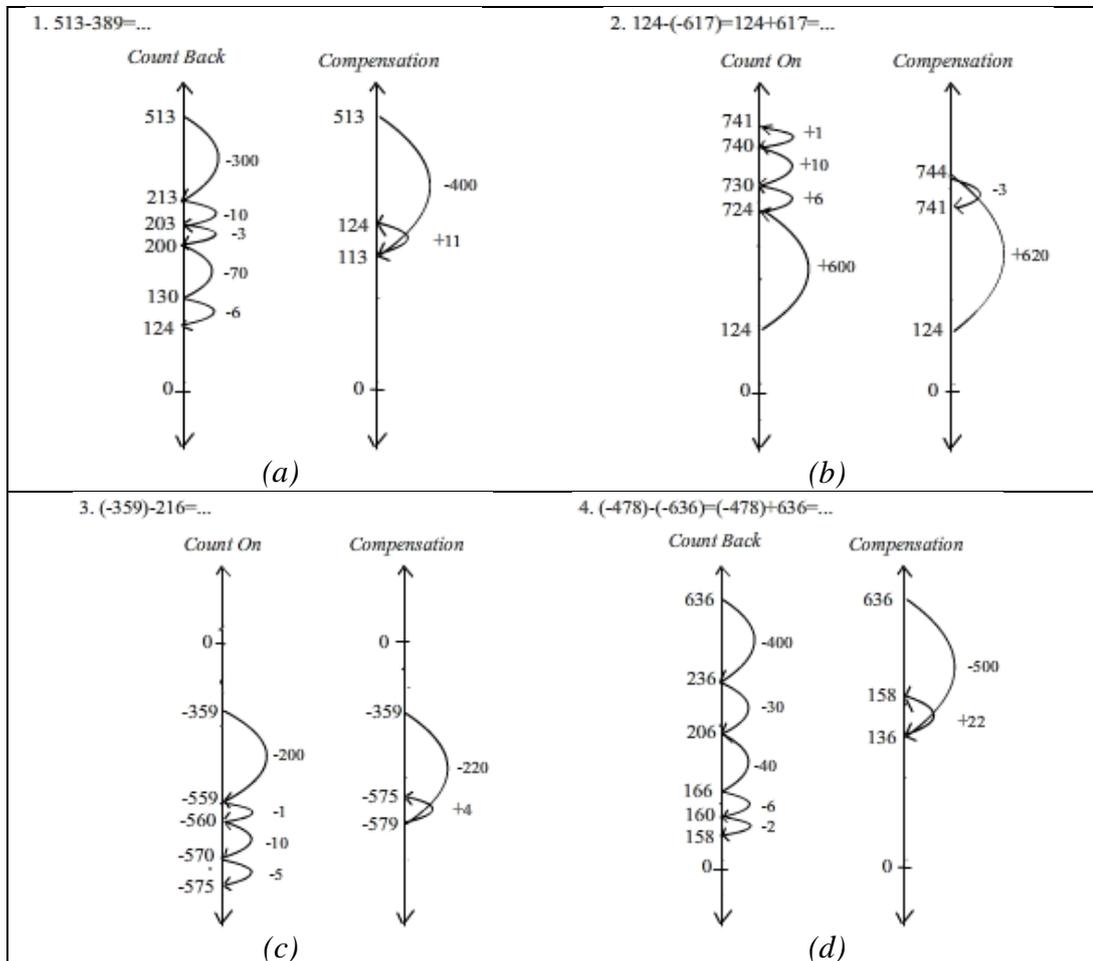
1. Siswa mungkin menggunakan cara penghitungan bersusun ke bawah sebelum menuliskan hasil yang diperoleh pada garis bilangan. Namun, cara bersusun ke bawah rentan terhadap kesalahan karena siswa harus melakukan strategi menyimpan atau meminjam dengan benar dan juga siswa harus tahu mana bilangan yang harus didahulukan dalam menghitung.
2. Siswa menggunakan lompatan bilangan tertentu pada garis bilangan kosong. Siswa diharapkan terbiasa menggunakan strategi ini untuk menghindari kesalahan yang sering terjadi pada cara bersusun ke bawah. Gambaran kemungkinan strategi yang digunakan siswa pada garis bilangan kosong dapat dipihat pada gambar 2.22 halaman berikutnya.

Pertemuan Keempat: Menghitung Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat

a. Tujuan:

- Siswa dapat menggunakan beberapa macam strategi dalam menghitung

penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dengan garis bilangan kosong.



Gambar 2.22 Kemungkinan Strategi Siswa untuk LKS III pada Garis Bilangan Kosong

b. Alat dan Bahan: Alat tulis, Lembar Aktivitas IV (terlampir), papan tulis, spidol, penggaris

c. Deskripsi Rencana Pembelajaran dan Diskusi:

Aktivitas 1

Guru memulai kegiatan pembelajaran dengan bertanya kepada siswa, “Anak-anak, apa saja materi yang sudah kita pelajari pada pertemuan-pertemuan sebelumnya?” Jawaban yang diharapkan dari siswa adalah, “Pada pertemuan sebelumnya kita telah mempelajari penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat dengan bantuan garis bilangan, Bu.” Selanjutnya guru memberitahukan kepada siswa bahwa pada pertemuan ini akan kembali diadakan diskusi kelompok untuk membahas penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat kembali agar siswa lebih paham dan pada akhir pertemuan akan diadakan kuis untuk mengetahui

pemahaman siswa terhadap materi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat secara individu.

Guru membagikan LAS IV kepada siswa yang telah duduk berkelompok. Siswa berdiskusi untuk membahas soal-soal yang ada pada LAS IV. Guru berkeliling untuk mengamati strategi yang digunakan oleh siswa dalam menyelesaikan soal-soal tersebut. Setelah diskusi kelompok selesai, siswa meminta beberapa perwakilan kelompok untuk membahas secara bergantian jawaban dari soal-soal yang ada di papan tulis. Guru membimbing jalannya proses diskusi kelas dan menanyakan jika ada kelompok siswa yang menggunakan strategi berbeda untuk dibahas bersama. Soal-soal yang dibahas pada LAS IV adalah sebagai berikut: 1) $1958+(-989)=\dots$, 2) $(-654)+309=\dots$, 3) $473+(-512)$, dan 4) $(-2695)-(-1798)=\dots$

Aktivitas 2

Setelah proses diskusi kelas selesai, siswa kembali ke tempat duduknya masing-masing untuk mengerjakan *post test* materi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat. Guru dapat melihat perkembangan proses berpikir siswa dan strategi yang digunakan dalam menyelesaikan soal-soal penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat melalui jawaban yang ditulis oleh siswa.

d. Hipotesis Proses Belajar

Aktivitas 1

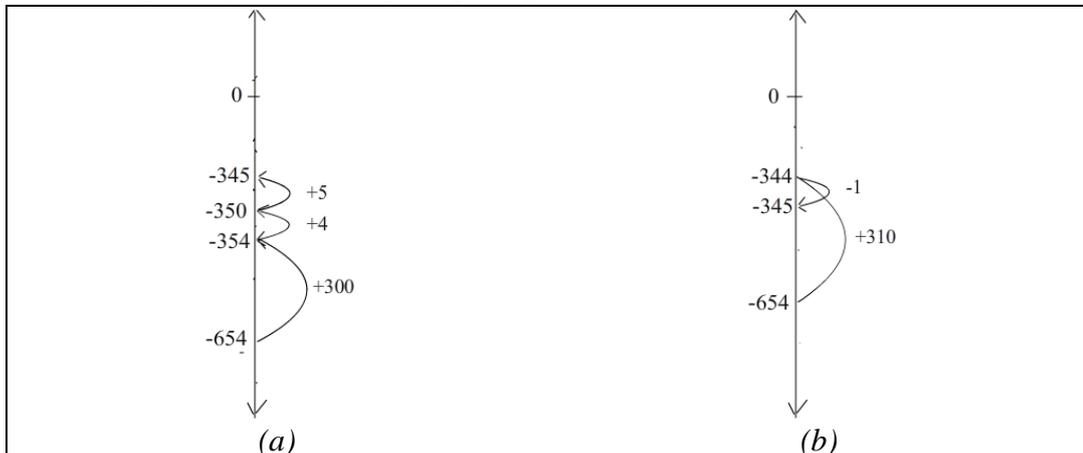
Kemungkinan siswa menemukan berbagai strategi berhitung untuk menyelesaikan soal penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat. Siswa jangan dipaksa menggunakan strategi milik temannya namun siswa harus mengerti strategi berhitung yang didiskusikan. Berikut ini adalah kemungkinan strategi siswa dalam menyelesaikan soal-soal LAS IV:

1. Siswa tahu bahwa $1958+(-989)=1958-989$. Soal tersebut dapat diselesaikan dengan lompatan ratusan dan lompat puluhan untuk bilangan yang tersisa (*count back*) seperti pada gambar 2.23a. Siswa juga dapat melakukan strategi *compensation* melalui lompatan -1000 lalu +22 seperti terlihat pada gambar 2.23b.



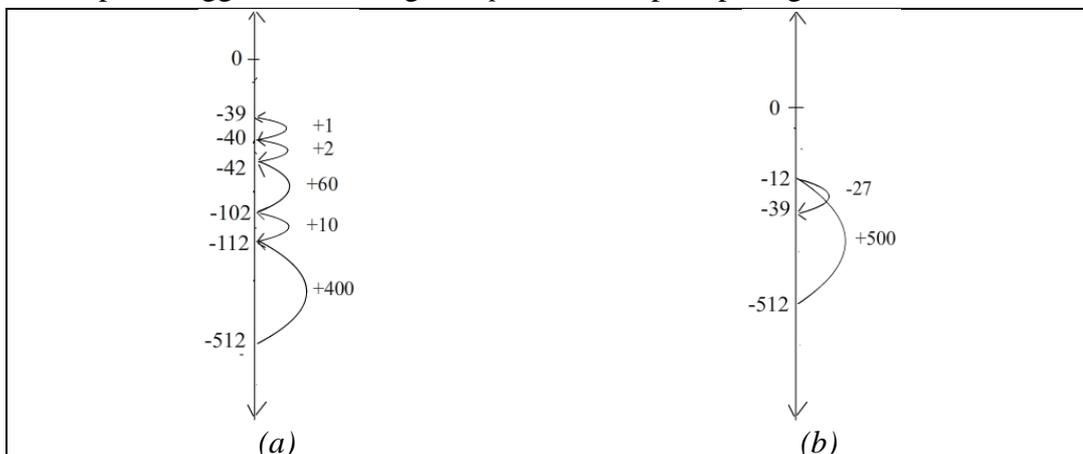
Gambar 2.23 Kemungkinan Strategi Siswa dalam Menyelesaikan Soal $1958+(-989)$: (a)*Count Back*, (b)*Compensation*

2. Soal $(-654)+309$ lebih mudah diselesaikan dengan lompatan ratusan lalu lompatan puluhan untuk bilangan yang tersisa melalui strategi *count back* seperti pada gambar 2.24a. Soal nomor 2 juga dapat diselesaikan dengan strategi *compensation* seperti pada gambar 2.24b.



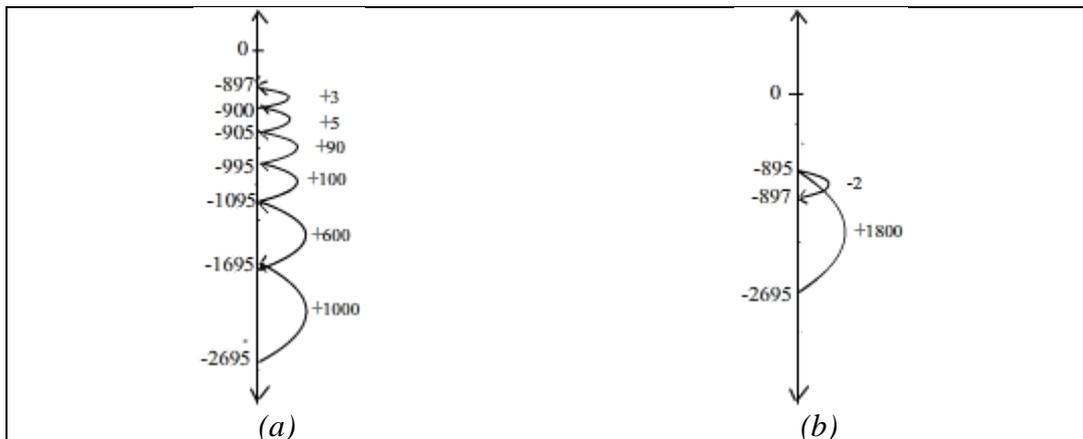
Gambar 2.24 Kemungkinan Strategi Siswa dalam Menyelesaikan Soal $(-654)+309$: (a)*Count On*, (b)*Compensation*

3. Siswa paham bahwa $473+(-512)=(-512)+473$. Soal tersebut dapat diselesaikan dengan lompatan ratusan dan lompatan puluhan untuk bilangan yang tersisa melalui strategi *count on* seperti pada gambar 2.25a. Siswa juga dapat menggunakan strategi *compensation* seperti pada gambar 2.25b.



Gambar 2.25 Kemungkinan Strategi Siswa dalam Menyelesaikan Soal $473+(-512)$: (a)*Count On*, (b)*Compensation*

4. Siswa paham bahwa $(-2695)-(-1798)=-2695+1798$. Soal tersebut lebih mudah diselesaikan dengan lompatan ribuan, dilanjutkan dengan lompatan ratusan, lalu lompatan puluhan untuk bilangan yang tersisa melalui strategi *count on* seperti pada gambar 2.26a. Siswa juga dapat menggunakan strategi *compensation* seperti terlihat pada gambar 2.26b.

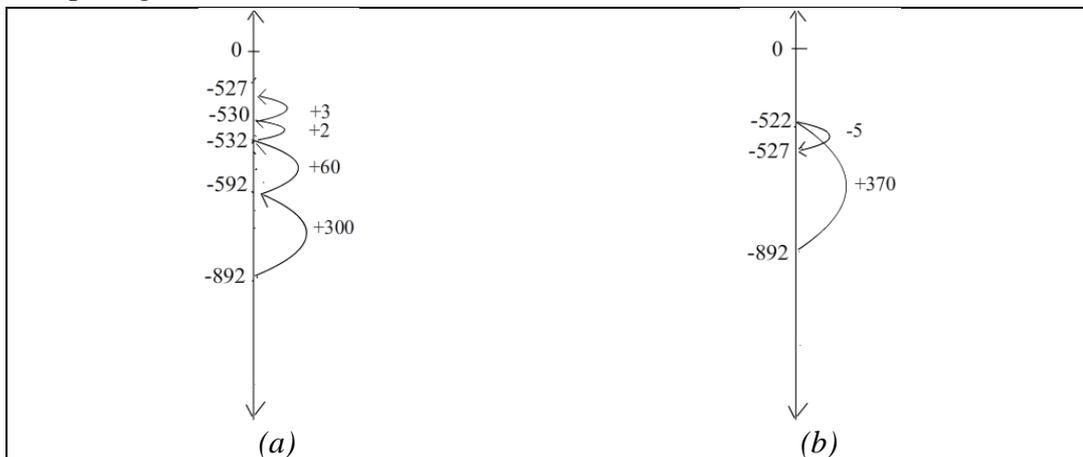


Gambar 2.26 Kemungkinan Strategi Siswa dalam Menyelesaikan Soal $(-2695) - (-1798)$: (a)*Count On*, (b)*Compensation*

Aktivitas 2

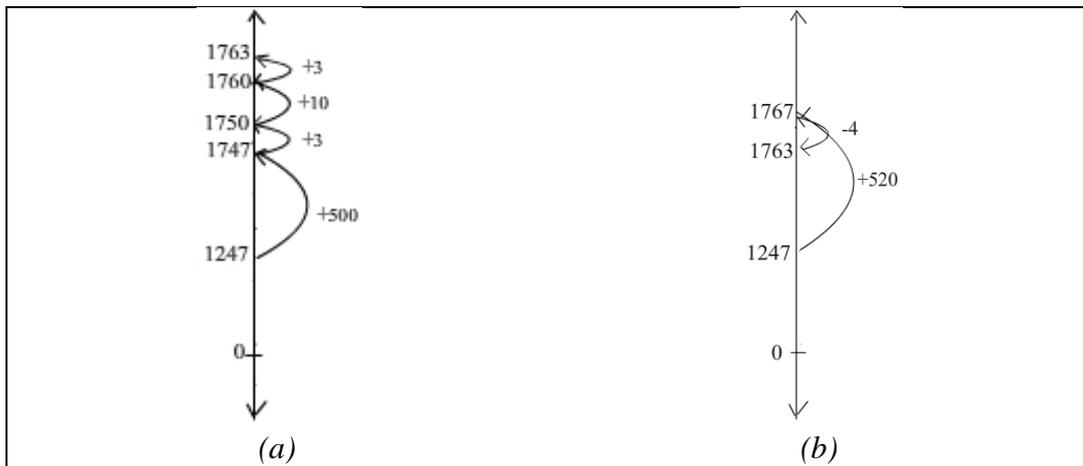
Seperti aktivitas sebelumnya, kemungkinan siswa menemukan berbagai strategi berhitung untuk menyelesaikan soal penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat yang diberikan. Berikut ini adalah kemungkinan strategi siswa dalam menyelesaikan soal-soal tes evaluasi akhir pada aktivitas kedua:

1. Soal $(-892) + 365$ dapat diselesaikan dengan lompatan ratusan dan lompatan puluhan untuk bilangan yang tersisa melalui strategi *count on* pada gambar 2.27a. Siswa juga dapat menggunakan strategi *compensation* seperti terlihat pada gambar 2.27b.



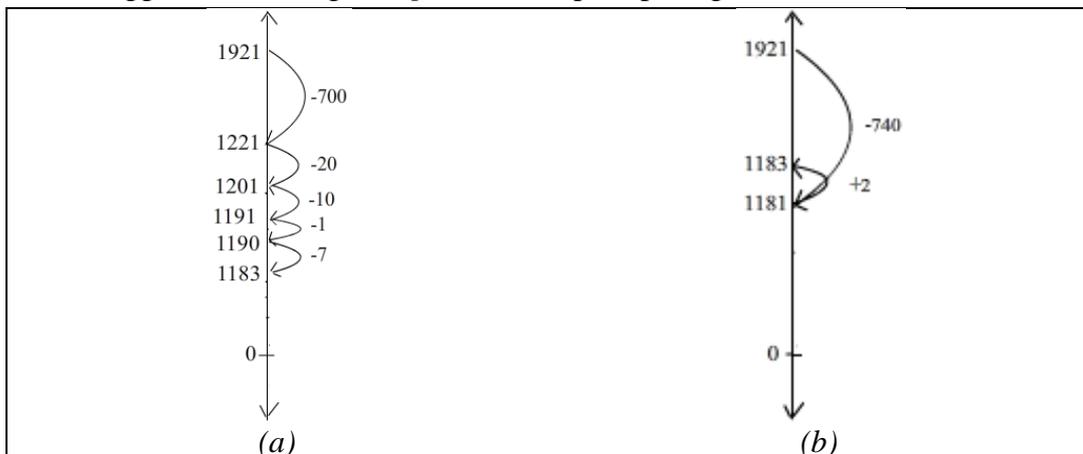
Gambar 2.27 Kemungkinan Strategi Siswa dalam Menyelesaikan Soal $-892 + 365$: (a)*Count On*, (b)*Compensation*

2. Siswa tahu bahwa $516 - (-1247) = 516 + 1247$. Soal tersebut lebih mudah dimulai dengan bilangan 1247 lalu diselesaikan dengan lompatan ratusan dilanjutkan lompatan puluhan untuk bilangan yang tersisa atau strategi *count on* seperti pada gambar 2.28a. Siswa juga dapat menggunakan strategi *compensation* seperti terlihat pada gambar 2.28b.



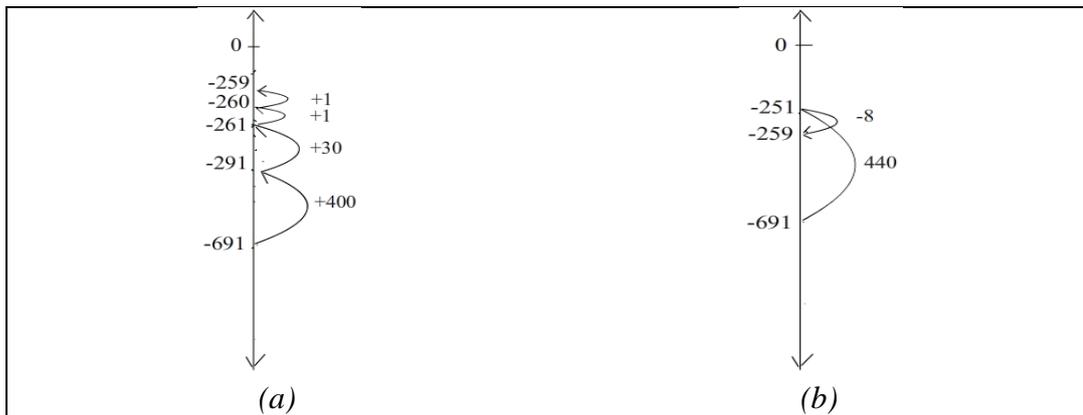
Gambar 2.28 Kemungkinan Strategi Siswa dalam Menyelesaikan Soal 516-(-1247): (a)Count On, (b)Compensation

3. Siswa paham bahwa $1921+(-738)=1921-738$. Soal tersebut dapat diselesaikan dengan lompatan ratusan lalu lompatan puluhan untuk bilangan yang tersisa melalui strategi *count back* seperti pada gambar 2.29a. Siswa juga dapat menggunakan strategi *compensation* seperti pada gambar 2.29b.



Gambar 2.29 Kemungkinan Strategi Siswa dalam Menyelesaikan Soal $1921+(-738)$: (a)Count Back, (b)Compensation

4. Soal $432-691$ dapat diselesaikan dengan $-691+432$. Soal tersebut lebih mudah diselesaikan dengan lompatan ratusan, lalu lompatan puluhan untuk bilangan yang tersisa melalui strategi *count on* seperti pada gambar 2.30a. Siswa juga dapat menggunakan strategi *compensation* seperti terlihat pada gambar 2.30b pada halaman berikutnya.
5. Siswa paham bahwa $-523-378$ lebih mudah diselesaikan dengan lompatan ratusan, lalu lompatan puluhan untuk bilangan yang tersisa melalui strategi *count back* seperti pada gambar 2.31a. Siswa juga dapat menggunakan strategi *compensation* seperti pada gambar 2.31b pada halaman berikutnya.



Gambar 2.30 Kemungkinan Strategi Siswa dalam Menyelesaikan Soal 432-691
: (a) *Count On*, (b) *Compensation*



Gambar 2.31 Kemungkinan Strategi Siswa dalam Menyelesaikan Soal -523-378
: (a) *Count Back*, (b) *Compensation*

6. Siswa paham bahwa $(-1501)+(-1732)=(-1732)+(-1501)$. Soal tersebut lebih mudah diselesaikan dari bilangan -1732 lalu dilanjutkan dengan lompatan ribuan, dilanjutkan dengan lompatan ratusan, lalu lompatan puluhan untuk bilangan yang tersisa melalui strategi *count back* seperti pada gambar 2.32a. Siswa juga dapat menggunakan strategi *compensation* seperti terlihat pada gambar 2.32b.



Gambar 2.32 Kemungkinan Strategi Siswa dalam Menyelesaikan Soal -1501+
(-1732): (a) *Count Back*, (b) *Compensation*

Lampiran 18. Catatan Lapangan Selama Eksperimen Mengajar

LEMBAR CATATAN LAPANGAN**Catatan Lapangan Pertemuan ke-1
Senin, 18 November 2014**

Pelajaran matematika dimulai pada pukul 13.30 WIB. Guru datang ke kelas VII.4 SMP Negeri 13 Bekasi bersama dua orang observer. Siswa kelas VII.4 SMP Negeri 13 Bekasi terlihat masih mengerjakan tugas pelajaran sebelumnya meskipun bel pergantian jam pelajaran sudah dibunyikan. Guru meminta siswa untuk menyimpan tugas tersebut dan bersiap untuk melaksanakan pembelajaran matematika.

Guru meminta siswa untuk berdoa terlebih dahulu sebelum memulai pembelajaran dan mengabsen siswa. Pada hari ini dua orang siswa tidak hadir karena sakit (Shihabudin dan Ghina). Guru mengingatkan kembali kepada siswa bahwa siswa diminta untuk belajar dan mengikuti kegiatan pembelajaran seperti biasa tanpa menghiraukan adanya dua orang observer.

Pembelajaran dimulai dengan menanyakan kepada siswa siapa diantara mereka yang mempunyai kampung halaman di dekat gunung dan bagaimana cara mengukur ketinggian gunung. Kegiatan dilanjutkan dengan guru membagikan LAS kepada siswa. Siswa terlihat antusias dengan adanya beberapa gambar gunung dan laut. Guru meminta siswa untuk membaca ilustrasi yang ada pada halaman pertama LAS.

Guru mengadakan diskusi kelas untuk membahas acuan yang digunakan untuk mengukur ketinggian gunung, bilangan yang menyatakan ketinggian gunung, dan bilangan yang menyatakan kedalaman laut. Siswa terlihat aktif pada saat diskusi kelas. Melalui proses diskusi kelas, siswa paham bahwa bilangan acuan yang digunakan untuk mengukur ketinggian gunung adalah permukaan laut yang dinyatakan dengan bilangan nol, ketinggian gunung dinyatakan dengan bilangan bulat positif, dan kedalaman laut dinyatakan dengan bilangan bulat negatif.

Setelah siswa memahami pengertian bilangan bulat, guru meminta siswa untuk melanjutkan kegiatan pembelajaran dengan menyelesaikan LAS I aktivitas 1. Siswa diminta berdiskusi dengan teman sebangku untuk menggambarkan permukaan laut, ketinggian gunung, dan kedalaman laut pada satu garis lurus. Setelah siswa selesai berdiskusi dengan teman sebangku, guru kembali melaksanakan diskusi kelas dengan memanggil dua orang siswa dengan jawaban berbeda. Siswa muncul dengan garis bilangan vertikal dan horizontal. Diskusi mengarah kepada siswa bagaimana membuat garis bilangan bulat dengan benar.

Kegiatan pembelajaran dilanjutkan dengan aktivitas 2 LAS I. Siswa secara berdiskusi dengan teman sebangku diminta untuk kembali meletakkan beberapa bilangan pada garis bilangan yang telah dibuat sebelumnya. Mayoritas siswa hanya memperkirakan letak bilangan tersebut tanpa menghitung selisih, namun beberapa siswa paham bahwa harus dihitung selisih terlebih dahulu untuk

menentukan bilangan yang diminta lebih dekat atau lebih jauh dengan suatu bilangan. Diskusi kelas kembali diadakan dengan memanggil dua orang siswa ke depan kelas untuk menjelaskan strategi yang dilakukan dalam meletakkan bilangan. Guru dapat melihat hubungan antar bilangan yang dimiliki siswa pada aktivitas 2. Pada akhir pembelajaran, siswa bersama guru kembali mengulang materi apa saja yang telah dipelajari pada pertemuan pertama, yaitu mengenai definisi bilangan bulat.

Catatan Lapangan Pertemuan ke-2 Selasa, 19 November 2014

Pelajaran matematika dimulai pada pukul 13.40 WIB. Guru memulai kegiatan pembelajaran dengan mengondisikan kelas dan membagi siswa menjadi 11 kelompok dengan anggota 3-4 orang yang telah disusun sebelumnya. Setelah siswa duduk dengan kelompoknya masing-masing, guru mengawali pembelajaran dengan bertanya kepada siswa materi apa yang telah dipelajari pada pertemuan sebelumnya. Siswa menjawab bahwa pada pertemuan sebelumnya telah dipelajari mengenai definisi bilangan bulat dan garis bilangan. Selanjutnya, guru menulis beberapa bilangan di papan tulis dan meminta dua orang siswa untuk meletakkannya pada garis bilangan.

Guru menyampaikan tujuan pembelajaran pada pertemuan kedua adalah memahami penjumlahan bilangan bulat. Setelah itu, guru membagikan LAS II kepada masing-masing kelompok. LAS II berisi ilustrasi pendaki dan penyelam yang menaiki ketinggian tertentu lalu siswa diminta untuk menuliskan operasi bilangan yang sesuai dengan ilustrasi cerita dan menunjukkan penghitungannya pada garis bilangan. Penggambaran dengan garis bilangan dimaksudkan agar siswa dapat menjelaskan jawaban yang diperoleh dan sebagai pengenalan siswa terhadap garis bilangan kosong. Garis bilangan kosong nantinya diperlukan untuk menggambarkan strategi mental aritmatika siswa.

Setelah LAS II selesai dibahas melalui diskusi kelas dan siswa memahami, guru melanjutkan kegiatan pembelajaran dengan menuliskan soal-soal di papan tulis untuk memberikan pemahaman yang lebih baik mengenai penjumlahan bilangan bulat. Diskusi kelas kembali dilaksanakan untuk membahas jawaban dari soal-soal tersebut dan bagaimana cara menyelesaikannya. Melalui proses diskusi kelas, siswa memperoleh kesimpulan bahwa penjumlahan kedua bilangan bulat positif akan menghasilkan bilangan bulat positif, penjumlahan kedua bilangan bulat negatif akan menghasilkan bilangan bulat negatif, dan penjumlahan antara bilangan bulat positif dapat memberikan tiga kemungkinan: bilangan 0 jika bilangan positif dan negatif dengan nilai sama dijumlahkan, bilangan bulat positif jika bilangan bulat positif dijumlahkan dengan bilangan bulat negatif yang nilainya lebih kecil, dan hasil bilangan bulat negatif jika bilangan bulat positif dijumlahkan dengan bilangan bulat negatif yang lebih besar. Penyajian soal-soal tersebut juga dimaksudkan agar siswa dapat mengembangkan strategi mental aritmatika. Pada pertemuan kedua dikembangkan strategi mental aritmatika *count on* dan *count back*.

Pada akhir pembelajaran, siswa diberikan LKS II yang berisi 4 soal penjumlahan bilangan bulat. Pemberian LKS II dimaksudkan agar guru dapat mengetahui pemahaman siswa terhadap penjumlahan bilangan bulat dan perkembangan strategi mental siswa dalam menyelesaikan soal.

Catatan Lapangan Pertemuan ke-3 Selasa, 25 November 2014

Pembelajaran matematika pada penelitian ketiga dimulai pada pukul 13.40 WIB. Guru memulai kegiatan pembelajaran dengan mengondisikan kelas dan membagi siswa menjadi 11 kelompok dengan anggota 3-4 orang yang sama seperti pertemuan kedua. Setelah siswa duduk dengan kelompoknya masing-masing, guru mengawali pembelajaran dengan bertanya kepada siswa materi apa yang telah dipelajari pada pertemuan sebelumnya. Siswa menjawab bahwa pada pertemuan sebelumnya telah dipelajari mengenai penjumlahan bilangan bulat dan strategi menghitung (strategi mental).

Guru mengawali kegiatan pembelajaran dengan membahas satu soal penjumlahan bilangan bulat. Hal ini dilakukan karena pada penyelesaian LKS II yang diterima guru, hanya beberapa siswa saja yang sudah memanfaatkan strategi mental. Melalui diskusi kelas yang diadakan, siswa akhirnya memahami bahwa penggunaan strategi mental untuk menyelesaikan soal akan lebih mudah.

Guru menyampaikan tujuan pembelajaran pada pertemuan ketiga adalah memahami pengurangan bilangan bulat. Setelah itu, guru membagikan LAS III kepada masing-masing kelompok. LAS III berisi ilustrasi pendaki dan penyelam yang sama-sama bergerak turun lalu siswa diminta untuk menuliskan operasi bilangan yang sesuai dengan ilustrasi cerita dan menunjukkan penghitungannya pada garis bilangan. Penggambaran dengan garis bilangan dimaksudkan agar siswa dapat menjelaskan jawaban yang diperoleh dan terbiasa dengan penggunaan garis bilangan kosong. Guru meminta satu perwakilan kelompok untuk menjelaskan jawaban yang diperoleh kelompok di depan kelas. Melalui diskusi kelas, guru dapat melihat bahwa seluruh kelompok siswa menjawab LAS III dengan benar.

Setelah LAS III selesai dibahas melalui diskusi kelas dan siswa memahami, guru melanjutkan kegiatan pembelajaran dengan menuliskan soal-soal di papan tulis untuk memberikan pemahaman yang lebih baik mengenai pengurangan bilangan bulat. Diskusi kelas kembali dilaksanakan untuk membahas jawaban dari soal-soal tersebut dan bagaimana cara menyelesaikannya. Melalui proses diskusi kelas, siswa memperoleh kesimpulan bahwa pengurangan dengan bilangan bulat negatif sama seperti melakukan penjumlahan. Penyajian soal-soal tersebut juga dimaksudkan agar siswa dapat mengembangkan strategi mental aritmatika. Pada pertemuan ketiga dikembangkan strategi mental *compensation*, namun siswa tidak dilarang untuk menggunakan strategi sebelumnya yaitu *count on* atau *count back* jika dirasa strategi tersebut lebih mudah digunakan untuk mencari jawaban.

Pada akhir pembelajaran, siswa diberikan LKS III yang berisi 4 soal pengurangan bilangan bulat. Pemberian LKS III dimaksudkan agar guru dapat

mengetahui pemahaman siswa terhadap pengurangan bilangan bulat dan perkembangan strategi mental siswa dalam menyelesaikan soal.

**Catatan Lapangan Pertemuan ke-4
Selasa, 2 Desember 2014**

Kegiatan pembelajaran matematika pada pertemuan keempat dimulai pada pukul 13.40 WIB. Pada pertemuan keempat atau terakhir, guru akan memberikan tes evaluasi akhir kepada siswa. Namun sebelum pemberian tes evaluasi akhir dilakukan, guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk kembali membahas soal penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat pada LAS IV melalui diskusi kelas. Diskusi kelas juga dimaksudkan agar siswa dapat berbagi strategi mental yang dilakukan dalam menyelesaikan soal karena tentunya strategi yang digunakan setiap siswa tidak sama.

Setelah setiap soal pada LAS IV selesai dibahas, guru memberikan tes evaluasi akhir kepada siswa yang akan dikerjakan secara individu. Tes evaluasi akhir tersebut dikerjakan siswa selama satu jam pelajaran. Pemberian tes evaluasi akhir dimaksudkan agar guru dapat mengetahui pemahaman siswa terhadap penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat juga strategi mental yang digunakan siswa dalam menyelesaikan soal yang disajikan.

Lampiran 19. Lembar Transkrip Wawancara Guru dan Siswa

Lembar Wawancara Guru dan Siswa
Setiap Pertemuan Selama Penelitian

Pertemuan I

1. Wawancara pada tahap diskusi kelas untuk menentukan acuan mengukur ketinggian gunung

Guru : *Coba kalian ingat cara menyatakan ketinggian gunung yang dituliskan pada buku saat mempelajari bilangan bulat. Acuan apa yang digunakan untuk mengukur ketinggian gunung?*

Daniel : *(mengacungkan tangan) Saya tahu, Bu. Acuan yang digunakan untuk mengukur ketinggian gunung adalah permukaan laut.*

Guru : *Mengapa jawabannya permukaan laut Daniel?*

Daniel : *Karena ketinggian gunung pada buku biasanya dituliskan sekian meter di atas permukaan laut. Jadi, ketinggian gunung tersebut diukur dari permukaan laut sebagai acuan.*

Guru : *Bagaimana jawaban Daniel? Apakah ada yang punya jawaban lain?*

Siswa : *Jawaban Daniel benar, Bu.*

Guru : *Jadi semuanya setuju dengan jawaban Daniel?*

Siswa : *(serempak) Setuju, Bu.*

2. Wawancara pada tahap diskusi kelas untuk menentukan bilangan yang digunakan untuk menyatakan ketinggian gunung, kedalaman laut, dan permukaan laut.

Guru : *Anak-anak, bilangan apa yang digunakan untuk menyatakan kedalaman laut?*

Daniel : *(mengacungkan tangan) Bilangan bulat negatif, Bu.*

Guru : *Mengapa bilangan bulat negatif, Daniel?*

Daniel : *Karena pengukuran dilakukan ke bawah, Bu. Semakin ke bawah, kedalaman laut akan semakin dalam.*

Guru : *Baik, kalau kedalaman laut dinyatakan dengan bilangan bulat negatif, maka bilangan apa yang digunakan untuk menyatakan ketinggian gunung?*

Siswa : *(Serempak) Bilangan bulat positif, Bu.*

3. Wawancara pada tahap diskusi kelas untuk penarikan kesimpulan bilangan bulat berdasarkan konteks.

Guru : *Jadi anak-anak, siapa yang dapat merangkum apa saja yang telah kita pelajari tadi?*

- Siswa : *Ketinggian gunung dinyatakan dengan bilangan bulat positif, permukaan laut dinyatakan dengan bilangan nol, dan kedalaman laut dinyatakan dengan bilangan bulat negatif.*
- Guru : *Ya, benar. Apakah kalian tahu jenis bilangan yang dimaksud?*
- Siswa : *(terdiam sesaat) Bilangan bulat, Bu.*
- Guru : *Ya, benar anak-anak. Jadi, coba acungkan tangan, ada yang bisa mengulang definisi bilangan bulat?*
- Siswa : *Jadi, bilangan bulat adalah bilangan yang terdiri dari bilangan bulat positif, bilangan nol, dan bilangan bulat negatif.*

4. Wawancara SP I untuk penyelesaian LAS I aktivitas 1.

- Guru : *Bagaimana cara menyelesaikan soal tersebut Daniel?*
- Daniel : *Dibuat garis lurus terlebih dahulu, Bu. (Daniel membuat garis vertikal dan membuat garis horizontal tepat di tengah, lalu menuliskan bilangan nol di kata-kata “permukaan laut” di atas garis horizontal). Dimulai dari bilangan nol, lalu dilanjutkan dari gunung yang memiliki ketinggian paling rendah sampai yang paling tinggi (Daniel menuliskan masing-masing ketinggian gunung dengan nama gunung), begitu juga dengan laut dimulai dari kedalaman yang paling rendah sampai yang paling dalam.*
- Guru : *Mengapa Daniel membuat dalam bentuk garis bilangan vertikal seperti ini? (Guru menunjuk garis bilangan yang dibuat Daniel)*
- Daniel : *Karena saya membayangkan permukaan laut, gunung, dan laut berada pada satu tempat, Bu.*
- Guru : *Baik kalau begitu. Selanjutnya, mengapa letak bilangan -1344 sangat jauh dengan -7000 pada garis yang kamu buat?*
- Daniel : *Karena jarak antar bilangan (selisih) jauh, Bu.*

5. Wawancara SP II untuk penyelesaian LAS I aktivitas 1.

- Guru : *Coba jelaskan Ega, bagaimana kamu menyelesaikannya?*
- Ega : *Begitu bu, tadi kan sudah diketahui bahwa ketinggian gunung itu dinyatakan dengan bilangan bulat positif, permukaan laut itu bilangan nol, dan kedalaman laut dinyatakan dengan bilangan negatif. Jadi bilangan nol terletak di tengah antara bilangan positif dan negatif, ketinggian gunung saya tulis dari ketinggian yang paling rendah ke yang paling tinggi, begitu pula dengan laut saya tulis dengan kedalaman rendah sampai yang paling dalam bu.*

6. Wawancara SP III untuk penyelesaian LAS I aktivitas 1.

- Guru : *Coba jelaskan jawaban yang kamu tulis, Zulia.*
- Zulia : *Begitu bu, tadi kan sudah disimpulkan bersama bahwa ketinggian gunung dinyatakan dengan bilangan bulat positif, permukaan laut dengan bilangan nol, dan kedalaman laut dengan bilangan bulat negatif. Saya tahu bahwa bilangan positif itu di kanan bilangan nol*

dan bilangan negatif di kiri bilangan nol, serta bilangan nol di antara bilangan positif dan negatif.

Guru : *Baik, lalu mengapa digambarkan dalam garis bilangan horizontal?*

Zulia : *Saya biasa melihat di buku seperti itu, Bu*

7. Wawancara SP III untuk penempatan bilangan 145 dan -3500 pada LAS I aktivitas 2.

Guru : *Bagaimana cara kamu meletakkan bilangan 145? Apakah dihitung menggunakan selisih juga?*

Zulia : *Tidak, Bu. Sebelumnya kan sudah ada bilangan -145. Jadi, bilangan 145 tinggal diletakkan di atas bilangan 0 dengan jarak yang sama dengan -145.*

Guru : *Bagus, lalu bagaimana dengan -3500?*

Zulia : *Semula saya hitung selisihnya dengan -1344, Bu. Tetapi selanjutnya saya lihat ada bilangan -7000. Jadi langsung saja saya letakkan tepat ditengah antara bilangan 0 dan -7000, Bu.*

8. Wawancara SP IV untuk penempatan bilangan pada LAS I aktivitas 2.

Guru : *Dinda, jelaskan ke ibu bagaimana kamu meletakkan bilangan 4134?*

Dinda : *Lebih dekat ke bilangan 4884 bu karena angka depannya sama-sama 4, dibandingkan dengan 3805. (Dinda terlihat ragu lalu menghitung selisih bilangan 4134 dengan 4884 dan 3805, kemudian ia menyadari kesalahannya). Ternyata lebih dekat ke bilangan 3805 bu. $4134-3805=329$ sedangkan $4884-4134=750$, karena dengan 3805 selisihnya lebih sedikit, maka lebih dekat dengan 3805. Nanti saya hitung selisihnya dulu ya, Bu.*

Pertemuan II

1. Wawancara pada tahap diskusi kelas membahas cara meletakkan bilangan pada garis bilangan.

Guru : *Coba Ega jelaskan ke teman-teman bagaimana meletakkan bilangan-bilangan tersebut satu per satu?*

Ega : *Dimulai dari 2250 ya, Bu. Letak 2250 tepat di tengah antara 2300 dan 2200 bu karena sama-sama jaraknya 50 ke 2300 dan 2200. Kalau yang 2130, saya letakkan lebih dekat ke bilangan 2100 karena jaraknya hanya 30 dibandingkan ke 2200 dengan jarak 70, Bu.*

Guru : *Baik, benar Ega. Bagaimana yang lain? Paham?*

Siswa : *Paham, Bu.*

Guru : *Baik, terima kasih Ega. Sekarang lanjutkan Evan jelaskan.*

Evan : *Bilangan -925 saya tulis lebih dekat ke -900 bu karena jaraknya hanya 25 dari -900. Dan terakhir untuk -1175, saya letakkan lebih dekat ke -1200 karena (Evan terlihat membagi jarak antara -1100 dengan -1200 menjadi 4 bagian) -1100, -1125, -1150, -1175, -1200. Jadi lebih dekat ke -1200, Bu.*

Guru : *Baik, bagus sekali Evan.*

2. Wawancara pada tahap diskusi kelas membahas sifat penjumlahan dengan bilangan bulat negatif.

Guru : *Anak-anak, coba perhatikan temannya di depan. Ega, jelaskan ke ibu bagaimana kamu menyelesaikan soal-soal ini?*

Ega : *Kalau yang positif ditambah positif tinggal ditambahkan saja bu seperti biasa.*

Guru : *Lalu, bagaimana untuk soal $6+(-1)$? Mengapa soal ini hasilnya nol? (Guru menunjuk soal $6+(-6)$)*

Ega : *$6+(-1)$ itu sama dengan $6-1$ bu, jadi tinggal dikurangkan hasilnya 5. Kalau yang ini, (menunjuk soal $6+(-6)$) kan ini sama saja $6-6$ bu jadi hasilnya 0.*

Guru : *Baik, bagaimana untuk soal $6+(-50)$? Mengapa hasilnya bilangan bulat negatif?*

Ega : *$6+(-50)$ sama dengan $6-50$ bu, hasilnya -44. Caranya diperoleh dari mengurangkan 50 dengan 6, namun hasilnya menjadi bilangan bulat negatif karena bilangan yang dikurang lebih besar.*

3. Wawancara pada tahap diskusi kelas membahas penggunaan strategi mental.

Zulia : *Sebelumnya kan sudah ada $6+30$ hasilnya 36. Sekarang soalnya $6+39$, 39 itu kan sama saja dengan $30+9$, jadi hasil soal tadi 36 ditambah dengan 9, jadi hasilnya 45.*

4. Wawancara pada tahap diskusi kelas membahas sifat-sifat penjumlahan bilangan bulat

Guru : *Bagaimana cara menyelesaikan $6+(-1)$?*

Siswa A dan B : *Cara menyelesaikannya dengan dikurang bu, karena $6+(-1)=6-1=5$.*

Guru : *Baik, lalu ada yang bisa menjelaskan hasil dari $6+(-6)$?*

Siswa A dan B : *Hasilnya 0 bu karena $6+(-6)=6-6=0$.*

Guru : *Jika ibu balik menjadi $(-6)+6$ apakah hasilnya sama?*

Siswa A dan B : *Sama bu karena bilangan 6nya habis.*

Guru : *Baik, jadi penjumlahan dengan sifat bagaimana yang menghasilkan bilangan 0?*

Siswa : *Jika ada bilangan positif dijumlahkan dengan bilangan negatif yang memiliki nilai sama, Bu.*

Guru : *Bagus. Lalu, bagaimana untuk soal $6+(-50)$?*

- Siswa A : *Caranya sama seperti sebelumnya bu dengan cara dikurang. Karena $6+(-50)=6-50$. Penghitungannya dibalik dengan cara mengurangkan $50-6$ hasilnya menjadi -44 karena bilangan bulat negatif lebih besar.*
- Siswa B : *Bagaimana bisa seperti itu, Bu?*
- Guru : *Baik coba perhatikan baik-baik ya. Dilihat dari jawaban teman kalian yang dituliskan di papan tulis ini, apakah kalian menemukan suatu pola? (Guru menunjuk deretan jawaban dari $6+5$ sampai $6+(-6)$)*
- Siswa B : *(terdiam sejenak) Ada polanya bu, dikurang satu. Tadi hasil $6+(-6)$ kan 0 ya bu. Jadi, untuk $6+(-7)$ berarti -1 .*
- Guru : *Bagaimana kalian mendapatkan jawaban tersebut?*
- Siswa B : *Tadi sebelumnya kan hasilnya 0 berarti turun satu jadinya -1 . Atau bisa juga daari $7-6$ ya bu tapi hasilnya ditambah tanda negatif.*
- Guru : *Bagus. Jadi, kalian bisa melakukan cara yang sama kan untuk soal $6+(-50)$?*
- Siswa B : *Bisa, Bu.*
- Guru : *Baik. Jadi, ada yang dapat menyimpulkan perbedaan antara hasil $6+(-1)$ dengan $6+(-50)$?*
- Siswa A dan B : *Jika bilangan bulat positif dijumlahkan dengan bilangan bulat negatif yang lebih kecil, hasilnya berupa bilangan bulat positif bu. Namun jika bilangan bulat positif dijumlahkan dengan bilangan bulat negatif yang lebih besar, maka hasilnya adalah bilangan bulat negatif, Bu.*
- Guru : *Selanjutnya jika ibu kembalikan ke konteks pendaki dan penyelam. Jika penjumlahan dengan bilangan bulat positif diartikan dengan naik, bagaimana dengan penjumlahan dengan bilangan bulat negatif tadi?*
- Siswa A dan B : *Diartikan dengan turun, Bu.*
- Guru : *Bagus, selanjutnya ada yang bisa mengulang strategi bagaimana menyelesaikan $(-12)+(-3)$?*
- Siswa A dan B : *Caranya dijumlahkan bu. $12+3=15$, namun karena bilangan yang dijumlahkan keduanya bilangan bulat negatif, maka hasilnya bilangan bulat negatif.*
- Guru : *Jadi ibu tanya ulang, apa hasilnya jika kedua bilangan bulat negatif dijumlahkan?*
- Siswa A dan B : *Hasilnya bilangan bulat negatif, Bu.*

Pertemuan III

1. Wawancara pada tahap diskusi kelas membahas penggunaan strategi mental.

Zulia : *Sebelumnya kan sudah ada $6-50$ ya bu hasilnya -44 . Sekarang $6-52$, berarti pengurangannya bertambah sebanyak 2 dari yang semula 50. Jadi dari hasil sebelumnya -44 , tinggal dihitung mundur 2 lagi bu, jadi hasilnya -46 .*

2. Wawancara pada tahap diskusi kelas membahas penggunaan strategi mental dalam menyelesaikan soal pengurangan bilangan bulat.

Siswa : *Ibu, bagaimana cara efektif menyelesaikan soal 82-69?*

Guru : *Baik, coba perhatikan. Sebelumnya, bagaimana cara kalian menyelesaikan soal-soal yang ada?*

Siswa : *Biasanya ada polanya, Bu.*

Guru : *Biasanya pola yang terbentuk dari bilangan yang bagaimana?*

Siswa : *Dari bilangan yang dekat, Bu.*

Guru : *Iya benar. Coba kalian pikirkan dulu bagaimana caranya ya.*

Daniel : *(tiba-tiba mengacungkan tangan) Saya paham, Bu. Saya mau menulis jawabannya.*

3. Wawancara saat siswa menyadari kesalahan pada jawaban yang dituliskan temannya di papan tulis

Ega : *Ibu, jawaban yang dituliskan April salah bu. Seharusnya $(-8)-50$ itu jawabannya -58 bukan -42 .*

Guru : *Bagaimana seharusnya menyelesaikan soal tersebut Ega?*

Ega : *Caranya kedua bilangan dijumlahkan bu, tetapi hasilnya adalah bilangan bulat negatif. Jadi, $50+8=58$, namun karena yang dikurang adalah bilangan bulat negatif, maka hasilnya negatif bu. (Ega terlihat sedikit ragu-ragu menjelaskan jawabannya)*

Guru : *Baik, coba yang lain apakah punya strategi yang berbeda?*

Siswa : *Sama, Bu.*

Guru : *Coba sekarang kalian ingat-ingat sifat penjumlahan yang telah dibahas pada pertemuan kemarin, bagaimana hasil untuk penjumlahan dua bilangan bulat negatif $(-12)+(-2)$?*

Siswa : *-14 Bu, karena penjumlahan kedua bilangan bulat negatif adalah bilangan bulat negatif.*

Guru : *Ya bagus. Sekarang coba kalian ingat-ingat kembali bagaimana sifat untuk penjumlahan dengan bilangan bulat negatif? (Guru menunjuk $+(-2)$)*

Siswa : *Sama seperti dikurang, Bu. (Kemudian salah satu siswa yaitu Zulia menyadari sesuatu)*

Zulia : *Ibu, saya tahu. Jadi kalau diubah $(-12)+(-2)=(-12)-2= -14$. Berarti sama dengan soal yang tadi ya bu $(-8)-50$ itu bisa ditulis $(-8)+(-50)=-58$*

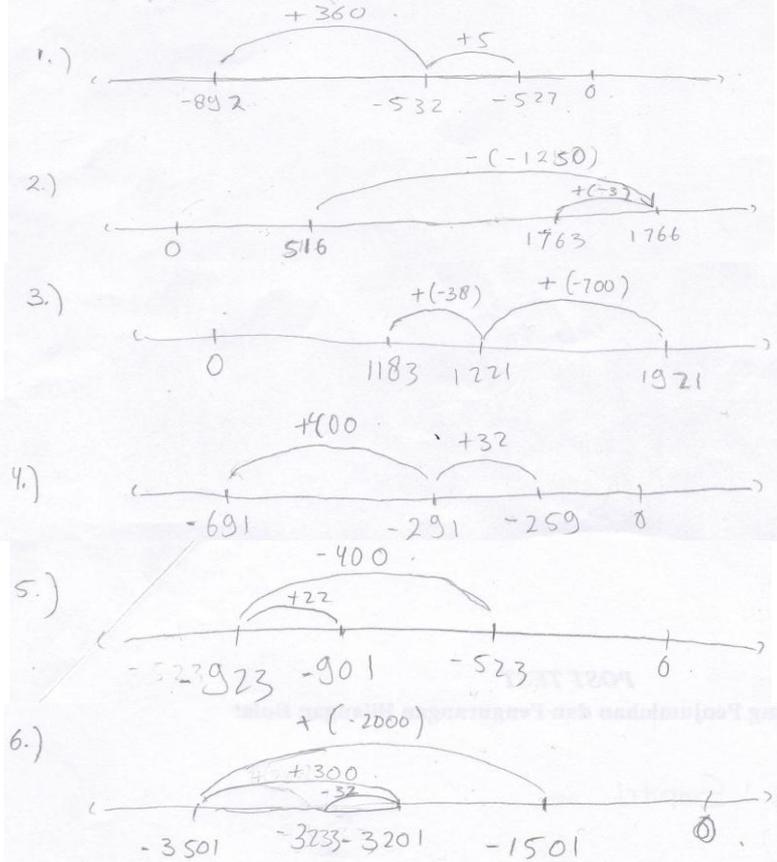
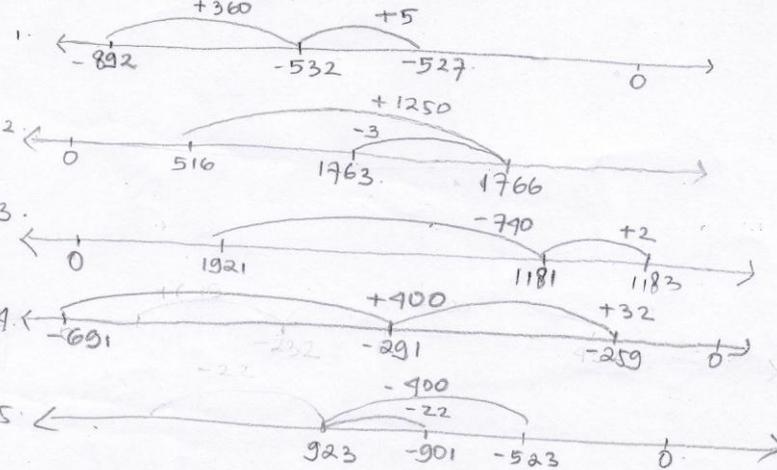
Guru : *Bagus sekali Zulia. Bagaimana yang lainnya? Paham? Ada yang dapat mengulang pernyataan Zulia?*

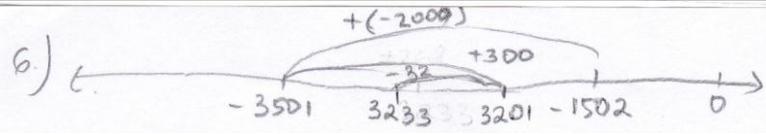
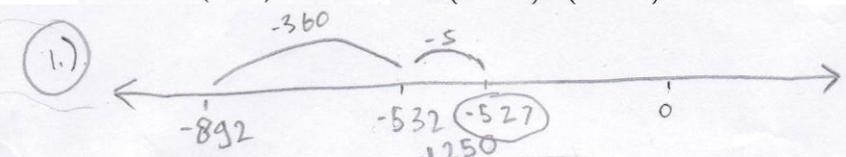
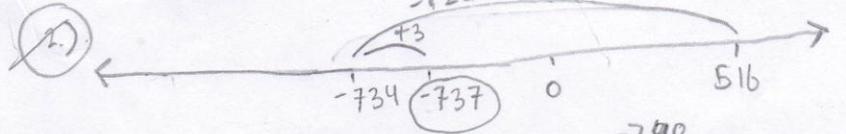
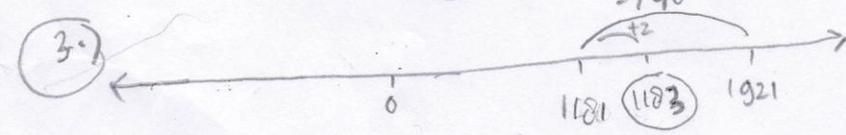
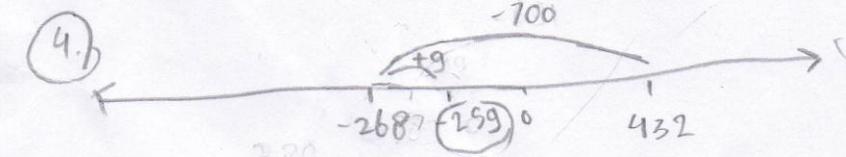
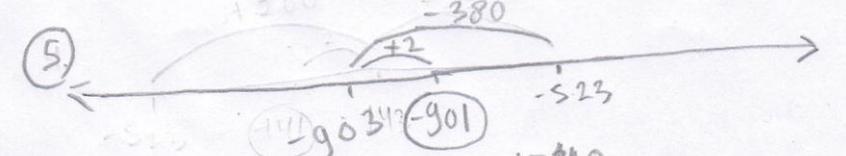
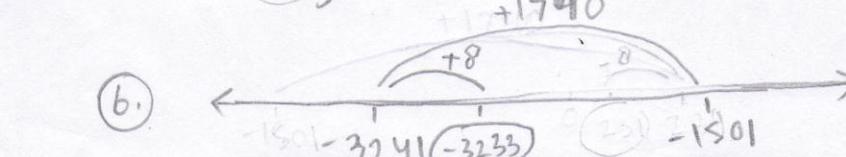
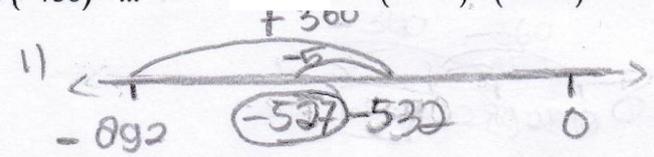
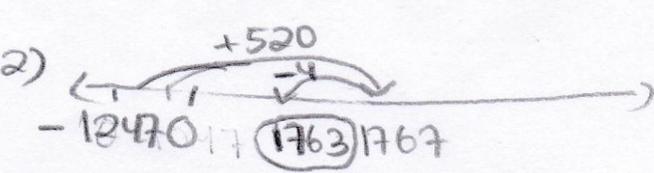
4. Wawancara pada tahap diskusi kelas membahas sifat pengurangan bilangan bulat

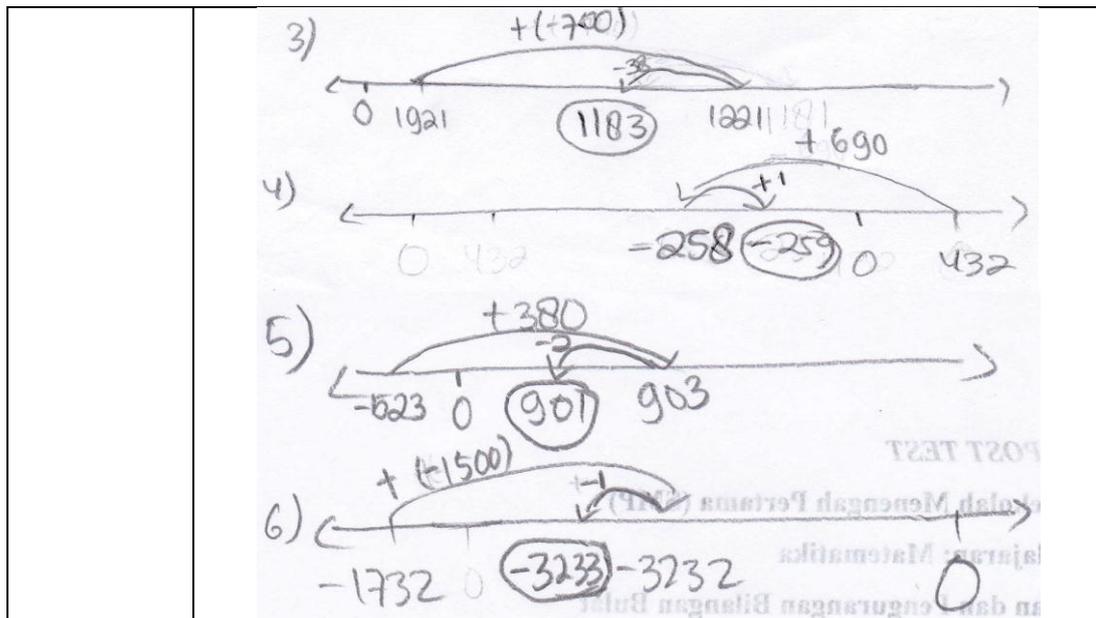
- Guru : Baik, sekarang ada yang bisa mengulang bagaimana sifat pengurangan dengan bilangan bulat negatif?
- Siswa : Pengurangan dengan bilangan bulat negatif sama seperti penjumlahan dengan bilangan bulat positif, Bu.
- Guru : Bagus. Sekarang ibu tanya, tadi kalian mengartikan konteks pendaki yang turun dengan tanda operasi apa?
- Siswa : Pengurangan, Bu. Karena dengan turun maka ketinggiannya akan berkurang.
- Guru : Baik. Sekarang ibu tanya, bagaimana kalian mengartikan pengurangan dengan bilangan bulat negatif jika dikaitkan dengan konteks pendaki atau penyelam?
- Siswa : (terdiam sejenak) Maksudnya bagaimana, Bu?
- Guru : Begini, tadi kalian sudah paham kan pengurangan dengan bilangan bulat negatif itu sama dengan apa?
- Siswa : Sama dengan penjumlahan bu.
- Guru : Kalau sama dengan penjumlahan, berarti diartikan dengan pendaki dan penyelam melakukan aktivitas apa? Naik atau turun?
- Siswa : Naik, Bu. Kan penjumlahan.
- Guru : Benar. Coba salah satu tunjuk tangan jelaskan kembali ke ibu bagaimana menyelesaikan soal $(-8)-(-3)$ dan $(-8)-(-10)$?
- Siswa : Soal $(-8)-(-3)$ itu sama dengan $(-8)+3$ bu. Hmm berarti penyelam ada di kedalaman 8 meter di bawah permukaan laut, kemudian naik 3 meter, berarti sekarang ada di kedalaman 5 meter atau -5. Benar tidak, Bu?
- Guru : Benar. Selanjutnya bagaimana menyelesaikan soal $(-8)-(-10)$?
- Siswa : Sama seperti sebelumnya, $(-8)-(-10)=(-8)+10$ bu. Karena bilangan bulat negatif yang dijumlahkan lebih besar dari bilangan bulat positif, maka hasilnya adalah bilangan bulat positif yaitu 2.
- Guru : Bagus sekali. Jadi, selain mengingat sifat pengurangan dengan bilangan bulat negatif, kalian juga harus mengingat sifat penjumlahan untuk menyelesaikan soal. Bagaimana? Paham?
- Siswa : Paham, Bu.

Lampiran 20. Lembar Penyelesaian Siswa pada Tes Evaluasi Akhir
PENYELESAIAN SUBJEK PENELITIAN (SP)
PADA TES EVALUASI AKHIR

Subjek Penelitian (SP)	Penyelesaian Tes Evaluasi Akhir
I	
II	

<p>III</p>	<p>1. $(-892)+365=...-527$ 4. $432-691=...-259$ 2. $516-(-1247)=...1763$ 5. $-523-378=...-901$ 3. $1921+(-738)=...1183$ 6. $(-1501)+(-1732)=...-3233$</p>  <p>1.) $-892 \xrightarrow{+360} -532 \xrightarrow{+5} -527$ 2.) $0 \xrightarrow{+516} 516 \xrightarrow{-(-1250)} 1763 \xrightarrow{+(-378)} 1385$ 3.) $0 \xrightarrow{+1183} 1183 \xrightarrow{+(-38)} 1145 \xrightarrow{+(-700)} 445$ 4.) $-691 \xrightarrow{+400} -291 \xrightarrow{+32} -259$ 5.) $-523 \xrightarrow{+22} -501 \xrightarrow{-400} -901$ 6.) $-3501 \xrightarrow{+300} -3201 \xrightarrow{-52} -3253 \xrightarrow{+(-2000)} -5253$</p>
<p>IV</p>	<p>1. $(-892)+365=...-527$ 4. $432-691=...-259$ 2. $516-(-1247)=...1763$ 5. $-523-378=...-901$ 3. $1921+(-738)=...1183$ 6. $(-1501)+(-1732)=...-3233$</p>  <p>1. $-892 \xrightarrow{+360} -532 \xrightarrow{+5} -527$ 2. $0 \xrightarrow{+516} 516 \xrightarrow{+1250} 1766 \xrightarrow{-3} 1763$ 3. $0 \xrightarrow{+1921} 1921 \xrightarrow{-790} 1131 \xrightarrow{+2} 1133$ 4. $-691 \xrightarrow{+400} -291 \xrightarrow{+32} -259$ 5. $-523 \xrightarrow{+22} -501 \xrightarrow{-400} -901$</p>

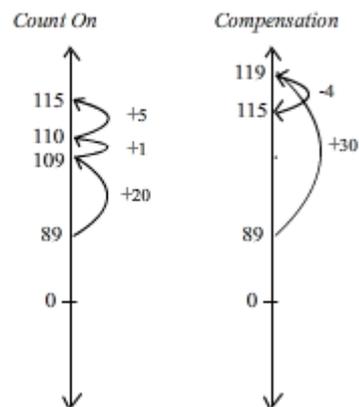
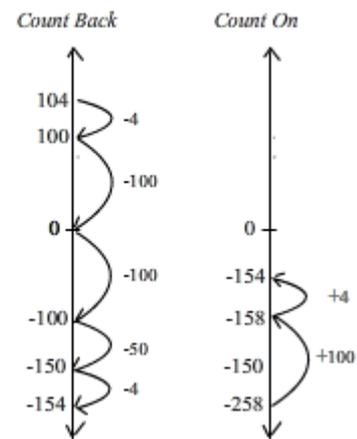
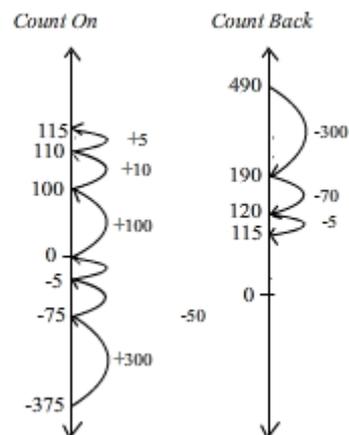
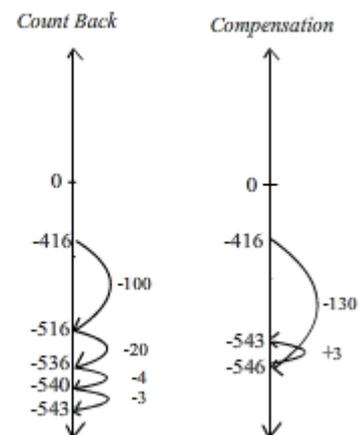
	<p>6.) </p>
<p>V</p>	<p>1. $(-892)+365=...-527$ 4. $432-691=...-259$ 2. $516-(-1247)=...763$ 5. $-523-378=...-901$ 3. $1921+(-738)=...1183$ 6. $(-1501)+(-1732)=...-3233$</p> <p>(1.) </p> <p>(2.) </p> <p>(3.) </p> <p>(4.) </p> <p>(5.) </p> <p>(6.) </p>
<p>VI</p>	<p>1. $(-892)+365=...-527$ 4. $432-691=...-259$ 2. $516-(-1247)=...1763$ 5. $-523-378=...-901$ 3. $1921+(-738)=...1183$ 6. $(-1501)+(-1732)=...-3233$</p> <p>1) </p> <p>2) </p>



Lampiran 21. Hipotesis Penyelesaian Siswa pada LKS Setiap Pertemuan

A. Hipotesis Penyelesaian Siswa pada Lembar Kerja Siswa (LKS) II

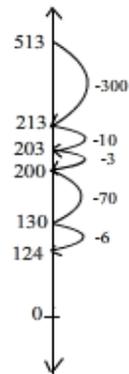
1. $89+26=...$
2. $104+(-258)=...$
3. $(-375)+490=...$
4. $(-127)+(-416)=...$

1. $89+26=...$ 2. $104+(-258)=...$ 3. $(-375)+490=...$ 4. $(-127)+(-416)=...$ **B. Hipotesis Penyelesaian Siswa pada Lembar Kerja Siswa (LKS) III**

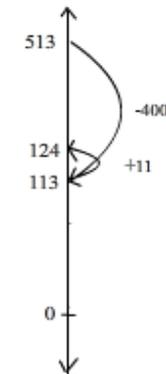
1. $513-389=...$
2. $124-(-617)=...$
3. $(-359)-216=...$
4. $(-478)-(-636)=...$

1. $513 - 389 = \dots$

Count Back

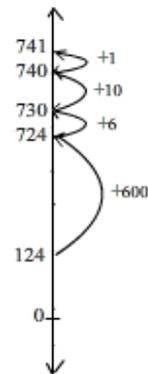


Compensation

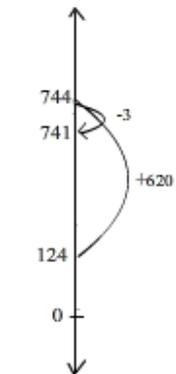


2. $124 - (-617) = 124 + 617 = \dots$

Count On

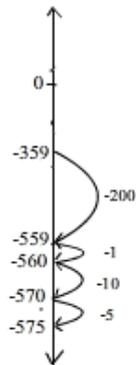


Compensation

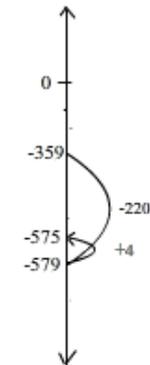


3. $(-359) - 216 = \dots$

Count On

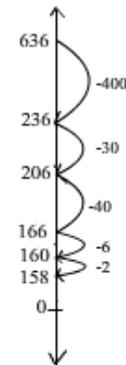


Compensation

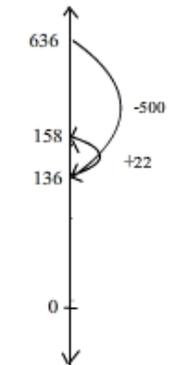


4. $(-478) - (-636) = (-478) + 636 = \dots$

Count Back



Compensation

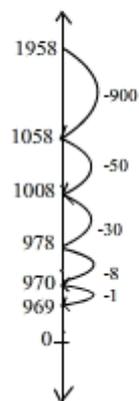


C. Hipotesis Penyelesaian Siswa pada Lembar Aktivitas Siswa (LAS) IV

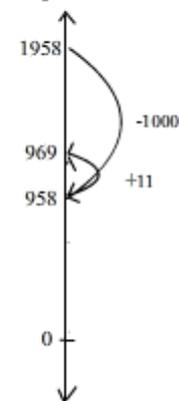
1. $1958 + (-989) = \dots$
2. $(-654) + 309 = \dots$
3. $473 + (-512) = \dots$
4. $(-2695) - (-1798) = \dots$

1. $1958 + (-989) = 1958 - 989 = \dots$

Count Back

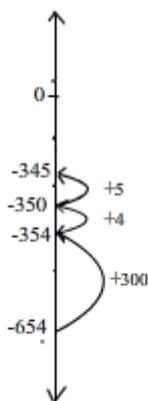


Compensation

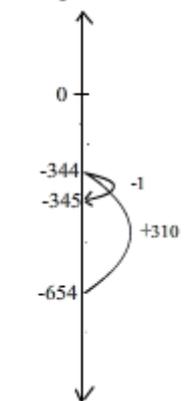


2. $(-654) + 309 = \dots$

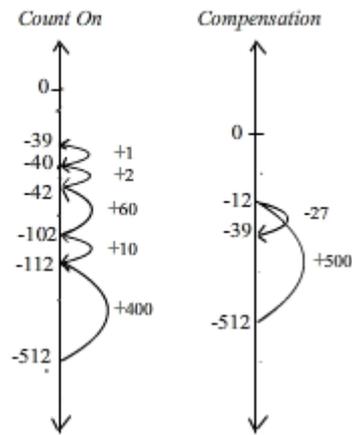
Count On



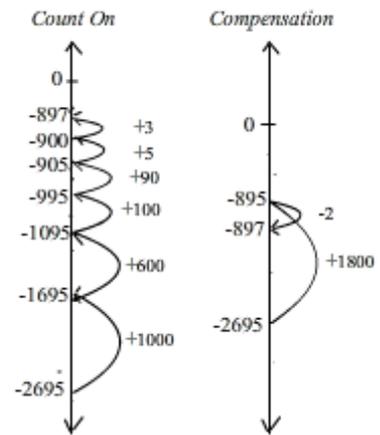
Compensation



3. $473+(-512)=...$



4. $(-2695)-(-1798)=(-2695)+1798=...$



D. Hipotesis Penyelesaian Siswa pada Tes Evaluasi Akhir

7. $(-892)+365=...$

10. $432-691=...$

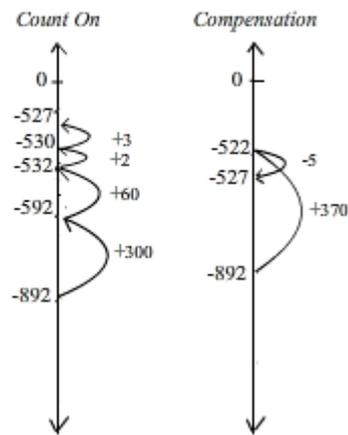
8. $516-(-1247)=...$

11. $(-523)-378=...$

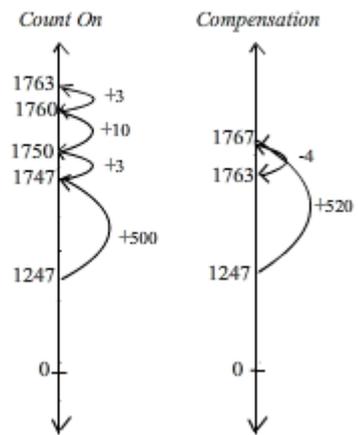
9. $1921+(-738)=...$

12. $(-1501)+(-1732)=...$

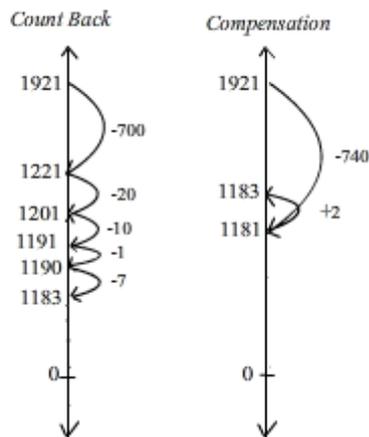
1. $(-892)+365=...$



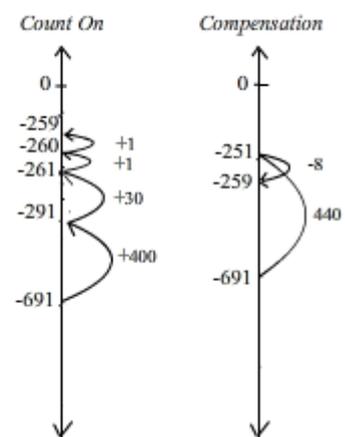
2. $516-(-1247)=516+1247=1247+516=...$



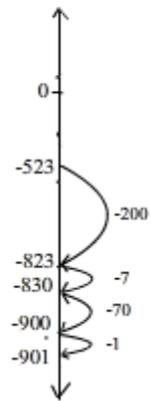
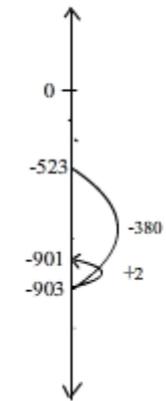
3. $1921+(-738)=1921-738=...$



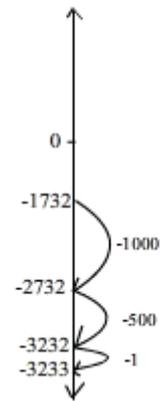
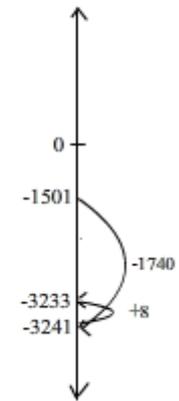
4. $432-691=(-691)+432=...$



5. $(-523)-378=...$

Count Back*Compensation*

6. $(-1501)+(-1732)=(-1732)+(-1501)=...$

Count Back*Compensation*



PEMERINTAH KOTA BEKASI
DINAS PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
SMP NEGERI 13 KOTA BEKASI



JL. ARBEI No. 1 HARAPAN BARU KEC.BEKASI BARAT KEL. KOTA BARU TEP. 021.8847675 (www.smpn13kotabekasi.com)

SURAT KETERANGAN

No: 423.5 / 008 / SMPN. 13

Yang bertanda tangan dibawah ini :

Nama : Hj. Nina Nuraini, S.Pd
Jabatan : Kepala SMP Negeri 13 Kota Bekasi
Alamat Sekolah : Jalan Arbei Raya Harapan Baru, Kelurahan Kota Baru, Kecamatan Bekasi Barat, Kota Bekasi.

Menerangkan bahwa :

Nama : Dwi Kurnia Sari
NRM : 3115110425
Program Studi : Pendidikan Matematika
Fakultas : FMIPA
Universitas : UNJ

Adalah benar nama tersebut telah melaksanakan penelitian dengan judul
“ Design Research : Mengembangkan Pembelajaran Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat dengan Menggunakan Garis Bilangan Kosong Berdasarkan Pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) di Kelas VII SMP Negeri 13 Kota Bekasi “ yang dilaksanakan pada bulan November s.d Desember 2014.

Demikian surat keterangan ini dibuat untuk dipergunakan sebagaimana mestinya.

Bekasi, 15 Januari 2015

Kepala SMP Negeri 13 Kota Bekasi



Hj. Nina Nuraini, S.Pd

NIP. 19570513 197903 2 004

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Dengan ini saya yang bertanda tangan di bawah ini, Mahasiswa Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta:

Nama : Dwi Kurnia Sari
Nomor Registrasi : 3115110425
Program Studi : Pendidikan Matematika
Jurusan : Matematika

Menyatakan bahwa skripsi yang saya buat dengan judul “***Design Research: Mengembangkan Pembelajaran Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat dengan Menggunakan Garis Bilangan Kosong Berdasarkan Pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) di Kelas VII SMP Negeri 13 Bekasi***” adalah:

1. Dibuat dan diselesaikan oleh saya sendiri, berdasarkan data yang diperoleh dari hasil penelitian pada bulan November-Desember 2014.
2. Bukan merupakan duplikasi skripsi yang dibuat oleh orang lain atau jiplakan karya tulis orang lain dan bukan terjemahan karya tulis orang lain.

Pernyataan ini saya buat dengan sesungguhnya dan saya bersedia menanggung segala akibat yang timbul jika pernyataan saya ini tidak benar.

Jakarta, 23 Januari 2015
Yang membuat pernyataan

Dwi Kurnia Sari



BIODATA PENULIS

Dwi Kurnia Sari lahir di Bekasi pada tanggal 21 September 1992. Penulis merupakan putri bungsu dari dua bersaudara pasangan Bapak Wardoyo dan Ibu Julaecha.

Penulis menyelesaikan pendidikan Taman Kanak-Kanak di TK Al Izhar Bekasi pada tahun 1999, kemudian melanjutkan di tingkat Sekolah Dasar di SDN Kaliabang Tengah III dan lulus pada tahun 2005, dilanjutkan dengan tingkat Sekolah Menengah Pertama di SMP Negeri 19 Bekasi dan lulus pada tahun 2008, lalu terakhir melanjutkan di tingkat Sekolah Menengah Atas di SMA Negeri 4 Bekasi dan lulus pada tahun 2011. Setelah itu penulis menempuh perkuliahan di Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Negeri Jakarta pada tahun 2011.

Segala saran dan kritik serta pertanyaan dapat menghubungi penulis melalui email dengan alamat: dwikurniasari1992@gmail.com.