

## BAB V

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### A. Kesimpulan

Pertanyaan penelitian dalam *Design Research* ini adalah “Bagaimana mengembangkan pembelajaran dengan pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia untuk membangun pemahaman relasional peserta didik pada pokok bahasan Integral di kelas XI IPS MAN 4 Jakarta?”. Berdasarkan hasil analisis retrospektif didapat kesimpulan bahwa pembelajaran dengan pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia dapat membangun pemahaman relasional peserta didik pada pokok bahasan Integral di kelas XI IPS MAN 4 Jakarta. Penjelasan tentang bagaimana mencapai kesimpulan tersebut adalah sebagai berikut:

Pengembangan pembelajaran dengan pendekatan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia untuk membangun pemahaman relasional peserta didik, harus memenuhi keterlaksanaan lima karakteristik PMRI dalam HLB yaitu (1) penggunaan konteks, (2) penggunaan model untuk matematisasi progresif, (3) pemanfaatan hasil konstruksi peserta didik, (4) interaktivitas, serta terjadinya (5) *intertwinment*. Karakteristik PMRI tersebut saling mendukung terjadinya ketercapaian empat indikator pemahaman relasional oleh peserta didik yaitu (1) kemampuan menyatakan kembali suatu konsep (*to describe*), (2) kemampuan mengklarifikasi apakah suatu obyek telah memenuhi syarat definisi atau belum (*to compare*), (3) kemampuan menginvestigasi hasil suatu penemuan konsep (*to evaluate*), dan (4) kemampuan membuktikan secara sah suatu konsep (*to explain*).

Keterlaksanaan Lima Karakteristik PMRI dalam HLB, adalah sebagai berikut:

#### 1. Penggunaan konteks

Penggunaan konteks atau permasalahan realistik sebagai titik awal pembelajaran matematika materi Integral dalam penelitian ini, bertujuan untuk memotivasi dan

menjadi sarana bagi peserta didik untuk memahami pokok bahasan Integral. Konteks pada setiap sub pokok dalam penelitian ini berbeda-beda sesuai dengan tujuan yang akan dibahas pada setiap sub pokok bahasan. Berdasarkan pendapat Heuvel-Panhuizen (2001) bahwa penggunaan konteks dalam PMRI memiliki arti yang sangat penting karena konteks harus dapat digunakan sebagai sarana untuk mendapatkan pemahaman maupun memecahkan masalah matematika, maka penggunaan konteks dapat terjadi di bagian awal, bagian tengah, maupun di bagian akhir pembelajaran untuk mendapatkan pemahaman, bahkan pada saat memecahkan masalah matematika. Pembelajaran matematika dengan menggunakan konteks akan membuat peserta didik semakin mandiri dalam memecahkan masalah matematika dengan mencoba menggunakan konteks dan mengaplikasikan pada hasil pengamatannya, tidak hanya tergantung pada rumus jadi siap pakai.

Konteks yang digunakan pada pertemuan pertama kedua dan ketiga adalah definisi fungsi polinomial dari suatu penarikan diferensial. Konteks pada pertemuan keempat, kelima, dan keenam adalah pemasangan *wall paper*. Konteks pada pertemuan ketujuh, kedelapan, dan kesembilan adalah definisi fungsi dan turunan dari perkalian dua buah fungsi polinomial. Perbedaan yang mendasar dari *Design Research* di bagian ini adalah pada penggunaan konteks di pertemuan pertama, kedua, dan ketiga yaitu pendidik harus bersabar memberikan kesempatan kepada peserta didik untuk mencerna pola yang ada sehingga mencapai pada kesimpulan ditambah  $C$  secara mandiri.

Peserta didik seringkali terbiasa mendapatkan secara langsung kesimpulan dari suatu pola, sehingga ketika diberi kesempatan untuk menemukan konsep matematika secara mandiri dalam pembelajaran matematika terkadang peserta didik merasa tak sabar dan mempertanyakan kenapa pendidik tidak langsung saja segera memberitahu definisi suatu konsep. Peserta didik yang belum terbiasa dengan pembelajaran

matematika dengan pendekatan PMRI harus diyakinkan oleh pendidik, agar peserta didik tersebut dapat memahami manfaat menemukan kembali konsep secara mandiri.

Kegiatan pembelajaran yang memungkinkan peserta didik untuk secara mandiri menemukan kembali konsep matematika akan membuat peserta didik secara langsung menemukan manfaat dari menemukan kembali konsep secara mandiri. Kemandirian peserta didik yang menunjukkan telah terjadinya perkembangan pemahaman relasional peserta didik terbukti dengan peserta didik dapat mengetahui kesalahan dari hasil pekerjaannya menghitung luas daerah di antara dua kurva pada interval tertentu yang bernilai nol, kemudian secara mandiri menemukan letak kesalahannya dan melakukan perbaikan secara mandiri. Penggunaan konteks *wall paper* pada masalah matematika ini telah membuat peserta didik lebih mudah menemukan kesalahan, dibandingkan dengan pada masalah matematika prosedural.

Triangulasi yang dilakukan berupa wawancara terhadap salah seorang peserta didik oleh pengamat. Peserta didik tersebut dari luar kelas yang diteliti, telah mengikuti kegiatan belajar matematika tambahan di luar sekolah, dan telah banyak mengerjakan latihan soal matematika prosedural menghitung luas daerah di antara dua kurva pada interval tertentu. Hasil wawancara membuktikan bahwa peserta didik tersebut berkali-kali mendapatkan hasil perhitungan luas daerahnya adalah negatif, namun tidak cepat menyadari kesalahan yang dibuatnya tersebut. Peserta didik tersebut tidak dapat membedakan menghitung hasil Integral Tertentu yang hasilnya dapat berupa nilai negatif, dengan menghitung luas daerah di antara dua kurva pada interval tertentu yang hasilnya harus bernilai positif.

Metode pembelajaran dengan menggunakan kegiatan berdiskusi memberikan kesempatan kepada peserta didik untuk dapat kesempatan menjelaskan kepada teman sebaya, suatu bentuk kegiatan yang justru mengasah pemahaman. Peserta didik yang mendapat penjelasan dari teman sebaya akan mendapatkan penjelasan yang benar

namun dengan menggunakan bahasa yang lebih mudah dipahami sehingga membuat peserta didik dapat lebih memahami materi yang sedang dipelajari.

Kegiatan penyelesaian masalah kontekstual melalui diskusi dalam kegiatan pembelajaran dengan pendekatan PMRI mendukung aneka gaya belajar peserta didik yang auditori, visual maupun kinestetik. Pemahaman relasional peserta didik ditunjukkan dengan dapat menggunakan konteks sebagai sarana untuk mengomunikasikan gagasan yang dimiliki dan terjadi rekonfirmasi terhadap pemahamannya saat proses menjelaskan. Kegiatan mencari lagi informasi di catatan yang telah dibuat oleh masing-masing peserta didik sebagai sarana menggunakan konteks guna mengembangkan pemahaman relasional berdampak positif pada pemahaman relasional peserta didik, ditunjukkan dengan komentar: “O.... ingat lagi aku.” Komentar tersebut menunjukkan bahwa konteks yang akan dipakai terbayang kembali di pemikiran peserta didik.

Pembelajaran materi kalkulus dengan pendekatan PMRI bersesuaian dengan pepatah Cina: “Jika kau dengar maka kau lupa, jika kau lihat maka kau ingat, dan jika kau coba maka kau paham”. Melalui proses mendengar dibarengi dengan melihat yang dilengkapi dengan kegiatan mencoba secara mandiri untuk menemukan kembali merupakan suatu terobosan istimewa dalam kegiatan belajar ini. Jika peserta didik adalah “gunung es”, maka *Design Research* dapat menggali potensi “gunung es” yang ada di bawah permukaan laut yang jauh lebih besar dari potensi “gunung es” yang ada di atas permukaan laut.”

## **2. Penggunaan Model untuk Matematisasi Progresif**

Penggunaan model untuk matematisasi progresif yang mengacu pada pendapat Gravemeijer (1994) di halaman 14 tesis ini, berfungsi sebagai jembatan untuk menghubungkan antara matematika tingkat nyata dengan matematika tingkat formal terlaksana dengan baik. Model bukanlah hanya sekedar alat peraga, melainkan

merupakan sarana berpikir peserta didik. Tingkat pengembangan model dalam PMRI yang terjadi yaitu (1) tingkat situasional dengan model *wall paper* untuk menutup dinding pameran, yang langsung dipecahkan dengan aktivitas nyata yaitu proses penutupan dinding dengan *wall paper*, (2) tingkat penggunaan *model of* yaitu model dari masalah nyata yang sudah dinyatakan ke dalam bentuk tertulis dan dipecahkan secara tertulis pula yaitu mengukur luas daerah masing-masing *wall paper*, (3) tingkat penggunaan *model for* yaitu model yang mengarah pada bentuk matematis berdasarkan pemahaman dan analisa terhadap *wall paper*, peserta didik mencapai pemahaman terhadap definisi Integral Tertentu yang menjadi *model for*, untuk selanjutnya hanya memakai algoritma dalam memecahkan masalah pada *model for* yaitu menghitung luas daerah di antara dua fungsi kontinyu pada suatu selang tertutup, dan (4) tingkat matematika formal yaitu peserta didik telah hanya bekerja dengan bilangan tanpa memikirkan situasinya, namun telah faham tentang situasinya yang ditunjukkan dengan peserta didik dapat menjelaskan bahwa harus ada *wall paper* untuk menutup suatu daerah, itu sebabnya luas daerah dari di antara dua kurva pada suatu selang tertutup harus bernilai positif.

### 3. Pemanfaata Hasil Konstruksi Peserta Didik

Pemanfaatan hasil konstruksi peserta didik dalam setiap pertemuan, memberikan kontribusi untuk membantu peserta didik dalam memahami materi. Konstruksi dari masing-masing peserta didik saling mengisi dengan konstruksi peserta didik lainnya, terjadi pada setiap kegiatan diskusi. Temuan yang sangat menarik pada penelitian ini adalah, pengisian total luas *wall paper* yang pada HLB diperkirakan akan cukup banyak menyita waktu, ternyata justru menjadi pendorong utama bagi peserta didik untuk dapat melihat secara lebih jelas kaitan antara nilai  $f(x_i)$  dengan tinggi masing-masing *wall paper*, dan peserta didik mengisinya dengan bersemangat. Proses menghitung langsung masing-masing luas *wall paper*, justru merupakan salah satu

kekuatan dari kegiatan pada *Design Research* ini, sebagai sarana untuk memahami materi. Hubungan  $x_i$  dengan  $f(x_i)$  menjadi lebih bermakna ketika diaplikasikan menjadi *model of* sebagai lebar dan tinggi *wall paper*, dengan terlebih dahulu dihitung masing-masing oleh peserta didik dengan menggunakan gambar berskala pada milimeter blok. Aktivitas pada pertemuan ini telah berhasil mengimplementasikan karakteristik PMRI yang membantu peserta didik menemukan kembali luas daerah antara kurva dan sumbu  $x$  yang mengarah ke *model for* jumlah luasan persegi panjang pada jumlah Riemann, yang menjadi sarana bagi peserta didik untuk memahami konsep formal Integral Riemann.

#### **4. Interaktivitas**

Interaktivitas antara pendidik dan peserta didik maupun antara peserta didik dengan peserta didik terjalin dengan baik dalam diskusi kelompok maupun diskusi kelas. Penggunaan konteks *wall paper* dalam memahami konsep luas daerah di antara dua kurva kontinyu pada suatu selang tertutup, membuat peserta didik yang menjelaskan dan yang dijelaskan, dapat membayangkan hal yang sama. Dengan demikian, penjelasan menjadi lebih bermakna bagi peserta didik yang belum paham. Pendidik berperan dalam memotivasi dan mengarahkan peserta didik untuk menyelesaikan masalah-masalah yang diberikan. Konsistensi pendidik untuk memberikan arahan dan motivasi harus ditegakkan agar peserta didik lebih termotivasi untuk berusaha menggunakan dan mengembangkan pemahaman relasionalnya. Pendidik memberikan penguatan pada jawaban peserta didik yang benar, dan memberikan pertanyaan yang mengarahkan peserta didik untuk mencapai jawaban yang benar.

#### **5. Intertwinment**

*Intertwinment* yang terjadi berupa mengaitkan kegiatan menghitung luas *wall paper* dengan matematika ekonomi yaitu menghitung harga *wall paper*. Aktivitas ini

membuat peserta didik lebih memahami bahwa total nilai luas daerah di antara dua kurva kontinyu pada suatu selang tertutup harus selalu bernilai positif, karena konsekuensi akan timbul kerugian jika salah mengajukan biaya yang dibutuhkan kepada konsumen untuk membeli *wall paper* yang dibutuhkan untuk menutup total daerah suatu dinding.

Pemahaman relasional peserta didik terbangun seiring dengan pelaksanaan kegiatan pembelajaran sesuai dengan indikator dari pemahaman relasional. Pemahaman dimulai dari mampu menyatakan kembali konsep (*to describe*), kemudian peserta didik mampu mengklarifikasi apakah suatu obyek telah memenuhi syarat definisi atau belum (*to compare*), lalu mampu menginvestigasi hasil suatu penerapan konsep (*to evaluate*), sampai akhirnya mampu membuktikan secara sah suatu konsep (*to explain*).

Pemahaman relasional ditunjukkan dengan kejadian peserta didik yang menyadari bahwa hasil penarikan Integral Tertentu yang dilakukannya untuk menghitung luas di antara dua kurva pada interval tertentu yang hasilnya nol bukanlah jawaban yang logis, kemudian peserta didik tersebut menganalisa dengan menggunakan konteks proses pemasangan *wall paper* sebagai sarana untuk menunjukkan bahwa total luas *wall paper* tidak mungkin nol karena ada *wall paper* yang harus dipasang untuk menutup luas daerah di antara dua kurva pada interval tertentu tersebut.

Gambar persegi panjang pada diagram Cartesius berkaitan dengan jumlah Riemann pada kegiatan pembelajaran di MAN 4 Jakarta sebelum menggunakan pendekatan PMRI tidak dihitung luasnya. Kegiatan pembelajaran tanpa PMRI hanya menampilkan persegi panjang tersebut, kemudian peserta didik langsung diperkenalkan ke bentuk abstrak dari lebar masing-masing persegi panjang mendekati nol. Pembelajaran yang tidak menggunakan pendekatan PMRI membuat peserta didik tidak pernah mendapatkan kesempatan untuk benar-benar membandingkan total luas dari persegi panjang-persegi panjang tersebut dengan rumus luas yang pernah dipelajari.

Kegiatan pembelajaran dengan menggunakan pendekatan PMRI memberikan kesempatan kepada peserta didik untuk melihat secara nyata dengan menghitung luas persegi panjang tersebut secara nyata dengan menggunakan konteks *wall paper*. Ternyata perhitungan luas persegi panjang tersebut menjadi sarana yang sangat membantu peserta didik untuk memahami konsep Integral. Menghitung total luas persegi panjang-persegi panjang untuk menutup daerah seperempat lingkaran yang masing-masing lebarnya 1 satuan, kemudian menghitung total luas persegi panjang yang masing-masing lebarnya 0,5 satuan pada kegiatan pembelajaran dengan pendekatan PMRI memberikan kesempatan pada peserta didik untuk dapat membandingkan total luas tersebut yang hasilnya adalah total luas persegi panjang dengan masing-masing lebar 0,5 satuan akan lebih mendekati luas daerah yang dihitung dengan rumus luas daerah seperempat lingkaran yang sudah diketahui peserta didik sebelumnya.

Melalui kegiatan membandingkan total luas daerah persegi panjang dengan konteks *wall paper* dengan hasil menggunakan rumus luas daerah yang sudah diketahui, membuat peserta didik dapat menyimpulkan sendiri apa akibatnya jika lebar *wall paper* diperpendek. Peserta didik dapat memperkirakan sendiri bahwa jika dibandingkan dengan total luas *wall paper* dengan lebar 0,5 satuan maka total luas *wall paper* dengan lebar 0,1 satuan akan lebih mendekati luas daerah yang dicari dengan menggunakan rumus yang sudah diketahui.

Selanjutnya peserta didik dapat mengambil kesimpulan sendiri bahwa total luas daerah *wall paper* yang paling mendekati luas daerah yang harus ditutup adalah total luas daerah-daerah *wall paper* dengan lebar mendekati nol. Peserta didik dapat memahami konsep mendekati nol tersebut dengan lebih mudah karena menggunakan konteks *wall paper* tidak mungkin lebarnya nol, karena kalau lebarnya nol maka *wall paper*nya tidak ada. Konsep lebar *wall paper* mendekati nol dibayangkan peserta didik

sebagai memasang *wall paper* yang sangat tipis, sehingga menutup daerah di antara dua kurva. Hal ini membuktikan bagaimana kegiatan pembelajaran dengan pendekatan PMRI mendukung pengembangan pemahaman relasional peserta didik.

## **B. Diskusi**

Konteks yang digunakan pada penelitian ini tidak hanya yang diambil dari kehidupan sehari-hari yang berdasarkan pada pendapat Heuvel-Panhuizen (2001) bahwa realistik tidak hanya merupakan keadaan pada dunia nyata, melainkan keadaan yang masih dapat dibayangkan peserta didik seperti bentuk formal. Hal inilah yang menjadi alasan mengapa pada pertemuan pertama, kedua dan ketiga menggunakan konteks bentuk formal definisi turunan dan suatu fungsi polinomial. Selanjutnya dirancang dalam HLB yang memungkinkan terjadinya kegiatan mengaitkan pengetahuan baru dengan pengetahuan yang sudah dimiliki sebelumnya (Gravemeijer dan Terwel, 2000).

Konteks pada pertemuan pertama, kedua, dan ketiga melalui kegiatan dalam HLB berubah menjadi bentuk formal yang kembali menjadi konteks untuk pertemuan berikutnya. Konteks dari bentuk formal pada pertemuan keempat yang dikonstruksi dari pertemuan pertama, kedua, dan ketiga digabungkan dengan konteks dari kehidupan sehari-hari yaitu pemasangan *wall paper*.

Berdasarkan kegiatan pada pertemuan pertama, kedua, dan ketiga yang mengakomodasi peserta didik untuk mengembangkan pemahaman relasionalnya, membuat peserta didik lebih siap dan terlatih untuk menggunakan pemahaman relasionalnya untuk mengaitkan pengetahuan baru dengan pengetahuan yang sudah dimilikinya tersebut dengan *model of* pemasangan *wall paper* sebagai sarana untuk memahami materi tentang luas daerah di antara kurva.

Penyajian kegiatan pembelajaran dalam HLB secara bertahap dalam bentuk aktivitas yang memberikan kesempatan bagi peserta didik untuk untuk mengonstruksi

konsep secara mandiri, membuat peserta didik lebih mudah melaksanakan kegiatan pembelajaran selanjutnya yaitu pada pertemuan ketujuh, kedelapan, kesembilan. Pembahasan materi Integral dan Integral Parsial menjadi lebih mudah karena peserta didik telah terasah untuk mengembangkan pemahaman relasionalnya untuk mengaitkan materi yang sudah dipahami dengan materi yang akan dipelajari.

Rangkaian kegiatan pembelajaran mendukung perkembangan pemahaman relasional peserta didik sehingga berdampak baik pada pertemuan kesepuluh yang berisi tes pemahaman relasional pokok bahasan Integral, di mana peserta didik mengerjakan dengan bersemangat dan percaya diri. Tidak ada lagi peserta didik yang hanya menuliskan kata “Tidak Tahu” pada lembar jawaban tes. Minimal peserta didik menuliskan penjelasan tentang pemikirannya tentang soal tes, menuliskan pemecahan soal yang diberikan tanpa menggunakan rumus.

### **C. Saran**

Berikut ini adalah beberapa saran yang dapat diberikan sebagai perbaikan pada penelitian-penelitian selanjutnya:

#### **1. Bagi Pendidik**

- a. Pendidik berperan untuk membimbing peserta didik untuk melalui lintasan belajar yang telah direncanakan. Konsistensi pendidik untuk benar-benar menjalankan fungsinya sebagai fasilitator harus selalu dipertahankan, sehingga peserta didik mengenal bahwa pada kegiatan pembelajaran masing-masing peserta didik harus berperan aktif untuk memahami materi dan menemukan kembali konsep secara mandiri.
- b. Pendidik juga harus benar-benar memperhatikan arah perubahan konteks menuju matematika formal, dan memberikan *guidance* untuk memastikan terjadinya *reinvention* konsep matematika Integral oleh peserta didik, yang merupakan prinsip dari pembelajaran dengan pendekatan PMRI.

## 2. Bagi Peneliti Lain:

- a. Syarat pemasangan *wall paper* pada konteks yang digunakan pada pertemuan keempat, kelima, dan keenam, hendaknya langsung menggunakan syarat pemasangan *wall paper* tanpa sambung di bagian tingginya, karena lebih sesuai dengan kenyataan dalam kehidupan sehari-hari.
- b. Konteks yang ditampilkan dan digunakan dalam penelitian ini bukanlah satu-satunya pilihan konteks yang dapat digunakan untuk mempelajari pokok bahasan Integral, sehingga peneliti lain dapat juga membuat *Design Research* tentang pembelajaran pada pokok bahasan Integral dengan menggunakan konteks yang lain, misalnya *Design Research* pembelajaran untuk Jurusan IPA dapat menggunakan konteks jarak adalah Integral dari kecepatan terhadap waktu, sehingga terjadi *intertwinment* dengan mata pelajaran lain dalam Jurusan IPA yaitu dengan mata pelajaran Fisika. *Intertwinment* dengan mata pelajaran Biologi dapat terjadi jika kemudian pembahasan masalah dilanjutkan dengan menghubungkan hasil perhitungan luas menggunakan Integral dengan persebaran sel kanker.
- c. Peneliti lain dapat melaksanakan pengembangan dari *Design Research* ini dengan tetap menggunakan konteks yang sama namun dengan Tujuan Instruksional Lokal yang berbeda seperti pengembangan pembelajaran dengan pendekatan PMRI, misalnya melalui pembelajaran dengan dukungan media sosial berbasis multi media atau internet.