

C. ANALISA DATA

Bagian analisa data terdiri dari analisis tentang SP dan karakteristik PMRI. Analisis SP akan menjelaskan tentang proses perkembangan pemahaman relasional masing-masing SP dikaitkan dengan pendekatan PMRI. Sedangkan analisis karakteristik PMRI pada *Design Research* ini menjelaskan bagaimana implementasi prinsip-prinsip PMRI dalam kegiatan pembelajaran membangun pemahaman relasional.

1. Analisis SP

Berikut ini adalah analisis SP berisi kelebihan dan kekurangan masing-masing SP dalam perkembangan pemahaman relasional dari masing-masing SP dikaitkan dengan pendekatan PMRI. Pemahaman relasional ditinjau dari indikator pemahaman relasional yaitu kemampuan menyatakan kembali suatu konsep (*to describe*), kemampuan mengklarifikasi apakah suatu obyek telah memenuhi syarat definisi atau belum (*to compare*), kemampuan menginvestigasi hasil suatu konsep (*to evaluate*), dan kemampuan membuktikan secara sah suatu konsep (*to explain*). Pendekatan PMRI ditinjau dari prinsip PMRI yaitu penggunaan konteks, penggunaan model dalam matematisasi progresif, pemanfaatan hasil konstruksi peserta didik, interaktivitas, dan *intertwinment*.

a. Analisis SP1

SP1 memiliki kemampuan belajar dan *preknowledge* mengenai materi Diferensial yang lebih baik daripada teman-teman sekelasnya. SP1 adalah peserta didik pertama yang dapat menjelaskan mengapa hasil penarikan Integral dari suatu fungsi polinomial harus ditambah C pada pertemuan pertama. Hal ini menunjukkan bahwa SP1 memang lebih baik dari teman-temannya, sehingga dapat dengan cepat paham menggunakan konteks pertemuan ini. SP1 dapat menggunakan Diferensial dari suatu fungsi sebagai konteks, memanfaatkan polanya dan menggunakan konteks tersebut sebagai sarana untuk memanfaatkan pola yang ada dari beberapa fungsi Diferensial dari

fungsi-fungsi yang hanya berbeda di suku yang berisi konstanta saja sebagai *model of* ke *model for* yaitu Antidiferensial dari masing-masing fungsi yang ternyata dapat memiliki hasil yang beragam. Hal ini menunjukkan keterlaksanaan prinsip PMRI yaitu penggunaan konteks, penggunaan model dalam matematisasi progresif, pemanfaatan hasil konstruksi peserta didik, sesuai dengan pendapat Heuvel-Panhuizen (2001) bahwa selagi bekerja dengan masalah kontekstual, peserta didik mengembangkan proses matematisasi dan pemahaman. Pemahaman dapat dikonstruksi dengan mengarahkan peserta didik untuk menemukan kembali suatu ide atau konsep matematika dengan proses matematisasi melalui kegiatan memecahkan masalah realistik yang disajikan. Permasalahan realistik yang disajikan pada bagian ini adalah definisi fungsi hasil penarikan Diferensial, yang kemudian digunakan sebagai konteks oleh peserta didik menggunakan pola dari fungsi hasil penarikan Diferensial dari beberapa fungsi polinomial yang hanya berbeda pada sebuah suku tetapnya.

Peserta didik menggunakan proses berpikir *working backward* untuk memanfaatkan pola dari hasil penarikan Diferensial untuk menemukan famili fungsi hasil penarikan Antidiferensial, yang hanya berbeda pada tiap suku tetapnya saja, untuk mewakili setiap fungsi yang merupakan Antidiferensial dari suatu fungsi maka perlu ditambahkan nilai C . Kesimpulan ini didapat sendiri oleh peserta didik dengan memanfaatkan pola yang terbentuk dari konteks yang diberikan kemudian menerapkan pemahaman relasional dari pemahaman peserta didik terhadap definisi penarikan Diferensial untuk mempelajari konsep tentang Antidiferensial.

Pendidik yang bertindak memastikan terjadinya *guided reinvention*, dengan hanya memberikan pertanyaan yang memancing pemahaman relasional peserta didik, mendorong peserta didik untuk benar-benar memaksimalkan potensi setiap siswa untuk berpikir sendiri dan melaksanakan interaktivitas melalui diskusi dalam kelompok, maupun antar kelompok. Pada akhirnya pemahaman yang didapat tentang konsep

Antidiferensial dari suatu fungsi melalui kegiatan dalam *Design Research* ini, akan mencapai tingkat pemahaman *epistemic level understanding* (Kinach, 2002). Hal tersebut sesuai dengan definisi pemahaman relasional yaitu pemahaman di mana seseorang dapat menggunakan suatu prosedur matematis berdasarkan konsep matematis yang telah dimiliki sebelumnya, sehingga dapat merumuskan aturan atau prosedur khusus yang membantu peserta didik membuat hubungan antara informasi-informasi yang diperolehnya untuk mengerti suatu konsep.

Selanjutnya pendidik memperkenalkan konsep formal dari jawaban beragam yang dihasilkan. Namun, ide bahwa adanya banyak bilangan yang dapat menjadi jawaban telah ditemukan sendiri oleh SP1. SP1 dapat mengerti konsep melalui proses membuat hubungan antara informasi-informasi yang baru diperoleh dengan informasi-informasi yang telah dimiliki secara mandiri (Kinach, 2002).

SP1 dapat memimpin kelompoknya untuk menemukan nilai C dari fungsi hasil penarikan Integral, dan menemukan fungsi hasil penarikan Integral yang melalui titik tertentu. Situasi itu menunjukkan keterlaksanaan prinsip PMRI yaitu interaktivitaskarena SP1 memberi kontribusi dengan menyampaikan pendapatnya dalam kegiatan diskusi.

Latihan soal pada pertemuan ketiga tentang Integral Tak Tertentudapat dikerjakan dengan baik oleh SP1. SP1 dapat mengaplikasikan *model for* berupa rumus Integral Tak Tertentu untuk menyelesaikan soal yang berkaitan dengan Integral Tak Tertentu. Hal yang menarik ditunjukkan pada pertemuan keempat di mana SP1dapat memahami bahwa inti dari kegiatan adalah membandingkan luas daerah di antara kurva dengan sumbu x pada interval tertentu, dengan menggunakan rumus luas daerah trapesium dan luas daerah seperempat lingkaran yang sudah dipelajari sebelumnya, dibandingkan dengan luas daerah yang dicari dengan menjumlahkan luas daerah-daerah *wall paper* yang menutupi luas daerah di antara dua kurva pada interval tertentu. SP1

sampai pada kesimpulan bahwa total luas daerah *wall paper* yang paling mendekati luas daerah kurva adalah total luas *wall paper* yang masing-masing lebarnya mendekati nol.

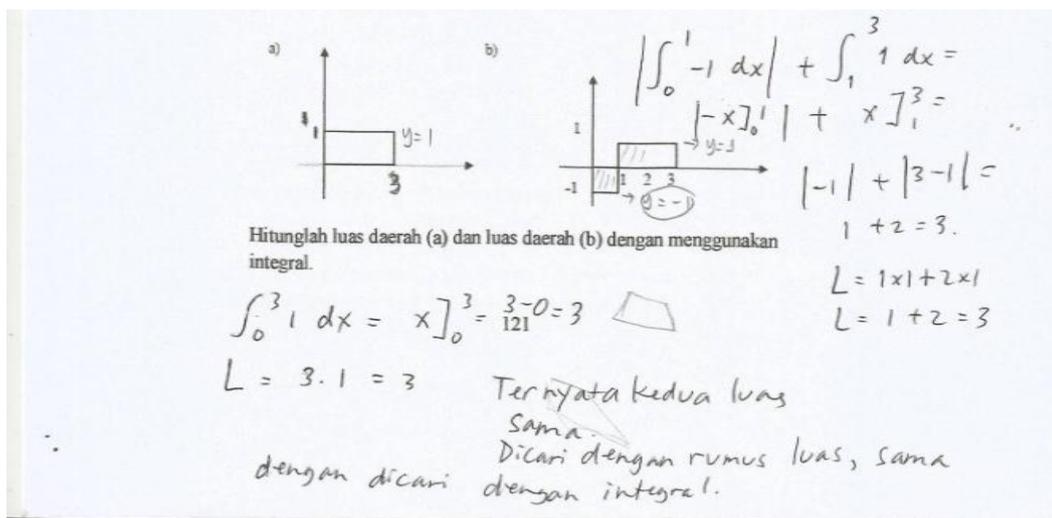
SP1 dapat menganalisa dari total luas daerah-daerah *wall paper* yang lebarnya adalah 1 satuan dan total luas *wall paper* yang lebarnya 0,5 satuan, maka total luas daerah *wall paper* yang lebih dekat ke luas daerah seperempat lingkaran yang harus ditutup adalah total luas *wall paper* dengan masing-masing lebar 0,5 satuan. SP1 dapat memprediksi bahwa total luas *wall paper* dengan masing-masing lebar 0,1 satuan akan lebih dekat ke luas daerah seperempat lingkaran. Sehingga untuk pertanyaan jika lebar *wall paper* makin kecil hampir mendekati nol, SP1 dapat memprediksi bahwa total luas daerah-daerah *wall paper* tersebut akan sangat mendekati luas daerah seperempat lingkaran.

SP1 dapat menyelesaikan soal tantangan menentukan berapa harga sisa luas daerah *wall paper* yang tidak terpakai, pada pemasangan *wall paper* tanpa sambungan di tingginya dan tidak membelah lebar *wall paper*, yang disajikan pada pertemuan kelima. Hasil belajar SP1 di atas menunjukkan semua prinsip PMRI yaitu penggunaan konteks, penggunaan model dalam matematisasi progresif, pemanfaatan hasil konstruksi peserta didik, interaktivitas dan *intertwinment* dengan harga dari modal usaha yang merupakan bagian dari matematika ekonomi, tercapai oleh SP1.

Pemahaman yang dicapai SP1 tersebut sejalan dengan pendapat Freudenthal yang dipaparkan oleh Heuvel-Panhuizen (2001) bahwa PMRI memandang matematika sebagai suatu mata pelajaran di sekolah tidaklah merupakan konsep-konsep yang saling terpisah satu dengan lainnya melainkan saling terkait. Melalui keterkaitan ini, konsep matematika dapat disajikan secara bersamaan, walau ada satu konsep yang dominan. Konsep luas dalam Integral dikaitkan dengan perhitungan modal usaha, membuat SP1 dapat melihat secara lebih konkrit melalui kegiatan diskusi bahwa luas dari suatu daerah yang dikaitkan dengan nilai luas daerah dari *wall paper* adalah harus positif

karena berdampak terhadap modal usaha yang harus disediakan untuk pembelian *wall paper*.

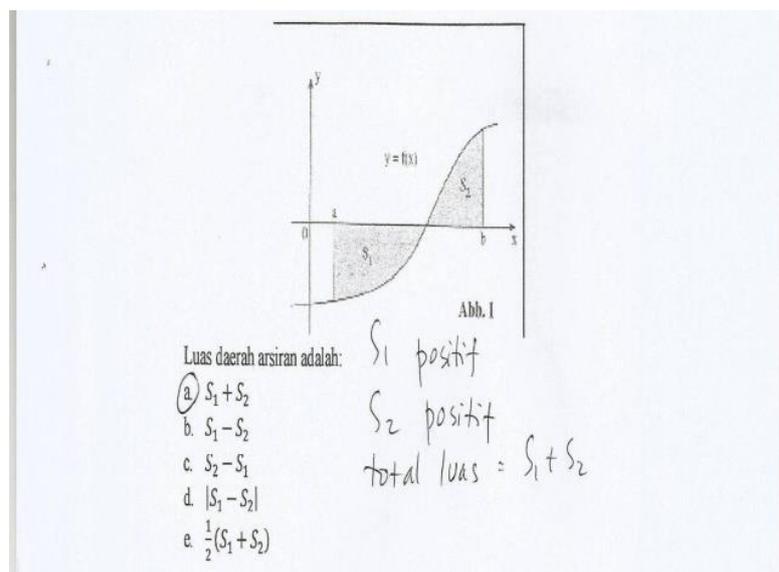
Konsep dari pertemuan kelima kemudian menjadi konteks pertemuan 6, SP1 tidak menemui kesulitan untuk menentukan luas daerah yang dibatasi oleh fungsi pada interval tertentu bahwa ada dua daerah yang harus dihitung masing-masing luasnya yaitu daerah dengan $f(x) = -1$, pada interval $0 \leq x \leq 1$, dan daerah dengan $f(x) = 1$ pada interval $1 \leq x \leq 3$. Pertama-tama SP1 dapat menentukan masing-masing luas daerah tersebut dengan melihatnya sebagai persegi dan persegi panjang, kemudian menghitung luasnya dengan menggunakan rumus luas daerah persegi dan rumus luas daerah persegi panjang. Selanjutnya SP1 mencoba dengan menggunakan Integral, dan menemukan bahwa hasil penarikan Integralnya menghasilkan nilai negatif untuk daerah yang terletak di bawah sumbu x , maka SP1 menarik harga mutlak dari hasil Integral yang didapat, kemudian menjumlahkan kedua nilai luas daerah yang didapat yang keduanya sudah bernilai positif.



Gambar 4.22. Hasil Pekerjaan SP1, Soal Nomor 1 Pertemuan Keenam

SP1 dapat menganalisa soal nomor 2 pertemuan keenam dengan baik, sehingga dapat menyelesaikan soal tersebut dengan mudah berdasarkan pemahaman dari soal nomor 1. S_1 dan S_2 harus bernilai positif karena merupakan luas daerah, maka luas daerah arsiran adalah menjumlahkan nilai S_1 dengan S_2 sehingga diperoleh total luas

juga positif. Soal nomor dua ini diadopsi dari soal TIMSS yang berdasarkan laporan data pelaksanaan soal TIMSS tersebut tidak dapat dikerjakan dengan baik oleh peserta didik dari Indonesia. Ternyata soal ini dapat dikerjakan oleh peserta didik kelas XI IPS yang melaksanakan pembelajaran dengan pendekatan PMRI tanpa dicontohkan terlebih dahulu, seperti terlihat dari pekerjaan SP1 berikut ini:



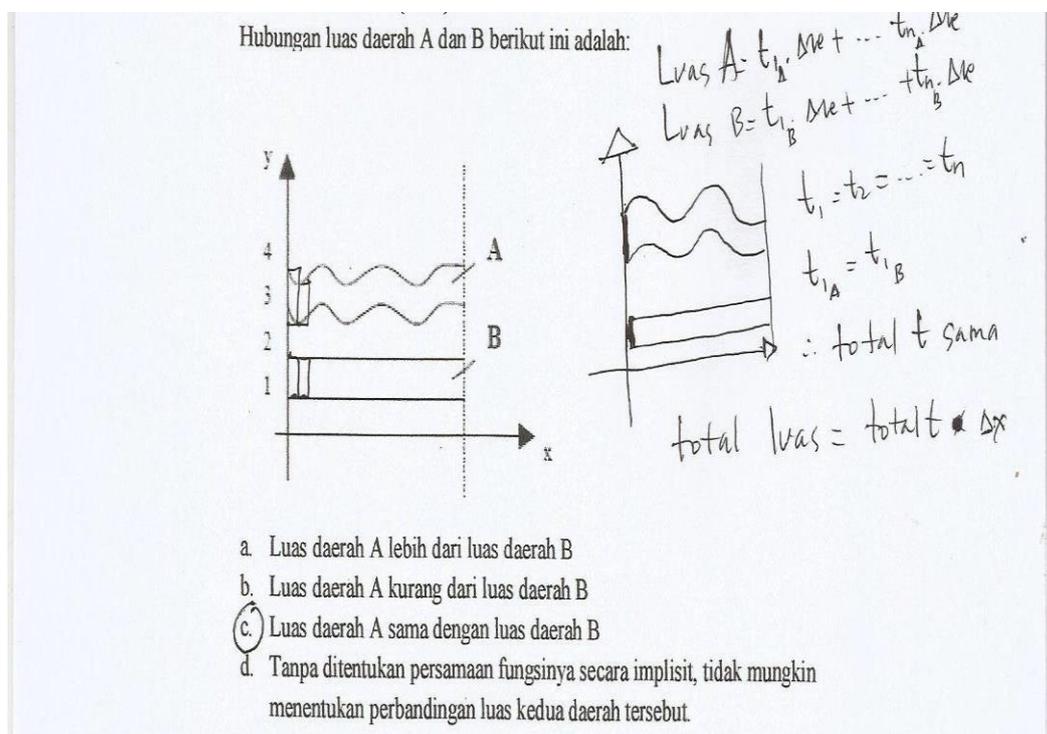
Gambar 4.23. Pekerjaan SP1 Soal Nomor 2 Pertemuan Keenam

SP1 menemui kesulitan pada saat menyelesaikan soal nomor tiga pertemuan keenam. Pendidik memberi pertanyaan yang mendukung terjadinya *guided reinvention* sesuai dengan prinsip pembelajaran dengan pendekatan PMRI dalam diskusi berikut ini:

- Pendidik: *Coba dibaca lagi apa pertanyaannya.*
- SP1: *Membandingkan luas dua daerah ini Bu.*
- Pendidik: *Apa yang bisa kamu manfaatkan untuk memecahkan soal tentang luas?*
- SP1: *Wall paper ya Bu?*
- Pendidik: *Kalau kamu dapat menggunakan wall paper untuk memecahkan soal ini, bagaimana caranya kamu memanfaatkan wall paper tersebut?*
- SP1: *Saya jumlahin luas wall papernya Bu.*
- Pendidik: *Baik, silakan dilanjutkan dulu, langkah pekerjaanmu dengan menggunakan wall paper, dan coba dulu pikirkan bagaimana wall paper tersebut digunakan untuk memecahkan masalah di soal ini.*

Mula-mula SP1 membuat *wall paper* dengan lebar setengah sentimeter. Pendidik meminta SP1 untuk membaca lagi soalnya, SP1 kemudian menemukan bahwa banyak *wall paper* yang dipakai untuk menutup daerah tersebut adalah sama banyak dan

masing-masing tingginya sama, sehingga SP1 menemukan bahwa total luas *wall paper* dengan masing-masing luas 0,5 cm adalah sama. Kemudian SP1 membuat gambar lagi dengan lebar *wall paper* yang dibuatnya setipis mungkin, dan menyatakan bahwa banyak *wall paper*-nya akan sama karena intervalnya sama, sehingga total luas *wall paper* di masing-masing daerah adalah sama, karena lebarnya sangat tipis mendekati nol maka luas masing-masing daerah adalah sama



Gambar 4.24. Pekerjaan SP1 Soal Nomor 3 Pertemuan Keenam

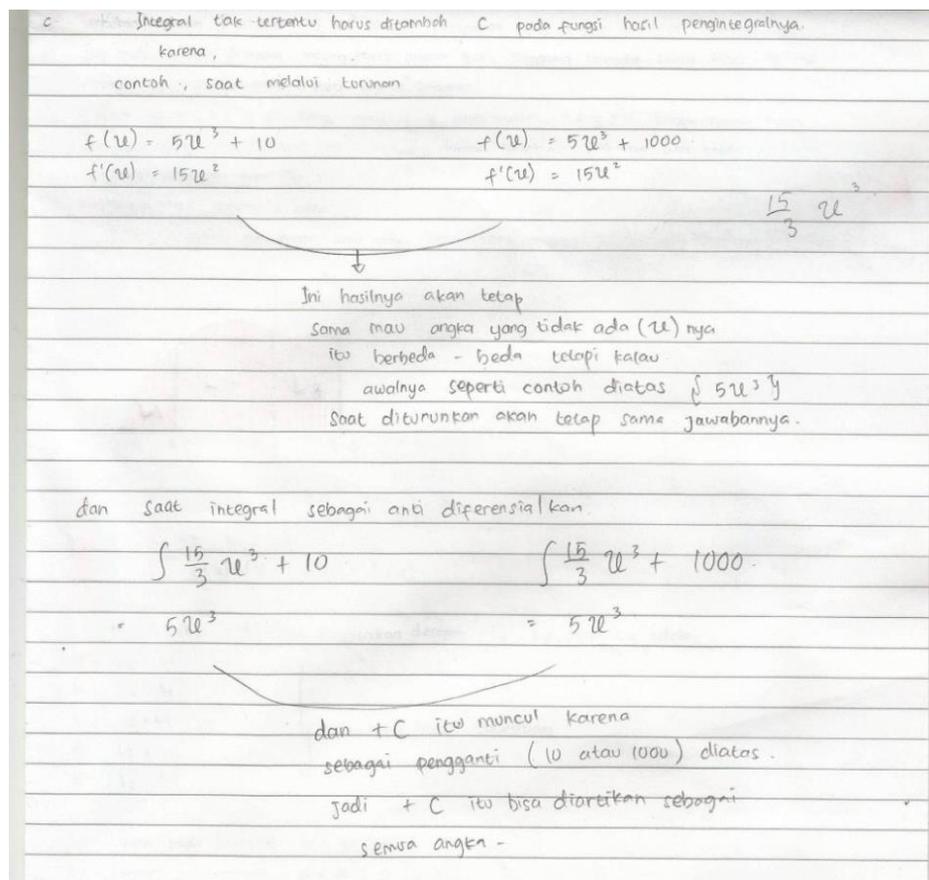
Langkah penggunaan *wall paper* ini menunjukkan bagaimana *model of* sangat berperan sebagai sarana untuk berpikir matematis peserta didik untuk memecahkan masalah konseptual. Sesuai dengan peran konteks dalam pembelajaran dengan pendekatan PMRI yang tidak hanya menjadi uraian fakta di awal namun benar-benar dipakai selama kegiatan pembelajaran bahkan sampai ke pemecahan masalah, yang berubah menjadi *model for*. *Model for* tersebut kemudian dapat menjadi *model of* untuk materi selanjutnya demikian seterusnya dengan memanfaatkan pemahaman relasional. Pekerjaan SP1 nomor 3 pertemuan 6 telah menunjukkan bahwa model memungkinkan peserta didik memilih strategi yang paling tepat sesuai pemahaman masing-masing.

Kasus yang dialami SP1 pada soal nomor 3 pertemuan 6 tersebut menunjukkan SP1 menemukan bahwa rumus Integral formal sebagai luas daerah tidak dapat digunakan untuk memecahkan masalah konseptual yang diberikan, dan SP1 masih membutuhkan tambahan dorongan untuk mengembangkan pemahaman relasionalnya untuk dapat memanfaatkan apa yang telah dipahaminya. *Guided reinvention* terjadi dengan dorongan pertanyaan pendidik.

Hasil pekerjaan SP1 pada pertemuan ketujuh menunjukkan bahwa pengembangan pemahaman relasional mendukung keterampilan matematis peserta didik karena SP1 dapat memahami soal Integral Substitusi dengan baik, dengan menggunakan konteks definisi fungsi yaitu jika $f(x) = ax + b$ maka $f(\blacksquare) = a\blacksquare + b$, yang merupakan aturan yang secara unik mengasosiasikan tiap elemen dari satu himpunan dengan tepat satu elemen di himpunan lainnya. Situasi kontekstual dari konsep tentang fungsi adalah perubahan di bahan baku (variabel independen) yang pada definisi fungsi di atas adalah variabel x , menyebabkan perubahan juga pada hasil produksi (variabel dependen) yang pada definisi fungsi di atas adalah variabel $f(x)$. Pengembangan pemahaman relasional telah terjadi sehingga SP1 semakin percaya diri untuk menggunakan pemahaman yang sudah dimilikinya sebagai sarana untuk memahami materi yang baru dipelajari.

Pertemuan kedelapan menunjukkan bahwa SP1 dapat menyelesaikan soal Integral Parsial dengan menggunakan konteks Diferensial dari perkalian dua buah fungsi. Hal inipun karena SP1 telah mengembangkan pemahaman relasionalnya sehingga dapat melaksanakan *working backward* untuk sampai ke *model for* Integral Parsial. SP1 pada pertemuan kesembilan dapat menyelesaikan dengan baik empat soal yang diberikan, yang masing-masing berupa luas daerah yang berada di antara kurva dengan sumbu x pada interval tertentu, luas daerah di antara dua kurva pada interval tertentu, Integral dengan substitusi tertentu, dan Integral Parsial.

SP1 pada pertemuan kesepuluh dapat menyelesaikan soal pertama tentang menjelaskan mengapa fungsi hasil penarikan Integral dari suatu fungsi polinomial harus ditambah C .



Gambar 4.25. Pemahaman Relasional Integral Tak Tertentu

Soal kedua pertemuan kesepuluh yang berkaitan dengan analisa terhadap gradien garis-garis singgung terhadap suatu kurva berhasil diselesaikan oleh SP1 yang dapat melihat bahwa fungsi gradien dari garis singgung berbeda nilai gradien garis singgung, sehingga SP1 dapat menemukan kembali bahwa garis singgung dari suatu kurva ada yang sejajar ada pula yang tidak sejajar, karena nilai gradien garis singgung di masing-masing titik singgung ada yang sama dan ada yang berbeda.

Berdasarkan pemahaman tersebut SP1 dapat menentukan titik singgung dari sebuah garis l yang sejajar garis g terhadap kurva yang sama. Soal ketiga pertemuan kesepuluh tentang harga sisa *wall paper* yang harus dibuang dapat diselesaikan SP1 dengan sangat baik, mulai dari grafik kurva dan *wall paper*, perhitungan tinggi masing-

masing *wall paper*, dan penyelesaian akhir perhitungan harga *wall paper* minimal yang harus dibuang. Pekerjaan diselesaikan dengan lengkap dan teliti.

Soal keempat pertemuan kesepuluh, dapat diselesaikan dengan baik oleh SP1 yang sangat paham bahwa luas adalah selalu positif di kuadran manapun luas itu berada. Sehingga total luas pada interval yang diberikan diwakili oleh daerah $L_3 + L_2$. Penjelasan yang diberikan tersebut, sangat sederhana dibandingkan dengan kunci yang dibuat peneliti, namun tetap benar, sehingga berhak menerima skor tertinggi.

Berdasarkan paparan data dari SP1 ini, nampak bahwa kekuatan SP1 dengan kemampuan belajarnya yang tinggi sangat berperan positif dalam pencapaian pemahaman relasional terhadap konsep dari masing-masing tahap. Indikator pemahaman relasional yang pertama berupa kemampuan menyatakan kembali konsep (*to describe*) dikuasai dengan baik oleh SP1 ditunjukkan dengan kemampuannya menjelaskan di depan kelas tentang mengapa hasil penarikan Integral harus ditambahkan dengan C , dan juga ditunjukkan kembali pada soal pertama dari soal tes pemahaman relasional di pertemuan sepuluh dengan soal menjelaskan apakah pernyataan $\int 3x^2 dx = x^3$ merupakan suatu pernyataan yang sudah lengkap dan benar, dapat dijelaskan dengan tepat oleh SP1. SP1 memberikan penjelasan tambahan pada jawabannya di soal nomor 1 dengan memberikan contoh fungsi lain yang memperkuat pembuktian bahwa hasil penarikan Integral dari suatu fungsi harus ditambahkan dengan nilai konstanta C .

Indikator pemahaman relasional yang kedua yaitu kemampuan mengklarifikasi apakah suatu obyek matematika telah memenuhi syarat definisi atau belum (*to compare*) dicapai dengan baik oleh SP1 ditunjukkan dengan penjelasan SP1 pada soal nomor 2 tes pemahaman relasional yaitu dapat menentukan titik singgung garis l berdasarkan analisis dalam membandingkan nilai gradien l dengan nilai dari gradien garis g .

Selanjutnya indikator pemahaman relasional yang ketiga yaitu kemampuan menginvestigasi hasil dari suatu penerapan konsep matematika (*to evaluate*) telah dicapai oleh SP1 dengan penjelasannya pada nomor tiga tes pemahaman relasional yaitu untuk menentukan harga *wall paper* yang harus terbuang pada proses penutupan luas daerah antara dua kurva dengan *wall paper*. Kemampuan terakhir dari pemahaman relasional yaitu kemampuan membuktikan secara sah suatu konsep matematika (*to explain*) juga dapat dicapai dengan baik oleh SP1, ditunjukkan dengan SP1 dapat memecahkan masalah pada soal nomor empat tes pemahaman relasional tentang menyatakan definisi Integral Tertentu sebagai luas daerah $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$ ke dalam pernyataan yang mengandung L_1 , L_2 , dan L_3 . SP1 memberikan penjelasan dengan membuktikan hubungan nilai $F(a)$, $F(b)$, L_1 , L_2 , dan L_3 . Keempat indikator dari pemahaman relasional tercapai dengan baik oleh SP1.

Indikator pendekatan PMRI yang meliputi penggunaan konteks, penggunaan model dalam matematisasi progresif, pemanfaatan hasil konstruksi, interaktivitas, dan pemahaman terhadap *intertwinment* terbukti dicapai oleh SP1 dengan baik. SP1 telah berhasil menggunakan setiap konteks yang digunakan untuk mendapatkan pemahaman tentang materi Integral, dengan memanfaatkan perubahan dari *model of* ke *model for* yang dapat dijelaskannya dalam kegiatan diskusi. Pemahaman tersebut, diaplikasikannya ke soal yang terkait dengan mata pelajaran lain seperti soal menentukan harga *wall paper* yang terbuang. Konteks luas *wall paper* yang dikaitkan dengan harga *wall paper* membuat SP1 lebih menyadari resiko dari kerugian yang dapat terjadi jika salah dalam menghitung bahan baku yang diperlukan untuk menutup daerah tersebut, karena akan dapat menyebabkan kerugian.

2. Analisis SP2

SP2 berhasil menemukan bahwa semua fungsi hasil penarikan Integral harus ditambah C . SP2 bersama-sama dengan SP1 melakukan diskusi pada pertemuan

pertama dan kedua, sehingga dapat menentukan sebuah fungsi hasil penarikan Integral yang melalui (x_1, y_1) .

Ketercapaian prinsip interaktivitas oleh SP2 ditunjukkan dengan kemampuan SP2 berinteraksi baik dengan anggota lain dalam kelompoknya maupun dengan peserta didik lain di luar kelompoknya, juga interaksi dengan pendidik pada setiap pertemuan, sehingga tercapainya tujuan pembelajaran dari masing-masing pertemuan oleh SP2. SP2 telah menunjukkan ketercapaian dua komponen dari pembelajaran dengan konteks, yaitu *guided reinvention* dan bekerja dalam kelompok melakukan interaksi baik dengan anggota di dalam maupun di luar kelompoknya. Melalui aktivitas pada tiap pertemuan yang memungkinkan terjadinya interaksi dengan bertanya, membantu menentukan pilihan dalam proses generalisasi, dan turut memikirkan kembali hasil keputusan kelompok. Akhirnya SP2 dapat menghubungkan konsep Integral dengan konteks yang disajikan.

Pertemuan ketiga diikuti dengan baik oleh SP2 dan berdasarkan hasil diskusi kelompok, latihan soal tentang Integral Tak Tertentu dapat diselesaikan oleh SP2. SP2 pada pertemuan keempat dapat mencapai kesimpulan bahwa total luas *wall paper* dengan lebar mendekati nol akan sangat mendekati luas daerah di antara kurva pada interval tertentu yang harus ditutup oleh *wall paper*. SP2 pada pertemuan kelima dapat menyelesaikan soal tantangan menentukan berapa harga sisa luas *wall paper* yang tidak terpakai. SP2 pada pertemuan keenam menjawab soal nomor 1 dengan benar, dan dapat melihat hubungan antara luas daerah yang dicari dengan rumus luas daerah persegi dan persegipanjang. Luas daerah yang dicari adalah total luas daerah persegipanjang yang masing-masing lebarnya mendekati nol dan luas tersebut hasilnya mendekati nilai harga mutlak dari Integral tertentu.

SP2 dapat menyelesaikan soal nomor 2 dan 3 termasuk soal Integral Substitusi dengan baik pada pertemuan ketujuh. Selain itu SP2 dapat memahami soal Integral

Substitusi dengan baik, dengan menggunakan konteks definisi fungsi yaitu jika $f(x) = ax + b$ maka $f(\blacksquare) = a\blacksquare + b$, yang merupakan aturan yang secara unik mengasosiasikan tiap elemen dari satu himpunan dengan tepat satu elemen di himpunan lainnya. Situasi kontekstual dari konsep tentang fungsi adalah perubahan di bahan baku (variabel independen) yang pada definisi fungsi di atas adalah variabel x , menyebabkan perubahan juga pada hasil produksi (variabel dependen) yang pada definisi fungsi di atas adalah variabel $f(x)$. SP2 dapat mengaplikasikan definisi fungsi dan menghubungkan notasi $f(x) = ax + b$ dengan $f(\blacksquare) = a\blacksquare + b$, bahwa jika sebuah variabel x pada suatu fungsi diganti dengan variabel \blacksquare , maka setiap variabel x pada fungsi tersebut harus diganti dengan variabel \blacksquare . Penggunaan konteks definisi fungsi ini menunjukkan bahwa mengembangkan pengetahuan dan memperdalam pemahaman dapat dicapai dengan membuat hubungan untuk menemukan makna.

SP2 pada pertemuan kedelapan dapat menyelesaikan Integral Parsial dengan baik dengan memanfaatkan konteks hasil penarikan Diferensial dari dua buah fungsi polinomial. SP2 pada pertemuan kesembilan dapat menyelesaikan empat soal yang diberikan, berupa luas daerah di antara kurva dengan sumbu x pada interval tertentu, luas daerah di antara dua kurva pada interval tertentu, Integral dengan substitusi tertentu, dan Integral Parsial.

SP2 pada pertemuan kesepuluh dapat menjelaskan soal pertama dengan skor tertinggi yaitu 4. Soal kedua tentang memanfaatkan kesejajaran garis singgung dapat dianalisa dan diselesaikan dengan baik oleh SP2, sehingga dapat menentukan titik singgung dari garis singgung kedua berdasarkan titik singgung dari garis singgung pertama. Keberhasilan SP2 memecahkan masalah tentang menentukan titik singgung ini, membuktikan bahwa SP2 berhasil menggunakan konteks, penggunaan model dalam matematisasi progresif, pemanfaatan hasil konstruksi peserta didik. Hal ini menunjukkan penalaran SP2 yang berhubungan dengan empat hal utama dalam

matematika pada pokok bahasan Integral yaitu perubahan kuantitas, sketsa kurva, penalaran matematika umum, dan penggunaan simbol (Kizito, 2012). SP2 telah dapat memahami keterkaitan antara Integral dan Diferensial, bukan lagi memahaminya sebagai dua hal yang saling terpisah.

Soal ketiga tentang sisa luas *wall paper* juga dikerjakan dengan baik oleh SP2. Hal ini menunjukkan keterlaksanaan prinsip PMRI oleh SP2 terutama tentang *intertwinment*, karena dapat mengaitkan dengan materi lain dalam matematika, yang sesuai dengan pendapat Freudenthal dalam Heuvel-Panhuizen (2001) bahwa matematika sekolah menurut PMRI tidaklah merupakan konsep-konsep yang saling terpisah satu dengan lainnya tetapi saling terkait. Konsep luas dalam Integral dikaitkan dengan perhitungan modal usaha, membuat SP2 dapat melihat secara lebih konkrit bahwa luas dari suatu daerah yang dikaitkan dengan *wall paper* adalah harus positif karena berdampak terhadap modal usaha yang harus disediakan untuk pembelian *wall paper*. Soal keempat tentang hubungan penarikan Integral dengan Luas daerah dapat diselesaikan dengan baik oleh SP2.

Berdasarkan paparan data dari kondisi SP2 mulai dari pertemuan pertama sampai dengan pertemuan kesepuluh, akan dijelaskan bukti ketercapaian indikator pemahaman relasional dan keterlaksanaan prinsip PMRI dari SP2. Pencapaian indikator pemahaman relasional *to describe* oleh SP2 ditunjukkan dengan keberhasilan memecahkan soal matematika nomor 1 pada tes pemahaman relasional tentang menjelaskan apakah pernyataan $\int 3x^2 dx = x^3$ merupakan pernyataan yang benar dan lengkap. Walaupun SP2 sedikit keliru dalam menggunakan kata “angka” untuk menyatakan “bilangan”, namun ide bahwa ada bilangan real tertentu yang harus ditambahkan pada fungsi hasil penarikan Integral telah dapat ditunjukkan oleh SP2.

Indikator pemahaman relasional yang kedua yaitu *to compare* telah dicapai oleh SP2, ditunjukkan dengan penjelasannya dalam menentukan titik singgung dari garis l .

SP2 dapat memanfaatkan nilai gradien terhadap kesejajaran dua buah garis. Indikator pemahaman relasional yang ketiga yaitu *to evaluate* juga dapat dicapai SP2 dengan uraian tertulisnya yang rapi dan teliti dalam menentukan harga *wall paper* yang harus terbangun. Indikator pemahaman relasional yang terakhir yaitu *to explain* juga dapat dicapai oleh SP2 dengan kemampuannya menghubungkan nilai dari $F(a)$, $F(b)$, L_1 , L_2 , dan L_3 melalui hasil perhitungan masing-masing nilai sehingga dapat menyatakan pernyataan $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ ke dalam L_1 , L_2 , dan L_3 , dengan L_1 , L_2 , dan L_3 , masing-masing adalah luasan di antara kurva dengan sumbu x , pada segmen-segmen interval dalam interval $a \leq x \leq b$. SP2 dapat menunjukkan pemahamannya dengan mampu menjelaskan $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ ke dalam L_1 , L_2 .

Keterlaksanaan prinsip PMRI yaitu penggunaan konteks, penggunaan model dalam matematisasi progresif, pemanfaatan hasil konstruksi, interaktivitas dan *intertwinement* selama kegiatan pembelajaran oleh SP2 terlihat terlaksana dengan baik. Hal tersebut dapat ditunjukkan dari beberapa diskusi yang terjadi, SP2 menggunakan konteks untuk mencapai pemahaman terhadap materi Integral. Salah satu bukti penggunaan konteks oleh SP2 adalah berhasil sampai pada kesimpulan sendiri bahwa luas daerah *wall paper* yang paling mendekati luas daerah di antara kurva dan sumbu x adalah ketika lebar *wall paper* mendekati nol. Bukti terlaksananya penggunaan model dalam matematisasi progresif oleh SP2 adalah ditunjukkan dengan keberhasilan menggunakan *model of* yaitu $\int a \blacksquare^n = \frac{a}{n+1} \blacksquare^{n+1} + C$ sebagai sarana yang dipakai untuk membentuk *model for* $\int a(f(x))^n d(fx) = \frac{a}{n+1} (f(x))^{n+1} + C$.

Bukti terlaksananya pemanfaatan hasil rekonstruksi ditunjukkan dengan SP2 berhasil menyelesaikan Integral Substitusi. Sedangkan bukti terlaksananya interaktivitas adalah terlihat kontribusi SP2 yang aktif dalam setiap diskusi yang ditunjukkan dalam percakapan-percakapan hasil diskusi yang terjadi selama proses

pembelajaran. Bukti terlaksananya *intertwinment* adalah SP2 melihat efek kerugian yang bisa terjadi kalau salah menentukan nilai negatif atau positif dari suatu luasan. SP4 telah dapat menjelaskan dengan menggunakan konteks sebagai sarana berpikirnya, yang menunjukkan pemahaman SP4.

3. Analisis SP3

SP3 sejak pertemuan pertama selalu aktif dalam diskusi kelompok. Sesekali bertanya tentang operasi aljabar yang berkaitan dengan analisa pola fungsi-fungsi hasil Diferensial, yang pada akhirnya berhasil memahami mengapa hasil penarikan Integral dari suatu fungsi polinomial harus ditambah C . Kemudian pada pertemuan kedua, SP3 dapat mengikuti pembahasan untuk menemukan kembali fungsi hasil Integral yang melalui titik (x_1, y_1) .

Hal tersebut berlanjut pertemuan ketiga, SP3 juga berhasil menyelesaikan latihan soal tentang Integral Tak Tertentu berdasarkan diskusi. Hal ini menunjukkan keterlaksanaan prinsip PMRI oleh SP3 yaitu: penggunaan konteks, penggunaan model dalam matematisasi progresif, pemanfaatan hasil konstruksi peserta didik, serta interaktivitas, yang bersesuaian dengan penekanan dari pembelajaran dengan menggunakan konteks yaitu melalui membuat hubungan untuk mencapai pemahaman. Keunggulan dari membuat hubungan dalam pemanfaatan hasil konstruksi peserta didik ini adalah ketika peserta didik menggunakan pengetahuan baru untuk tujuan yang tertentu, mereka mengembangkan pemahaman. Aktivitas memecahkan masalah dan mengaitkan dengan pengetahuan yang sudah dimiliki, membuat peserta didik melihat manfaat dari informasi yang baru dimilikinya tersebut, sehingga informasi tersebut dapat tersimpan di otak (Johnson, 2007).

Hasil pekerjaan SP3 pada pertemuan keempat, menunjukkan bahwa SP3 telah dapat mencapai kesimpulan bahwa total luas *wall paper* dengan lebar mendekati nol akan sangat mendekati luas daerah di antara kurva pada interval tertentu yang harus

ditutup oleh *wall paper* tersebut. SP3 pada pertemuan kelima dapat menyelesaikan soal tantangan menentukan berapa harga sisa luas *wall paper* yang tidak terpakai. SP3 menunjukkan komitmennya untuk menyelesaikan tantangan secara lengkap.

Berdasarkan percakapan dari hasil diskusi diketahui bahwa SP3 memahami bahwa hasil jumlah total luasan daerah *wall paper* tidak mungkin nol atau negatif karena harus ada *wall paper* yang dibeli untuk menutup daerah di antara dua kurva pada interval tertentu. SP3 pada pertemuan keenam dapat menyelesaikan soal pertama kedua dan ketiga, yang merupakan soal pemahaman relasional tentang Integral untuk menentukan luas daerah. SP3 dapat melihat tinggi pada luasan A sama dengan tinggi pada luasan B, dengan pemahaman SP3 bahwa luasan A dan luasan B memiliki panjang interval yang sama SP3 membentuk persegi panjang dari masing-masing *wall paper* dari luasan A, SP3 menunjukkan karena bentuk daerahnya sudah kongruen maka SP3 sampai pada kesimpulan bahwa besar nilai luasan A sama dengan nilai luasan B.

Pemahaman relasional dari SP3 yang telah terbangun tersebut, membuat SP3 dapat mudah menyelesaikan soal Integral Substitusi, demikian juga dengan soal Integral Parsial pada pertemuan kedelapan. SP3 dapat menyelesaikan empat soal kontekstual yang diberikan pada pertemuan kesembilan, berupa luas daerah di antara kurva dengan sumbu x pada interval tertentu, luas daerah di antara dua kurva pada interval tertentu, Integral dengan substitusi tertentu, dan Integral Parsial.

Kemampuan SP3 memahami keterkaitan Integral untuk mencari luas dengan matematika ekonomi berupa harga dari *wall paper* yang harus terbuang pada proses pemasangan *wall paper* menunjukkan ketercapaian prinsip PMRI yaitu *intertwinment*, yang menunjukkan hubungan antara materi yang dipelajari dengan materi lain baik dalam matematika maupun di luar matematika. *Intertwinment* ini juga telah membuat SP3 lebih paham bahwa luas dari daerah di antara dua kurva adalah selalu positif karena kalau akan ditutup oleh *wall paper*, perlu ada *wall paper* untuk menutupnya.

Penjelasan pekerjaan SP3 pada pertemuan kesepuluh akan dianalisis pada bagian penjelasan ketercapaian indikator pemahaman relasional oleh SP3.

Ketercapaian indikator pemahaman relasional oleh SP3 adalah pada kemampuan *to describe* telah dicapai oleh SP3 terbukti dengan mampu menjelaskan apakah pernyataan $\int 3x^2 dx = x^3$ merupakan pernyataan yang benar. Penjelasan SP3 tidak serinci penjelasan SP1, namun hampir sama dengan penjelasan SP2.

Kemampuan *to compare* juga telah dapat dicapai oleh SP3 yang ditunjukkan dengan SP3 dapat menentukan titik singgung dari garis l yang merupakan garis singgung terhadap kurva yang juga disinggung oleh garis g . Kemampuan untuk melaksanakan kegiatan *to evaluate* dengan sangat mengagumkan dikerjakan dengan baik oleh SP3 yang biasanya tidak mampu untuk mengerjakan soal yang membutuhkan banyak uraian.

Indikator dari pemahaman relasional yang terakhir yaitu *to explain* juga dapat dicapai oleh SP3, dibuktikan dengan penjelasannya pada soal tes pemahaman relasional tentang menyatakan pernyataan $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ ke dalam L_1 , L_2 , atau L_3 . Keterlaksanaan prinsip pendekatan PMRI oleh SP3 selama kegiatan pembelajaran ditunjukkan dengan SP3 menggunakan konteks *wall paper* dalam menuju ke pemahaman tentang luas daerah di antara dua kurva.

Ketercapaian indikator tersebut menunjukkan fungsi dari konteks sebagai sarana berpikir untuk memahami mulai dari *model of* menuju ke *model for* dari suatu konsep matematika. SP3 melaksanakan pengamatan terhadap masing-masing *wall paper* dan dan menyajikan hasil pengamatannya terhadap nilai dari masing-masing komponen *wall paper* dengan lengkap pada tabel. Keterlaksanaan penggunaan model dalam matematisasi progresif oleh SP3 ditunjukkan mampu menemukan kembali dan menunjukkan bahwa luas daerah trapesium yang dibatasi oleh garis $y = x$ dan sumbu x

pada interval $a \leq x \leq b$ adalah sama dengan jumlah nilai luasan daerah-daerah *wall paper* dengan lebar masing-masing *wall paper* mendekati nol yang merupakan $\int_a^b x dx$. Penggunaan konteks *wall paper* sangat dimanfaatkan oleh peserta didik ketika menentukan luasan daerah di antara dua kurva, maka SP3 terdengar oleh peneliti sedang bergumam, sebagai berikut:

SP3: *Ini nyari luas daerah artinya ngejumlahin wall paper tipis bangeeet artinya yang pakai di-Integralin pakai a sama b.*

Hal itu menunjukkan perubahan dari cara SP3 berpikir dalam menggunakan *model of* penjumlahan *wall paper* untuk menjadi *model for* $\int_a^b x dx$. Selanjutnya, keterlaksanaan prinsip pendekatan PMRI yang ketiga yaitu pemanfaatan hasil konstruksi peserta didik ditunjukkan dengan SP3 dapat menyelesaikan Integral Substitusi dan Integral Parsial, berdasarkan konstruksi dari *model of* ke *model for* dari masing-masing materi Integral tersebut. Prinsip PMRI yang lain yaitu interaktivitas ditunjukkan dengan sangat jelas dan baik dari cuplikan percakapan pada beberapa diskusi yang ditampilkan bagaimana SP3 tampak berkontribusi dalam diskusi tersebut.

4. Analisis SP4

SP4 memiliki kemampuan yang sedang namun memiliki semangat belajar yang tinggi, dia belajar di rumah secara mandiri tanpa bantuan. SP4 bisa memahami pelajaran dengan upayanya yang keras. SP4 sangat memperhatikan penjelasan SP1 pada pertemuan pertama yang maju ke depan kelas untuk mempresentasikan mengapa hasil penarikan Integral dari suatu fungsi polinomial harus ditambah dengan C .

SP4 memperhatikan penjelasan SP1 tentang menemukan nilai C dari fungsi hasil penarikan Integral serta menemukan fungsi hasil penarikan Integral yang melalui titik tertentu dalam kelompoknya pada pertemuan kedua, untuk kemudian mampu menentukan nilai C secara mandiri. Selanjutnya latihan soal tentang Integral Tak

Tertentu pada pertemuan ketiga dapat dikerjakan dengan baik oleh SP4 melalui kegiatan diskusi, yang menunjukkan terjadinya interaktivitas antara SP4 dengan SP lainnya. *Guided reinvention* terjadi pada SP4 karena peserta didik yang lainpun tidak memberikan jawaban langsung, namun menjelaskan dengan memberikan pertanyaan.

Kegiatan diskusi yang mendukung ketercapaian tujuan pembelajaran oleh SP 4 membuktikan ketercapaian prinsip PMRI yaitu penggunaan konteks, penggunaan model dalam matematisasi progresif, pemanfaatan hasil konstruksi peserta didik, serta interaktivitas. Strategi yang dipakai pada pertemuan pertama yang menantang peserta didik untuk menentukan fungsi-fungsi hasil penarikan Diferensial dari fungsi-fungsi polinomial yang hanya berbeda pada sebuah suku yang berisi konstanta saja, merupakan salah satu strategi pemecahan masalah dengan mencari pola, yang diawali dengan mencari pola dan dilanjutkan dengan membuat generalisasi.

Konsep matematika ditemukan secara mandiri oleh peserta didik berdasarkan hasil kerja peserta didik melalui kegiatan diskusi yang diarahkan secara cermat oleh pendidik melalui kegiatan pembelajaran yang dirancang secara terperinci. Hal ini sesuai dengan pendapat Gravemeijer (1999) tentang *guided reinvention* yang merupakan prinsip dari pembelajaran dengan pendekatan PMRI. Kegiatan ini menantang SP4 untuk menggunakan imajinasinya, yang pada akhirnya mengantarkan SP4 untuk mencapai tujuan pembelajaran.

Hasil pekerjaan SP4 pada pertemuan keempat menunjukkan bahwa SP4 telah dapat memahami bahwa inti dari kegiatan adalah membandingkan hasil dari menemukan luas daerah dengan menggunakan rumus yang sudah dipelajari dan luas daerah tersebut jika dicari dengan menjumlahkan luas daerah-daerah *wall paper*. Luas daerah di antara kurva dengan sumbu x pada interval tertentu, dapat dicari juga dengan menggunakan rumus luas daerah trapesium dan luas daerah seperempat lingkaran yang sudah dipelajari sebelumnya. Kemudian luas daerah yang dicari dengan rumus yang

sudah dipelajari, dibandingkan dengan luas daerah yang dicari dengan menjumlahkan luas daerah-daerah *wall paper* yang menutupi luas daerah kurva. SP4 juga sampai pada kesimpulan bahwa total luas daerah *wall paper* yang paling mendekati luas daerah kurva adalah total luas *wall paper* yang masing-masing lebarnya mendekati nol.

SP4 juga dapat menganalisa dari total luas daerah-daerah *wall paper* yang lebarnya 1 satuan dan total luas *wall paper* yang lebarnya 0,5 satuan, maka total luas *wall paper* yang lebih dekat ke luas daerah seperempat lingkaran yang harus ditutup adalah total luas *wall paper* dengan masing-masing lebar 0,5 satuan. SP4 dapat memprediksi bahwa total luas *wall paper* dengan masing-masing lebar 0,1 satuan akan lebih dekat ke luas daerah seperempat lingkaran. Sehingga untuk pertanyaan jika lebar *wall paper* makin kecil hampir mendekati nol, SP4 dapat memprediksi bahwa total luas daerah-daerah *wall paper* tersebut akan sangat mendekati luas daerah seperempat lingkaran. Soal aplikasi pertemuan keempat dapat diselesaikan dengan baik oleh SP4, walau mendapatkan cukup banyak bantuan dari diskusi kelompok yang dilakukan dalam pertemuan ini.

SP4 pada pertemuan kelima dapat menyelesaikan soal tantangan menentukan berapa harga sisa luas *wall paper* yang tidak terpakai, pada pemasangan *wall paper* tanpa sambungan di tingginya dan tidak membelah lebar *wall paper*, namun belum menuliskan harga sisa *wall paper* tersebut.

SP4 pada awal pertemuan keenam menemui kesulitan untuk memahami bahwa ada dua daerah yang harus dihitung masing-masing luasnya yaitu daerah dengan $f(x) = -1$, pada interval $0 \leq x \leq 1$, dan daerah dengan $f(x) = 1$ pada interval $1 \leq x \leq 3$. SP4 akhirnya dapat mengingat kembali setelah melaksanakan diskusi kelompok bahwa luas daerah haruslah positif, dan untuk menentukan masing-masing luas daerah tersebut dengan melihatnya sebagai persegi dan persegi panjang. SP4 kemudian menghitung luasnya dengan menggunakan rumus luas daerah persegi dan rumus luas

daerah persegi panjang, dengan luas masing-masing daerah bernilai positif, selanjutnya menjumlahkannya untuk mendapatkan total luas daerah yang diminta.

Selanjutnya SP4 mencermati pekerjaan yang telah dibuat oleh anggota kelompoknya tentang menggunakan Integral untuk menentukan luas daerah di antara dua kurva dalam interval tertentu, dan menemukan bahwa hasil penarikan Integralnya menghasilkan nilai negatif untuk daerah yang terletak di bawah sumbu x .

SP4 mengingat bahwa luas daerah harus bernilai positif sehingga harus menarik harga mutlak dari hasil Integral yang didapat, kemudian menjumlahkan kedua nilai luas daerah yang didapat yang keduanya sudah bernilai positif. SP4 dalam wawancara menyatakan bahwa dia mengingat kembali bahwa luas daerah tidak mungkin negatif, karena ada *wall paper* yang harus dibeli untuk menutup daerah tersebut. Pernyataan SP4 ini mendukung pendapat Lynn (1999) bahwa pemahaman tidak dapat diberikan oleh pendidik kepada peserta didik, secanggih apapun pendidik tersebut, tapi harus dikonstruksi secara mandiri oleh peserta didik.

Soal nomor 1 pertemuan keenam tentang menyatakan luasan daerah di antara kurva dan sumbu x dengan S_1 dan S_2 , diselesaikan oleh SP 4 dengan penjelasan bahwa S_1 dan S_2 harus bernilai positif karena merupakan luas daerah, maka luas daerah arsiran adalah menjumlahkan nilai S_1 dengan S_2 .

SP4 juga menemui kesulitan untuk menyelesaikan soal nomor tiga pertemuan keenam. SP4 menunggu SP1 untuk menyelesaikan soal tersebut. SP4 memperhatikan penjelasan SP1, untuk dapat menentukan harga sisa *wall paper*. Pertemuan ketujuh dilalui SP4 dengan lebih baik karena dapat memahami soal Integral Substitusi, dengan menggunakan konteks definisi fungsi yaitu jika $f(x) = ax + b$ maka $f(\blacksquare) = a\blacksquare + b$. Pengembangan pemahaman relasional juga telah terjadi sehingga SP4 semakin percaya diri untuk menggunakan pemahaman yang sudah dimilikinya sebagai sarana untuk memahami materi yang sedang dipelajari. Oleh karena itu, SP4 dapat menyelesaikan

soal Integral Parsial pada pertemuan kedelapan, sesuai penjelasan Gravemeijer (1994) bahwa matematisasi vertikal dapat diawali dengan masalah realistik namun selanjutnya dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah matematika tanpa bantuan masalah realistik.

Hal tersebut terjadi karena SP4 telah mengembangkan pemahaman relasionalnya sehingga dapat menggunakan konteks berupa fungsi hasil penarikan Diferensial dari perkalian dua fungsi sebagai sarana untuk mengintegalkan secara parsial. SP4 pada pertemuan kesembilan dapat menyelesaikan empat soal prosedural yang diberikan, berupa luas daerah di antara kurva dengan sumbu x pada interval tertentu, luas daerah di antara dua kurva pada interval tertentu, Integral dengan substitusi tertentu, dan Integral Parsial, dapat diselesaikan dengan baik oleh SP4.

Soal ketiga pada pertemuan kesepuluh tentang harga dari *wall paper* yang harus terbangun, dapat diselesaikan oleh SP4. Hal ini menunjukkan bahwa SP4 telah melihat keterkaitan antara penarikan Integral dengan harga dari total luas *wall paper* yang merupakan materi dari matematika ekonomi. Hal ini membuktikan ketercapaian prinsip PMRI yaitu *intertwinment* oleh SP4, yang juga memenuhi karakteristik yang ketiga dari PMRI yaitu pemanfaatan hasil konstruksi peserta didik pada pembelajaran dengan pendekatan PMRI ini yang mengacu pada pendapat Freudenthal bahwa matematika bukan merupakan produk yang siap pakai, tapi sebagai konsep yang dibangun oleh peserta didik. sehingga tercapainya tujuan pembelajaran dari masing-masing pertemuan oleh SP4.

SP4 telah menunjukkan ketercapaian dua komponen dari pembelajaran dengan konteks, yaitu *guided reinvention* dan bekerja dalam kelompok melakukan interaktivitas baik dengan anggota di dalam maupun di luar kelompoknya. Konsep matematika ditemukan secara mandiri oleh peserta didik berdasarkan hasil kerja peserta didik melalui kegiatan diskusi yang diarahkan secara cermat oleh pendidik melalui

kegiatan pembelajaran yang dirancang secara terperinci. Hal ini sesuai dengan pendapat Gravemeijer (1999) tentang *guided reinvention*. Selanjutnya, melalui aktivitas pada tiap pertemuan yang memungkinkan terjadinya interaktivitas, akhirnya SP4 dapat menghubungkan konsep Integral dengan konteks yang disajikan melalui upayanya untuk berpartisipasi dalam diskusi dengan bertanya, membantu menentukan pilihan dalam proses generalisasi, dan turut memikirkan kembali hasil keputusan kelompok. Penjelasan pekerjaan SP4 pada pertemuan kesepuluh akan diuraikan pada bagian ketercapaian indikator pemahaman relasional oleh SP4 berikut ini.

Ketercapaian indikator yang pertama yaitu kemampuan *to describe* ditunjukkan oleh SP4 karena dapat menyelesaikan soal pertama tentang menjelaskan mengapa fungsi hasil penarikan Integral dari suatu fungsi polinomial harus ditambah C . Ketercapaian indikator kedua belum berhasil ditunjukkan oleh SP4 karena belum berhasil menyelesaikan soal berindikator kemampuan *to compare* secara benar, karena terkecoh bahwa fungsi gradien dari garis singgung adalah nilai gradien garis singgung, sehingga SP4 menyatakan semua garis singgung pada suatu kurva pasti sejajar karena Diferensial dari garis singgungnya sama, dan tidak bisa menghubungkan kesejajaran garis g dan garis l sebagai garis singgung terhadap kurva yang sama.

Hal yang menarik pada SP4 karena berhasil mencapai kemampuan *to evaluate* pada penyelesaiannya tentang soal menghitung harga *wall paper* yang harus terbuang pada pemasangan *wall paper*. Kemampuan *to explain* juga belum berhasil ditunjukkan oleh SP4, karena SP4 terkecoh dengan melihat bahwa total luas adalah $L_3 - L_2$. SP4 tidak melihat perbedaan nilai $F(a)$ dengan L_2 .

Keterlaksanaan prinsip pendekatan PMRI dibuktikan dengan SP4 telah mampu menggunakan konteks yang diberikan namun masih harus berlatih lagi untuk lebih dapat memanfaatkan konteks yang ada secara maksimal, melalui tambahan waktu diskusi dan penugasan tambahan.

Demikian pula halnya dengan penggunaan model dalam matematisasi progresif, dan pemanfaatan hasil konstruksi peserta didik. SP4 akhirnya berhasil menyelesaikan soal yang belum berhasil diselesaikannya dengan benar pada kegiatan remedial pada tanggal 11 Mei 2015. SP4 menyampaikan terima kasihnya pada peneliti sebagai berikut:

SP4: *Bu, terima kasih ya... akhirnya saya ngerti juga... Biasanya kalau matematika saya suka ndak semangat, tapi kemarin saya seneng belajarnya, akhirnya saya bisa kan Bu.*

Pendidik: *Ya, selamat ya..., dan tetap semangat kamu juga berperan untuk menentukan apakah mau berhasil atau tidak. Yuk sama-sama kita berusaha ya... supaya semua sukses.*

5. Analisis SP5

SP5 memiliki kemampuan yang tidak terlalu tinggi, namun masih punya semangat dan perhatian terhadap pelajaran matematika. SP5 banyak mendapat bantuan dari teman-teman satu kelompoknya pada kegiatan di tiap pertemuan, sehingga berhasil menyelesaikan latihan-latihan dengan berdiskusi. Kegiatan diskusi yang mendukung ketercapaian tujuan pembelajaran dari setiap pertemuan oleh SP5 menunjukkan ketercapaian prinsip PMRI yaitu penggunaan konteks, penggunaan model dalam matematisasi progresif, pemanfaatan hasil konstruksi peserta didik, dan interkativitas.

SP5 telah menunjukkan ketercapaian dua komponen dari pembelajaran dengan konteks, yaitu *guided reinvention* dan bekerja dalam kelompok melakukan interaktivitas baik dengan anggota di dalam maupun di luar kelompoknya. Melalui aktivitas pada tiap pertemuan yang memungkinkan terjadinya interaktivitas, akhirnya SP5 dapat menghubungkan konsep Integral dengan konteks yang disajikan. SP5 menunjukkan upayanya untuk berpartisipasi dalam diskusi dengan bertanya, membantu menentukan pilihan dalam proses generalisasi, dan turut memikirkan kembali hasil keputusan kelompok (Johnson, 2002). Hal yang sangat menarik, ternyata konteks yang dipakai dalam kegiatan pembelajaran berdampak pada tingkat pemahaman SP5, karena

ketika menyelesaikan secara mandiri tes pemahaman relasional pertemuan kesepuluh, serta menunjukkan usahanya untuk menjelaskan alasan dari tiap soal, sehingga mendapatkan skor 4 pada nomor 1. SP5 mendapatkan skor 3 pada nomor lainnya, karena masih menemui kesulitan untuk menyelesaikan soal secara lengkap terkendala keterampilan operasi hitung.

SP5 masih membutuhkan latihan yang lebih banyak untuk dapat menyelesaikan tantangan sesuai dengan waktu yang disediakan. SP5 ini sudah kuat secara pemahaman tapi punya kelemahan dalam bekerja aljabar secara cepat. Ketercapaian indikator pemahaman relasional oleh SP5 adalah pada kemampuan *to describe* SP5 berhasil menyatakan dengan sederhana mengapa hasil penarikan Integral dari suatu fungsi harus ditambah C .

Ketercapaian indikator kemampuan *to compare* berhasil dicapai oleh SP5 yang mendapat skor 3 pada soal berindikator pemahaman kemampuan *to compare* karena kesalahan yang terjadi hanya pada operasi aljabar. Kesalahan pada operasi aljabar oleh SP5 sehingga tidak dapat menemukan harga dari *wall paper* yang terbang, masih dapat menunjukkan ketercapaian prinsip PMRI yaitu *intertwintment* oleh SP5 karena hasil dari perhitungan luas daerah di antara dua kurva pada suatu interval oleh SP5 masih merupakan bilangan bernilai positif. SP5 menunjukkan kesesuaian dengan cara kerja otak seperti pendapat Johnson (2007) bahwa otak selalu mencari makna dan mengingat hal yang bermakna, ketika dalam wawancara dengan peneliti menyatakan bahwa hasil dari luas daerah di antara dua kurva pada interval tertentu harus positif, karena kalau daerah tersebut harus ditutup oleh *wall paper* maka harus ada *wall paper* nya untuk menutup daerah tersebut. Penjelasan oleh SP5 ini menunjukkan peningkatan proses berpikir SP5 yang sebelumnya hanya mampu mengatakan “Tidak tahu”.

Indikator kemampuan *to evaluate* dan *to explain* berhasil dicapai SP5, walau skor pengerjaan soalnya masih 3 juga karena kesalahan operasi aljabarnya. Keterlaksanaan

prinsip PMRI oleh SP5 terbukti karena SP5 berhasil menggunakan konteks untuk mencapai pemahaman materi Integral ditunjukkan dengan mampu menjelaskan mengapa hasil penarikan Integral dari suatu fungsi polinomial harus ditambah C .

Prinsip dalam pembelajaran dengan pendekatan PMRI yaitu penggunaan model matematisasi progresif juga dapat ditunjukkan oleh SP5 dengan mampu menggunakan sarana luasan *wall paper* sebagai *model of* menuju *model for* $\int_a^b f(x)dx$, yang dilanjutkan dengan keterlaksanaan pemanfaatan hasil rekonstruksi oleh SP5 berupa penghitungan masing-masing luasan *wall paper* dikaitkan dengan luasan kurva yang harus ditutup.

Interaktivitas juga terlaksanakan oleh SP5 yang dibuktikan dalam wawancara hasil diskusi yang ditampilkan dalam penelitian ini. Terakhir bahwa prinsip pendekatan PMRI yaitu *intertwinment* juga terlaksana oleh SP5 yang menyadari pentingnya penghitungan luas daerah dan luas *wall paper* secara cermat agar terhindar dari kerugian.

6. Analisis SP6

Seperti halnya SP5, SP6 juga memiliki kemampuan yang tidak terlalu tinggi, namun masih punya semangat dan perhatian terhadap pelajaran matematika. SP6 juga banyak mendapat bantuan dari teman-teman satu kelompoknya pada setiap pertemuan, sehingga berhasil menyelesaikan latihan-latihan yang diselesaikan dengan berdiskusi. Ketercapaian tujuan pembelajaran dari tiap pertemuan oleh SP6 melalui kegiatan diskusi menunjukkan keterlaksanaan prinsip PMRI yaitu penggunaan konteks, penggunaan model dalam matematisasi progresif, pemanfaatan hasil konstruksi peserta didik dan interaktivitas. Hal ini sejalan dengan pendapat Freudenthal yang dipaparkan oleh Heuvel-Panhuizen (2001) bahwa PMRI memandang matematika sebagai suatu mata pelajaran di sekolah tidaklah merupakan konsep-konsep yang saling terpisah satu dengan lainnya melainkan saling terkait. Melalui keterkaitan ini, konsep

matematikadapat disajikan secara bersamaan, walau ada satu konsep yang dominan. Konsep luas dalam Integral dikaitkan dengan perhitungan modal usaha, membuat SP1 dapat melihat secara lebih konkrit melalui kegiatan diskusi bahwa luas dari suatu daerah yang dikaitkan dengan *wall paper* adalah harus positif karena berdampak terhadap modal usaha yang harus disediakan untuk pembelian *wall paper*.

SP6 telah menunjukkan ketercapaian dua komponen dari pembelajaran dengan konteks, yaitu *guided reinvention* dan bekerja dalam kelompok melalui interaktivitas yang terjadi baik dengan anggota di dalam maupun di luar kelompoknya (Johnson, 2002). Melalui aktivitas pada tiap pertemuan yang memungkinkan terjadinya interaktivitas, akhirnya SP6 dapat menghubungkan konsep Integral dengan konteks yang disajikan. SP6 yang pada kegiatan diskusi dipertemuan awal masih bersikap pasif dengan hanya mendengarkan dominasi SP1 dan SP2, akhirnya pada pertemuan-pertemuan selanjutnya mulai menunjukkan upayanya untuk berpartisipasi dalam diskusi dengan bertanya, membantu menentukan pilihan dalam proses generalisasi, dan turut memikirkan kembali hasil keputusan kelompok.

Hal yang sangat menarik, ternyata konteks yang dipakai dalam kegiatan pembelajaran berdampak pada tingkat pemahaman SP6, karena ketika menyelesaikan secara mandiri tes pemahaman relasional pertemuan kesepuluh, SP6 menunjukkan usahanya untuk menjelaskan alasan dari tiap soal, dan mendapatkan skor 4 untuk penyelesaian soal nomor 1, dan skor 3 pada nomor lainnya. Ini merupakan suatu hal yang istimewa mengingat SP6 adalah peserta didik dengan nilai dalam kelompok nilai rendah. Soal kontekstual yang disajikan dalam penelitian ini ternyata mampu menggali potensi SP6, yang dapat mengukur pemahaman relasional SP6 yang tertutup oleh keterbatasan kemampuan manipulasi aljabarnya.

Penyelesaian soal ketiga pada pertemuan kesepuluh oleh SP6 tentang menentukan harga dari *wall paper* yang harus terbuang pada pemasangan *wall paper* menutup

daerah dinding, tetap dapat menunjukkan keterlaksanaan prinsip PMRI yaitu *intertwinment* karena perhitungan nilai dari total luas *wall paper* dan luas daerah di antara dua kurva yang ditemukan oleh SP6 masih merupakan bilangan positif. Hal ini menunjukkan SP6 paham bahwa luas suatu daerah adalah selalu positif yang dikaitkan dengan konteks *wall paper* yang harus ada untuk menutup area dinding tersebut.

SP6 menunjukkan kesesuaian dengan cara kerja otak yang bersesuaian dengan pendapat Johnson (2007) bahwa otak selalu mencari makna dan mengingat hal yang bermakna, ketika dalam wawancara dengan peneliti menyatakan bahwa hasil dari luas daerah di antara dua kurva pada interval tertentu harus positif, karena kalau daerah tersebut harus ditutup oleh *wall paper* maka harus ada *wall paper* nya untuk menutup daerah tersebut. Penjelasan oleh SP6 ini menunjukkan peningkatan proses berpikir SP6 yang sebelumnya hanya mampu mengatakan “Tidak tahu”. Pemahaman konsep dari SP6 bahwa luas daerah di antara dua kurva harus bernilai positif berhasil memasuki memori jangka panjang SP6, karena telah lewat dari 24 jam, SP6 masih mengingat dan berhasil menjelaskan bahwa luas di antara dua kurva harus bernilai positif. Penggunaan konteks dalam penjelasan yang diberikan SP6, menunjukkan bagaimana konteks telah berhasil menjadi sarana berpikir SP6 untuk memahami mulai dari *model of* menuju ke *model for* yang menuntun pada keberhasilan memecahkan masalah matematika.

SP6 juga masih menemui kesulitan untuk menyelesaikan soal secara lengkap karena terkendala keterampilan operasi hitung. SP6 masih membutuhkan latihan yang lebih banyak untuk dapat menyelesaikan tantangan sesuai dengan waktu yang disediakan. SP6 ini juga sudah kuat secara pemahaman tapi punya kelemahan dalam bekerja aljabar secara cepat. Pemahaman yang dicapai SP6 membuat SP6 tetap bersemangat mengerjakan soal tes, dan berusaha untuk meningkatkan kemampuan operasi hitungnya dengan mulai mau melihat persamaan matematika dalam konteks sebagai sebuah timbangan, pada kegiatan remedial, yang pada awalnya dihindari oleh

SP6 karena merasa sudah terbiasa dengan penggunaan istilah pindah ruas setiap kali memecahkan masalah yang berkaitan dengan persamaan matematika, walaupun selalu menanyakan operasi hitung yang harus dipakainya setiap kali SP6 menggunakan istilah pindah ruas tersebut, karena sama sekali tidak memahami konsep dari persamaan matematika.

Kegiatan diskusi dalam pembelajaran dengan pendekatan PMRI memberikan kesempatan lebih banyak bagi SP6 untuk mengkonfirmasi pemikirannya, karena proses penalaran melalui *learning by doing* dapat lebih berhasil baik jika dikerjakan dalam kelompok. Hal ini mendukung pendapat Lynn (1999) bahwa matematik harus disajikan secara bertahap dalam bentuk aktivitas yang memberikan kesempatan pada peserta didik untuk mengonstruksi konsep matematika secara mandiri. Pemahaman tidak dapat diberikan oleh pendidik kepada peserta didik, secanggih apapun pendidik tersebut, tapi harus dikonstruksi secara mandiri oleh peserta didik. SP6 lebih memahami simbol matematika tertulis melalui proses perubahan dari *model of* ke *model for*, karena dapat membayangkan simbol matematika tersebut melalui *model of* nya. SP6 menyatakan kepada peneliti dalam wawancara bahwa walaupun tes tersebut sulit dan menuntut untuk menguraikan penjelasan dalam jawaban yang diberikan, namun tetap membuat SP6 mau berusaha untuk mengerjakan tes tersebut karena dapat membayangkan apa yang harus dikerjakan. Hal ini juga membuktikan bahwa kegiatan pembelajaran dengan pendekatan PMRI mampu membuat peserta didik menjadi lebih mau berusaha, dan tidak langsung menyerah dengan menjawab tidak tahu ketika harus memecahkan masalah yang membutuhkan penalaran yang lebih dalam. Peserta didik tidak takut salah, justru menggunakan kesalahan yang dibuatnya untuk bahan belajar dan memahami materi yang harus dipelajari.

Berdasarkan uraian perkembangan SP1, SP2, SP3, SP4, SP5, dan SP6, terbukti bahwa PMRI berdampak positif terhadap perkembangan pemahaman relasional

masing-masing SP untuk dapat memahami materi matematika menggunakan konteks sebagai sarana mengembangkan pemahaman relasional. Hal tersebut mendukung terjadinya pemahaman relasional terhadap materi matematika yang harus dipelajari, khususnya Integral, karena SP dapat mengaitkan dengan pemahaman yang sudah dimilikinya.

Proses diskusi berjalan lebih lancar dengan penggunaan konteks untuk dapat dibayangkan oleh masing-masing SP yang membuktikan terjadinya interaktivitas yang baik. Masing-masing SP membayangkan hal yang sama dalam kegiatan diskusi sehingga konteks berperan sebagai jembatan komunikasi antar SP dalam diskusi, yang mempermudah SP yang belum paham untuk memahami penjelasan dari SP lainnya.

Hal yang istimewa juga ditunjukkan dari perbedaan sikap peserta didik yang sebelum belajar dengan pendekatan PMRI, setiap selesai mengerjakan soal langsung bertanya kepada pendidik tentang apakah pekerjaannya sudah benar atau belum. Hal tersebut menunjukkan bahwa peserta didik baru sampai tahap pemahaman prosedural, peserta didik belum sampai pada tahap pemahaman relasional. Peserta didik dapat menyelesaikan soal hanya sebatas mengikuti pola tanpa memahami apa yang dikerjakan. Setelah belajar dengan pendekatan PMRI peserta didik lebih bertanggung-jawab atas hasil pekerjaan masing-masing dengan memikirkan kembali dan memeriksa secara mandiri hasil pekerjaannya apakah sudah benar atau belum. Tanggung-jawab atas hasil pekerjaan masing-masing tersebut tidak hanya terjadi pada SP yang memiliki kriteria kemampuan belajar yang baik saja, namun terjadi pada semua peserta didik di kelas.

Keistimewaan lainnya adalah peserta didik mencoba memeriksa menganalisis apakah nilai hasil perhitungan mungkin sebagai jawaban atau tidak. Hal ini dibuktikan dengan ketika perhitungan sisa *wall paper* yang pada perhitungan pertama bernilai nol, peserta didik menyampaikan kepada pendidik bahwa peserta didik sudah menghitung

luas daerah tersebut tapi hasilnya nol padahal tidak mungkin hasil dari perhitungan luas *wall paper*nya nol karena ada luas daerahnya dan ada *wall paper* yang harus dibeli untuk menutup daerah tersebut.

Rangkaian kegiatan dalam proses belajar membuat peserta didik dapat menjelaskan jawaban yang dibuatnya sudah benar atau belum, berdasarkan pengamatan terhadap sarana berpikir berupa gambar grafik dalam diagram Cartesius. *Intertwinment* dengan matematika ekonomi tentang harga *wall paper* membuat peserta didik memiliki ide tentang pemasangan *wall paper* yang tanpa sambung, karena lebih kontekstual sesuai permintaan konsumen.

SP5 dan SP6 yang termasuk ke dalam kriteria peserta didik dengan kemampuan belajar yang kurang, walau masih perlu tambahan perhatian khusus dari pendidik berupa motivasi dan kesempatan berdiskusi, telah lebih bersemangat untuk melaksanakan analisis, untuk mau memecahkan masalah matematika, karena tidak harus selalu menggunakan rumus, sehingga dapat lebih berani mencoba memecahkan masalah matematika dengan pemikiran sendiri.

Kesempatan untuk dapat memecahkan soal tanpa menggunakan rumus yang didapat dalam kegiatan pembelajaran dengan pendekatan PMRI, lebih menumbuhkan percaya diri terutama pada peserta didik dengan kemampuan belajar yang kurang karena memberikan kesempatan kepada peserta didik tersebut untuk dapat turut memecahkan masalah matematika dalam kegiatan pembelajaran sehingga turut berperan aktif dalam interaktivitas. Dukungan motivasi dari pendidik bahwa dalam kehidupan sehari-hari seringkali belum ada rumus untuk memecahkan suatu masalah, akan lebih mendorong peserta didik untuk berani mencoba memecahkan masalah sendiri, tanpa menunggu diberikannya rumus untuk memecahkan masalah tersebut. Hal tersebut juga didukung fakta bahwa pada abad ke-17 teorema dasar kalkulus yang sama ditemukan secara masing-masing oleh Isaac Newton dan Gottfried Wilhelm Leibniz.