

**MODEL ANALITIK MESIN CARNOT KUANTUM  
DI DALAM SUMUR POTENSIAL TIGA DIMENSI**

**SKRIPSI**

Disusun untuk melengkapi syarat-syarat guna memperoleh gelar Sarjana Sains



**TRENGGINAS EKA PUTRA SUTANTYO**

**(3225111280)**

**PROGRAM STUDI FISIKA  
JURUSAN FISIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA**

**2015**



## PERSETUJUAN PANITIA UJIAN SKRIPSI

Model Analitik Mesin Carnot Kuantum di dalam Sumur Potensial Tiga Dimensi

Nama : Trengginas Eka Putra Sutantyo

No. Reg. : 3225111280

	Nama	Tanda Tangan	Tanggal
<b>Penanggung Jawab</b>			
Dekan	: Prof. Dr. Suyono, M.Si NIP. 19671218 199303 1 005	.....	.....
<b>Wakil Penanggung Jawab</b>			
Pembantu Dekan I	: Dr. Muktiningsih, M.Si NIP. 19640511 198903 2 001	.....	.....
Ketua	: Anggara Budi Susila, M.Si NIP. 19601001 199203 1 001	.....	.....
Sekretaris	: Dr.rer.nat. Bambang Heru Iswanto, M.Si NIP. 19680401 199403 1 002	.....	.....
<b>Anggota</b>			
Pembimbing I	: Teguh Budi Prayitno, M.Si NIP. 19820526 200812 1 001	.....	.....
Pembimbing II	: Riser Fahdiran, M.Si NIP. 19830717 200912 1 008	.....	.....
Penguji Ahli	: Dr. Mutia Delina, M.Si NIP. 19801119 200801 2 007	.....	.....

Dinyatakan lulus ujian skripsi tanggal 6 Juli 2015

*Semua yang terlahir memiliki batas.  
Semua yang bermula akan sampai dititik henti.  
Perjalanan monoton naik adalah ideal  
seandainya tanpa hambatan yang terlanjur menunjukkan eksistensi,  
memandu yang menuju esok cemerlang tanpa rasa bimbang,  
bersama deburan ombak uji yang tidak selalu damai  
setelah stasioner.*

~ ~ ~

## بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

إِنَّ فِي خَلْقِ السَّمَوَاتِ وَالْأَرْضِ وَاخْتِلَافِ اللَّيْلِ وَالنَّهَارِ وَالْفُلْكِ الَّتِي  
تَجْرِي فِي الْبَحْرِ بِمَا يَنْفَعُ النَّاسَ وَمَا أَنْزَلَ اللَّهُ مِنَ السَّمَاءِ مِنْ مَّاءٍ  
فَأَحْيَا بِهِ الْأَرْضَ بَعْدَ مَوْتِهَا وَبَثَّ فِيهَا مِنْ كُلِّ دَابَّةٍ وَتَصْرِيفِ الرِّيْحِ  
وَالسَّحَابِ الْمُسَخَّرِ بَيْنَ السَّمَاءِ وَالْأَرْضِ لَآيَاتٍ لِّقَوْمٍ يَعْقِلُونَ ﴿١٦٤﴾

Dengan menyebut nama Allah yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang

Sesungguhnya dalam penciptaan langit dan bumi, silih bergantinya malam dan siang, bahtera yang berlayar di laut membawa apa yang berguna bagi manusia, dan apa yang Allah turunkan dari langit berupa air, lalu dengan air itu Dia hidupan bumi sesudah mati (kering)-nya dan Dia sebarkan di bumi itu segala jenis hewan, dan pengisaran angin dan awan yang dikendalikan antara langit dan bumi; sungguh (terdapat) tanda-tanda (keesaan dan kebesaran Allah) bagi kaum yang memikirkan. (Qs. Al-Baqarah: 164)

*Skripsi ini saya persembahkan untuk  
Ibu dan Bapak tercinta serta kedua Adik tersayang*



## **KATA PENGANTAR**

Bismillahirrohmaanirrohiim,

Puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Alloh SWT berkat limpahan rahmat, taufik, hidayah, dan nikmat ilmu-Nya, penyusunan skripsi yang berjudul “*Model Analitik Mesin Carnot Kuantum di dalam Sumur Potensial Tiga Dimensi*” dapat diselesaikan dengan baik. Skripsi ini ditulis dengan tujuan untuk melengkapi syarat guna memperoleh gelar Sarjana Sains, di Jurusan Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta. Sholawat serta salam selalu tercurah kepada Nabi Muhammad SAW.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan skripsi ini tidak lepas dari adanya bimbingan dan bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Teguh Budi Prayitno, M.Si. selaku Dosen Pembimbing I yang telah memberikan bimbingan, motivasi, nasehat, saran, dan kritik kepada penulis.
2. Riser Fahdiran, M.Si. selaku Dosen Pembimbing II yang telah memberikan bimbingan, motivasi, nasehat, saran, dan kritik kepada penulis.
3. Anggara Budi Susila, M.Si. selaku Ketua Jurusan Fisika FMIPA UNJ.
4. Dr. Esmar Budi, selaku Ketua Program Studi Fisika FMIPA UNJ atas segala nasehat dan motivasi kepada penulis dalam penelitian ini.
5. Orang tua penulis, Ibu Sunarni dan Bapak Setyo Hadi yang telah memberikan doa, nasehat, dukungan baik moril maupun materiil kepada penulis.
6. Drs. Andreas Handjoko Permana, M.Si selaku Pembimbing Akademik atas segala saran dan bimbingan yang telah diberikan.

7. Bapak dan Ibu Dosen Jurusan Fisika yang telah memberikan ilmu, pengalaman, dan nasehat selama perkuliahan berlangsung.
8. Idrus Husin Belfaqih sebagai rekan penelitian teori, terima kasih atas keluangannya waktu untuk diskusi dalam penelitian selama ini.
9. Teman seperjuangan Prodi Fisika 2011.
10. Pihak-pihak lain yang tidak penulis sebutkan seluruhnya atas bantuan dalam penyusunan skripsi ini.

Atas segala bentuk kebaikan yang telah diberikan kepada penulis. Semoga Allah SWT membalas semua amal kebaikan dengan pahala yang berlipat ganda.

Penulis menyadari bahwa masih banyak terdapat kekurangan dalam penyusunan skripsi ini, baik dalam isi materi, cara penyajian, serta teknik penulisan. Penelitian ini masih jauh dari kesempurnaan, namun merupakan hasil maksimal yang dapat dikerjakan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun dari berbagai pihak untuk masa yang akan datang. Akhirnya semoga penelitian ini berguna bagi pembaca pada umumnya dan penulis pada khususnya.

Jakarta, Juli 2015

Penulis





## ABSTRAK

**Trengginas Eka Putra Sutanty, 3225111280. Model Analitik Mesin Carnot Kuantum di dalam Sumur Potensial Tiga Dimensi. Skripsi. Jakarta. Jurusan Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta, 2015.**

Pada penelitian ini dibuat model analitik mesin panas kuantum reversibel dengan menggunakan siklus Carnot, yang terdiri dari proses isothermal reversibel dan adiabatik reversibel. Analogi kuantum digunakan dengan tujuan untuk mendapatkan efisiensi maksimum yang lebih tinggi dibandingkan model klasik. Fenomena ini dapat dijelaskan secara baik dengan mengganti variabel dalam proses klasik dengan sistem kuantum. Sistem kuantum yang digunakan dalam penelitian ini adalah partikel yang bergerak di bawah pengaruh sumur potensial 3D dengan koordinat Cartesian, yang hanya terdiri dari dua keadaan tingkat energi, keadaan dasar dan eksitasi pertama. Peran piston digantikan oleh tiga sisi-bergerak dinding potensial yang mengekspansi dan mengompresi sistem. Efisiensi sistem mesin Carnot diekspresikan sebagai fungsi dari rasio lebar dinding kondisi awal dengan ekspansi terjauh. Ketika efisiensi diekspresikan sebagai fungsi nilai ekspektasi Hamiltonian yang berperan sebagai variabel temperatur, diperoleh bentuk yang serupa dengan sistem klasik. Sistem 3D memiliki efisiensi tertinggi dibandingkan dengan sistem 1D dan 2D. Terdapat pengaruh dari degenerasi energi dan jumlah derajat kebebasan sistem.

**Kata Kunci:** mesin panas kuantum, siklus Carnot, sumur potensial 3D, efisiensi

## ABSTRACT

**Trengginas Eka Putra Sutantyo, 3225111280. *Analytic Model of Quantum-Carnot Engine in Three-Dimensional Potential Well. Minithesis. Jakarta. Department of Physics, Faculty of Mathematic and Natural Sciences, State University of Jakarta, 2015.***

*In this study, an analytical model of quantum reversible heat engine has been made using the Carnot cycle, which consists of a reversible isothermal and reversible adiabatic processes. Quantum analogy is used in order to obtain maximum efficiency higher than the classical model. This phenomenon can be explained so well by replacing the variables in the classical process with quantum systems. Quantum system shown in this study, is a particle moving under the influence of 3D potential well in Cartesian coordinates, which only consists of two state energy levels, the ground state and the first excitation. The role of the piston was replaced by three side-moving potential wall whose expands and compresses system. Carnot engine system efficiency is expressed as a function of the width ratio between the initial conditions and the farthest wall while expanding. When efficiency is expressed as the function of Hamiltonian expectation value which plays a role as a variable temperature, obtained similar form to the classical system. Furthermore, 3D systems has the highest efficiency compared with 1D and 2D systems. There is the effect of the energy degeneration and the freedom degrees of the system.*

**Keyword:** *quantum heat engine, Carnot cycle, 3D potential well, efficiency*



## DAFTAR ISI

<b>KATA PENGANTAR</b> .....	i
<b>ABSTRAK</b> .....	iii
<b>ABSTRACT</b> .....	iv
<b>DAFTAR ISI</b> .....	v
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	vi
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	vii
<b>DAFTAR SIMBOL</b> .....	viii
<b>BAB I PENDAHULUAN</b> .....	1
A. Latar Belakang .....	1
B. Identifikasi Masalah .....	4
C. Batasan Masalah.....	5
D. Rumusan Masalah .....	5
E. Tujuan Penelitian.....	6
F. Manfaat Penelitian.....	6
<b>BAB II KAJIAN PUSTAKA</b> .....	7
A. Sumur Potensial Persegi Tak Hingga 1D.....	7
B. Sumur Potensial Persegi Simetris 2D.....	9
C. Sumur Potensial 3D.....	11
D. Siklus Reversibel.....	15
E. Siklus Carnot.....	16
E. 1. Mesin Carnot Klasik.....	17
E. 2. Mesin Carnot Kuantum .....	23

<b>BAB III METODOLOGI PENELITIAN</b> .....	27
A. Waktu dan Tempat Penelitian .....	27
B. Metode Penelitian.....	27
C. Skema Alur Penelitian.....	28
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN</b> .....	29
A. Hasil .....	29
B. Pembahasan .....	41
<b>BAB V PENUTUP</b> .....	46
A. Kesimpulan.....	46
B. Saran.....	47
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	48
<b>APENDIKS 1</b> .....	50
A. Metode Separasi Variabel .....	50
<b>APENDIKS 2</b> .....	55
A. Usaha pada Proses Isotermal.....	55
B. Usaha pada Proses Adiabatik .....	55

### **DAFTAR GAMBAR**

Gambar 1. Ilustrasi sistem sumur potensial persegi tak hingga 1D .....	7
Gambar 2. Solusi-eigen untuk partikel di dalam sumur potensial 1D .....	9
Gambar 3. Representasi skematis dari sebuah mesin panas .....	15
Gambar 4. Siklus Carnot.....	19
Gambar 5. Diagram $P$ - $V$ siklus Carnot klasik.....	20
Gambar 6. Diagram $F$ - $L$ siklus Carnot kuantum.....	25

Gambar 7. Diagram Alir Penelitian .....	28
Gambar 8. Ekspansi Isotermal .....	32
Gambar 9. Ekspansi Adiabatik.....	34
Gambar 10. Kompresi Isotermal .....	36
Gambar 11. Kompresi Adiabatik .....	37
Gambar 12. Grafik Komparasi Persamaan Efisiensi.....	41
Gambar 13. Proses ekspansi isotermal pada (a) sistem 1D, (b) sistem 2D, dan (c) sistem 3D.....	43

#### **DAFTAR TABEL**

Tabel 1. Tingkat energi dan degenerasi energi untuk potensial kubus .....	14
---	----

## DAFTAR SIMBOL

Simbol	Besaran	Satuan
$\eta$	Efisiensi mesin panas	-
$T_C$	Reservoir temperatur rendah	Kelvin
$T_H$	Reservoir temperatur tinggi	Kelvin
$W$	Kerja mekanik (Usaha)	Joule
$Q_C$	Kalor yang diserap	Joule
$Q_H$	Kalor yang dilepaskan	Joule
$P$	Tekanan	Pascal
$V$	Volume	meter <sup>3</sup>
$m$	Massa partikel	Kilogram
$\Psi(\vec{r})$	Fungsi gelombang	-
$V(\vec{r})$	Potensial sistem	Joule
$E$	Energi partikel	Joule
$F$	Gaya pada partikel	Newton
$L$	Lebar sumur potensial simetris	meter
$a, b, c$	Lebar sumur potensial asimetris (sumbu- $x, -y, -z$ )	meter

Besaran	Simbol	Nilai
Konstanta Planck	$h$	$6.626\ 068\ 76 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
	$\hbar = \frac{h}{2\pi}$	$1.054\ 571\ 596 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
Konstanta gas	$R$	$8.314\ 472 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$
Laplacian Cartesian	$\nabla^2$	$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$





# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

### **A. Latar Belakang**

Termodinamika merupakan cabang ilmu fisika yang mempelajari tentang mesin panas dan proses termodinamika. Mesin panas dan proses termodinamika sangat berkaitan erat, karena proses-proses termodinamika digunakan untuk mendesain sebuah mesin panas. Mesin panas didesain dengan tujuan untuk mengubah energi termal menjadi kerja. Pengkajian ini telah dimulai oleh Sadi Carnot sejak 1824 [1] dengan sistem termodinamika klasik. Studi intensif dilakukan untuk mencari efisiensi maksimum dari mesin panas dengan proses termodinamika yang paling sederhana. Di dalam sistem termodinamika klasik, mesin panas mengkonversi energi panas menjadi kerja mekanik dengan menggunakan gas ideal monoatomik yang berekspansi dan menekan piston di dalam silinder. Permasalahan utama yang terjadi adalah, mesin panas tidak efisien. Hal ini disebabkan terdapat sejumlah energi yang tidak diubah sepenuhnya menjadi kerja mekanik.

Mesin panas klasik mencapai efisiensi maksimum jika mesin reversibel [2-4]. Pada kenyataannya, tidak mungkin untuk membuat mesin panas reversibel dengan kinerja sempurna. Namun, Carnot mengajukan model matematis dari sebuah mesin panas ideal yang tidak hanya reversibel tetapi juga membentuk siklus [1]. Siklus Carnot terdiri dari dua proses isothermal dan dua proses adiabatik, yang semuanya reversibel. Mesin Carnot terdiri dari sebuah silinder dengan gas ideal di dalamnya yang ditempatkan secara kontak termal antara reservoir temperatur

tinggi  $T_H$  dengan reservoir temperatur rendah  $T_C$  [4]. Kontak termal yang terjadi antara reservoir dengan sistem menggunakan proses isothermal. Mesin panas yang beroperasi pada siklus reversibel sepenuhnya, melibatkan proses isothermal untuk melakukan perpindahan kalor. Selain mesin Carnot, mesin Stirling dan mesin Ericsson juga menggunakan proses isothermal untuk membentuk siklus reversibel sepenuhnya [5].

Hukum kedua termodinamika membatasi efisiensi mesin panas [5], yang didefinisikan melalui persamaan

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H}. \quad (1.1)$$

Efisiensi dari sebuah mesin panas dapat juga didefinisikan sebagai: Jika sejumlah energi panas  $Q_H$  diserap dari reservoir temperatur tinggi dan sejumlah kerja mekanik sebesar  $W$  diperoleh, maka efisiensi dari mesin panas didefinisikan menjadi [6]

$$\eta = \frac{W}{Q_H}. \quad (1.2)$$

Mesin panas akan memiliki kinerja optimum dengan efisiensi sistem maksimum. Sejak perkembangan mekanika kuantum, fisikawan mencoba untuk mencari hubungan antara termodinamika dan mekanika kuantum, yang kini dikenal sebagai termodinamika kuantum, dengan tujuan untuk menemukan konsep baru mesin panas dengan efisiensi maksimum yang lebih tinggi. Pelopor hal ini adalah Scovil dan Schulz-DuBois yang memperkenalkan konsep mesin panas kuantum

untuk pertama kalinya [7]. Saat ini, mesin panas kuantum merupakan topik diskusi yang menarik [8-10]. Hal ini disebabkan karena mekanika kuantum dapat menjelaskan secara baik perilaku partikel dengan akurasi yang lebih tinggi dibandingkan fisika klasik. Mesin panas kuantum memanfaatkan efek-efek kuantum seperti tingkat energi diskrit, koherensi kuantum atau kurungan kuantum (*quantum confinement*) untuk menghasilkan kerja yang diperoleh dari perbedaan temperatur [11]. Selain itu, mesin panas kuantum juga menggunakan proses termodinamika klasik seperti siklus Carnot dan Otto.

Ide awal mesin Carnot kuantum bermula pada tahun 2000 saat kelompok peneliti Carl M. Bender dari Washington University, Dorje C. Brody dari University of Cambridge, dan Bernhard K. Meister dari Peterborough Court berhasil membuktikan hasil analogi kuantum relevan dengan teori termodinamika klasik [12]. Mereka menggunakan sistem sumur potensial 1D dengan menggunakan sebuah partikel tanpa spin yang memiliki dua tingkat energi. Hasil dari efisiensi sistem kuantum konsisten dengan sistem termodinamika klasik [12]. Penelitian terbaru pada tahun 2014 yang dilakukan oleh Paul Bracken dengan menggunakan potensial sentral juga mendapatkan hasil yang relevan dengan sistem termodinamika klasik [13]. Selain siklus Carnot, misalnya siklus Otto, juga menunjukkan analogi yang konsisten seperti siklus Carnot [9]. Pada kasus analogi kuantum yang lebih kompleks dengan menggunakan partikel Dirac, didapatkan hasil yang konsisten pula [14].

Seperti dijelaskan sebelumnya, mesin panas kuantum juga menggunakan proses termodinamika klasik. Begitupun mesin Carnot kuantum yang terdiri dari

proses isothermal dan adiabatik. Namun, variabel pada sistem klasik digantikan oleh besaran yang relevan dengan sistem kuantum. Keadaan sistem dalam termodinamika klasik digantikan oleh fungsi keadaan partikel kuantum. Solusi untuk menemukan fungsi keadaan partikel dapat diperoleh dengan cara memecahkan persamaan Schrödinger. Penelitian ini menggunakan persamaan Schrödinger tidak bergantung waktu, yang secara umum dinyatakan dalam bentuk [15]

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \vec{\nabla}^2 \Psi(\vec{r}) + V(\vec{r}) \Psi(\vec{r}) = E \Psi(\vec{r}). \quad (1.3)$$

Pada penelitian ini akan dibuat sebuah model analitik mesin panas kuantum reversibel ideal yang terdiri dari partikel kuantum tunggal yang berada dalam potensial kubik dengan menggunakan siklus Carnot. Peran gas ideal dalam silinder digantikan oleh sebuah partikel kuantum dan tiga sisi kubus (sumbu- $x$ ,  $-y$ , dan  $-z$ ) berperan sebagai piston dengan mengekspansi dan mengompresi secara bersamaan. Variabel temperatur digantikan dengan nilai ekspektasi Hamiltonian [12]. Penelitian ini mengacu pada jurnal *Physics A*, karya Carl M. Bender, Dorje C. Brody, dan Bernhard K. Meister yang berjudul *Quantum-Mechanical Carnot Engine*.

## **B. Identifikasi Masalah**

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan sebelumnya, dapat diidentifikasi masalah dari penelitian ini sebagai berikut.

1. Model mesin Carnot kuantum dengan menggunakan sistem potensial kubik 3D, akankah lebih efisien dibandingkan dengan sistem sumur potensial 2D dan 1D. Apakah terdapat efek dari penambahan dimensi?
2. Apakah untuk sistem mesin Carnot 3D, analogi kuantum dapat menghasilkan hasil yang relevan dengan sistem termodinamika klasik?
3. Faktor apa saja yang menyebabkan sistem lebih efisien atau sebaliknya?

### **C. Batasan Masalah**

Batasan masalah diperlukan agar tidak meluasnya permasalahan yang ada.

Pada penelitian ini, batasan masalah adalah sebagai berikut:

1. Partikel tunggal yang berada di dalam potensial kubik tidak memiliki spin.
2. Sisi kubus yang berperan sebagai piston bergerak secara simultan.
3. Tingkat energi pada penelitian ini hanya dua tingkat, keadaan dasar dan keadaan eksitasi pertama.

### **D. Rumusan Masalah**

Berdasarkan ruang lingkup permasalahan yang ada, perumusan masalah dari penelitian ini yaitu adakah pengaruh penambahan dimensi mesin Carnot kuantum terhadap peningkatan efisiensi sistem dan faktor apa sajakah yang menyebabkan pengaruh tersebut.

### **E. Tujuan Penelitian**

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui pengaruh penambahan dimensi mesin Carnot kuantum terhadap efisiensi sistem dan faktor apa saja yang mempengaruhinya.

### **F. Manfaat Penelitian**

Manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Menemukan model analitik baru mesin Carnot dengan efisiensi sistem yang lebih besar dibandingkan model sebelumnya.
2. Penelitian ini dapat digunakan sebagai bahan kajian untuk studi fisika termodinamika kuantum dalam hal membuat model baru atau pengembangan mesin panas, terutama untuk mesin Carnot.



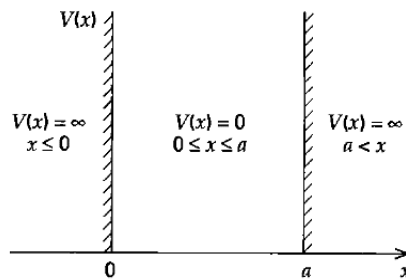


## BAB II

### KAJIAN PUSTAKA

#### A. Sumur Potensial Persegi Tak Hingga 1D

Sebuah partikel bermassa  $m$  berada di dalam sumur potensial tak hingga asimetris. Lebar antara dinding sumur potensial adalah  $a$ , seperti diilustrasikan gambar 1.



Gambar 1. Ilustrasi sistem sumur potensial persegi tak hingga 1D [15].

Persamaan Schrödinger tidak bergantung waktu yang merepresentasikan dinamika partikel, dinyatakan dalam bentuk

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(x) = E \Psi(x), \quad (2.1)$$

dengan  $\nabla^2$  adalah Laplacian untuk Cartesian, dan  $\Psi(x)$  merupakan fungsi gelombang sistem yang ternormalisasi. Besarnya energi partikel  $E$ , merupakan solusi eigen dari pers. (2.1) yang diberikan melalui

$$E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2ma^2}, \text{ dengan } n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.2)$$

Dengan menormalisasikan fungsi keadaan  $\Psi(x)$ , solusi akhir dari pers. (2.1) menjadi<sup>1</sup>

$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi}{a} x\right). \quad (2.3)$$

Indeks  $n$  pada  $\Psi_n(x)$  merupakan notasi keadaan ke- $n$ . Jika sistem terdiri dari lebih satu keadaan, misalnya  $\Psi_1(x)$  dan  $\Psi_2(x)$  yang keduanya memenuhi persamaan Schrödinger, maka keadaan total sistem merupakan superposisi dari dua keadaan tersebut [16]. Sehingga secara umum diformulasikan sebagai

$$\Psi(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \Psi_n(x), \quad (2.4)$$

dengan  $\alpha_n$  memenuhi kondisi normalisasi

$$\sum_{n=1}^{\infty} |\alpha_n|^2 = 1. \quad (2.5)$$

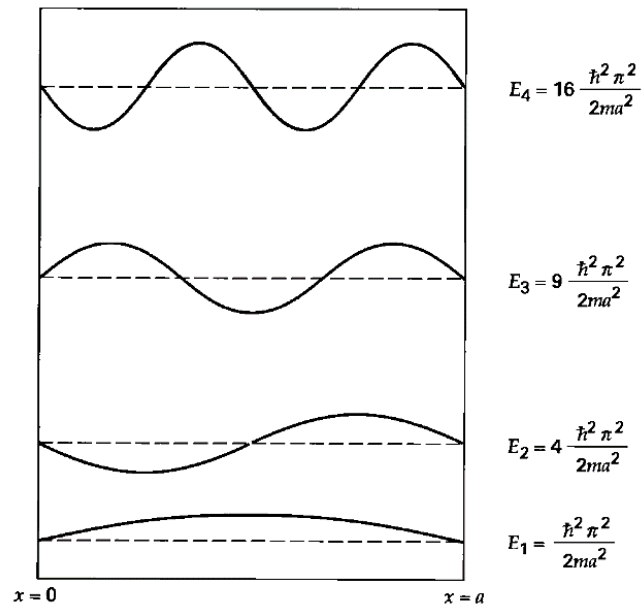
Saat keadaan dasar (*ground state*), ketika  $n = 1$ , energi sistem  $E_n$  bernilai

$$E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2}, \quad (2.6)$$

yang merupakan energi minimal partikel dengan fungsi gelombang  $\Psi_1(x)$ . Untuk beberapa nilai  $E_n$  diberikan melalui gambar 2 dengan bentuk fungsi gelombangnya.

---

<sup>1</sup> Apendiks 1



Gambar 2. Solusi-eigen untuk partikel di dalam sumur potensial 1D [15].

## B. Sumur Potensial Persegi Simetris 2D

Sistem sumur potensial persegi simetris 2D memiliki persamaan Schrödinger yang tidak jauh berbeda dengan sistem 1D, hanya fungsi gelombangnya merupakan fungsi posisi dari komponen- $x$  dan  $-y$ , yang diberikan melalui bentuk

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \vec{\nabla}^2 \Psi(x, y) = E \Psi(x, y), \quad (2.7)$$

dengan  $\vec{\nabla}^2$  adalah Laplacian untuk Cartesian, dan  $\Psi(x, y)$  merupakan fungsi gelombang sistem yang ternormalisasi. Asumsi bahwa  $\Psi(x, y) = X(x)Y(y)$ , maka solusi dari persamaan (2.7) untuk komponen- $x$  dan  $-y$  dapat ditentukan dengan menggunakan metode separasi variabel<sup>2</sup>. Keadaan eigen sistem diekspresikan melalui

<sup>2</sup> Apendiks 1

$$\psi_{n_x n_y}(x, y) = \frac{2}{a} \sin\left(\frac{n_x \pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n_y \pi}{a} y\right). \quad (2.8)$$

Sehingga keadaan sistem merupakan kombinasi linear dari keadaan eigen

$$\Psi(x, y) = \sum_{n_x, n_y=1}^{\infty} \alpha_{n_x n_y} \psi_{n_x n_y}(x, y), \quad (2.9)$$

koefisien  $\alpha_{n_x n_y}$  memenuhi kondisi

$$\sum_{n_x, n_y=1}^{\infty} |\alpha_{n_x n_y}|^2 = 1. \quad (2.10)$$

Energi total sistem merupakan penjumlahan  $E_x$  dan  $E_y$  yang diekspresikan melalui

$$E_{n_x n_y} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} (n_x^2 + n_y^2). \quad (2.11)$$

Saat keadaan dasar (*ground state*), ketika  $n_x = n_y = 1$ , energi sistem bernilai

$$E_{11} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{ma^2} = 2E_1, \quad (2.12)$$

yang dua kali lebih besar dari energi dasar pada sistem 1D. Sedangkan untuk tingkat eksitasi pertama, pada sistem 2D memiliki dua kemungkinan nomor kuantum  $(n_x, n_y) = (2, 1), (1, 2)$  [17]. Kedua variasi keadaan tersebut memiliki energi yang sama:

$$E_{21} = E_{12} = 5 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} = 5E_1. \quad (2.13)$$

### C. Sumur Potensial 3D

Pembahasan untuk sumur potensial 3D dimulai dengan meninjau kotak potensial asimetris, dan kemudian meninjau kubik potensial dengan kesimetrisan karena komponen- $x$ ,  $-y$ , dan  $-z$  yang saling ekuivalen. Persamaan Schrödinger di dalam sebuah kotak potensial 3D dapat dinyatakan sebagai

$$\hat{H} \Psi(x, y, z) = E \Psi(x, y, z), \quad (2.14)$$

atau dengan menggunakan notasi Dirac memiliki bentuk

$$\hat{H} |\Psi\rangle = E |\Psi\rangle. \quad (2.15)$$

$\Psi$  merupakan fungsi gelombang sistem ternormalisasi yang hanya bergantung posisi partikel, dan  $\hat{H}$  merupakan operator Hamiltonian

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \vec{\nabla}^2 + V(x, y, z), \quad (2.16)$$

dengan  $\vec{\nabla}^2$  adalah Laplacian, dan  $V(x, y, z)$  potensial sistem 3D dengan sisi-sisi  $a$ ,  $b$ , dan  $c$  yang bernilai

$$V(x, y, z) = \begin{cases} 0, & 0 < x < a, 0 < y < b, 0 < z < c, \\ \infty, & \text{dalam kondisi lainnya.} \end{cases} \quad (2.17)$$

Potensial sistem dapat pula dituliskan sebagai  $V(x, y, z) = V_x(x) + V_y(y) + V_z(z)$ ,

dengan

$$V_x(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < a, \\ \infty, & \text{dalam kondisi lainnya;} \end{cases} \quad (2.18)$$

potensial  $V_y(y)$  dan  $V_z(z)$  memiliki bentuk yang serupa.

Nilai ekspektasi atau rata-rata  $\langle \hat{H} \rangle$  dari operator  $\hat{H}$  pada keadaan  $|\Psi\rangle$  didefinisikan melalui [18]

$$\langle \hat{H} \rangle = \frac{\langle \Psi | \hat{H} | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle}. \quad (2.19)$$

Persamaan (2.19) disebut sebagai nilai ekspektasi Hamiltonian yang merepresentasikan

$$\langle \hat{H} \rangle = \langle \Psi | \hat{H} | \Psi \rangle = \langle \Psi | E | \Psi \rangle = E \langle \Psi | \Psi \rangle = E. \quad (2.20)$$

Selain itu

$$\langle \hat{H}^2 \rangle = \langle \Psi | \hat{H}^2 | \Psi \rangle = \langle \Psi | \hat{H} E | \Psi \rangle = E \langle \Psi | \hat{H} | \Psi \rangle = E^2,$$

sehingga variansi  $\hat{H}$  bernilai

$$\sigma_H^2 = \langle \hat{H}^2 \rangle - \langle \hat{H} \rangle^2 = E^2 - E^2 = 0.$$

Variansi yang bernilai nol mengindikasikan setiap sampel harus tersebar dengan nilai yang sama [16]. Dengan menganggap  $\Psi(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z)$ , solusi dari persamaan (2.14) dapat ditentukan menggunakan metode separasi variabel<sup>3</sup>, sehingga fungsi-eigen dari sistem dapat diekspresikan sebagai

---

<sup>3</sup> Apendiks 1

$$\psi_{n_x n_y n_z}(x, y, z) = \sqrt{\frac{8}{abc}} \sin\left(\frac{n_x \pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n_y \pi}{b} y\right) \sin\left(\frac{n_z \pi}{c} z\right). \quad (2.21)$$

Keadaan sistem  $\Psi(x, y, z)$  merupakan kombinasi linear dari fungsi-eigen

$$\Psi(x, y, z) = \sum_{n_x, n_y, n_z=1}^{\infty} \alpha_{n_x n_y n_z} \psi_{n_x n_y n_z}(x, y, z), \quad (2.22)$$

koefisien  $\alpha_{n_x n_y n_z}$  memenuhi kondisi normalisasi

$$\sum_{n_x, n_y, n_z=1}^{\infty} |\alpha_{n_x n_y n_z}|^2 = 1. \quad (2.23)$$

Nilai energi untuk setiap komponen- $x$ ,  $-y$ , dan  $-z$  tidak jauh berbeda dengan sistem 1D. Energi total sistem merupakan penjumlahan setiap komponen,  $E = E_x + E_y + E_z$ , sehingga menjadi

$$E_{n_x n_y n_z} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \left( \frac{n_x^2}{a^2} + \frac{n_y^2}{b^2} + \frac{n_z^2}{c^2} \right). \quad (2.24)$$

Untuk kasus sederhana, kubus potensial dengan sisi-sisi  $L$ , ekspresi energi dapat disederhanakan dari pers. (2.24) dengan substitusi  $a = b = c = L$ , menjadi

$$E_{n_x n_y n_z} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2). \quad (2.25)$$

Saat keadaan dasar (*ground state*), ketika  $n_x = n_y = n_z = 1$ , energinya diberikan oleh

$$E_{111} = 3 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} = 3E_1. \quad (2.26)$$

Energi awal untuk sebuah partikel di dalam kotak potensial 3D, tiga kali nilai energi awal pada sistem kotak potensial 1D. Sedangkan untuk tingkat eksitasi pertama, sistem 3D memiliki tiga kemungkinan nomor kuantum  $(n_x, n_y, n_z) = (2, 1, 1), (1, 2, 1), (1, 1, 2)$  [18]. Ketiga variasi keadaan tersebut memiliki energi yang sama:

$$E_{211} = E_{121} = E_{112} = 6 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} = 6E_1. \quad (2.27)$$

Keadaan eksitasi pertama terbagi menjadi tiga degenerasi. Degenerasi hanya terjadi ketika dalam permasalahan simetris [19] dengan memiliki fungsi-eigen berbeda namun memiliki nilai energi yang sama. Sedangkan untuk sumur potensial asimetris 3D, tidak memiliki degenerasi karena ketiga dimensi sisi kotak tidak ekuivalen. Sementara untuk kasus kotak potensial 1D, tidak terdapat degenerasi karena hanya memiliki nomor kuantum tunggal.

Spektrum energi ditunjukkan tabel 2.1 berikut ini, dimana setiap tingkat energi ke- $n$  ditandai oleh energinya, nomor kuantumnya, dan degenerasinya  $g_n$  [18].

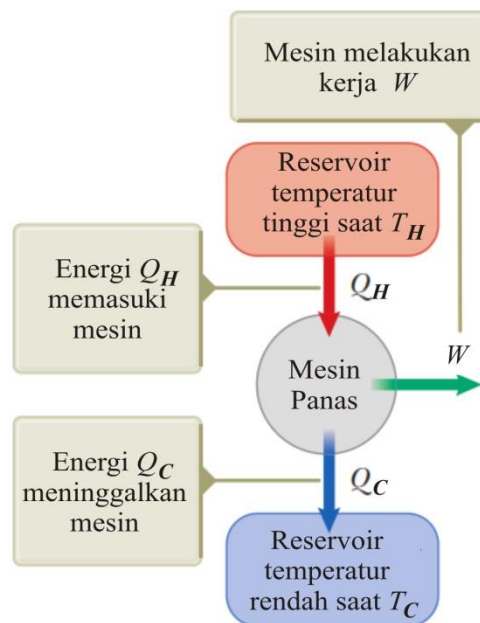
Tabel 1. Tingkat energi dan degenerasi energi untuk potensial kubus, dengan  $E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}$ .

$E_{n_x n_y n_z} / E_1$	$(n_x, n_y, n_z)$	$g_n$
3	(111)	1
6	(211), (121), (112)	3
9	(221), (212), (122)	3
11	(311), (131), (113)	3
12	(222)	1
14	(321), (312), (231), (213), (132), (123)	6



#### D. Siklus Reversibel

Mesin panas bekerja dalam suatu keadaan yang membentuk siklus, menerima energi berupa kalor dan mengeluarkan sebagian energi sebagai usaha atau kerja mekanik. Perbandingan antara besarnya kerja mekanik dengan kalor yang diterima mesin panas merepresentasikan performa mesin panas. Perbandingan tersebut didefinisikan sebagai efisiensi termal mesin panas.



Gambar 3. Representasi skematis dari sebuah mesin panas [20].

Performa kinerja mesin panas sangat ditentukan oleh efisiensi termal. Namun efisiensi termal siklus ideal, pada umumnya lebih rendah dari siklus reversibel yang beroperasi diantara batas temperatur yang sama. Hal ini karena pada siklus reversibel menggunakan idealisasi. Idealisasi dan penyederhanaan umum yang digunakan adalah sebagai berikut [5]:

1. Siklus tidak melibatkan gesekan apapun.

2. Semua proses ekspansi dan kompresi berlangsung secara kuasi-ekuilibrium.

Mesin panas yang beroperasi pada siklus reversibel sepenuhnya, melibatkan proses isothermal untuk melakukan perpindahan kalor. Contoh mesin panas reversibel sepenuhnya adalah mesin Carnot, karena siklus Carnot melibatkan proses isothermal untuk penambahan panas dan pelepasan panas. Mesin panas reversibel memiliki efisiensi termal tertinggi diantara mesin panas lainnya yang beroperasi diantara tingkat temperatur yang sama. Tidak ada yang dapat membuat sebuah siklus yang lebih efisien dibandingkan siklus Carnot. Hal ini sesuai dengan teorema Carnot [5]:

1. Efisiensi sebuah mesin panas irreversibel selalu lebih rendah daripada mesin panas reversibel yang bekerja diantara dua reservoir yang sama.
2. Semua mesin panas reversibel yang bekerja diantara dua reservoir yang sama memiliki efisiensi yang sama.

#### **E. Siklus Carnot**

Mesin Carnot merupakan contoh mesin panas teoritis. Mesin Carnot sangat penting untuk pengembangan mesin panas baik dari sudut pandang praktis maupun teoritis. Mesin Carnot bekerja dengan menggunakan siklus Carnot, yang terdiri dari dua proses adiabatik dan dua proses isothermal, yang semuanya reversibel. Dalam perkembangan saat ini, mesin Carnot dijelaskan dengan menggunakan analogi kuantum. Perbedaan antara mesin Carnot klasik dengan mesin Carnot kuantum adalah variabel yang digunakan dalam siklus Carnot untuk menjelaskan proses termodinamika.

### *E. 1. Mesin Carnot Klasik*

Mesin Carnot klasik terdiri dari siklus Carnot klasik dengan menggunakan sistem piston dan gas ideal sebagai bahan bakar mesin. Gas ideal monoatomik ditempatkan di dalam sebuah silinder dan mengalami kontak termal dengan reservoir temperatur tinggi  $T_H$  dan reservoir temperatur rendah  $T_C$ , yang diilustrasikan oleh gambar 4.

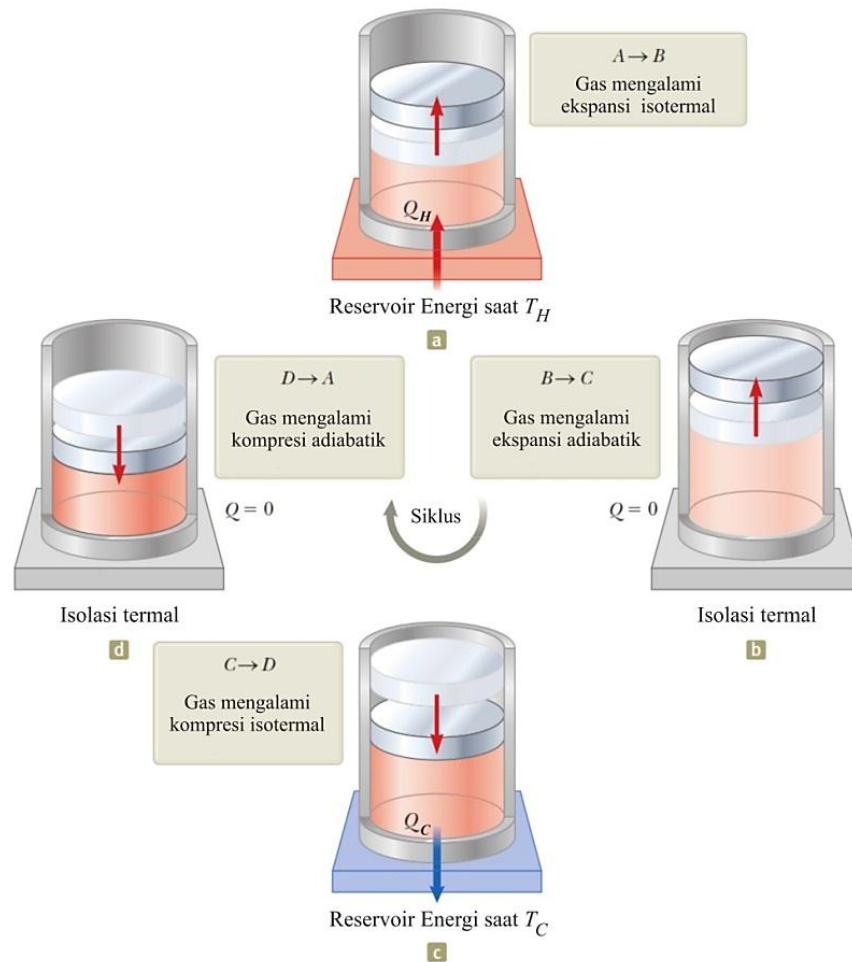
Proses  $A \rightarrow B$  merupakan ekspansi isothermal (gambar 4.a). Gas berada pada suhu  $T_H$  dan mengalami kontak termal dengan sebuah reservoir energi. Secara perlahan gas akan berekspansi yang menyebabkan temperatur gas akan menurun. Namun, temperatur dengan jumlah yang sangat kecil  $dT$  ditransfer dari reservoir menuju gas, menaikkan temperatur gas menjadi  $T_H$ . Dengan demikian, temperatur gas dijaga konstan pada  $T_H$ . Karena perbedaan suhu antara gas dan reservoir tidak pernah melebihi jumlah  $dT$ , maka proses ini merupakan perpindahan panas reversibel. Hal ini terus berlangsung selama proses ekspansi. Jumlah kalor yang diserap dari reservoir melalui dasar silinder ke dalam gas selama proses ini adalah sebesar  $Q_H$ . Kalor tersebut digunakan untuk melakukan usaha  $W_{AB}$ , dalam hal ini digunakan untuk mengangkat piston.

Proses  $B \rightarrow C$  merupakan ekspansi adiabatik (gambar 4.b). Dasar silinder digantikan dengan dinding yang tidak mengalami konduksi termal, dan gas mengembang secara adiabatik, tidak ada energi berupa kalor yang masuk ke dalam atau keluar dari sistem. Selama ekspansi berlangsung, suhu

gas turun dari  $T_H$  ke  $T_C$  dan gas melakukan usaha  $W_{BC}$  untuk mengangkat piston.

Proses  $C \rightarrow D$  merupakan kompresi isothermal (gambar 4.c). Gas berada pada suhu  $T_C$  dan mengalami kontak termal dengan sebuah reservoir energi. Pada keadaan ini, piston melakukan usaha sebesar  $W_{CD}$  untuk memampatkan gas dan menyebabkan temperatur gas meningkat. Namun, temperatur dengan jumlah yang sangat kecil  $dT$  ditransfer dari gas menuju reservoir, menyebabkan temperatur gas turun menjadi  $T_C$ . Dengan demikian, temperatur gas tetap konstan pada  $T_C$ . Karena perbedaan suhu antara gas dan reservoir tidak pernah melebihi jumlah  $dT$ , maka proses ini merupakan perpindahan panas reversibel. Hal ini terus berlangsung selama proses kompresi. Jumlah kalor yang dilepaskan dari gas melalui dasar silinder menuju reservoir selama proses ini adalah sebesar  $Q_C$ .

Proses  $D \rightarrow A$  merupakan kompresi adiabatik (gambar 4.d). Dasar silinder digantikan dengan dinding yang tidak mengalami konduksi termal, dan gas dimampatkan secara adiabatik. Suhu gas naik menjadi  $T_H$ , dan besar usaha yang dilakukan oleh piston pada gas adalah  $W_{DA}$ .



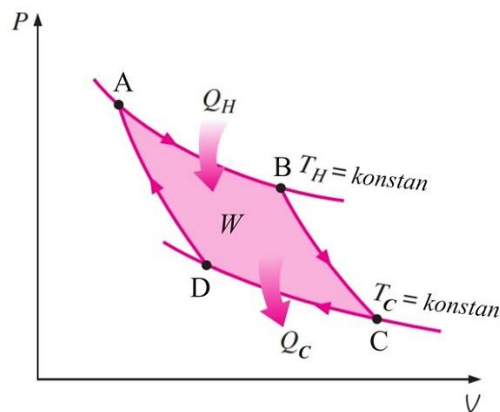
Gambar 4. Siklus Carnot. Arah panah pada piston menunjukkan arah geraknya selama setiap proses [20].

Usaha netto yang dilakukan pada proses siklis yang reversibel ini sama dengan daerah yang dibatasi oleh kurva ABCDA pada gambar 5, sehingga dapat ditentukan melalui formula

$$W = \oint P dV, \quad (2.28)$$

atau dapat dituliskan dalam bentuk

$$W = \int_{V_A}^{V_B} P_{AB} dV + \int_{V_B}^{V_C} P_{BC} dV + \int_{V_C}^{V_D} P_{CD} dV + \int_{V_D}^{V_A} P_{DA} dV. \quad (2.29)$$



Gambar 5. Diagram  $P$ - $V$  siklus Carnot klasik.

Dengan menghitung usaha setiap proses, maka usaha total yang dilakukan gas ideal dapat ditentukan. Untuk gas ideal pada proses isothermal berlaku persamaan

$$PV = nRT = C, \quad (2.30)$$

dimana  $C$  adalah konstanta. Usaha yang dilakukan gas ideal pada proses ini

$$W = nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right), \quad (2.31)$$

jika  $V_f > V_i$ , proses yang terjadi adalah ekspansi,  $\ln(V_f/V_i)$  berharga positif dan usaha berharga positif. Namun, jika  $V_f < V_i$ , proses yang terjadi adalah kompresi,  $\ln(V_f/V_i)$  berharga negatif dan usaha berharga negatif [4].

Sementara untuk proses adiabatik, berlaku<sup>4</sup>

$$TV^{\Gamma-1} = K, \quad (2.32)$$

<sup>4</sup> Apendiks 2

dengan  $\Gamma = C_p/C_v$ . Dalam bentuk lain dinyatakan sebagai

$$PV^\Gamma = K'. \quad (2.33)$$

Untuk kasus 1D monoatomik gas ideal, pers. (2.33) menjadi<sup>5</sup>

$$PV^3 = K', \quad (2.34)$$

dengan  $K$  dan  $K'$  adalah konstanta. Sehingga dari pers. (2.28), usaha yang dilakukan oleh gas saat proses adiabatik ditulis sebagai

$$W = \int_{V_i}^{V_f} \frac{K'}{V^\Gamma} dV = \frac{(P_f V_f - P_i V_i)}{1 - \Gamma} = \frac{nR(T_f - T_i)}{1 - \Gamma}. \quad (2.35)$$

Dari pers. (2.32) diperoleh hubungan  $T_H V_B^{\Gamma-1} = T_C V_C^{\Gamma-1}$  dan  $T_H V_A^{\Gamma-1} = T_C V_D^{\Gamma-1}$

sehingga berlaku hubungan

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D}. \quad (2.36)$$

Substitusi pers. (2.35) dan (2.31) ke dalam pers. (2.29) untuk menentukan usaha total. Kemudian dengan menggunakan hubungan pada pers. (2.36) usaha total dapat ditulis dalam bentuk sederhana sebagai

$$W = nR(T_H + T_C) \ln \left( \frac{V_B}{V_A} \right). \quad (2.37)$$

Energi dalam dari gas ideal merupakan fungsi temperaturnya sendiri, sehingga energi dalam bernilai konstan untuk proses isothermal,  $dU = 0$ . Hal

---

<sup>5</sup> Ketika kasus 1D monoatomik gas ideal, dari prinsip asas bagi rata energi,  $U = nRT/2$ . Maka,  $C_v = nR/2$  dan  $C_p = 3nR/2$ . Penjelasan lebih rinci lihat bagian Apendiks 2

ini menyebabkan hukum pertama termodinamika menjadi  $dQ = dW$ , yang berarti kalor yang diserap oleh gas merupakan usaha pada proses ekspansi isothermal. Besarnya kalor yang diserap dapat ditentukan dengan menggunakan pers. (2.31)

$$Q_H = W_{AB} = nRT_H \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{V} = nRT_H \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right). \quad (2.38)$$

Sedangkan kalor yang dilepaskan berasal dari kompresi isothermal

$$Q_C = W_{CD} = -nRT_C \int_{V_C}^{V_D} \frac{dV}{V} = nRT_C \ln\left(\frac{V_C}{V_D}\right). \quad (2.39)$$

Dari pers. (2.38), (2.39), dan (2.36), berlaku hubungan

$$\frac{Q_H}{Q_C} = \frac{T_H}{T_C}. \quad (2.40)$$

Efisiensi termal sebuah mesin panas didefinisikan sebagai rasio perbandingan antara usaha yang dilakukan mesin dengan kalor yang diserap. Definisi ini berlaku untuk setiap mesin panas, tidak hanya mesin Carnot. Berdasarkan definisi tersebut, maka

$$\eta = \frac{W}{Q_H}. \quad (2.41)$$

Usaha netto yang dilakukan setiap siklus adalah  $W = Q_H - Q_C$ , dan dari hubungan pers. (2.40) efisiensi dapat diekspresikan sebagai

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H}. \quad (2.42)$$



### E. 2. Mesin Carnot Kuantum

Mesin Carnot kuantum terdiri dari proses termodinamika yang sama dengan mesin Carnot klasik. Namun, variabel yang digunakan pada siklus klasik digantikan variabel yang relevan dengan menggunakan analogi kuantum. Pada siklus Carnot kuantum, gas ideal digantikan oleh partikel yang berada di dalam kotak potensial dan nilai ekspektasi Hamiltonian berfungsi sebagai variabel temperatur [12]. Dinding kotak potensial di  $x = y = z = L$  bergerak secara simultan menggantikan peran dari piston. Jika dinding kotak potensial bergerak perlahan sebesar  $dL$ , maka fungsi gelombang  $\Psi(x, y, z)$ , keadaan-eigen  $\psi_{n_x, n_y, n_z}(x, y, z)$ , dan tingkat energi akan berubah sebagai akibat dari fungsi  $L$ . Akibat dari perubahan  $L$ , maka nilai ekspektasi Hamiltonian  $E(L) = \langle \Psi | \hat{H} | \Psi \rangle$  juga berubah [12]. Dalam siklus Carnot kuantum, analogi tekanan yang diberikan oleh gas ideal terhadap piston, digantikan oleh gaya yang diperoleh dari gradien energi partikel. Untuk kasus potensial kubik 3D, setiap gaya yang bekerja pada masing-masing dinding kotak potensial diberikan oleh [12]

$$F_x = -\frac{dE(L)}{dx}, \quad F_y = -\frac{dE(L)}{dy}, \quad F_z = -\frac{dE(L)}{dz}. \quad (2.43)$$

Mesin Carnot kuantum juga terdiri dari dua proses isothermal dan dua proses adiabatik [12], yang seluruhnya reversibel.

Untuk proses isothermal, nilai ekspektasi Hamiltonian dari partikel harus konstan. Ketika ekspansi isothermal, awalnya ketiga dinding kubik potensial

masing-masing berada pada posisi  $L_1$ . Kemudian partikel mendorong dinding kotak potensial dengan gaya  $F_{12}$  untuk setiap sumbu Cartesian, hingga mencapai posisi  $L_2$ , akan tetapi nilai ekspektasi Hamiltonian tetap dijaga konstan. Untuk memenuhi kondisi ini, energi harus diserap ke dalam sistem. Hal ini dilakukan dengan cara partikel tereksitasi menuju tingkat energi yang lebih tinggi.

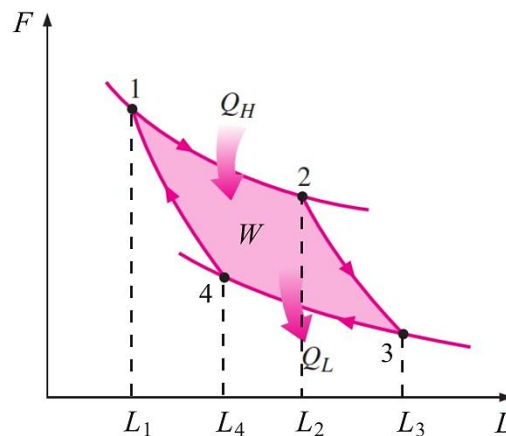
Sementara ketika proses adiabatik, berdasarkan proses termodinamika klasik, sistem mengalami isolasi termal. Dalam proses termodinamika kuantum, hal ini dianalogikan dengan menjaga keadaan (*eigenstates*) partikel untuk tetap berada pada tingkat energi tertentu [17]. Ketika ekspansi adiabatik, partikel akan mendorong dinding kotak potensial dengan gaya  $F_{23}$  untuk setiap sumbu Cartesian, dari posisi  $L_2$  hingga mencapai posisi  $L_3$ , namun tetap dalam keadaan kuantum tertentu. Sebagai konsekuensi pergerakan dinding, energi partikel akan berkurang, sehingga nilai ekspektasi Hamiltonian juga akan berkurang. Energi yang hilang dari partikel digunakan untuk melakukan kerja mekanik.

Selanjutnya sistem akan mengalami kompresi isothermal. Dinding kotak potensial bergerak dari posisi  $L_3$  menuju posisi  $L_4$ , namun pada proses ini nilai ekspektasi Hamiltonian dari partikel harus konstan. Sehingga untuk memenuhi kondisi ini, energi harus dilepaskan dari sistem. Hal ini dilakukan dengan cara partikel kembali menuju keadaan dasar. Selama proses kompresi isothermal, partikel menahan pergerakan dinding kotak potensial dengan gaya  $F_{34}$ , untuk masing-masing sumbu Cartesian.

Proses termodinamika kuantum yang terakhir adalah kompresi adiabatik. Ketika kompresi adiabatik, partikel akan menahan pergerakan dinding kotak potensial dari posisi  $L_4$  hingga mencapai posisi  $L_1$  dengan gaya  $F_{41}$  untuk masing-masing sumbu Cartesian, namun tetap dalam keadaan kuantum tertentu. Sebagai konsekuensi pergerakan dinding, energi partikel akan bertambah, sehingga nilai ekspektasi Hamiltonian juga akan bertambah. Energi partikel digunakan untuk melakukan kerja mekanik dengan cara menahan pergerakan dinding kotak potensial.

Usaha netto yang dilakukan pada proses siklis yang reversibel ini sama dengan daerah yang dibatasi oleh kurva 12341 pada gambar 6. Usaha netto untuk kotak potensial 3D dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan

$$W = \oint \vec{F} d\vec{r}, \quad (2.44)$$



Gambar 6. Diagram  $F$ - $L$  siklus Carnot kuantum.

$\vec{F}$  merupakan vektor gaya partikel dan  $\vec{r}$  merupakan vektor-ruang kotak potensial. Persamaan (2.44) dapat ditulis ulang dalam bentuk

$$W = \oint (F_x dx + F_y dy + F_z dz). \quad (2.45)$$

Energi yang diserap partikel selama proses ekspansi isothermal dapat ditentukan dengan formula

$$Q_H = W_{12} = \int_{L_1}^{L_2} (F_{12x} + F_{12y} + F_{12z}) d\vec{r}. \quad (2.46)$$

Sehingga efisiensi termal mesin Carnot kuantum diekspresikan sebagai

$$\eta = \frac{W}{Q_H}. \quad (2.47)$$



## **BAB III**

### **METODOLOGI PENELITIAN**

#### **A. Waktu dan Tempat Penelitian**

1. Waktu Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan selama satu semester.

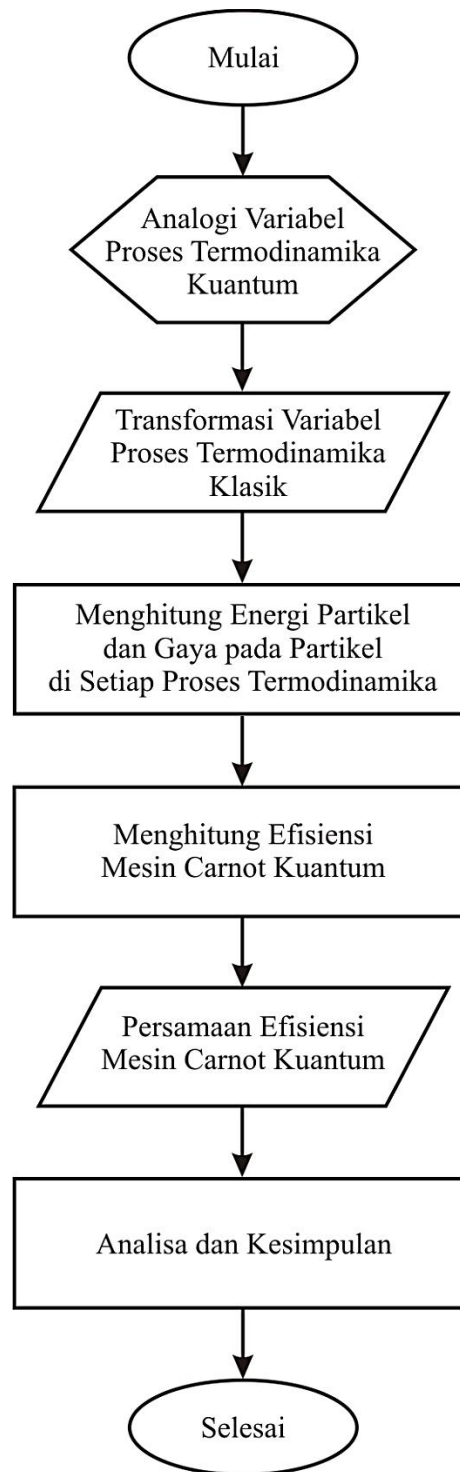
2. Tempat Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan di laboratorium fisika teoritik Jurusan Fisika FMIPA UNJ.

#### **B. Metode Penelitian**

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah kajian analitik. Kajian ini dilaksanakan dengan melakukan; (1) studi literatur, (2) perumusan matematis, dan kemudian (3) pemodelan analitik.

### C. Skema Alur Penelitian



Gambar 7. Diagram Alir Penelitian.





## BAB IV

### HASIL DAN PEMBAHASAN

#### A. Hasil

Siklus Carnot untuk kasus sebuah partikel di dalam kotak potensial 3D, memiliki empat proses, yaitu; (1) ekspansi isothermal, (2) ekspansi adiabatik, (3) kompresi isothermal, dan (4) kompresi adiabatik, yang semuanya merupakan proses termodinamika kuantum reversibel. Potensial yang digunakan adalah sumur potensial tak hingga 3D. Tiga sisi-bergerak dari sumur potensial diasumsikan simetris dan bergerak secara simultan untuk berperan sebagai piston pada mesin Carnot klasik. Model mesin Carnot kuantum pada penelitian ini dibatasi hanya dua tingkat energi, keadaan dasar dan keadaan eksitasi pertama. Sistem memiliki fungsi gelombang yang merupakan kombinasi linear dari dua keadaan tersebut

$$\Psi(x, y, z) = \alpha_{111}\psi_{111} + \alpha_{211}\psi_{211} + \alpha_{121}\psi_{121} + \alpha_{112}\psi_{112}. \quad (4.1)$$

Pada kondisi awal, partikel berada pada keadaan dasar, partikel memiliki fungsi gelombang

$$\Psi_1 = \psi_{111} = \sqrt{\frac{8}{L^3}} \sin\left(\frac{\pi}{L}x\right) \sin\left(\frac{\pi}{L}y\right) \sin\left(\frac{\pi}{L}z\right), \quad (4.2)$$

dengan koefisien fungsi-eigen  $\alpha_{111} = 1$ . Nilai ekspektasi Hamiltonian pada keadaan ini dapat diperoleh dengan menggunakan persamaan (2.25), yaitu bernilai

$$E_{111} = E_H = \frac{3\pi^2 \hbar^2}{2mL_1^2}. \quad (4.3)$$

Sedangkan gaya yang bekerja pada setiap dinding kotak potensial dapat diperoleh dengan menggunakan persamaan (2.43), sebesar

$$F_x = F_y = F_z = \frac{3\pi^2 \hbar^2}{mL_1^3}. \quad (4.4)$$

Proses yang pertama adalah ekspansi isothermal. Partikel menekan dinding-bergerak dari kotak potensial dengan nilai-eigen yang konstan. Selama proses ekspansi berlangsung, keadaan sistem merupakan kombinasi linear dari dua keadaan eigen yang diberikan melalui persamaan (4.1). Koefisien fungsi eigen memenuhi kondisi normalisasi, sesuai dengan persamaan (2.23),

$$\alpha_{111}^2 + \alpha_{211}^2 + \alpha_{121}^2 + \alpha_{112}^2 = 1. \quad (4.5)$$

Dengan menyubstitusi pers. (4.1) ke dalam pers. (2.19), lalu menyelesaikannya menjadi bentuk yang sederhana, didapatkan

$$E(L) = \frac{3\pi^2 \hbar^2}{mL^2} \left[ \frac{1}{2} \alpha_{111}^2 + (\alpha_{211}^2 + \alpha_{121}^2 + \alpha_{112}^2) \right]. \quad (4.6)$$

Atau dalam bentuk lain, melalui hubungan yang diberikan oleh pers. (4.5)

$$E(L) = \frac{3\pi^2 \hbar^2}{mL^2} \left( 1 - \frac{1}{2} \alpha_{111}^2 \right). \quad (4.7)$$

Selama proses isothermal berlangsung, nilai ekspektasi Hamiltonian yang berperan sebagai temperatur harus tetap konstan. Dalam hal ini, dengan membuat pers. (4.7)

harus sama dengan pers. (4.3), maka diperoleh hubungan perubahan lebar sumur potensial dalam bentuk

$$L^2 = 2L_1^2 \left( 1 - \frac{1}{2} \alpha_{111}^2 \right). \quad (4.8)$$

Berdasarkan asumsi bahwa sisi-bergerak dari sumur potensial bergerak secara simultan, maka akan didapatkan gaya yang sama besar di setiap sisi kubus

$$F_{1x} = F_{1y} = F_{1z} = \frac{6\pi^2 \hbar^2}{mL^3} \left( 1 - \frac{1}{2} \alpha_{111}^2 \right). \quad (4.9)$$

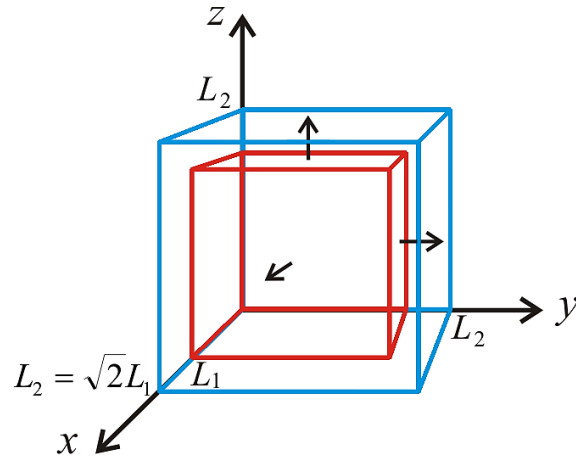
Substitusi pers. (4.8) ke dalam pers. (4.9), untuk mendapatkan gaya pada proses isothermal dalam bentuk yang lebih sederhana

$$F_{1x}(L) = F_{1y}(L) = F_{1z}(L) = \frac{3\pi^2 \hbar^2}{mL_1^2 L}. \quad (4.10)$$

Partikel terus melakukan dorongan terhadap sisi-bergerak sumur potensial sampai sistem berada sepenuhnya pada keadaan eksitasi pertama. Jarak terjauh yang dapat dicapai oleh sisi-bergerak sumur potensial pada proses ini adalah

$$L = L_2 = \sqrt{2}L_1, \quad (4.11)$$

seperti diilustrasikan gambar 8.



Gambar 8. Ekspansi Isotermal

Hal ini dilakukan partikel sebagai bentuk penyerapan energi untuk menjaga nilai ekspektasi Hamiltonian tetap konstan. Saat partikel berada sepenuhnya pada keadaan eksitasi pertama, maka probabilitas menemukan partikel di keadaan dasar bernilai nol, atau  $\alpha_{111} = 0$ . Sehingga fungsi gelombang pada pers. (4.1) menjadi

$$\Psi_2 = \alpha_{211}\psi_{211} + \alpha_{121}\psi_{121} + \alpha_{112}\psi_{112}, \quad (4.12)$$

atau,

$$\begin{aligned} \Psi_2 = & \alpha_{211} \sqrt{\frac{8}{L_2^3}} \sin\left(\frac{2\pi}{L_2}x\right) \sin\left(\frac{\pi}{L_2}y\right) \sin\left(\frac{\pi}{L_2}z\right) + \\ & \alpha_{121} \sqrt{\frac{8}{L_2^3}} \sin\left(\frac{\pi}{L_2}x\right) \sin\left(\frac{2\pi}{L_2}y\right) \sin\left(\frac{\pi}{L_2}z\right) + \\ & \alpha_{112} \sqrt{\frac{8}{L_2^3}} \sin\left(\frac{\pi}{L_2}x\right) \sin\left(\frac{\pi}{L_2}y\right) \sin\left(\frac{2\pi}{L_2}z\right), \end{aligned} \quad (4.13)$$

dan dengan nilai ekspektasi Hamiltonian

$$E_2 = \frac{3\pi^2 \hbar^2}{mL_2^2}. \quad (4.14)$$

Proses kedua adalah ekspansi adiabatik. Selama proses ini berlangsung, fungsi gelombang partikel tetap berada pada keadaan eksitasi pertama. Jika proses adiabatik pada termodinamika klasik mengalami isolasi termal, maka analogi untuk termodinamika kuantum adalah dengan cara partikel tetap berada pada satu keadaan kuantum tertentu selama proses adiabatik berlangsung [12]. Energi awal partikel pada proses ini memenuhi pers. (4.14). Kemudian selama proses ekspansi adiabatik berlangsung nilai ekspektasi Hamiltonian berkurang sebagai fungsi dari  $L$

$$E(L) = \frac{3\pi^2 \hbar^2}{mL^2}. \quad (4.15)$$

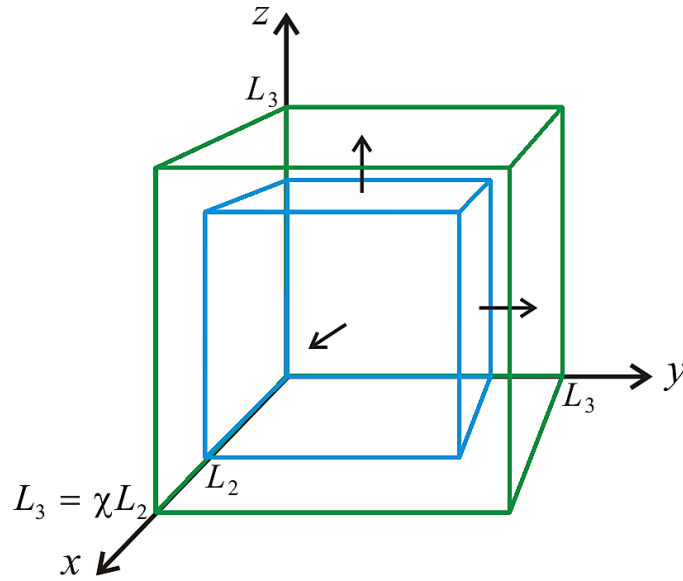
Nilai ekspektasi Hamiltonian yang berkurang akan mempengaruhi energi dalam yang juga berkurang. Analogi ini seperti perubahan temperatur yang mempengaruhi perubahan energi dalam dengan hubungan proporsional. Berkurangnya energi dalam dikonversi menjadi kerja untuk melakukan dorongan terhadap dinding potensial dengan gaya sebesar

$$F_{2x}(L) = F_{2y}(L) = F_{2z}(L) = \frac{6\pi^2 \hbar^2}{mL^3}. \quad (4.16)$$

Dinding akan bergerak hingga mencapai

$$L = L_3 = \chi L_2, \quad (4.17)$$

dimana  $\chi$  adalah konstanta positif dengan syarat  $\chi > 1$ . Pergerakan dinding sumur potensial diilustrasikan oleh gambar 9.



Gambar 9. Ekspansi Adiabatik

Akibat dari pergerakan dinding, fungsi eigen yang merupakan fungsi dari  $L$ , berubah. Sehingga fungsi gelombangnya menjadi

$$\begin{aligned} \Psi_2 = & \alpha_{211} \sqrt{\frac{8}{L_3^3}} \sin\left(\frac{2\pi}{L_3} x\right) \sin\left(\frac{\pi}{L_3} y\right) \sin\left(\frac{\pi}{L_3} z\right) + \\ & \alpha_{121} \sqrt{\frac{8}{L_3^3}} \sin\left(\frac{\pi}{L_3} x\right) \sin\left(\frac{2\pi}{L_3} y\right) \sin\left(\frac{\pi}{L_3} z\right) + \\ & \alpha_{112} \sqrt{\frac{8}{L_3^3}} \sin\left(\frac{\pi}{L_3} x\right) \sin\left(\frac{\pi}{L_3} y\right) \sin\left(\frac{2\pi}{L_3} z\right), \end{aligned} \quad (4.18)$$

namun tetap berada pada keadaan eksitasi pertama. Nilai ekspektasi Hamiltonian pada akhir proses ekspansi adiabatik sebesar

$$E_3 = E_C = \frac{3\pi^2 \hbar^2}{mL_3^2}. \quad (4.19)$$

Proses ketiga merupakan kompresi isothermal. Nilai ekspektasi Hamiltonian pada pers. (4.19) dijaga konstan. Dinding sumur potensial yang mengkompresi

sistem akan membuat energi partikel bertambah ketika menahan pergerakan dinding. Untuk menjaga energi tersebut tetap konstan, partikel berpindah menuju keadaan energi yang lebih rendah dengan melepaskan sebagian energinya. Dalam hal ini partikel menuju ke keadaan dasar. Secara matematis, hal ini dilakukan dengan membuat pers. (4.19) harus sama dengan pers. (4.7). Sehingga didapatkan hubungan

$$L^2 = L_3^2 \left( 1 - \frac{1}{2} \alpha_{111}^2 \right). \quad (4.20)$$

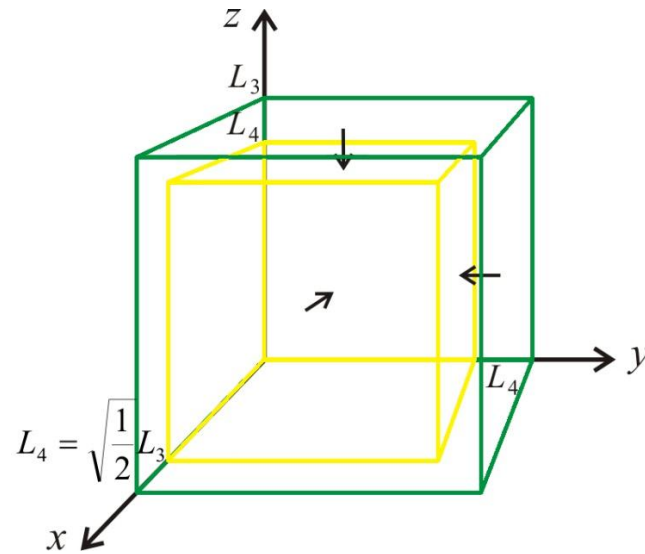
Gaya yang dilakukan partikel untuk menahan dinding-bergerak dari sumur potensial bernilai

$$F_{3x}(L) = F_{3y}(L) = F_{3z}(L) = \frac{6\pi^2 \hbar^2}{mL_3^2 L}, \quad (4.21)$$

dengan penyederhanaan menggunakan pers. (4.20). Sistem akan terus melakukan kompresi hingga partikel mencapai keadaan dasar, atau hingga  $\alpha_{111} = 1$ . Substitusi nilai  $\alpha_{111}$  ke dalam pers. (4.20) maka akan diperoleh

$$L = L_4 = \sqrt{\frac{1}{2}} L_3. \quad (4.22)$$

Proses kompresi isothermal ini diilustrasikan melalui gambar 10. Dinding akan bergerak dari  $L_3$  hingga mencapai posisi  $L_4$ , dengan rasio perbandingan yang diberikan melalui pers. (4.22).



Gambar 10. Kompresi Isotermal

Pada akhir proses ini, fungsi gelombang mengalami perubahan menjadi

$$\Psi_1 = \psi_{111} = \sqrt{\frac{8}{L_4^3}} \sin\left(\frac{\pi}{L_4} x\right) \sin\left(\frac{\pi}{L_4} y\right) \sin\left(\frac{\pi}{L_4} z\right), \quad (4.23)$$

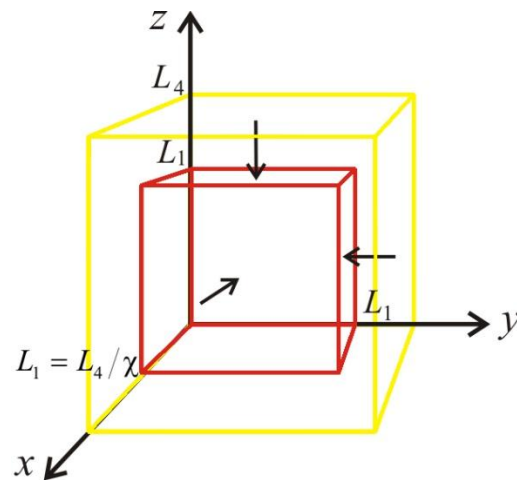
dengan nilai ekspektasi Hamiltonian

$$E_4 = \frac{3\pi^2 \hbar^2}{2mL_4^2}. \quad (4.24)$$

Proses terakhir dari siklus Carnot kuantum merupakan kompresi adiabatik. Tiga dinding-bergerak sumur potensial masing-masing akan bergerak dari posisi  $L_4$  hingga mencapai keadaan semula  $L_1$ . Hubungan antara  $L_4$  dan  $L_1$  dapat diperoleh dengan menggunakan pers. (4.11), (4.17), dan (4.22)

$$L_1 = \frac{L_4}{\chi}. \quad (4.25)$$





Gambar 11. Kompresi Adiabatik

Selama kompresi ini berlangsung, sistem tetap berada pada keadaan dasar. Hal ini menyebabkan nilai ekspektasi Hamiltonian bertambah sebagai fungsi dari  $L$

$$E(L) = \frac{3\pi^2 \hbar^2}{2mL^2}. \quad (4.26)$$

Energi tersebut digunakan untuk proses pertama siklus selanjutnya pada sistem mesin Carnot kuantum. Gaya untuk menahan pergerakan dinding sumur potensial sebesar

$$F_{4x}(L) = F_{4y}(L) = F_{4z}(L) = \frac{3\pi^2 \hbar^2}{mL^3}. \quad (4.27)$$

Pada akhir proses ini, sistem akan kembali lagi seperti keadaan awal untuk membentuk proses termodinamika kuantum yang sama, sehingga menghasilkan siklus Carnot kuantum yang reversibel. Dari pers. (4.10), (4.16), (4.21), dan (4.27) dapat diperoleh gaya total dalam satu siklus

$$F_x(L) = F_y(L) = F_z(L) = \frac{3\pi^2\hbar^2}{m} \left( \frac{1}{L_1^2 L} + \frac{2}{L^3} + \frac{2}{L_3^2 L} + \frac{1}{L^3} \right). \quad (4.28)$$

Berdasarkan siklus Carnot kuantum di atas, dapat dihitung kerja yang dilakukan oleh mesin. Usaha total dalam satu siklus dapat ditentukan melalui persamaan (2.45) dengan sedikit penyesuaian. Karena dinding-dinding kubik potensial 3D bergerak secara simultan, maka pergeseran dinding sumur potensial di setiap sumbu; sumbu- $x$ ,  $-y$ , dan  $-z$  adalah sama, sebesar  $dL$ . Selain itu, gaya yang bekerja di setiap dinding juga memiliki besar yang sama,  $F_x = F_y = F_z$ , seperti pada pers. (4.28). Sehingga persamaan (2.45) menjadi

$$W = 3 \oint F_x(L) dL. \quad (4.29)$$

Substitusi nilai  $F_x(L)$  pada pers. (4.28) ke dalam pers. (4.29), kemudian dengan menggunakan bantuan hubungan lebar sumur potensial pada pers. (4.11) dan (4.22) didapatkan bentuk

$$W = \frac{9\pi^2\hbar^2}{m} \left[ \int_{L_1}^{\sqrt{2}L_1} \frac{1}{L_1^2 L} dL + \int_{\sqrt{2}L_1}^{L_3} \frac{2}{L^3} dL + \int_{L_3}^{\sqrt{\frac{1}{2}}L_3} \frac{2}{L_3^2 L} dL + \int_{\sqrt{\frac{1}{2}}L_3}^{L_1} \frac{1}{L^3} dL \right]. \quad (4.30)$$

Usaha yang dilakukan mesin Carnot kuantum dalam satu siklus diperoleh dengan menyelesaikan pers. (4.30)

$$W = \frac{9\pi^2\hbar^2}{m} \ln(\sqrt{2}) \left( \frac{1}{L_1^2} - \frac{2}{L_3^2} \right). \quad (4.31)$$

Efisiensi sebuah mesin panas merupakan perbandingan antara usaha yang dilakukan oleh sistem terhadap besarnya energi yang diserap ke dalam sistem [6]. Sehingga untuk menghitung efisiensi dari sebuah mesin Carnot kuantum diperlukan besarnya sejumlah energi yang diserap ke dalam sistem. Energi yang diserap ke dalam sistem selama proses ekspansi isothermal dapat diperoleh dengan menggunakan bantuan pers. (2.46), yaitu sebesar

$$Q_H = \frac{9\pi^2 \hbar^2}{mL_1^2} \ln(\sqrt{2}). \quad (4.32)$$

Kemudian, dari usaha pada pers. (4.31) dan energi yang diserap pada pers. (4.32), efisiensi  $\eta$  dari model mesin Carnot kuantum pada penelitian ini dinyatakan sebagai

$$\eta_{3D} = 1 - 2 \left( \frac{L_1}{L_3} \right)^2, \quad (4.33)$$

yang hanya bergantung terhadap dimensi lebar sisi potensial kubus. Substitusi pers. (4.3) dan (4.19) ke dalam pers. (4.33) didapatkan bentuk

$$\eta_{3D} = 1 - \frac{E_C}{E_H}. \quad (4.34)$$

Persamaan (4.34) merupakan efisiensi mesin Carnot kuantum sebagai fungsi ekspektasi nilai Hamiltonian yang berperan sebagai temperatur. Hal ini menunjukkan terdapat hubungan yang analog antara sistem mesin Carnot klasik dengan mesin Carnot kuantum. Dari pers. (4.34) dapat diketahui bahwa semua mesin panas kuantum reversibel yang bekerja diantara dua tingkat energi yang sama

memiliki efisiensi yang sama. Hal ini sesuai dengan teorema Carnot untuk siklus termodinamika klasik.

Pada penelitian ini, hal yang menjadi perhatian utama adalah efisiensi pada pers. (4.33). Perbandingan efisiensi-sistem mesin Carnot dilakukan dengan komparasi grafik dari persamaan efisiensi. Untuk sistem sumur potensial 1D, efisiensinya [12]

$$\eta_{1D} = 1 - 4 \left( \frac{L_1}{L_3} \right)^2, \quad (4.35)$$

sementara untuk sistem sumur potensial simetris 2D [17]

$$\eta_{2D} = 1 - \frac{5}{2} \left( \frac{L_1}{L_3} \right)^2. \quad (4.36)$$

Kuadrat perbandingan antara dimensi lebar sumur saat kondisi awal,  $L_1$ , dengan lebar sumur sebelum sistem mengalami kompresi,  $L_3$ , diasumsikan sebagai variabel  $\gamma$ . Sehingga, untuk sistem sumur potensial 1D persamaannya menjadi

$$\eta_{1D} = 1 - 4\gamma, \quad (4.37)$$

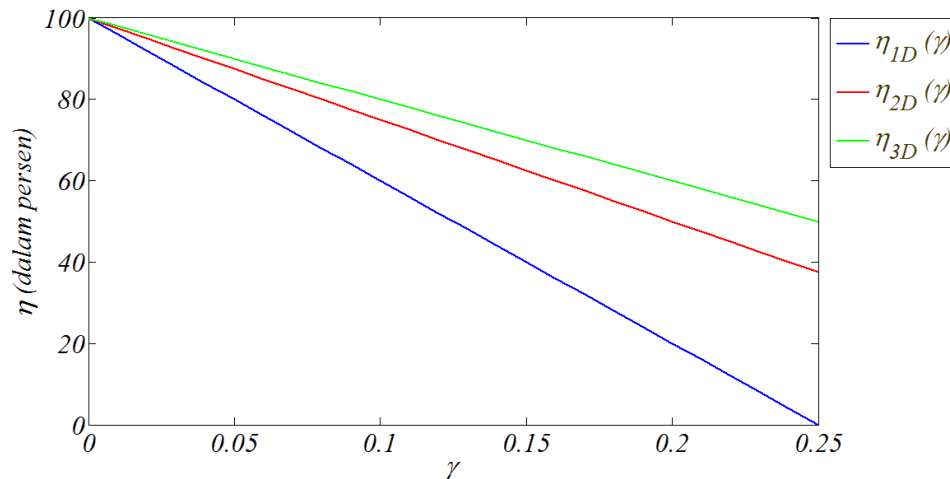
sementara untuk sistem sumur potensial simetris 2D

$$\eta_{2D} = 1 - \frac{5}{2}\gamma. \quad (4.38)$$

Kedua persamaan di atas, (4.37) dan (4.38), akan dibandingkan dengan sistem potensial simetris 3D

$$\eta_{3D} = 1 - 2\gamma, \quad (4.39)$$

dengan cara memplot pers. (4.37), (4.38), dan (4.39). Kemudian didapatkan grafik



Gambar 12. Grafik Komparasi Persamaan Efisiensi.

## B. Pembahasan

Komparasi efisiensi mesin Carnot kuantum telah dilakukan dengan cara memplot persamaan efisiensi. Berdasarkan grafik pada gambar 12, sistem sumur potensial simetris 3D memiliki efisiensi terbesar untuk setiap variasi nilai  $\gamma$  yang diberikan. Selain itu, dapat terlihat dari persamaan efisiensi ketiga sistem tersebut, bahwa konstanta pengali pada variabel  $\gamma$  untuk sistem 3D lebih kecil dibandingkan sistem lainnya. Dengan asumsi persamaan efisiensi merupakan persamaan linear, konstanta pengali pada variabel  $\gamma$  dapat didefinisikan sebagai gradien persamaan efisiensi. Untuk sistem 1D, gradiennya  $-4$ , sistem 2D gradiennya  $-5/2$ , dan sistem 3D gradiennya  $-2$ . Gradien negatif mengindikasikan jika nilai  $\gamma$  besar, maka akan menyebabkan efisiensi sistem bernilai kecil. Kinerja mesin Carnot akan lebih efisien untuk nilai  $\gamma$  yang kecil. Hal ini dapat dilakukan dengan memilih

koefisien ekspansi di proses adiabatik,  $\chi$ , bernilai besar [11]. Perbedaan gradien persamaan efisiensi, berasal dari perbedaan lebar pergeseran dinding sumur potensial dari kondisi awal hingga mencapai kondisi akhir ekspansi isothermal, antara setiap sistem.

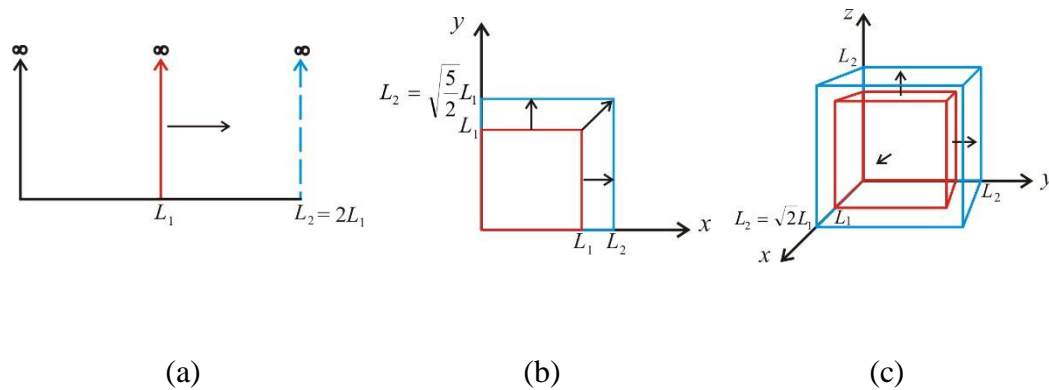
Pergeseran dinding dari kondisi awal hingga akhir proses ekspansi isothermal disebabkan oleh gaya yang diberikan partikel terhadap dinding sumur potensial, sebesar  $F_1$ . Gaya ini tidak sama besar antara setiap sistem, sehingga pergeseran dinding potensial tidak sama besar pula. Pada sistem 3D, gaya di setiap proses terlihat lebih besar dibandingkan sistem 2D dan 1D. Meskipun  $F_1$  lebih besar, lebar akhir di ketiga sumbu (sumbu- $x$ ,  $-y$ , dan  $-z$ ) setelah proses ekspansi isothermal lebih kecil dibandingkan sistem 2D dan sistem 1D. Untuk sistem 2D panjang akhir bernilai  $L_2 = \sqrt{5/2} L_1$  [17] dan untuk sistem 1D panjang akhir dua kali dari panjang awal [12]. Sementara sistem 3D perubahannya dapat dilihat sesuai pers. (4.11),  $L_2 = \sqrt{2} L_1$ . Perubahan untuk sistem 3D, pemikiran berasal dari besaran volume, karena besaran ini menggambarkan perubahan keseluruhan dari sistem 3D. Dari pers. (4.11), didapatkan kondisi untuk ekspansi isothermal

$$V_2 = 2\sqrt{2} \alpha_1^3 = 2\sqrt{2} V_1, \quad (4.40)$$

nilai  $2\sqrt{2}$  menyatakan besarnya perubahan dari kondisi sebelumnya. Nilai ini lebih besar dibandingkan dengan kondisi akhir ekspansi isothermal di sistem 2D [17]

$$A_2 = \frac{5}{2} \alpha_1^2 = \frac{5}{2} A_1,$$

yang hanya  $5/2$  kali dari kondisi sebelumnya. Sedangkan untuk sistem 1D hanya 2 kali kondisi sebelumnya [12]. Perbandingan perubahan ini diilustrasikan melalui gambar 13



Gambar 13. Proses ekspansi isothermal pada (a) sistem 1D [11], (b) sistem 2D [17], dan (c) sistem 3D.

Dinding pada sistem 3D memiliki perpindahan terkecil karena  $L_{2_{1D}} > L_{2_{2D}} > L_{2_{3D}}$ , namun memiliki kondisi akhir ekspansi isothermal yang lebih besar. Setiap sumbu (sumbu- $x$ ,  $-y$ , dan  $-z$ ) memiliki efek untuk volume sistem selama proses ekspansi isothermal. Sebagai konsekuensinya, sistem 3D lebih efektif dibandingkan sistem lainnya dengan perpindahan terkecil dan menghasilkan kondisi akhir ekspansi isothermal yang lebih besar.

Meskipun memiliki perpindahan dinding sumur potensial terkecil, namun nilai gaya pada sistem 3D lebih besar dibandingkan sistem lainnya. Hal ini disebabkan faktor  $n_x^2 + n_y^2 + n_z^2$ , yang terjadi akibat derajat kebebasan sistem tersebut. Gaya yang menekan dinding memiliki tiga komponen; sumbu- $x$ , sumbu- $y$ , dan sumbu- $z$ , sehingga partikel memiliki tiga derajat kebebasan. Seperti asumsi

di awal, dinding kotak potensial bergerak secara simultan, sehingga gaya yang menekan dinding bernilai sama besar untuk setiap komponen derajat kebebasan. Sementara untuk sistem 2D hanya memiliki dua derajat kebebasan,  $n_x^2 + n_y^2$ . Dan sistem 1D hanya terdiri dari satu derajat kebebasan  $n^2$ .

Selain karena jumlah derajat kebebasan, energi-eigen pada sistem 3D menyebabkan nilai gaya lebih besar dibandingkan sistem lainnya. Gaya partikel diperoleh dari gradien energi, sehingga besarnya nilai energi sangat mempengaruhi nilai gaya. Tingkat energi pada keadaan eksitasi pertama di sistem 2D dan 3D mengalami degenerasi. Untuk sistem 3D terbagi menjadi tiga bagian;  $E_{211} = E_{121} = E_{112}$ , sehingga keadaan partikel di tingkat kedua merupakan superposisi dari 211, 121, dan 112 [18]. Sementara untuk kasus 2D, degenerasi energi hanya terbagi menjadi dua bagian;  $E_{21} = E_{12}$ , keadaan partikel merupakan superposisi dari 21 dan 12 [17]. Namun, untuk kasus 1D tidak terdapat degenerasi energi, sehingga untuk keadaan eksitasi pertama hanya terdiri dari satu bagian,  $E_2$ .

Sistem 3D memiliki energi terbesar pada keadaan eksitasi pertama karena terdiri dari tiga bagian energi, dibandingkan sistem 2D yang hanya memiliki dua bagian, dan sistem 1D yang hanya memiliki satu bagian. Setiap bagian energi tersebut memberikan kontribusi untuk nilai ekspektasi Hamiltonian di tingkat eksitasi pertama. Jumlah degenerasi energi yang lebih banyak pada sistem 3D menyebabkan nilai ekspektasi Hamiltonian lebih besar dibandingkan sistem lainnya, sehingga menghasilkan nilai gaya yang lebih besar pula.

Meskipun ketiga sistem bekerja dalam dua tingkat energi yang sama, keadaan dasar dan keadaan eksitasi pertama, akan tetapi sistem 3D menjadi sistem yang



paling efisien diantara sistem lainnya. Hal ini disebabkan faktor degenerasi energi pada keadaan eksitasi pertama dan jumlah derajat kebebasan sistem. Setiap komponen derajat kebebasan (komponen- $x$ ,  $-y$ , dan  $-z$ ) berkontribusi terhadap pergeseran dinding sumur potensial sistem 3D yang menyebabkan perubahan total di akhir proses ekspansi isothermal lebih besar dibandingkan sistem lainnya.

Berdasarkan persamaan efisiensi mesin Carnot kuantum yang dinyatakan sebagai fungsi ekspektasi nilai Hamiltonian, pers. (4.34), dapat disimpulkan bahwa semua mesin panas kuantum reversibel yang bekerja diantara dua tingkat energi yang sama, memiliki efisiensi yang sama. Hal ini sesuai dengan teorema Carnot untuk mesin panas yang bekerja menggunakan proses termodinamika klasik. Selain itu, persamaan efisiensi yang dinyatakan sebagai fungsi lebar sumur potensial, pers. (4.37), (4.38), dan (4.39), dapat merepresentasikan tingkat efisiensi mesin Carnot kuantum. Jika gradien persamaan efisiensi kecil, dalam permasalahan ini sistem 1D, maka akan menghasilkan efisiensi yang rendah. Namun, jika gradien persamaan efisiensi besar, dalam permasalahan ini sistem 3D, maka akan menghasilkan efisiensi yang tinggi.



## BAB V

### PENUTUP

#### A. Kesimpulan

1. Efisiensi mesin Carnot kuantum sistem sumur potensial 3D dengan menggunakan analogi nilai ekspektasi Hamiltonian yang berperan sebagai temperatur, relevan dengan efisiensi mesin Carnot klasik.
2. Semua mesin panas kuantum reversibel yang bekerja diantara dua tingkat energi yang sama, memiliki efisiensi yang sama.
3. Berdasarkan nilai gradien persamaan efisiensi dapat disimpulkan, model mesin Carnot kuantum dengan sistem potensial kubik 3D memiliki efisiensi tertinggi, untuk  $\gamma$  yang bernilai sama.
4. Faktor yang menyebabkan sistem 3D lebih efisien dibandingkan sistem lainnya yaitu:
  - Jumlah degenerasi energi yang terjadi pada keadaan eksitasi pertama untuk sistem 3D adalah tiga ( $E_{211} = E_{121} = E_{112}$ ), terbanyak diantara sistem lainnya. Masing-masing bagian energi akan berkontribusi untuk nilai ekspektasi Hamiltonian.
  - Efek penambahan derajat kebebasan sistem menjadi 3D, memiliki perubahan terbesar di akhir proses ekspansi isothermal. Ketiga derajat kebebasan (komponen- $x$ ,  $-y$ , dan  $-z$ ) berkontribusi untuk perubahan total sistem, yang direpresentasikan melalui besaran volume.

**B. Saran**

Membuat model komputasi berupa simulasi, sebagai media untuk mengelaborasi dan mengonfirmasikan ulang relevansi dengan sistem klasik.



## DAFTAR PUSTAKA

1. S. Carnot, *Réflexions sur la Puissance Motrice du Feu et sur les Machines Propres à Développer Cette Puissance* (Bachlier, Paris, 1824).
2. E. Fermi, *Thermodynamics* (Dover, New York, 1936), pp. 35–39.
3. H. B. Callen, *Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics* (John Wiley and Sons, New Jersey, 1985), pp. 69–71.
4. F. W. Sears and G. L. Salinger, *Thermodynamics, Kinetic Theory, and Statistical Thermodynamics* (Addison Wesley, Massachusetts, 1975), pp. 139–140, 111–112.
5. Y. A. Cengel and M. A. Boles, *Thermodynamics. An Engineering Approach* (McGraw-Hill, New York, 2001), pp. 305–306.
6. M. Planck, *Treatise on Thermodynamics* (Longmans, Green and Co., Ltd., London, 1927), pp. 64–68.
7. H. E. D. Scovil and E. O. Schulz-DuBois, *Three-Level Masers as Heat Engines*. *Phys. Rev. Lett.* **2**, 262 (1959).
8. J. Anders and V. Giovannetti, *Thermodynamics of Discrete Quantum Processes*. *New J. Phys.* **15**, 033022 (2013).
9. Y. Rezek and R. Kosloff, *Irreversible Performance of A Quantum Harmonic Heat Engine*. *New J. Phys.* **8**, 83 (2006).
10. H. T. Quan, Yu-xi. Liu, C. P. Sun, and F. Nori, *Quantum Thermodynamic Cycles and Quantum Heat Engines*. *Phys. Rev. E* **76**, 031105 (2007).
11. Y. D. Saputra dan A. Purwanto, *Mesin Carnot Kuantum Berbasis Partikel Dua Tingkat di dalam Kotak Potensial Satu Dimensi*. *Jurnal Fisika dan Aplikasinya* **6**, 1 (2010).
12. C. M. Bender, D. C. Brody, and B. K. Meister, *Quantum-Mechanical Carnot Engine*. *J. Phys. A* **33**, 4427 (2000).
13. P. Bracken, *A Quantum Carnot Engine in Three-Dimensions*. *Adv. Studies Theor. Phys.* **8**, 14 (2014).

14. E. Muñoz and F. J. Peña, *Quantum Heat Engine in the relativistic limit: The case of a Dirac-particle*. Phys. Rev. E **86**, 061108 (2012).
15. S. Gasiorowicz, *Quantum Physics*, (John Wiley and Sons, New Jersey, 2003), pp. 45–50.
16. D. J. Griffiths, *Introduction to Quantum Mechanics*, (Pearson Prentice Hall, New Jersey, 2005), pp. 26, 30–32.
17. I. H. Belfaqih, T. E. P. Sutantyo, T. B. Prayitno, and A. Sulaksono, “Quantum-Carnot Engine for Particle Confined to 2D Symmetric Potential Well,” in *International Conference on Mathematics and Natural Science-2014*, in review for AIP Conference Proceedings.
18. N. Zettili, *Quantum Mechanics: concepts and applications* (John Wiley and Sons, New Jersey, 2009), pp. 90, 336–337.
19. W. Greiner and B. Müller, *Quantum Mechanics Symmetries* (Springer, Berlin, 1994), pp. 22–23.
20. R. A. Searway and J. W. Jewett, *Physics for Scientist and Engineers with Modern Physics* (Cengage Learning, Massachusetts, 2010), pp. 627, 633.





## APENDIKS 1

### A. Metode Separasi Variabel

Persamaan Schrödinger tak bergantung waktu di dalam kotak potensial pada sistem koordinat Cartesian

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right) = E \Psi. \quad (\text{A.1})$$

Cara yang akan digunakan adalah dengan membagi persamaan. (A.1) ke dalam satu bentuk persamaan diferensial biasa. Untuk melakukannya, anggap

$$\Psi(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z) \quad (\text{A.2})$$

dan substitusi kembali ke pers. (A.1), sehingga persamaanya menjadi

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left( YZ \frac{d^2 X}{dx^2} + XZ \frac{d^2 Y}{dy^2} + XY \frac{d^2 Z}{dz^2} \right) = E XYZ. \quad (\text{A.3})$$

Kemudian dengan membagi kedua ruas oleh  $\Psi = XYZ$ , dan menyusun ulang, didapatkan bentuk

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2} - \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} - \frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2}. \quad (\text{A.4})$$

Persamaan (A.4) menunjukkan pemisahan variabel- $x$  yang ditempatkan pada ruas kiri. Sedangkan variabel- $y$  dan  $z$  ditempatkan pada ruas kanan dan tidak bergantung pada  $x$ . Tetapi  $x$ ,  $y$ , dan  $z$  adalah koordinat bebas. Persamaan dua ruas yang bergantung kepada variabel yang berbeda hanya dapat ditentukan jika setiap ruas

harus sama dengan sebuah konstanta, konstanta separasi. Dalam permasalahan ini konstanta yang ditentukan adalah

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = -\kappa^2. \quad (\text{A.5})$$

$$-\frac{2mE}{\hbar^2} - \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} - \frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = -\kappa^2. \quad (\text{A.6})$$

Sekarang, persamaan (A.6) dapat disusun sebagai

$$\frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2} + \kappa^2 - \frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2}, \quad (\text{A.7})$$

yang secara tersirat telah membuat separasi kedua untuk variabel-y. Selanjutnya dengan melakukan hal yang sama, ditentukan konstanta separasi

$$\frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} = -\lambda^2. \quad (\text{A.8})$$

$$-\frac{2mE}{\hbar^2} + \kappa^2 - \frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = -\lambda^2. \quad (\text{A.9})$$

Untuk membuat formulasi terlihat simetris, maka

$$\frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = -\mu^2. \quad (\text{A.10})$$

Sehingga persamaan (A.9) dapat ditulis ulang dalam bentuk yang lebih sederhana

$$\kappa^2 + \lambda^2 + \mu^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad (\text{A.11})$$

Sekarang telah terdapat tiga buah persamaan diferensial biasa, yaitu pers. (A.5), (A.8), dan (A.10) untuk menggantikan pers. (A.1). Solusi dari ketiga persamaan diferensial biasa dapat ditentukan dengan menggunakan bantuan syarat batas

$$V(x, y, z) = \begin{cases} 0, & 0 < x < a, 0 < y < b, 0 < z < c, \\ \infty, & \text{dalam kondisi lainnya} \end{cases}, \quad (\text{A.12})$$

Fungsi  $x$  pada pers. (A.5), memiliki solusi umum

$$X(x) = A \sin(\kappa x) + B \cos(\kappa x), \quad (\text{A.13})$$

A dan B adalah konstanta sembarang. Berdasarkan syarat batas,  $X(0) = X(a) = 0$ .

Saat  $x = 0$ ,

$$X(0) = A \sin 0 + B \cos 0,$$

sehingga  $B = 0$ . Kemudian pers. (A.13) menjadi

$$X(x) = A \sin(\kappa x)$$

Saat  $x = a$ ,  $X(a) = A \sin(\kappa a)$ . Jika  $A = 0$ , maka akan didapatkan solusi trivial.

Sehingga untuk mendapatkan solusi yang tidak trivial,  $\sin(\kappa a) = 0$ . Hal ini akan terpenuhi apabila

$$\kappa a = 0, \pm \pi, \pm 2\pi, \pm 3\pi, \dots$$

Namun,  $\kappa = 0$  akan menghasilkan  $X(0) = 0$ . Sementara solusi negatif dapat diabaikan, karena  $\sin(-\theta) = -\sin(\theta)$ , tanda negatif dapat diserap ke dalam A. Sehingga solusinya adalah

$$\kappa = \frac{n_x \pi}{a}, \text{ dengan } n_x = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{A.14})$$

Dengan menggunakan syarat batas untuk variabel- $y$  dan  $z$ , cara serupa dilakukan seperti pada variabel- $x$  sehingga diperoleh

$$\lambda = \frac{n_y \pi}{b}, \text{ dengan } n_y = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{A.15})$$

$$\mu = \frac{n_z \pi}{c}, \text{ dengan } n_z = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{A.16})$$

Substitusi pers. (A.14), (A.15), dan (A.16) ke dalam pers. (A.11), kemudian disusun ulang sehingga diperoleh bentuk

$$E = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \left( \frac{n_x^2}{a^2} + \frac{n_y^2}{b^2} + \frac{n_z^2}{c^2} \right), \text{ dengan } n_x, n_y, n_z = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{A.17})$$

Normalisasi  $X(x)$

$$\int_0^a |X(x)|^2 dx = \int_0^a |A|^2 \sin^2(\kappa x) dx = |A|^2 \frac{a}{2} = 1,$$

didapatkan  $A = \sqrt{2/a}$ . Solusi akhir dari persamaan (A.5) menjadi

$$X_{n_x}(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n_x \pi}{a} x\right). \quad (\text{A.18})$$

sedangkan untuk variabel- $y$  dan  $z$ ,

$$Y_{n_y}(y) = \sqrt{\frac{2}{b}} \sin\left(\frac{n_y \pi}{b} y\right), \quad (\text{A.19})$$

$$Z_{n_z}(z) = \sqrt{\frac{2}{c}} \sin\left(\frac{n_z \pi}{c} z\right). \quad (\text{A.20})$$

Dengan fungsi-eigen dari sistem

$$\psi_{n_x n_y n_z}(x, y, z) = \sqrt{\frac{8}{abc}} \sin\left(\frac{n_x \pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n_y \pi}{b} y\right) \sin\left(\frac{n_z \pi}{c} z\right) \quad (\text{A.21})$$

Sehingga  $\Psi(x, y, z)$  merupakan kombinasi linear dari fungsi-eigen

$$\Psi(x, y, z) = \sum_{n_x, n_y, n_z=1}^{\infty} \alpha_{n_x n_y n_z} \psi_{n_x n_y n_z}(x, y, z), \quad (\text{A.22})$$

koefisien  $\alpha_{n_x n_y n_z}$  memenuhi kondisi normalisasi

$$\sum_{n_x, n_y, n_z=1}^{\infty} |\alpha_{n_x n_y n_z}|^2 = 1. \quad (\text{A.23})$$

## APENDIKS 2

### A. Usaha pada Proses Isotermal

Untuk gas ideal pada proses isotermal berlaku persamaan

$$PV = nRT = C, \quad (\text{B.1})$$

dimana  $C$  adalah konstanta. Usaha yang dilakukan gas ideal dapat dihitung melalui formula

$$W = \int_{V_i}^{V_f} P dV,$$

yang pada proses ini bernilai

$$W = nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right), \quad (\text{B.2})$$

jika  $V_f > V_i$ , proses yang terjadi adalah ekspansi,  $\ln(V_f/V_i)$  berharga positif dan usaha berharga positif. Namun, jika  $V_f < V_i$ , proses yang terjadi adalah kompresi,  $\ln(V_f/V_i)$  berharga negatif dan usaha berharga negatif.

### B. Usaha pada Proses Adiabatik

Tinjau terlebih dahulu hukum pertama termodinamika,  $dQ = dU + dW$ .

Kemudian dengan menyubstitusi  $dU = C_v dT$  dan  $dW = (nRT/V)dV$ , maka

hukum pertama termodinamika menjadi,

$$C_V dT + \frac{nRT}{V} dV = 0,$$

selanjutnya kalikan kedua ruas dengan  $1/C_V T$

$$\frac{dT}{T} + \frac{nR}{C_V} \frac{dV}{V} = 0,$$

dengan mengintegrasikan kedua ruas didapatkan

$$\ln T + \frac{nR}{C_V} \ln V = \ln K.$$

Dari hubungan  $nR = C_p - C_V$  dan sifat logaritma menjadi bentuk

$$\ln TV^{\frac{C_p - C_V}{C_V}} = \ln TV^{\Gamma - 1} = \ln K,$$

dalam bentuk yang sederhana dinyatakan sebagai

$$TV^{\Gamma - 1} = K, \tag{B.3}$$

atau dalam bentuk lain

$$PV^\Gamma = K, \tag{B.4}$$

$K$  merupakan konstanta integrasi dan  $\Gamma = C_p/C_V$ . Ketika kasus 1D monoatomik gas ideal, dari prinsip asas bagi rata energi,  $U = nRT/2$ . Maka,  $C_V = nR/2$  dan  $C_p = 3nR/2$ . Sehingga pers. (B.4) menjadi

$$PV^3 = K, \tag{B.5}$$

Usaha yang dilakukan gas ideal dapat dihitung melalui formula

$$W = \int_{V_i}^{V_f} P dV,$$

yang pada proses adiabatik bernilai

$$W = K \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V^\Gamma} = \frac{K}{1-\Gamma} (V_2^{1-\Gamma} - V_1^{1-\Gamma}), \quad (\text{B.6})$$

Pada proses adiabatik dari persamaan (B.4), untuk dua keadaan berlaku

$$P_1 V_1^\Gamma = P_2 V_2^\Gamma = K,$$

substitusi  $P_2 V_2^\Gamma = K$  sebagai batas atas dan  $P_1 V_1^\Gamma = K$  sebagai batas bawah ke dalam pers. (B.6), maka

$$W = \frac{1}{1-\Gamma} (P_2 V_2 - P_1 V_1). \quad (\text{B.7})$$

Melalui hubungan persamaan gas ideal,  $nR = C_p - C_v$  dan  $\Gamma = C_p / C_v$ , pers.

(B.7) menjadi

$$W = C_v (T_2 - T_1). \quad (\text{B.8})$$





## **SURAT PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI**

Dengan ini saya yang bertanda tangan di bawah ini, mahasiswa Jurusan Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta:

Nama : Trengginas Eka Putra Sutantyo

No. Reg. : 3225111280

Jurusan : Fisika

Program Studi : Fisika

Menyatakan bahwa skripsi yang saya buat dengan judul **“Model Analitik Mesin Carnot Kuantum di dalam Sumur Potensial Tiga Dimensi”** adalah:

1. Dibuat dan diselesaikan oleh saya sendiri, yang telah saya kerjakan selama satu semester.
2. Bukan merupakan duplikat skripsi yang pernah dibuat oleh orang lain atau jiplakan karya tulis orang lain dan bukan terjemahan karya tulis orang lain.

Pernyataan ini saya buat dengan sesungguhnya dan saya bersedia menanggung segala akibat yang timbul jika pernyataan saya ini tidak benar.

Jakarta, Juli 2015

Trengginas Eka Putra Sutantyo

## DAFTAR RIWAYAT HIDUP



TRENGGINAS EKA PUTRA SUTANTYO. Lahir di Jakarta, 30 Juli 1993 dari pasangan Ibu Sunarni dan Bapak Setyo Hadi sebagai anak pertama dari tiga bersaudara.

Pendidikan formal dimulai dari TK Al-Muttaqien (1998 – 1999), SDN Puspanegara 03 (1999 – 2005), SMPN 1 Cibinong (2005 – 2008), SMAN 1 Cibinong (2008 – 2011), dan kemudian Jurusan Fisika FMIPA Universitas Negeri Jakarta (September 2011 – September 2015).

Selama kuliah pernah menjadi asisten laboratorium Fisika Dasar – Fisika Modern – Fisika Komputasi, peserta olimpiade OSN–Pertamina, peserta Olimpiade Nasional MIPA, menghasilkan karya ilmiah (2 usulan PKM DIKTI yang didanai), dan menjadi pemakalah pada acara *International Conference on Mathematics and Natural Science (ICMNS)* di ITB. Pernah bekerja *part time* sebagai pengajar *private* untuk mata pelajaran fisika dan matematika untuk SMA. Tahun 2014 bergabung dengan PT. Dirgantara Indonesia (Indonesian Aerospace – IAe) dalam menyelesaikan Praktik Kerja Lapangan.

Di bidang non–akademik, penulis juga aktif diberbagai kegiatan organisasi kemahasiswaan dan keilmiahan. Pengalaman organisasi yang pernah diikuti adalah OSIS SMAN 1 Cibinong (2009), Ketua Umum KIR SMAN 1 Cibinong (2010), staf DPPT BEMJ Fisika – Kadiv. Public Relation Science Club (2013), Ketua Umum Science Club FMIPA UNJ (2014).