

**ANALISIS DINAMIK DAN KONTROL OPTIMAL
MODEL PENYEBARAN HOAKS PADA
MEDIA SOSIAL**

Skripsi

**Disusun untuk memenuhi salah satu syarat
memperoleh gelar Sarjana Matematika**



**Tiana Fitri
1305617006**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA**

2023

ABSTRAK

TIANA FITRI. Analisis Dinamik dan Kontrol Optimal Model Penyebaran Hoaks pada Media Sosial. Skripsi, Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta. Agustus 2023.

Penelitian ini membahas model penyebaran hoaks pada media sosial dengan kontrol optimal berupa penindakan hukum terhadap penyebar hoaks. Pada model tersebut dilakukan analisis dinamik meliputi penentuan titik kesetimbangan, angka reproduksi dasar, dan analisis kestabilan titik kesetimbangan. Hasil analisis dinamik dan simulasi numerik menunjukkan bahwa model memiliki dua titik kesetimbangan, yaitu titik kesetimbangan bebas hoaks (E_1) dan titik kesetimbangan endemik (E_2). Kestabilan titik kesetimbangan bebas hoaks dan titik kesetimbangan endemik bergantung pada \mathcal{R}_0 . Jika $\mathcal{R}_0 < 1$, maka titik kesetimbangan bebas hoaks stabil asimtotik dan jika $\mathcal{R}_0 > 1$, maka titik kesetimbangan endemik stabil asimtotik dengan syarat memenuhi kriteria Routh-Hurwitz. Selanjutnya, model diberikan kontrol penindakan hukum terhadap penyebar hoaks dengan menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin dan penyelesaian numeriknya menggunakan metode *Sweep* Maju-Mundur untuk menunjukkan pengaruh dari pemberian kontrol.

Kata kunci. *Model Matematika, Titik Kesetimbangan, Prinsip Minimum Pontryagin.*

ABSTRACT

TIANA FITRI. Dynamic Analysis and Optimal Control of Hoax Spreading Model on Social Media. Mini Thesis, Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, State University of Jakarta. August 2023.

This research discusses a model of the spread of hoaxes on social media with optimal control in the form of legal action against hoax spreaders. The dynamic analysis of the model includes the determination of the equilibrium point, the basic reproduction number, and the stability analysis of the equilibrium point. The results of dynamic analysis and numerical simulation show that the model has two equilibrium points, namely the hoax-free equilibrium point (E_1) and the endemic equilibrium point (E_2). The stability of the hoax-free equilibrium point and the endemic equilibrium point depends on \mathcal{R}_0 . If $\mathcal{R}_0 < 1$, then the hoax-free equilibrium point is asymptotically stable and if $\mathcal{R}_0 > 1$, then the endemic equilibrium point is asymptotically stable provided that it satisfies the Routh-Hurwitz criterion. Furthermore, the model is given a law enforcement control against hoax spreaders using Pontryagin's Minimum Principle and its numerical solution using the Sweep method Forward-Backward method to show the effect of the control.


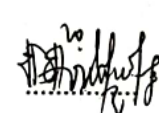
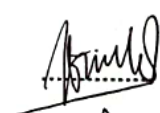

Keywords. *Mathematical Model, Equilibrium Point, Pontryagin's Minimum Principle.*

LEMBAR PERSETUJUAN HASIL SIDANG SKRIPSI

ANALISIS DINAMIK DAN KONTROL OPTIMAL MODEL

PENYEBARAN HOAKS PADA MEDIA SOSIAL

Nama : Tiana Fitri
No.Registrasi : 1305617006

	Nama	Tanda Tangan	Tanggal
Penanggung Jawab			
Dekan	: <u>Prof. Dr. Muktiningsih N., M.Si.</u> NIP. 196405111989032001		30-08-2023
Wakil Penanggung Jawab			
Wakil Dekan I	: <u>Dr. Esmar Budi, S.Si., MT.</u> NIP. 197207281999031002		30-08-2023
Ketua	: <u>Dr. Yudi Mahatma, M.Si.</u> NIP. 197610202008121001		22-08-2023
Sekretaris	: <u>Devi Eka Wardani M, S.Pd., M.Si.</u> NIP. 199005162019032014		22-08-2023
Penguji	: <u>Ibnu Hadi, M.Si.</u> NIP. 198107182008011017		22-08-2023
Pembimbing I	: <u>Dr. Eti Dwi Wiraningsih, S.Pd., M.Si.</u> NIP. 198102032006042001		22-08-2023
Pembimbing II	: <u>Dr. Lukita Ambarwati, S.Pd., M.Si.</u> NIP. 197210262001122001		22-08-2023

Dinyatakan lulus ujian skripsi tanggal: 09 Agustus 2023

LEMBAR PERNYATAAN

Saya menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi dengan judul "**Analisis Dinamik dan Kontrol Optimal Model Penyebaran Hoaks pada Media Sosial**" yang disusun sebagai syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika dari Program Studi Matematika Universitas Negeri Jakarta adalah karya ilmiah saya dengan arahan dari dosen pembimbing.

Sumber informasi yang diperoleh dari penulis lain yang telah dipublikasikan yang disebutkan dalam teks skripsi ini, telah dicantumkan dalam Daftar Pustaka sesuai dengan norma, kaidah dan etika penulisan ilmiah.

Jika dikemudian hari ditemukan sebagian besar skripsi ini bukan hasil karya saya sendiri dalam bagian-bagian tertentu, saya bersedia menerima sanksi pencabutan gelar akademik yang saya sanding dan sanksi-sanksi lainnya sesuai dengan peraturan perundang-undangan yang berlaku.

Jakarta, 24 Agustus 2023



Tiana Fitri



KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA
UPT PERPUSTAKAAN

Jalan Rawamangun Muka Jakarta 13220
Telepon/Faksimili: 021-4894221
Laman: lib.unj.ac.id

**LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS**

Sebagai sivitas akademika Universitas Negeri Jakarta, yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : TIANA FITRI
NIM : 1305617006
Fakultas/Prodi : FMIPA / MATEMATIKA
Alamat email : tianafitri99@gmail.com

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada UPT Perpustakaan Universitas Negeri Jakarta, Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif atas karya ilmiah:

Skripsi Tesis Disertasi Lain-lain (.....)

yang berjudul :

ANALISIS DINAMIK DAN KONTROL OPTIMAL MODEL PENYEBARAN
HOAKS PADA MEDIA SOSIAL

Dengan Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif ini UPT Perpustakaan Universitas Negeri Jakarta berhak menyimpan, mengalihmediakan, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data (*database*), mendistribusikannya, dan menampilkan/mempublikasikannya di internet atau media lain secara *fulltext* untuk kepentingan akademis tanpa perlu meminta ijin dari saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan atau penerbit yang bersangkutan.

Saya bersedia untuk menanggung secara pribadi, tanpa melibatkan pihak Perpustakaan Universitas Negeri Jakarta, segala bentuk tuntutan hukum yang timbul atas pelanggaran Hak Cipta dalam karya ilmiah saya ini.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Jakarta, 30 Agustus 2023

Penulis

(TIANA FITRI)
nama dan tanda tangan

MOTTO



HALAMAN PERSEMBAHAN

Skripsi ini saya persembahkan untuk Emak, Bapak dan keluarga yang selalu memberikan kasih sayang yang tulus dan tak ternilai besarnya selama perjalanan hidup saya. Skripsi ini merupakan tanda perjuangan orang tua saya yang selalu berusaha memberikan pendidikan yang baik untuk anak-anaknya. Melalui halaman-halaman skripsi ini, saya ingin mengabadikan rasa syukur saya atas kenikmatan yang Allah SWT berikan kepada saya karena terlahir dalam keluarga yang penuh cinta dan kasih sayang.

Skripsi ini juga saya persembahkan untuk Haydar yang selalu mendukung dan menemani kehidupan perkuliahan saya dari 2018 hingga saat ini.

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT atas segala rahmat, hidayah, dan karunia-Nya yang telah melimpah, sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi ini dengan judul "Analisis Dinamik dan Kontrol Optimal Model Penyebaran Hoaks pada Media Sosial" dengan tujuan memenuhi salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika pada Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta.

Dalam penyusunan skripsi ini, penulis mendapatkan bantuan dan dukungan yang luar biasa dari beberapa pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih yang mendalam serta memberikan penghargaan setinggi-tingginya kepada :

1. Ibu Dr. Eti Dwi Wiraningsih, S.Pd., M.Si. selaku Dosen Pembimbing I yang telah memberikan bimbingan yang penuh dengan arahan, kesabaran dan wawasan dalam mengembangkan ide dan konsep skripsi ini.
2. Ibu Dr. Lukita Ambarwati, S.Pd., M.Si. selaku Dosen Pembimbing II yang telah memberikan banyak pandangan dan masukan yang berharga, serta kesediaan Ibu untuk memberikan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini.
3. Pak Dr. Yudi Mahatma, M.Si., Ibu Devi Eka Wardani Meganingtyas, S.Pd, M.Si., dan Pak Ibnu Hadi, M.Si. selaku Dosen Penguji yang telah bersedia meluangkan waktu untuk menilai dan menguji skripsi ini. Masukan dan kritik yang diberikan sangat berarti dalam memperbaiki kualitas skripsi ini.
4. Emak dan Bapak selaku orang tua penulis yang telah memberikan banyak dukungan baik secara moril maupun materil, doa, serta motivasi yang tiada henti selama perkuliahan hingga penyelesaian skripsi ini.
5. Abang, Dayat, Kak Ina, Mika, Nayla dan keluarga besar penulis yang telah memberikan banyak dukungan dan doa yang tak ternilai selama penyusunan skripsi.

6. Haydar Miezanie Abdul Jamil, S.Mat. yang telah memberikan banyak masukan, dukungan serta motivasi yang berharga dari awal perkuliahan hingga penyelesaian skripsi ini.
7. Nur Sabrina Eprillia, S.Pd. yang telah memberikan banyak semangat dan dukungan selama proses penyusunan skripsi ini.
8. Teman-teman seperjuangan Matematika 2017 yang telah memberikan semangat, ide, dan dukungan selama perjalanan perkuliahan hingga penyelesaian skripsi ini.
9. Seluruh Dosen dan Admin Program Studi Matematika yang telah memberikan banyak ilmu dan bantuan sehingga kegiatan akademik penulis berjalan lancar.
10. Semua pihak yang turut berkontribusi baik secara langsung maupun tidak langsung selama perjalanan penyusunan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini tidak lepas dari berbagai keterbatasan dan kendala. Oleh karena itu, masukan dan saran dari semua pihak akan sangat berarti dalam meningkatkan kualitas skripsi ini dan juga pengetahuan di masa mendatang.

Akhir kata, penulis berharap bahwa skripsi ini dapat memberikan manfaat dan sumbangsih bagi perkembangan ilmu pengetahuan di bidang Model Matematika serta dapat menjadi landasan yang berguna bagi penelitian-penelitian selanjutnya.

Jakarta, 24 Agustus 2023

Tiana Fitri

DAFTAR ISI

ABSTRAK	vii
ABSTRACT	viii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Batasan Masalah	4
1.4 Tujuan Penelitian	5
1.5 Manfaat Penelitian	5
BAB II KAJIAN PUSTAKA	6
2.1 Hoaks	6
2.2 Persamaan Diferensial	8
2.3 Sistem Persamaan Diferensial	10
2.4 Sistem Otonomus	11
2.4.1 Sistem Otonomus Linier	11
2.4.2 Sistem Otonomus Tak Linier	12
2.5 Titik Kesetimbangan	13
2.6 Linierisasi	15
2.7 Kestabilan Titik Kesetimbangan	16

2.7.1	Kriteria Routh-Hurwitz	18
2.8	Angka Reproduksi Dasar	20
2.9	Matriks Generasi Selanjutnya	20
2.10	Teori Kontrol Optimal	21
2.10.1	Prinsip Minimum Pontryagin	22
2.10.2	Metode <i>Forward-Backward Sweep</i>	23
2.11	Model ISR	24
BAB III	TAHAPAN PENELITIAN	26
BAB IV	HASIL DAN PEMBAHASAN	28
4.1	Model Matematika Penyebaran Hoaks pada Media Sosial	28
4.1.1	Fakta-fakta	28
4.1.2	Asumsi-asumsi	29
4.1.3	Pembentukan Model Matematika	30
4.2	Titik Keseimbangan	36
4.2.1	Titik Keseimbangan Bebas Hoaks	36
4.2.2	Titik Keseimbangan Endemik	37
4.2.3	Angka Reproduksi Dasar	39
4.3	Analisis Kestabilan Titik Keseimbangan	42
4.3.1	Analisis Kestabilan Titik Keseimbangan Bebas Hoaks	42
4.3.2	Analisis Kestabilan Titik Keseimbangan Endemik	44
4.4	Kontrol Optimal	49
4.4.1	Formulasi model penyebaran hoaks dengan adanya kontrol penindakan hukum penyebar hoaks	49
4.4.2	Penyelesaian masalah kontrol optimal	50
4.5	Simulasi Numerik	52
4.5.1	Simulasi Numerik untuk $R_0 < 1$	53
4.5.2	Simulasi Numerik untuk $R_0 > 1$	57
4.5.3	Algoritma <i>Sweep</i> Maju-Mundur	62
4.5.4	Simulasi Numerik dengan kontrol u	63

BAB V	KESIMPULAN DAN SARAN	68
5.1	Kesimpulan	68
5.2	Saran	69
DAFTAR PUSTAKA		72
LAMPIRAN		73
DAFTAR RIWAYAT HIDUP		90



DAFTAR TABEL

Tabel 4.1	Daftar Kelas-kelas	30
Tabel 4.2	Daftar Parameter-parameter	31
Tabel 4.3	Nilai-nilai Parameter Untuk Simulasi Model $\mathcal{R}_0 < 1$	53
Tabel 4.4	Nilai-nilai Parameter Untuk Simulasi Model $\mathcal{R}_0 > 1$	57
Tabel 4.5	Nilai Awal Untuk Simulasi Numerik Kontrol u	63
Tabel 4.6	Nilai-nilai Parameter Untuk Simulasi Numerik Kontrol u	64



DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Representasi (a) Stabil Asimtotik dan (b) Stabil	14
Gambar 2.2	Model ISR	25
Gambar 3.1	Diagram Alir Tahapan Penelitian	27
Gambar 4.1	Model Penyebaran Hoaks pada Media Sosial	32
Gambar 4.2	Model Penyebaran Hoaks pada Media Sosial dengan Kontrol	49
Gambar 4.3	Populasi Ignorant saat $\mathcal{R}_0 < 1$	53
Gambar 4.4	Populasi Spreader saat $\mathcal{R}_0 < 1$	54
Gambar 4.5	Populasi Checker saat $\mathcal{R}_0 < 1$	54
Gambar 4.6	Populasi Stifler saat $\mathcal{R}_0 < 1$	55
Gambar 4.7	Potret Fase untuk $\mathcal{R}_0 < 1$	56
Gambar 4.8	Populasi Ignorant saat $\mathcal{R}_0 > 1$	57
Gambar 4.9	Populasi Spreader saat $\mathcal{R}_0 > 1$	58
Gambar 4.10	Populasi Checker saat $\mathcal{R}_0 > 1$	59
Gambar 4.11	Populasi Stifler saat $\mathcal{R}_0 > 1$	59
Gambar 4.12	Potret Fase untuk $\mathcal{R}_0 > 1$	61
Gambar 4.13	Hubungan antara Beta dan \mathcal{R}_0	61
Gambar 4.14	Populasi <i>Ignorant</i> Sebelum dan Sesudah Kontrol	65
Gambar 4.15	Populasi <i>Spreader</i> Sebelum dan Sesudah Kontrol	65
Gambar 4.16	Populasi <i>Checker</i> Sebelum dan Sesudah Kontrol	66
Gambar 4.17	Populasi <i>Stifler</i> Sebelum dan Sesudah Kontrol	66
Gambar 4.18	Profil Kontrol Penindakan Hukum	67