

PENERAPAN MODEL *COX-INGERSOLL-ROSS* (CIR)  
UNTUK MENGHITUNG PEMBIAYAAN DANA PENSUN  
MENGUNAKAN METODE *PROJECTED UNIT CREDIT*  
DAN *ATTAINED AGE NORMAL*

Skripsi

Disusun untuk memenuhi salah satu syarat  
memperoleh gelar Sarjana Matematika



NIMAS AYU WARDHANY




1305618019

PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA

2023

**LEMBAR PERSETUJUAN HASIL SIDANG SKRIPSI**  
**PENERAPAN MODEL COX-INGERSOLL-ROSS (CIR) UNTUK**  
**MENGHITUNG PEMBIAYAAN DANA PENSIUN**  
**MENGGUNAKAN METODE PROJECTED UNIT CREDIT DAN**  
**ATTAINED AGE NORMAL**

Nama : Nimas Ayu Wardhany  
No. Registrasi : 1305618019

	Nama	Tanda Tangan	Tanggal
Penanggung Jawab			
Dekan	: <u>Prof. Dr. Muktiningsih N, M.Si.</u> NIP. 196405111989032001		30 Agustus 2023
Wakil Penanggung Jawab			
Wakil Dekan I	: <u>Dr. Esmar Budi, S.Si., MT.</u> NIP. 197207281999031002		30 Agustus 2023
Ketua	: <u>Dr. Lukita Ambarwati, S.Pd., M.Si.</u> NIP. 197210262001122001		21 Agustus 2023
Sekretaris	: <u>Devi Eka Wardani M, S.Pd., M.Si.</u> NIP. 199005162019032014		21 Agustus 2023
Penguji	: <u>Drs. Sudarwanto, M.Si., DEA</u> NIP. 196503251993031003		22 Agustus 2023
Pembimbing I	: <u>Dr. Yudi Mahatma, M.Si.</u> NIP. 197610202008121001		22 Agustus 2023
Pembimbing II	: <u>Ibnu Hadi, M.Si.</u> NIP. 198107182008011017		22 Agustus 2023

Dinyatakan lulus ujian skripsi tanggal: 15 Agustus 2023

## SURAT PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Saya yang bertanda tangan di bawah ini, mahasiswa Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta:

Nama : Nimas Ayu Wardhany  
No Registrasi : 1305618019  
Program Studi : Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi yang saya buat dengan judul "*Penerapan Model Cox-Ingersoll-Ross (CIR) untuk Menghitung Pembiayaan Dana Pensiun Menggunakan Metode Projected Unit Credit dan Attained Age Normal*" adalah:

1. Dibuat sendiri, mengadopsi hasil kuliah, buku-buku, dan referensi acuan yang tertera di dalam referensi pada skripsi saya.
2. Bukan merupakan hasil duplikasi skripsi yang telah dipublikasikan atau pernah dipakai untuk mendapatkan gelar sarjana di Universitas lain kecuali pada bagian-bagian sumber informasi dicantumkan berdasarkan tata cara referensi yang semestinya.

Pernyataan ini dibuat dengan sesungguhnya dan saya bersedia menanggung segala akibat yang timbul jika pernyataan saya tidak benar.

Jakarta, 23 Agustus 2023



Nimas Ayu Wardhany





KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN  
UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA  
UPT PERPUSTAKAAN

Jalan Rawamangun Muka Jakarta 13220  
Telepon/Faksimili: 021-4894221  
Laman: [lib.unj.ac.id](http://lib.unj.ac.id)

LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI  
KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai sivitas akademika Universitas Negeri Jakarta, yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : Nimas Ayu Wardhany  
NIM : 1305618019  
Fakultas/Prodi : FMIPA / Matematika  
Alamat email : nimasayu5467@gmail.com

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada UPT Perpustakaan Universitas Negeri Jakarta, Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif atas karya ilmiah:

Skripsi     Tesis     Disertasi     Lain-lain (.....)

yang berjudul :

Penerapan Model Cox - Ingersoll - Ross (CIR) Untuk Menghitung Pembayaran Dana  
Pensiun Menggunakan Metode Projected Unit Credit dan Attained Age Normal.

Dengan Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif ini UPT Perpustakaan Universitas Negeri Jakarta berhak menyimpan, mengalihmediakan, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data (*database*), mendistribusikannya, dan menampilkan/mempublikasikannya di internet atau media lain secara *fulltext* untuk kepentingan akademis tanpa perlu meminta ijin dari saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan atau penerbit yang bersangkutan.

Saya bersedia untuk menanggung secara pribadi, tanpa melibatkan pihak Perpustakaan Universitas Negeri Jakarta, segala bentuk tuntutan hukum yang timbul atas pelanggaran Hak Cipta dalam karya ilmiah saya ini.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Jakarta, 31 Agustus 2023

Penulis

( Nimas Ayu Wardhany )  
nama dan tanda tangan

## ABSTRACT

**Nimas Ayu Wardhany.** Application of the *Cox-Ingersoll-Ross* (CIR) Model to Calculate Pension Fund Financing Using the *Projected Unit Credit* and *Attained Age Normal* Methods. Mini Thesis, Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Universitas Negeri Jakarta. Agustus 2023.

This study discusses the application of the CIR model in approximating interest rates and applying it to calculate normal cost and actuarial liability using the *Projected Unit Credit* and *Attained Age Normal* methods. The use of the CIR model interest rate in calculating pension funds will affect the discount factor. The results of the calculation of normal cost and actuarial liability of the two methods produce a value that continues to increase every year, with the *Attained Age Normal* method having greater results than the *Projected Unit Credit* method. Actuarial liability when participants are  $r - 1$  year old have almost the same results. When viewed from the point of view of pension fund providers, calculations using the *Attained Age Normal* method are better than the *Projected Unit Credit* method. This is because the difference between the final value of normal cost and actuarial liability when participants are  $r - 1$  year old has a smaller yield so that the additional costs that must be paid by the company are not too large.

**Keywords.** *Cox-Ingersoll-Ross Model, Normal Fee, Actuarial Liability, Projected Unit Credit, Attained Age Normal*

## ABSTRAK

**Nimas Ayu Wardhany.** Penerapan Model Cox-Ingersoll-Ross (CIR) untuk Menghitung Pembiayaan Dana Pensiun Menggunakan Metode Projected Unit Credit dan Attained Age Normal. Skripsi. Matematika. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Agustus 2023.

Penelitian ini membahas penerapan model *Cox-Ingersoll-Ross* (CIR) dalam mengaproksimasi suku bunga dan menerapkannya untuk menghitung iuran normal dan kewajiban aktuarial menggunakan metode *Projected Unit Credit* dan *Attained Age Normal*. Penggunaan suku bunga model CIR pada perhitungan dana pensiun akan mempengaruhi besar faktor diskontonya. Hasil perhitungan iuran normal dan kewajiban aktuarial kedua metode menghasilkan nilai yang terus meningkat setiap tahunnya, dengan metode *Attained Age Normal* memiliki hasil yang lebih besar daripada metode *Projected Unit Credit*. Besar kewajiban aktuarial pada saat peserta berusia  $r - 1$  tahun memiliki hasil yang hampir sama. Apabila dilihat dari pihak penyelenggara dana pensiun, perhitungan dengan metode *Attained Age Normal* lebih baik dibandingkan metode *Projected Unit Credit*. Hal ini dikarenakan selisih antara nilai akhir iuran normal dan kewajiban aktuarial saat peserta berusia  $r - 1$  tahun memiliki hasil yang lebih kecil sehingga biaya tambahan yang harus dibayar oleh perusahaan tidak terlalu besar.

**Kata kunci.** *Model Cox-Ingersoll-Ross, Iuran Normal, Kewajiban Aktuarial, Projected Unit Credit, Attained Age Normal*

## HALAMAN PERSEMBAHAN

*" Karena sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan. Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan. Maka apabila engkau telah selesai (dari suatu urusan), tetaplah berkerja keras (untuk urusan yang lain). Dan hanya kepada Tuhanmulah engkau berharap."*

(Q.S. Al-Insyirah: 5-8)

*" Everything will be okay in the end, if it's not okay, it's not the end"*

*" Susah, tapi Bismillah"*

Skripsi ini saya persembahkan untuk Diri saya sendiri,  
Mama, Bapak, Abang dan Kakak *" Terima kasih atas perjuangannya,  
dukungan, do'a, serta kasih sayang kalian"*

## KATA PENGANTAR

Assalamualaikum Wr. Wb.

Puji syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT. karena hanya dengan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan judul: **Penerapan Model *Cox-Ingersoll-Ross (CIR)* untuk Menghitung Pembiayaan Dana Pensiun Menggunakan Metode *Projected Unit Credit* dan *Attained Age Normal***. Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk menyelesaikan program Strata 1 (S1) Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Jakarta.

Keberhasilan dalam menyusun proposal skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak yang mana dengan tulus dan ikhlas memberikan masukan guna sempurnanya laporan ini. Oleh karena itu, dengan kerendahan hati penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Ibu Dr. Lukita Ambarwati, S.Pd., M.Si. selaku Koordinator Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Jakarta.
2. Bapak Dr. Yudi Mahatma, M.Si. selaku Dosen Pembimbing I yang telah meluangkan waktunya untuk memberikan bimbingan, arahan dan saran kepada kepala penulis sehingga skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik.
3. Bapak Ibnu Hadi, M.Si. selaku Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktunya untuk memberikan bimbingan, arahan dan saran kepada kepala penulis sehingga skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik.
4. Segenap dosen Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Il-



mu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Jakarta yang telah memberikan ilmunya kepada penulis.

5. Orang tua dan keluarga yang sudah memberikan semangat, dukungan dan doa yang tiada henti.
6. Seluruh civitas akademika Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Jakarta yang telah memberikan dukungan moril kepada penulis.
7. Teman-teman dan semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu yang telah memberikan semangat, dorongan, motivasi serta berbagi ilmu dengan penulis.

Penulis menyadari skripsi ini tidak luput dari berbagai kekurangan. Penulis mengharapkan saran dan kritik demi kesempurnaan dan perbaikannya sehingga akhirnya laporan skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi bidang pendidikan dan penerapan dilapangan serta bisa dikembangkan lagi lebih lanjut. Akhir kata, penulis memohon maaf yang sebesar-besarnya apabila terdapat kekeliruan di dalam penulisan skripsi ini.

Wassalamualaikum Wr. Wb.

Jakarta, 2 Agustus 2023

Penulis,

Nimas Ayu Wardhany

# DAFTAR ISI

ABSTRACT	ii
ABSTRAK	iii
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR TABEL	x
DAFTAR GAMBAR	xi
<b>BAB I PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	4
1.3 Pembatasan Masalah . . . . .	5
1.4 Tujuan Penelitian . . . . .	5
1.5 Manfaat Penelitian . . . . .	6
<b>BAB II KAJIAN PUSTAKA</b>	<b>7</b>
2.1 Persamaan Diferensial Stokastik . . . . .	7
2.2 Integral Ito . . . . .	9
2.3 Suku Bunga Stokastik . . . . .	10
2.4 Suku Bunga Model <i>Cox-Ingersoll-Ross</i> (CIR) . . . . .	11
2.5 Metode Euler-Milstein . . . . .	13
2.6 Metode <i>Conditional Least Square Estimation</i> (CLSE) . . . . .	17

2.7	Dana Pensiun . . . . .	18
2.7.1	Program Pensiun . . . . .	18
2.7.2	Manfaat Pensiun . . . . .	20
2.8	Tabel Mortalitas . . . . .	20
2.9	Anuitas Hidup . . . . .	22
2.10	Asumsi Aktuaria . . . . .	24
2.10.1	Asumsi Penurunan Populasi . . . . .	25
2.10.2	Asumsi Kenaikan Gaji . . . . .	25
2.10.3	Asumsi Suku Bunga . . . . .	26
2.11	Fungsi Dasar Aktuaria . . . . .	26
2.11.1	Fungsi Kelangsungan Hidup . . . . .	26
2.11.2	Fungsi Bunga . . . . .	27
2.11.3	Fungsi Gaji . . . . .	28
2.11.4	Fungsi Manfaat . . . . .	30
2.12	Nilai Sekarang Manfaat Pensiun . . . . .	34
2.13	Metode Perhitungan Aktuaria . . . . .	35
2.14	Iuran Normal . . . . .	37
2.14.1	Metode <i>Projected Unit Credit</i> (PUC) . . . . .	37
2.14.2	Metode <i>Attained Age Normal</i> (AAN) . . . . .	38
2.15	Kewajiban Aktuaria . . . . .	40
2.15.1	Metode <i>Projected Unit Credit</i> (PUC) . . . . .	40
2.15.2	Metode <i>Attained Age Normal</i> (AAN) . . . . .	40
2.16	Konsep Dasar Pendanaan Pensiun . . . . .	42

**BAB III METODOLOGI PENELITIAN 43**

3.1	Jenis dan Sumber Data . . . . .	43
3.2	Tahapan Penelitian . . . . .	43

<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	<b>48</b>
4.1 Solusi Rekursif Model CIR . . . . .	48
4.2 Estimasi Parameter Menggunakan Metode CLSE . . . . .	51
4.3 Penerapan Model CIR untuk Mengaproksimasi Suku Bunga . .	55
4.4 Contoh Kasus . . . . .	58
<b>BAB V KESIMPULAN DAN SARAN</b>	<b>74</b>
5.1 Kesimpulan . . . . .	74
5.2 Saran . . . . .	75
<b>DAFTAR PUSTAKA</b>	<b>77</b>
<b>RIWAYAT HIDUP</b>	<b>93</b>





## DAFTAR TABEL

Tabel 4.1	BI <i>Rate</i> Tahun 2000-2022 . . . . .	55
Tabel 4.2	Gaji Usia $x$ Selama Masa Kerja . . . . .	61
Tabel 4.3	Nilai Komutasi $D_x$ dan $N_x$ . . . . .	64
Tabel 4.4	Iuran Normal Usia 25 tahun sampai 55 tahun . . . . .	67
Tabel 4.5	Kewajiban Aktuarial Saat Peserta Berusia 25 tahun sam- pai 55 tahun . . . . .	71



## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Diagram Waktu untuk Fungsi Gaji . . . . .	29
Gambar 2.2	Diagram Waktu untuk ${}^r(PVFB)_x$ dengan $y \leq x < r$ . . . . .	35
Gambar 3.1	Diagram Alur Tahap 1 . . . . .	45
Gambar 3.2	Diagram Alur Tahap 2 . . . . .	47
Gambar 4.1	Hasil Simulasi Suku Bunga Model CIR . . . . .	57
Gambar 4.2	Perbandingan Iuran Normal dengan Metode PUC dan AAN . . . . .	68
Gambar 4.3	Perbandingan Kewajiban Aktuarial dengan Metode PUC dan AAN . . . . .	72