

**PEMODELAN MARKOV-MODULATED LÉVY
PROCESS UNTUK MENENTUKAN HARGA OPSI
ASIA MULTIVARIAT**

Skripsi

**Disusun untuk memenuhi salah satu syarat
memperoleh gelar Sarjana Matematika**



Haydar Miezanie Abdul Jamil

1305617020

PROGRAM STUDI MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA

2023

ABSTRAK

HAYDAR MIEZANIE ABDUL JAMIL. Pemodelan Markov-Modulated Lévy Proses Untuk Menentukan Harga Opsi Asia Multivariat. Skripsi. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Negeri Jakarta. Juli 2023.

Opsi Asia adalah suatu jenis kontrak keuangan yang memberi pemegang opsi hak untuk membeli atau menjual suatu aset pada harga yang telah ditentukan pada suatu waktu di masa depan, dengan patokan pada rata-rata harga aset selama periode waktu tertentu sebelumnya. Namun, penentuan harga opsi Asia dapat menjadi kompleks dan memerlukan model matematika yang tepat. Penelitian ini bertujuan mengusulkan suatu metode terapan untuk menentukan harga opsi Asia yang termodulasi oleh kerangka Levy. Proses Lévy adalah suatu kerangka matematika yang digunakan untuk menggambarkan perilaku harga aset keuangan, dan sering digunakan dalam perhitungan harga opsi. Metode yang diusulkan menggunakan proses stokastik berbasis Lévy untuk menggambarkan pergerakan harga aset dan memodifikasi formula Black-Scholes untuk mengakomodasi rata-rata harga aset selama periode waktu tertentu sebelumnya. Penelitian juga menghitung harga opsi Asia dengan menggunakan pendekatan numerik yaitu algoritma monte-carlo yang menggunakan simulasi acak untuk memperkirakan nilai opsi. Selain itu, metode ini juga dapat digunakan untuk menghitung sensitivitas harga opsi terhadap variabel input, seperti volatilitas harga aset dan suku bunga bebas risiko. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa model MMLP dapat digunakan untuk menentukan harga opsi Asia secara efektif dan efisien, dengan memperhitungkan pengaruh kerangka Levy pada harga aset.

Kata kunci. *Opsi Asia, Transformasi Esscher, Proses Lévy, Volatilitas, Markov*

ABSTRACT


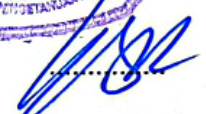

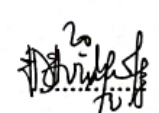
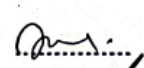


HAYDAR MIEZANIE ABDUL JAMIL. Lévy's Markov-Modulated Modeling Process For Pricing Multivariate Asian Options. Mini Thesis. Faculty of Mathematics and Sciences, State University of Jakarta. July 2023.

An Asian option is a type of financial contract that gives the holder of an option the right to buy or sell an asset at a predetermined price at a certain time in the future, benchmarked against the asset's average price over a certain previous period of time. However, Asian option pricing can be complex and requires precise mathematical modeling. This study aims to propose an applied method for determining Asian option prices modulated by the Levy framework. The Levy process is a mathematical framework used to describe the price behavior of financial assets and is often used in calculating option prices. The proposed method uses a Lévy-based stochastic process to describe asset price movements and modifies the Black-Scholes formula to accommodate the average of asset prices over a certain previous time period. The study also calculates Asian option prices using a numerical approach, namely a monte-carlo algorithm that uses random simulations to estimate option values. In addition, this method can also be used to calculate the sensitivity of option prices to input variables such as asset price volatility and risk-free interest rates. The results of this study indicate that the MMLP model can be used to price Asian options effectively and efficiently, taking into account the influence of the Levy framework on asset prices.

Keywords. Asian Option, Esscher Transformation, Lévy Process, Volatility, Markov

LEMBAR PERSETUJUAN HASIL SIDANG SKRIPSI
PEMODELAN MARKOV-MODULATED LEVY PROCESS UNTUK
MENENTUKAN HARGA OPSI ASIA MULTIVARIAT

Nama : Haydar Miezanie Abdul Jamil
No. Registrasi : 1305617020

	Nama	Tanda Tangan	Tanggal
Penanggung Jawab			
Dekan	: <u>Prof. Dr. Muktiningsih N, M.Si.</u> NIP. 196405111989032001		30-8-2023
Wakil Penanggung Jawab			
Wakil Dekan I	: <u>Dr. Esmar Budi, S.Si., MT.</u> NIP. 197207281999031002		30-8-2023
Ketua	: <u>Ir. Fariani Hermin Indiyah, MT.</u> NIP. 196002111987032001		8-8-2023
Sekretaris	: <u>Devi Eka Wardani M, S.Pd., M.Si.</u> NIP. 199005162019032014		7-8-2023
Penguji	: <u>Dr. Yudi Mahatma, M.Si.</u> NIP. 197610202008121001		7-8-2023
Pembimbing I	: <u>Drs. Sudarwanto, M.Si. DEA.</u> NIP. 196503251993031003		14-8-2023
Pembimbing II	: <u>Vera Maya Santi, M.Si.</u> NIP. 197905312005012006		9-8-2023

Dinyatakan lulus ujian skripsi tanggal: 25 Juli 2023

LEMBAR PERNYATAAN

Saya menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang telah disusun dengan judul “**Pemodelan Markov-Modulated Lévy Process Untuk Menentukan Harga Opsi Asia Multivariat**” sebagai syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika dari Program Studi Matematika Universitas Negeri Jakarta adalah karya ilmiah saya dengan arahan dari dosen pembimbing.

Sumber informasi yang diperoleh dari penulis lain yang telah dipublikasikan yang disebutkan dalam teks skripsi ini, telah dicantumkan dalam Daftar Pustaka sesuai dengan norma, kaidah dan etika penulisan ilmiah.

Jika dikemudian hari ditemukan sebagian besar skripsi ini bukan hasil karya saya sendiri dalam bagian-bagian tertentu, saya bersedia menerima sanksi pencabutan gelar akademik yang saya sanding dan sanksi-sanksi lainnya sesuai dengan peraturan perundang-undangan yang berlaku.

Jakarta, 24 Agustus 2023



Haydar Miezanie Abdul Jamil



KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA
UPT PERPUSTAKAAN

Jalan Rawamangun Muka Jakarta 13220
Telepon/Faksimili: 021-4894221
Laman: lib.unj.ac.id

**LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS**

Sebagai sivitas akademika Universitas Negeri Jakarta, yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : HAYDAR MIEZANIE ABDUL JAMIL
NIM : 1305617020
Fakultas/Prodi : FMIPA / MATEMATIKA
Alamat email : haydar.saja@gmail.com

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada UPT Perpustakaan Universitas Negeri Jakarta, Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif atas karya ilmiah:

Skripsi Tesis Disertasi Lain-lain (.....)

yang berjudul :

PEMODELAN MARKOV - MODULATED LÉVY PROCESS UNTUK
MENENTUKAN HARGA OPSI ASIA MULTIVARIAT

Dengan Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif ini UPT Perpustakaan Universitas Negeri Jakarta berhak menyimpan, mengalihmediakan, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data (*database*), mendistribusikannya, dan menampilkan/mempublikasikannya di internet atau media lain secara *fulltext* untuk kepentingan akademis tanpa perlu meminta ijin dari saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan atau penerbit yang bersangkutan.

Saya bersedia untuk menanggung secara pribadi, tanpa melibatkan pihak Perpustakaan Universitas Negeri Jakarta, segala bentuk tuntutan hukum yang timbul atas pelanggaran Hak Cipta dalam karya ilmiah saya ini.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Jakarta , 31 AGUSTUS 2023

Penulis

(HAYDAR MIEZANIE .AJ)
nama dan tanda tangan

MOTTO



HALAMAN PERSEMBAHAN

Skripsi ini saya persembahkan untuk keluarga besar Djamil dan keluarga besar Sofyanto.

Skripsi ini saya dedikasikan untuk Tiana Fitri.



KATA PENGANTAR

Pujian dan Rasa Bersyukur kepada Allah SWT atas segala rahmat dan hidayahNya maka karya ilmiah ini berhasil diselesaikan oleh penulis. Jenis penelitian yang dipilih adalah penelitian Matematika yang dilaksanakan sejak penulis memasuki tahun keempat perkuliahan dengan judul *Pemodelan Markov-Modulated Lévy Process Untuk Menentukan Harga Opsi Asia Multivariat*.

Terima kasih penulis ucapkan kepada Bapak Drs. Sudarwanto, M.Si, DEA. dan Ibu Vera Maya Santi, M.Si. selaku dosen pembimbing I dan pembimbing II yang telah memberikan air dan pupuk sehingga penulis bisa menghasilkan buah yang manis. Terima kasih pula kepada Pembimbing Akademik Ibu Debby Agustine, M.Si. yang telah membantu penulis untuk satu langkah lebih dekat dengan matematika. Selain itu, penulis juga ingin memberikan apresiasi kepada Koordinator Program Studi Matematika yaitu Dr. Lukita Ambarwati, S.Pd., M.Si. Wakil Dekan Bidang Akademik Bapak Dr. Esmar Budi S.Si., MT. dan Dekan FMIPA UNJ Ibu Prof. Dr. Muktiningsih M.Si, yang telah membantu selama penyelesaian studi. Tidak lupa terima kasih penulis ucapkan kepada Andrei Markov dan Paul Lévy yang telah menjadi inspirasi untuk lebih dalam mempelajari matematika.

Ungkapan terima kasih disampaikan kepada Ayah, Bunda, serta seluruh keluarga atas segala doa dan kasih sayangnya. Penulis juga mengucapkan terimakasih kepada admin program studi Matematika FMIPA UNJ serta teman-teman angkatan 2017 atas bantuan dan persahabatannya. Semoga karya ilmiah dapat menjadi bunga yang dihindapi banyak lebah lalu kemudian tumbuh menjadi tanaman-tanaman baru yang nantinya kembali menghasilkan banyak bunga.

Jakarta, 24 Agustus 2023

Haydar Miezanie Abdul Jamil

UCAPAN TERIMA KASIH

Saya juga ingin menyampaikan terima kasih kepada :

1. Allah S.W.T. dan Nabi Muhammad S.A.W. karena tanpa rahmat dan hidayahNya penulis tidak bisa sampai kepada tahap kehidupan seperti sekarang ini.
2. Ayah dan Bunda yang selalu memberikan do'a serta dukungan setiap saat.
3. Dosen Pembimbing, Bapak Sudarwanto dan Ibu Vera yang sabar dalam memberi masukan, arahan, dan perbaikan selama proses menyusun karya ini.
4. Dosen PA, Ibu Debby yang telah membantu memberikan arahan selama proses perkuliahan.
5. Koordinator Program Studi, Ibu Lukita selaku penanggung jawab program studi matematika.
6. Dosen Rumpun Matematika yang telah memberikan ilmu selama proses belajar mengajar semasa kuliah.
7. Paul Lévy dan Andrei Markov yang telah menuangkan hasil pemikirannya.
8. Admin Prodi Matematika, Bapak Rizzqqa yang selalu membantu proses administrasi didalam prodi.
9. Zambrud Brother, yang telah menjadi tempat cerita.
10. Tiana Fitri yang menjadi support system dalam kehidupan bahkan hingga saat ini.

DAFTAR ISI

ABSTRAK	vii
ABSTRACT	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR TABEL	xii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	5
1.3 Batasan Masalah	5
1.4 Tujuan Penelitian	5
1.5 Manfaat Penelitian	6
BAB II KAJIAN PUSTAKA	7
2.1 Analisis Multivariat	7
2.2 Opsi dan Jenis Opsi	8
2.2.1 <i>Call Option</i>	10
2.2.2 <i>Put Option</i>	11
2.3 Opsi Asia	12
2.4 Proses Stokastik	15
2.5 Penyimpangan Stokastik	16
2.6 Rantai Markov	17
2.7 Generator dari Proses Markov	19

2.8	Ekspektasi Bersyarat	21
2.9	Martingale	26
2.10	Proses Lévy	27
2.11	Rantai Markov yang termodulasi Proses Lévy	30
2.12	Transformasi Esscher	31
2.13	Regime Switching	31
2.14	<i>Merton Jump Diffusion Model</i>	32
BAB III	METODOLOGI PENELITIAN	34
3.1	Tempat dan Waktu Penelitian	34
3.2	Metode Penelitian	34
3.2.1	Prosedur Penelitian	34
BAB IV	PEMBAHASAN	40
4.1	Model Markov dan Asia <i>Call Option</i>	40
4.2	Simulasi Numerik	46
4.3	Model Harga Opsi Multivariat	48
4.4	Simulasi Numerik	52
BAB V	KESIMPULAN DAN SARAN	56
5.1	Kesimpulan	56
5.2	Saran	56
	DAFTAR PUSTAKA	57
	DAFTAR RIWAYAT HIDUP	61

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Contoh grafik <i>put and call option</i>	9
Gambar 3.1	Diagram alir	36
Gambar 3.2	Diagram alir	37
Gambar 3.3	Diagram alir	38
Gambar 3.4	Diagram alir	39
Gambar 4.1	Grafik <i>call option</i> terhadap waktu saat $T = 3$	49
Gambar 4.2	Grafik <i>call option</i> terhadap waktu saat $T = 8$	50
Gambar 4.3	Grafik harga dari keempat model	55

DAFTAR TABEL

Tabel 4.1	Tabel Nilai Parameter	47
Tabel 4.2	Tabel Nilai Parameter	54
Tabel 4.3	Tabel rata-rata, varian, dan korelasi	54

