

**PENENTUAN STRATEGI YANG OPTIMAL UNTUK
PERAWATAN SISTEM DENGAN TINGKAT
KEGAGALANNYA MENGIKUTI PROSES GAMMA**

Skripsi

**Disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Sarjana Statistika**



**Fatimah Novianti Eka Putri
1314620032**

**PROGRAM STUDI STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA
2025**

LEMBAR PERSETUJUAN HASIL SIDANG SKRIPSI

PENENTUAN STRATEGI YANG OPTIMAL UNTUK PERAWATAN SISTEM DENGAN TINGKAT KEGAGALANNYA MENGIKUTI PROSES GAMMA

Nama : Fatimah Novianti Eka Putri
NIM : 1314620032

Nama	Tanda Tangan	Tanggal
Penanggung Jawab		
Dekan : <u>Dr. Hadi Nasbey, S.Pd., M.Si.</u> NIP. 197909162005011004		11 Agustus 2025
Wakil Penanggung Jawab		
Wakil Dekan I : <u>Dr. Meiliasari, S.Pd., M.Sc.</u> NIP. 197905042009122002		11 Agustus 2025
Ketua Penguji : <u>Dr. Vera Maya Santi, S.Si., M.Si.</u> NIP. 197905312005012006		4 Agustus 2025
Sekretaris : <u>Dania Siregar, S.Stat., M.Si.</u> NIP. 202501270219912101		4 Agustus 2025
Anggota		
Pembimbing I : <u>Prof. Dr. Suyono, M.Si.</u> NIP. 196712181993031005		7 Agustus 2025
Pembimbing II : <u>Dr. Dian Handayani, M.Si.</u> NIP. 197404151998032001		11 Agustus 2025
Penguji Ahli : <u>Dra. Widyanti Rahayu, M.Si.</u> NIP. 196611032001122001		5 Agustus 2025

Dinyatakan lulus ujian skripsi tanggal: 25 Juli 2025

LEMBAR PERNYATAAN

Saya menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi dengan judul **“Penentuan Strategi yang Optimal untuk Perawatan Sistem dengan Tingkat Kegagalannya Mengikuti Proses Gamma”** yang disusun sebagai syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Statistika dari Program Studi Statistika Universitas Negeri Jakarta adalah karya ilmiah saya dengan arahan dari dosen pembimbing.

Sumber informasi yang diperoleh dari penulis lain yang telah dipublikasikan yang disebutkan dalam teks skripsi ini, telah dicantumkan dalam Daftar Pustaka sesuai dengan norma, kaidah dan etika penulisan ilmiah

Jika dikemudian hari ditemukan sebagian besar skripsi ini bukan hasil karya saya sendiri dalam bagian-bagian tertentu, saya bersedia menerima sanksi pencabutan gelar akademik yang saya sanding dan sanksi-sanksi lainnya sesuai dengan peraturan perundang-undangan yang berlaku.

Jakarta, 24 Juli 2025



Fatimah Novianti Eka Putri



KEMENTERIAN PENDIDIKAN TINGGI, SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA
PERPUSTAKAAN DAN KEARSIPAN
Jalan Rawamangun Muka Jakarta 13220
Telepon/Faksimili: 021-4894221
Laman: lib.unj.ac.id

**LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS**

Sebagai sivitas akademika Universitas Negeri Jakarta, yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : Fatimah Novianti Eka Putri
NIM : 1314620032
Fakultas/Prodi : FMIPA/Statistika
Alamat email : fatimahnovi01@gmail.com

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Perpustakaan dan Kearsipan Universitas Negeri Jakarta, Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif atas karya ilmiah:

☒ Skripsi ☐ Tesis ☐ Disertasi ☐ Lain-lain (.....)

yang berjudul : Penentuan Strategi yang Optimal untuk Perawatan Sistem dengan Tingkat Kegagalannya Mengikuti Proses Gamma

Dengan Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif ini Perpustakaan dan Kearsipan Universitas Negeri Jakarta berhak menyimpan, mengalihmediakan, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data (*database*), mendistribusikannya, dan menampilkan/mempublikasikannya di internet atau media lain secara **fulltext** untuk kepentingan akademis tanpa perlu meminta ijin dari saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan atau penerbit yang bersangkutan.

Saya bersedia untuk menanggung secara pribadi, tanpa melibatkan pihak Perpustakaan Universitas Negeri Jakarta, segala bentuk tuntutan hukum yang timbul atas pelanggaran Hak Cipta dalam karya ilmiah saya ini.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Jakarta, 13 Agustus 2025

(Fatimah Novianti Eka Putri)

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah Swt. atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan judul “Penentuan Strategi yang Optimal untuk Perawatan Sistem dengan Proses Gamma” sebagai tugas akhir penulis dalam menyelesaikan studi Program Sarjana Statistika pada Program Studi Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Jakarta.

Dalam proses penyusunan tugas akhir ini, penulis menyadari ada banyaknya dukungan, bantuan, bimbingan, nasihat, dan doa dari berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis ingin menyampaikan rasa syukur dan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Ibu Dr. Dian Handayani, M.Si. selaku Koordinator Program Studi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Jakarta.
2. Bapak Prof. Dr. Ir. Bagus Sumargo, M.Si. selaku dosen pembimbing akademik yang telah membantu penulis dalam mengikuti studi di Jurusan Statistika FMIPA UNJ.
3. Prof. Dr. Suyono, M.Si. selaku dosen pembimbing I dan Ibu Dr. Dian Handayani, M.Si. selaku dosen pembimbing II yang senantiasa menyediakan waktu dan tenaga untuk dapat memberikan bimbingan, arahan, pengetahuan, saran, serta dukungan penuh kepada penulis.
4. Seluruh dosen pengajar Program Studi Statistika FMIPA UNJ dan staf administrasi di FMIPA UNJ yang turut membantu dan menghadirkan rasa kekeluargaan bagi penulis.
5. Kedua orang tua penulis, yaitu Bapak Sulaeman dan Alm. Ibu Nurhajati yang selalu memberikan dukungan, doa, nasihat, dan kasih sayang tiada henti sehingga menjadikan penulis senantiasa kuat untuk berjuang dan bertahan sampai titik ini.
6. Tri Abdurrahman Nugraha dan Anisah Fitria selaku adik-adik penulis yang senantiasa mendoakan, menghibur, dan menjadi pendengar penulis.
7. Keluarga BPH BEM UNJ 2024 yang setia menemani setiap langkah perjuangan penulis.

8. Saudari-saudari “wonder muslimah”, yang tidak bosan mengingatkan, memberi saran, melangitkan doa, dan selalu ada untuk penulis.
9. Keluarga Asrama Bright Scholarship Batch 6, yang sudah menjadi rumah kedua, ternyaman, dan teraman, serta teman bertumbuh dan berproses penulis sedari mahasiswa baru.
10. Teman-teman sekbend Askara dan Komdak, yang terus menyemangati, mengingatkan, dan mengapresiasi penulis.
11. Teman-teman Anggaraksa Statistika 2020, yang saling memotivasi dan menginspirasi satu sama lain.
12. Semua pihak yang terlibat secara langsung maupun tidak langsung, yang mungkin tidak dapat penulis sebutkan namanya satu per satu, atas segala bantuan, dukungan, dan doa yang telah diberikan selama penulis menjalankan studi.

Alhamdulillah bini'matihi tatimmusshalihat, tanpa pertolongan Allah tiadalah penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu, penulis mengharapkan saran dan kritik yang membangun agar bisa lebih baik lagi ke depannya. Semoga tugas akhir ini dapat memberikan manfaat bagi penulis maupun pembaca.

Jakarta, 24 Juli 2025



Fatimah Novianti Eka Putri

ABSTRAK

FATIMAH NOVIANTI EKA PUTRI. Penentuan Strategi yang Optimal untuk Perawatan Sistem dengan Tingkat Kegagalannya Mengikuti Proses Gamma. Skripsi, Program Studi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta, 2025.

Beberapa komponen yang saling berkaitan untuk membuat satu kesatuan seringkali diberi istilah sistem. Sistem yang digunakan secara terus menerus akan mengalami penurunan tingkat keandalan yang dapat mengakibatkan kerusakan. Proses kenaikan tingkat kerusakan tersebut dimodelkan menggunakan proses gamma. Kerusakan sistem tentu dapat menimbulkan kerugian, sehingga salah satu upaya untuk meminimalkan kerugian yang ditimbulkan adalah melalui kegiatan perawatan. Kegiatan perawatan yang tidak teratur dapat mempengaruhi kapasitas produksi dan memperbesar biaya perbaikan. Untuk itu diperlukan suatu strategi untuk memperoleh pola perawatan yang optimal agar biaya perawatan sistem minimum. Jika diasumsikan bahwa perawatan dapat mengembalikan sistem ke kondisi semula, maka perawatan dapat dimodelkan sebagai proses *renewal*. Penelitian ini bertujuan untuk memperoleh interval waktu perawatan preventif yang optimal (L^*) pada interval waktu $[0, t]$ dengan cara meminimalkan nilai harapan total biaya perawatan, di mana biaya perawatan tersebut terdiri atas biaya perawatan preventif dan korektif. Dari hasil contoh kasus yang diambil, terlihat bahwa ada nilai L^* tertentu yang menghasilkan total biaya perawatan paling minimal. Sehingga, strategi yang optimal untuk perawatan sistem dapat berupa meminimalan *mean* total biaya perawatannya sampai didapatkan nilai L^* .

Kata kunci. *Proses gamma, proses renewal, simulasi, perawatan.*

ABSTRACT

FATIMAH NOVIANTI EKA PUTRI. *Determining the Optimal Strategy for System Maintenance with Failure Rates Following the Gamma Process. Thesis, Statistics Study Program, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Jakarta State University, 2025.*

Several interrelated components that form a single unit are often referred to as a system. Systems that are used continuously will experience a decline in reliability, which can lead to damage. The process of increasing damage is modeled using a gamma process. System damage can certainly cause losses, so one of the efforts to minimize the losses incurred is through maintenance activities. Irregular maintenance activities can affect production capacity and increase repair costs. Therefore, a strategy is needed to obtain an optimal maintenance pattern to minimize system maintenance costs. Assuming that maintenance can restore the system to its original condition, maintenance can be modeled as a renewal process. This study aims to obtain the optimal preventive maintenance interval (L^*) within the time interval $[0, t]$ by minimizing the expected total maintenance cost, where the maintenance cost consists of preventive and corrective maintenance costs. From the sample cases taken, it can be seen that there is a certain value of L^* that results in the minimum total maintenance cost. Therefore, the optimal strategy for system maintenance can be minimizing the mean total maintenance cost until the value of L^* is obtained.

Keywords. Gamma process, renewal process, simulation, maintenance.

DAFTAR ISI

	Halaman
LEMBAR PERSETUJUAN.....	i
LEMBAR PERNYATAAN	ii
KATA PENGANTAR	iii
ABSTRAK	v
ABSTRACT	vi
DAFTAR ISI.....	vii
DAFTAR TABEL	ix
DAFTAR GAMBAR	x
BAB I PENDAHULUAN	xi
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Batasan Masalah.....	4
1.4 Tujuan Penulisan	4
1.5 Manfaat Penulisan	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	5
2.1 Variabel Acak.....	5
2.1.1 Variabel Acak Diskret.....	5
2.1.2 Variabel Acak Kontinu	7
2.1.3 Variabel Acak Campuran.....	10
2.2 Fungsi Indikator	12
2.3 Proses <i>Renewal</i>	13
2.4 Proses Gamma.....	14
2.5 Transformasi Laplace	15
2.6 Invers Transformasi Laplace	20
2.7 Invers Transformasi Laplace Secara Numerik	22
2.8 Model Perawatan Sistem	25
BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....	27
3.1 Variabel Penelitian	27
3.2 Tahapan Penelitian	27

BAB IV PEMBAHASAN.....	28
4.1 Pemodelan Biaya Perawatan Sistem dengan Perawatan Preventif dan Korektif	28
4.2 Transformasi Laplace Mean Total Biaya Perawatan Sistem.....	30
4.3 Invers Transformasi Laplace Mean Total Biaya Perawatan Sistem.....	37
4.4 Contoh Kasus	38
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN.....	42
5.1 Kesimpulan.....	42
5.2 Saran	43
DAFTAR PUSTAKA	44
LAMPIRAN.....	46



DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 4.1 Sebagian hasil simulasi <i>mean</i> total biaya perawatan sistem	38
Tabel 4.2 Sebagian hasil <i>mean</i> total biaya perawatan komponen elektronik.....	40



DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 1.1 Proses kegagalan sistem (Zhu dkk., 2023)	1
Gambar 1.2 Grafik total biaya perawatan (Douglas, 2017).....	2
Gambar 2.1 Grafik fungsi kepadatan peluang variabel acak gamma dengan α yang bervariasi	8
Gambar 2.2 Grafik fungsi kepadatan peluang variabel acak gamma dengan β yang bervariasi	8
Gambar 2.3 Grafik dari Fx	11
Gambar 2.4 Visualisasi proses <i>renewal</i>	13
Gambar 2.5 Plot proses gamma.....	15
Gambar 2.6 Ilustrasi h_1 dalam garis bilangan	23
Gambar 2.7 Ilustrasi proses perawatan sistem	25
Gambar 4.1 Grafik proses kegagalan sistem (Zhu dkk., 2023)	28
Gambar 4.2 Contoh model perawatan sistem	29
Gambar 4.3 Ilustrasi integrasi numerik stieltjes dengan aturan trapesium.....	34
Gambar 4.4 Grafik <i>mean</i> total biaya perawatan sistem.....	39
Gambar 4.5 Persentase degradasi komponen laser gallium arsenide unit 101.....	40
Gambar 4.6 Grafik <i>mean</i> total biaya perawatan komponen elektronik.....	41

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1. Syntax grafik fkp variabel acak gamma	46
Lampiran 2. Syntax untuk membuat ilustrasi proses gamma Rt	47
Lampiran 3. Syntax ilustrasi integrasi numerik stieltjes dengan aturan trapesium	48
Lampiran 4. Syntax program persamaan nilai EKt	49
Lampiran 5. Syntax program membuat grafik nilai EKt	51
Lampiran 6. <i>Dataset</i> persentase degradasi komponen elektronik laser gallium arsenide (GaAs).....	51
Lampiran 7. Syntax uji Kolmogorov-Smirnov untuk mengecek distribusi <i>dataset</i> GaAsLaser.....	54
Lampiran 8. Output hasil uji Kolmogorov-Smirnov terhadap dataset GaAsLaser	55
Lampiran 9. Syntax estimasi parameter proses gamma dengan mle.....	55
Lampiran 10. <i>Output</i> hasil estimasi parameter proses gamma dengan mle	56
Lampiran 11. Syntax plot persentase degradasi unit 101 dari laser gallium arsenide yang dimodelkan dengan proses gamma.....	57