

**PENDEKATAN NONPARAMETRIK UNTUK
MENGHITUNG MEAN DAN VARIANSI PROSES
*RENEWAL REWARD***

Skripsi

**Disusun untuk memenuhi salah satu syarat
memperoleh gelar Sarjana Statistika**

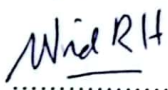


**Ketrin Natasya Stefany
1314621014**

**PROGRAM STUDI STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA
2025**

**LEMBAR PERSETUJUAN HASIL SIDANG SKRIPSI
PENDEKATAN NONPARAMETRIK UNTUK MENGHITUNG MEAN
DAN VARIANSI PROSES *RENEWAL REWARD***

Nama : Ketrin Natasya Stefany
NIM : 1314621014

	Nama	Tanggal
Penanggung Jawab		
Dekan :	<u>Dr. Hadi Nasbey, S.Pd., M.Si.</u> NIP. 197909162005011004	 12/8 '25
Wakil Penanggung Jawab		
Wakil Dekan I :	<u>Dr. Meiliasari, S.Pd., M.Sc.</u> NIP. 197905042009122002	 12/8 '25
Ketua Penguji :	<u>Dr. Vera Maya Santi, S.Si., M.Si.</u> NIP. 197905312005012006	 4/8 '25
Sekretaris :	<u>Faroh Ladayya, M.Si.</u> NIP. 199401282020122018	 24/7 '25
Anggota		
Pembimbing I :	<u>Prof. Dr. Suyono, M.Si.</u> NIP. 196712181993031005	 4/8 '25
Pembimbing II :	<u>Prof. Dr. Ir. Bagus Sumargo, M.Si.</u> NIP. 196309221986011001	 5/8 '25
Penguji Ahli :	<u>Dra. Widyanti Rahayu, M.Si.</u> NIP. 196611032001122001	 25/7 '25

Dinyatakan lulus ujian skripsi pada tanggal: 15 Juli 2025

LEMBAR PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Saya menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi dengan judul **“Pendekatan Nonparametrik untuk Menghitung Mean dan Variansi Proses *Renewal Reward*”** yang disusun sebagai syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Statistika dari Program Studi Statistika Universitas Negeri Jakarta adalah karya ilmiah saya dengan arahan dari dosen pembimbing.

Sumber informasi yang diperoleh dari penulis lain yang telah dipublikasikan yang disebutkan dalam teks skripsi ini, telah dicantumkan dalam Daftar Pustaka sesuai dengan norma, kaidah, dan etika penulisan ilmiah.

Jika dikemudian hari ditemukan sebagian besar skripsi ini bukan hasil karya saya sendiri, saya bersedia menerima sanksi pencabutan gelar akademik yang saya sandang dan sanksi-sanksi lainnya sesuai dengan peraturan perundang-undangan yang berlaku.

Jakarta, 5 Juli 2025



Ketrin Natasya Stefany

ABSTRAK

KETRIN NATASYA STEFANY. Pendekatan Nonparametrik untuk Menghitung Mean dan Variansi Proses *Renewal Reward*. Skripsi, Program Studi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta. Juli 2025.

Dalam berbagai bidang dalam kehidupan sehari-hari, banyak ditemui kejadian yang dapat dimodelkan dengan proses *renewal reward*, yaitu proses stokastik yang menggambarkan kejadian berulang dan disertai *reward* pada setiap siklus kejadiannya. Salah satu tantangan dalam prosesnya muncul ketika distribusi waktu antar kejadian dan *reward* tidak diketahui secara pasti. Skripsi ini mengembangkan pendekatan nonparametrik untuk menghitung *mean* dan variansi dalam proses *renewal reward*. Berbeda dari pendekatan parametrik yang mengasumsikan bentuk distribusi tertentu, pendekatan ini khususnya menggunakan distribusi empirik akan lebih fleksibel dalam menangani data yang distribusinya tidak diketahui secara pasti atau tidak mengikuti pola distribusi parametrik. Rumus mean dan momen kedua dari proses *renewal reward* disusun dalam bentuk transformasi Laplace, lalu perhitungan numerik dilakukan untuk menginversi transformasi Laplace dengan bantuan perangkat lunak Matlab. Pendekatan ini diterapkan pada studi kasus waktu antar kedatangan bus Transjakarta dan jumlah penumpang yang naik sebagai *reward*. Hasil analisis menunjukkan bahwa baik mean maupun variansi total *reward* meningkat seiring waktu, dengan lonjakan yang lebih tajam pada jam sibuk. Hal ini menunjukkan bahwa pada kondisi sibuk, keterlambatan kedatangan bus Transjakarta berdampak lebih besar terhadap lonjakan jumlah penumpang dan meningkatnya variabilitas jumlah penumpang yang sulit diprediksi. Penelitian ini menunjukkan bahwa pendekatan nonparametrik berbasis distribusi empirik efektif dalam merepresentasikan sistem nyata dengan karakteristik waktu antar kejadian dan *reward* yang tidak konstan.

Kata Kunci: Proses *Renewal Reward*, Pendekatan Nonparametrik, Distribusi Empirik, Transjakarta

ABSTRACT

KETRIN NATASYA STEFANY. *A Nonparametric Approach for Estimating the Mean and Variance of the Renewal Reward Process. Undergraduate Thesis, Statistics Study Program, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, State University of Jakarta. July 2025.*

In various fields of everyday life, many events can be modeled using the renewal reward process, a stochastic process describing recurring events with an associated reward in each cycle. A challenge in analyzing this process arises when the distributions of inter-arrival times and rewards are unknown. This thesis develops a nonparametric approach for estimating the mean and variance of the renewal reward process. Unlike parametric approaches that assume a specific distributional form, this approach utilizes empirical distributions and offers greater flexibility in handling data with unknown or nonstandard patterns. The mean and second moment formulas are formulated using Laplace transforms, and numerical computations for inversion are conducted using Matlab software. This approach is applied to a case study involving the inter-arrival times of Transjakarta buses and the number of boarding passengers as the reward. The analysis shows that both the mean and variance of the total reward increase over time, with a steeper rise observed during peak hours. This indicates that during busy periods, delays in Transjakarta bus arrivals have a greater impact on passenger surges and increasing variability, making passenger counts more difficult to predict. The findings demonstrate that the nonparametric approach is effective in representing real-world systems characterized by irregular inter-arrival times and nonconstant rewards.

Keywords: *Renewal Reward Process, Nonparametric Approach, Empirical Distribution, Transjakarta*

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah alhamdulillah, puji dan syukur kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, hidayah, dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul “Pendekatan Nonparametrik untuk Menghitung Mean dan Variansi Proses *Renewal Reward*”. Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana Statistika pada Program Studi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta.

Keberhasilan dalam penyelesaian skripsi ini tidak terlepas dari bimbingan, doa, bantuan, dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan rasa terima kasih sebesar-besarnya kepada:

1. Ibu Dr. Dian Handayani, M.Si. selaku Koordinator Program Studi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta.
2. Prof. Dr. Suyono, M.Si. selaku Dosen Pembimbing I yang dengan penuh kesabaran dan ketulusan telah membimbing, memberikan arahan, dan motivasi yang sangat berarti bagi penulis, serta senantiasa selalu meluangkan waktu di tengah kesibukan hingga skripsi ini dapat terselesaikan.
3. Prof. Dr. Ir. Bagus Sumargo, M.Si. selaku Dosen Pembimbing II yang telah membantu kelancaran proses penyusunan skripsi, memberikan masukan, serta arahan yang mendorong penulis untuk berpikir lebih kritis dan percaya diri hingga skripsi ini dapat terselesaikan.
4. Ibu Dra. Widyanti Rahayu, M.Si. selaku Dosen Pembimbing Akademik atas segala bimbingan dan masukan yang telah diberikan selama perkuliahan.
5. Ibu Dania Siregar, S.Stat., M.Si. selaku Dosen yang telah memberikan kesempatan dan kepercayaan kepada penulis untuk terlibat dalam kegiatan penelitian dan aktivitas akademik baik di dalam maupun di luar kampus, serta memberikan motivasi dalam menyelesaikan studi ini tepat waktu.
6. Seluruh Bapak/Ibu dosen pengajar dan staf administrasi Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Jakarta atas

segala dukungan, bimbingan, dan petunjuk selama pelaksanaan pendidikan dan penyusunan skripsi.

7. Kedua orang tua tercinta, Bapak Darmanto dan Ibu Agustinawati yang selalu mendoakan, memberikan dukungan, serta kasih sayang tiada henti yang menyertai setiap langkah penulis sepanjang perjalanan hidup dan menjadi sumber kekuatan dalam menghadapi setiap tantangan.
8. Adik yang penulis banggakan, Muhammad Azka Athallah yang selalu menjadi sumber motivasi dan keceriaan, serta keluarga besar yang senantiasa mendampingi dan mendoakan di setiap langkah kehidupan penulis.
9. Sahabat baik penulis semasa perkuliahan, Annissa Aulia Arlin Ardyana, Rahfa Qur'aniyatin Dhuha, dan Zahrah Hashifah yang selalu menjadi tempat berbagi cerita, bertukar pikiran, serta tak henti-hentinya memberikan semangat, hiburan, dan dukungan selama perjalanan perkuliahan.
10. Sahabat baik penulis sejak masa SMA, Nur Indah Firdausi, Kania Putri Sakinah, dan Jessica Jasmine yang selalu memberikan semangat, hiburan, dan dukungan hingga saat ini.
11. Seluruh teman-teman Program Studi Statistika yang selalu memberikan semangat dan dukungan selama perkuliahan.
12. Seluruh pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu, yang senantiasa memberikan dukungan, doa, dan motivasi dalam penyusunan skripsi ini.

Penulis menyadari skripsi ini masih banyak kekurangan dan jauh dari kata sempurna. Oleh karena itu, penulis sangat mengharapkan saran dan kritik yang membangun dari para pembaca. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi pembaca maupun penulis.

Jakarta, 5 Juli 2025



Ketrin Natasya Stefany

DAFTAR ISI

ABSTRAK	i
ABSTRACT	ii
KATA PENGANTAR	iii
DAFTAR ISI	v
DAFTAR TABEL	vii
DAFTAR GAMBAR	viii
DAFTAR LAMPIRAN	ix
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah	6
1.3 Batasan Masalah	6
1.4 Tujuan Penelitian	6
1.5 Manfaat Penelitian	6
BAB II KAJIAN PUSTAKA	7
2.1 Proses Stokastik	7
2.2 Proses Pencacahan	7
2.3 Proses <i>Renewal</i>	8
2.3.1 Distribusi Probabilitas dari $N(t)$	9
2.3.2 Nilai Harapan dari $N(t)$	10
2.4 Proses <i>Renewal Reward</i>	11
2.5 Transformasi Laplace	11
2.5.1 Syarat Keberadaan Transformasi Laplace	13
2.5.2 Sifat Transformasi Laplace	14
2.6 Invers Transformasi Laplace	17
2.6.1 Ketunggalan Transformasi Laplace	18
2.6.2 Invers Transformasi Laplace Secara Numerik	18
2.7 Distribusi Empirik	22

BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....	27
3.1 Jenis Penelitian.....	27
3.2 Variabel Penelitian	27
3.3 Lokasi dan Waktu Penelitian.....	27
3.4 Sumber Data.....	28
3.5 Tahapan Analisis Data.....	28
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....	29
4.1 Transformasi Laplace Mean Proses <i>Renewal Reward</i>	29
4.2 Transformasi Laplace Momen Kedua Proses <i>Renewal Reward</i>	32
4.3 Integral terhadap Distribusi Empirik	36
4.4 Mean Proses <i>Renewal Reward</i> dengan Distribusi Empirik	39
4.5 Variansi Proses <i>Renewal Reward</i> dengan Distribusi Empirik	41
4.6 Contoh Aplikasi	43
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN.....	50
5.1 Kesimpulan	50
5.2 Saran	51
DAFTAR PUSTAKA.....	53
LAMPIRAN.....	56
RIWAYAT HIDUP	61

DAFTAR TABEL

Tabel 4.1 Data Waktu antar Kedatangan Bus dan Jumlah Penumpang yang Naik (a) Pukul 09.00 – 12.00 (b) Pukul 15.00 – 18.00	44
Tabel 4.2 Hasil Perhitungan dari Data di Waktu Sepi Pukul 09.00 – 12.00 untuk Berbagai Nilai t	45
Tabel 4.3 Hasil Perhitungan dari Data di Waktu Sibuk Pukul 15.00 – 18.00 untuk Berbagai Nilai t	46



DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Hubungan $N(t)$ dan S_n	8
Gambar 2.2 Grafik Fungsi yang Kontinu pada Tiap Bagian.....	14
Gambar 2.3 Grafik Aturan Trapesium.....	19
Gambar 2.4 Grafik Fungsi Distribusi Empirik Contoh 2.7	24
Gambar 2.5 Grafik Perbandingan Fungsi Distribusi Empirik dan Fungsi Distribusi Populasi pada Distribusi Uniform $[0,1]$. (a) Untuk $n = 10$. (b) Untuk $n = 100$. 26	
Gambar 4.1 Ilustrasi Proses <i>Renewal Reward</i>	29
Gambar 4.2 Ilustrasi Kemungkinan Kondisi X_1 pada Proses <i>Renewal Reward</i> ...	29
Gambar 4.3 Ilustrasi interval partisi yang tidak memuat titik data	37
Gambar 4.4 Ilustrasi interval partisi yang memuat titik data	38
Gambar 4.5 (a) Grafik $E[R(t)]$ pukul 09.00 – 12.00 (b) Grafik $Var[R(t)]$ pukul 09.00 – 12.00	45
Gambar 4.6 (a) Grafik $E[R(t)]$ pukul 15.00 – 18.00 (b) Grafik $Var[R(t)]$ pukul 15.00 – 18.00	46

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. <i>Syntax</i> invers transformasi Laplace secara numerik untuk $E[R(t)]$.	56
Lampiran 2. <i>Syntax</i> invers transformasi Laplace secara numerik untuk $E[R^2(t)]$	57
Lampiran 3. <i>Syntax</i> menghitung variansi $R(t)$	58
Lampiran 4. <i>Syntax</i> grafik $E[R(t)]$ terhadap t untuk waktu sepi pukul 09.00 – 12.00.....	58
Lampiran 5. <i>Syntax</i> grafik $Var[R(t)]$ terhadap t untuk waktu sepi pukul 09.00 – 12.00.....	58
Lampiran 6. <i>Syntax</i> grafik $E[R(t)]$ terhadap t untuk waktu sibuk pukul 15.00 – 18.00.....	59
Lampiran 7. <i>Syntax</i> grafik $Var[R(t)]$ terhadap t untuk waktu sibuk pukul 15.00 – 18.00.....	59
Lampiran 8. Dokumentasi Pengambilan Data	60

