

**SIFAT-SIFAT HASIL KALI SILANG DI RUANG EUCLID
DIMENSI n**

Skripsi

**Disusun untuk memenuhi salah satu syarat
memperoleh gelar Sarjana Matematika**



Sugianto

1305621007

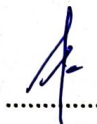
**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA**

2025

LEMBAR PERSETUJUAN HASIL SIDANG SKRIPSI

SIFAT-SIFAT HASIL KALI SILANG DI RUANG EUCLID DIMENSI n

Nama : Sugianto
No. Registrasi : 1305621007

Nama	Tanda Tangan	Tanggal
Penanggung Jawab		
Dekan : <u>Dr. Hadi Nasbey, S.Pd., M.Si.</u> NIP. 197909162005011004		1 agustus 2025
Wakil Penanggung Jawab		
Wakil Dekan I : <u>Dr. Meiliasari, S.Pd., M.Sc.</u> NIP. 197905042009122002		1 agustus 2025
Ketua : <u>Drs. Sudarwanto, M.Si., DEA</u> NIP. 196503251993031003		28 Juli 2025
Sekretaris : <u>Dr. Eti Dwi Wiraningsih, S.Pd., M.Si.</u> NIP. 198102032006042001		29 Juli 2025
Penguji Ahli : <u>Dr. Lukita Ambarwati, S.Pd., M.Si.</u> NIP. 197210262001122001		28 Juli 2025
Pembimbing I : <u>Dr. Yudi Mahatma, M.Si.</u> NIP. 197610202008121001		30 Juli 2025
Pembimbing II : <u>Ibnu Hadi, M.Si.</u> NIP. 198107182008011017		29 Juli 2025

Dinyatakan lulus ujian skripsi tanggal 22 Juli 2025.

LEMBAR PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Saya yang bertanda tangan di bawah ini, mahasiswa Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta:

Nama : Sugianto
No Registrasi : 1305621007
Program Studi : Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi yang saya buat dengan judul "*Sifat-sifat Hasil Kali Silang di Ruang Euclid Dimensi n* " adalah:

1. Dibuat sendiri, mengadopsi hasil kuliah, buku-buku, dan referensi acuan yang tertera di dalam referensi pada skripsi saya.
2. Bukan merupakan hasil duplikasi skripsi yang telah dipublikasikan atau pernah dipakai untuk mendapatkan gelar sarjana di Universitas lain kecuali pada bagian-bagian sumber informasi dicantumkan berdasarkan tata cara referensi yang semestinya.

Pernyataan ini dibuat dengan sesungguhnya dan saya bersedia menanggung segala akibat yang timbul jika pernyataan saya tidak benar.

Jakarta, 10 Juli 2025



Sugianto

ABSTRAK

SUGIANTO. Sifat-sifat Hasil Kali Silang di Ruang Euclid Dimensi n . Skripsi, Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta. Juli 2025.

Penelitian ini mengkaji sifat-sifat operasi hasil kali silang, yang umumnya dikenal di ruang tiga dimensi, pada ruang matematika dengan dimensi yang lebih tinggi (ruang Euclid dimensi n). Latar belakang studi menunjukkan bahwa meskipun konsep ruang vektor sangat penting dalam matematika dan berbagai bidang terapan, generalisasi hasil kali silang ke dimensi yang lebih tinggi masih memerlukan eksplorasi. Adanya aplikasi terkait seperti metode Gram-Schmidt dan aturan Cramer menunjukkan relevansi topik ini. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk mengidentifikasi bagaimana sifat-sifat hasil kali silang berlaku di $\mathbb{R}^n$ dan bagaimana operasi ini bekerja ketika diterapkan pada vektor satuan standar.

Hasil analisis menunjukkan bahwa banyak sifat dasar hasil kali silang dari ruang tiga dimensi tetap berlaku di $\mathbb{R}^n$, termasuk sifat distributif dan perkalian dengan skalar. Namun, ditemukan bahwa sifat antikomutatif (urutan operasi membalik tanda hasil) tidak selalu berlaku di $\mathbb{R}^n$ pada kondisi tertentu, karena pembalikan urutan vektor tidak selalu mengubah tanda hasil. Selanjutnya, hasil kali silang $n-1$ vektor satuan standar secara berurutan menghasilkan pola yang tergantung pada nilai n (modulo 4), di mana tanda vektor hasil bervariasi antara positif, mengikuti tanda kofaktor, atau bahkan tetap sama saat urutan operasi dibalik.

Kata kunci. *Aljabar Linear, Ruang Vektor, Perkalian Silang, Basis Vektor*

ABSTRACT

SUGIANTO. Properties of Cross Products in n -Dimensional Euclidean Space. Mini Thesis, Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Universitas Negeri Jakarta. July 2025.

This study investigates the properties of the cross product operation, commonly known in three-dimensional space, in a higher-dimensional mathematical space (n -dimensional Euclidean space). The background of the study indicates that although the concept of vector spaces is crucial in mathematics and various applied fields, the generalization of the cross product to higher dimensions still requires exploration. The existence of related applications such as the Gram-Schmidt method and Cramer's rule demonstrates the relevance of this topic. Therefore, this study aims to identify how the properties of the cross product hold in n -dimensional space and how this operation works when applied to standard unit vectors.

The analysis shows that many basic properties of the cross product of three-dimensional space hold in $\mathbb{R}^n$, including the distributive property and multiplication by a scalar. However, it is found that the anticommutative property (the order of operations reverses the sign of the result) does not always hold in $\mathbb{R}^n$ under certain conditions, because reversing the order of vectors does not always change the sign of the result. Furthermore, successive cross products of $n-1$ standard unit vectors produce a pattern that depends on the value of n (modulo 4), where the sign of the result vector varies between being positive, following the sign of the cofactor, or even remaining the same when the order of operations is reversed.

Keyword. *Linear Algebra, Vector Space, Cross Product, Vector Basis*



KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA
UPT PERPUSTAKAAN

Jalan Rawamangun Muka Jakarta 13220
Telepon/Faksimili: 021-4894221
Laman: lib.unj.ac.id

LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai sivitas akademika Universitas Negeri Jakarta, yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : Sugianto
NIM : 1305621007
Fakultas/Prodi : FMIPA / Matematika
Alamat email : aforgsugianto106@gmail.com

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada UPT Perpustakaan Universitas Negeri Jakarta, Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif atas karya ilmiah:

☒ Skripsi ☐ Tesis ☐ Disertasi ☐ Lain-lain (.....)

yang berjudul :

Sifat-sifat Hasil Kali Silang di Ruang Euclid Dimensi n

Dengan Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif ini UPT Perpustakaan Universitas Negeri Jakarta berhak menyimpan, mengalihmediakan, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data (*database*), mendistribusikannya, dan menampilkan/mempublikasikannya di internet atau media lain secara *fulltext* untuk kepentingan akademis tanpa perlu meminta ijin dari saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan atau penerbit yang bersangkutan.

Saya bersedia untuk menanggung secara pribadi, tanpa melibatkan pihak Perpustakaan Universitas Negeri Jakarta, segala bentuk tuntutan hukum yang timbul atas pelanggaran Hak Cipta dalam karya ilmiah saya ini.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Jakarta

Penulis

(Sugianto)
nama dan tanda tangan

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur kehadiran Tuhan YME yang telah memberikan rahmat serta nikmat-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini sebagai salah satu syarat dan tugas akhir memperoleh gelar Sarjana Matematika selama studi di Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam yang dilaksanakan sejak Oktober 2024 dengan judul Sifat-sifat Hasil Kali Silang di Ruang Euclid Dimensi n

Penulis menyadari bahwa penulisan skripsi ini tidak akan selesai tanpa adanya bantuan dari beberapa pihak. Pada kesempatan kali ini penulis ingin menyampaikan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Dr. Yudi Mahatma, M.Si. selaku dosen pembimbing I dan Bapak Ibnu Hadi, M.Si. selaku dosen pembimbing II yang telah memberi bimbingan, mengkritisi, menjawab pertanyaan-pertanyaan, memberikan masukan serta saran kepada penulis.
2. Bapak/Ibu dosen yang telah mengajarkan penulis selama 4 tahun berbagai ilmunya yang sangat bermanfaat bagi penulis dalam menyelesaikan skripsi ini dan bekal untuk masa depan penulis.
3. Keluarga penulis yang telah mengajarkan penulis untuk tetap bersyukur, sabar, ikhlas, dalam mencapai suatu keberhasilan. Berkat doa, cinta kasih sayang serta dukungannya, Tuhan memberikan berbagai macam kemudahan kepada penulis. Berkat Keluarga tercinta juga penulis selalu berusaha melakukan yang terbaik dalam menyelesaikan skripsi ini.
4. Serta seluruh teman-teman dan semua pihak yang tidak mungkin untuk dicantumkan namanya satu-persatu, terima kasih banyak atas segala bentuk bantuan, perhatian, semangat, dan dukungan bagi penulis.

Penulis menyadari bahwa masih terdapat kekurangan dan kesalahan dalam penulisan skripsi ini disebabkan kurangnya ilmu dan komunikasi. Oleh karena itu penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun sehingga dapat menjadi lebih baik lagi.

Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi lingkungan akademik khususnya Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta, maupun pihak lain yang membutuhkan serta bagi penulis secara pribadi.

Jakarta, 10 Juli 2025

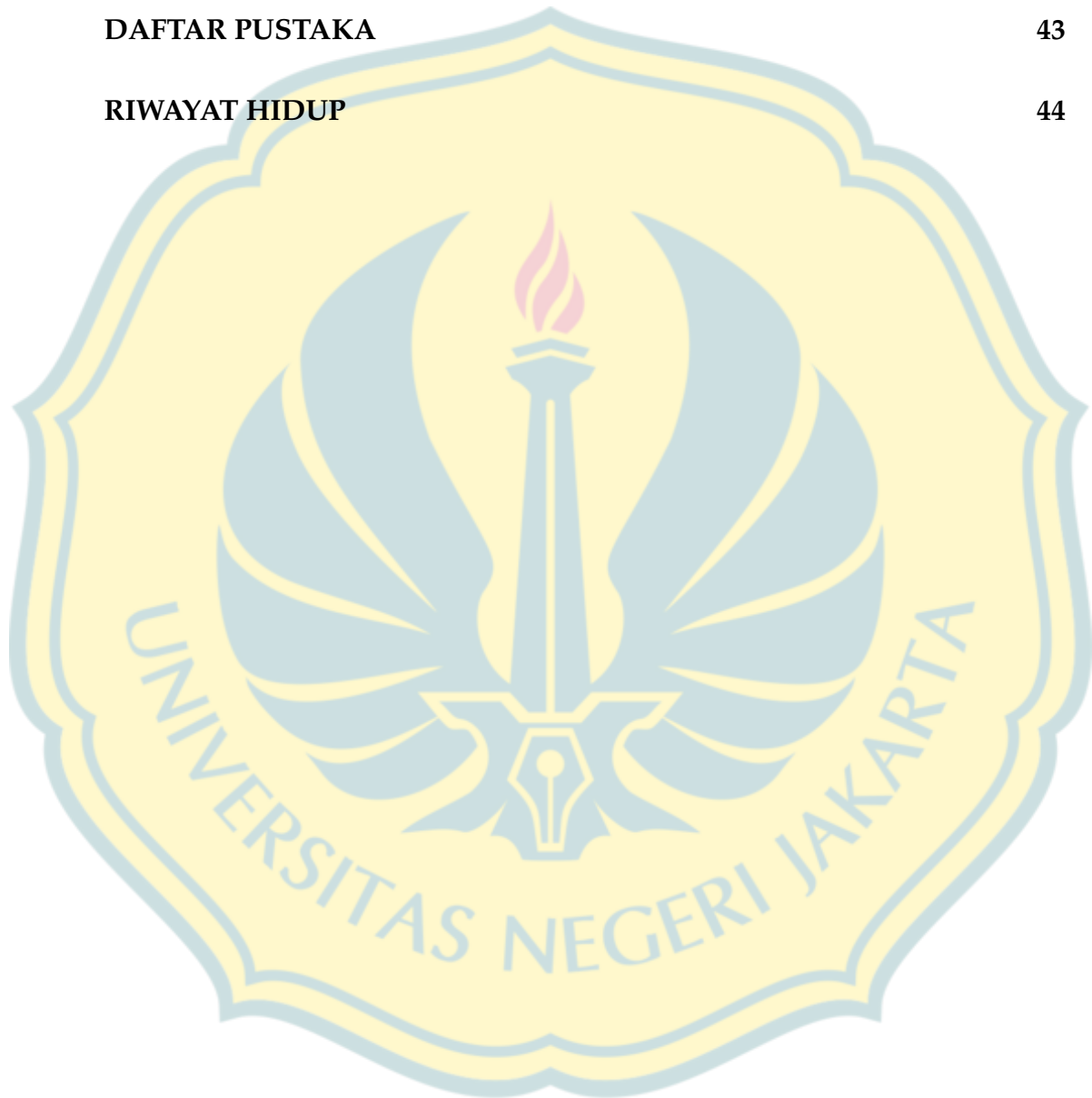
Sugianto



DAFTAR ISI

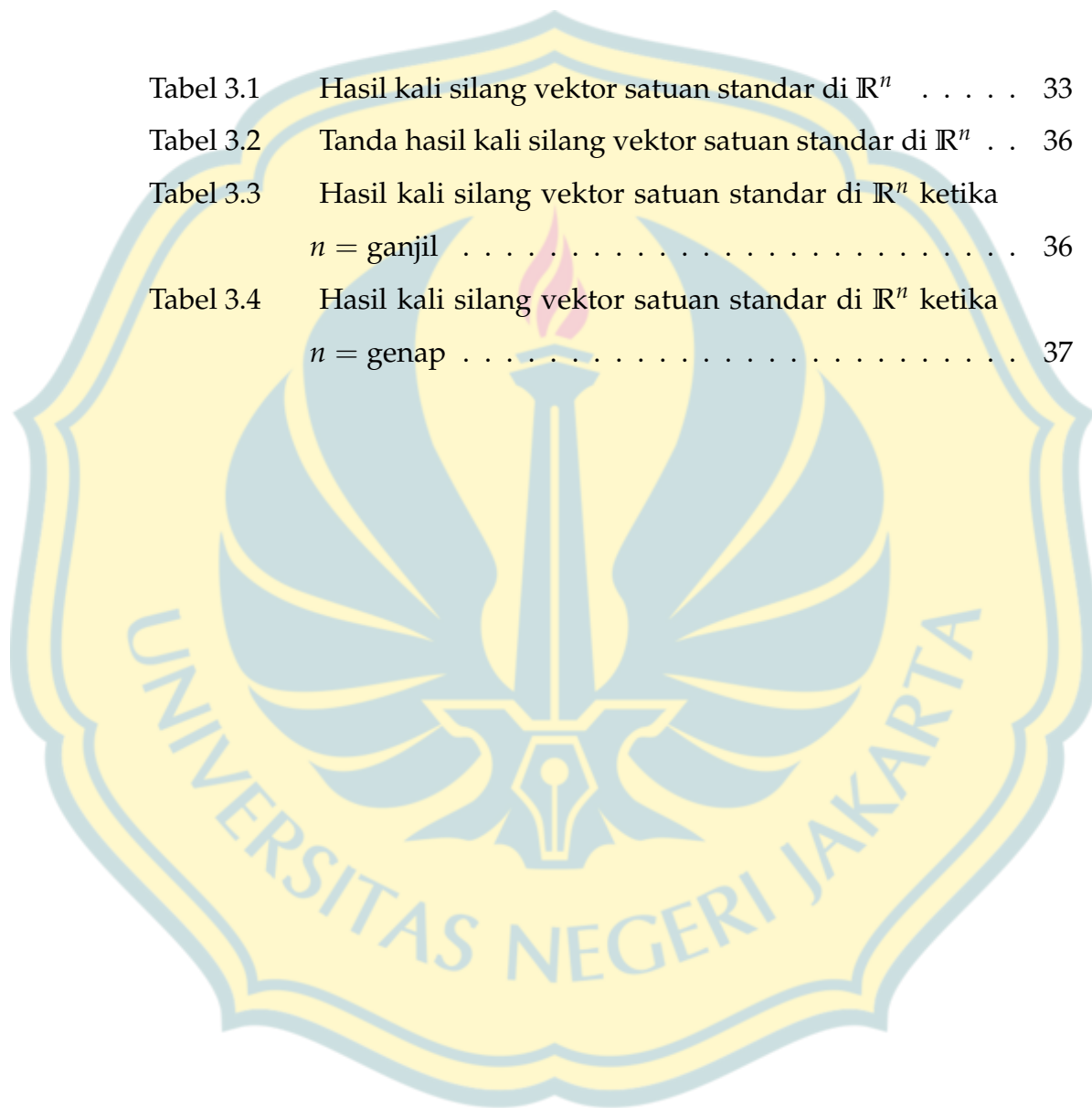
LEMBAR PERSETUJUAN	i
LEMBAR PERNYATAAN	ii
ABSTRAK	i
KATA PENGANTAR	v
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR TABEL	ix
DAFTAR GAMBAR	x
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah	2
1.3 Tujuan Penelitian	2
1.4 Manfaat Penelitian	3
1.5 Batasan Masalah	3
BAB 2 KAJIAN PUSTAKA	4
2.1 Ruang Euclid	4
2.2 Hasil Kali Titik (<i>Dot Product</i>)	15
2.3 Hasil Kali Silang (<i>Cross Product</i>)	17
BAB 3 HASIL ANALISIS DAN PEMBAHASAN	21
3.1 Sifat-sifat Hasil Kali Silang di $\mathbb{R}^n$	21

3.2 Hasil Kali Silang Vektor Satuan Standar di $\mathbb{R}^n$	32
BAB 4 KESIMPULAN DAN SARAN	41
4.1 Kesimpulan	41
4.2 Saran	42
DAFTAR PUSTAKA	43
RIWAYAT HIDUP	44



DAFTAR TABEL

Tabel 3.1	Hasil kali silang vektor satuan standar di $\mathbb{R}^n$	33
Tabel 3.2	Tanda hasil kali silang vektor satuan standar di $\mathbb{R}^n$. .	36
Tabel 3.3	Hasil kali silang vektor satuan standar di $\mathbb{R}^n$ ketika $n = \text{ganjil}$	36
Tabel 3.4	Hasil kali silang vektor satuan standar di $\mathbb{R}^n$ ketika $n = \text{genap}$	37



DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Penjumlahan Vektor di $\mathbb{R}^2$	6
Gambar 2.2	Penjumlahan Vektor di $\mathbb{R}^3$	7
Gambar 2.3	Perkalian Skalar $k = 2$	8
Gambar 2.4	Perkalian Skalar $k = -2$	8
Gambar 3.1	Diagram Hasil Kali Silang Vektor Satuan Standar di $\mathbb{R}^n$	37
Gambar 3.2	Diagram Hasil Kali Silang Vektor Satuan Standar ($n \bmod 4 \equiv 0$)	39
Gambar 3.3	Diagram Hasil Kali Silang Vektor Satuan Standar ($n \bmod 4 \equiv 1$)	39
Gambar 3.4	Diagram Hasil Kali Silang Vektor Satuan Standar ($n \bmod 4 \equiv 2$)	40
Gambar 3.5	Diagram Hasil Kali Silang Vektor Satuan Standar ($n \bmod 4 \equiv 3$)	40