

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Ruang vektor merupakan salah satu topik fundamental dalam matematika, terutama dalam bidang aljabar linear. Ruang ini menyediakan kerangka untuk mempelajari berbagai objek matematis seperti vektor, matriks, dan transformasi linear, yang sering digunakan dalam aplikasi di bidang fisika, teknik, ekonomi, dan komputasi. Salah satu konsep penting dalam ruang vektor adalah operasi vektor, termasuk hasil kali titik (*dot product*) dan hasil kali silang (*cross product*).

Hasil kali silang di \mathbb{R}^3 mendefinisikan vektor hasil yang ortogonal terhadap dua vektor masukan. Operasi ini memiliki sifat antikomutatif, distributif terhadap penjumlahan vektor, dan linier terhadap skalar. Namun, definisi hasil kali silang di ruang berdimensi lebih tinggi memerlukan pendekatan yang lain karena ketiadaan analogi langsung dari konsep-konsep geometri di \mathbb{R}^3 . Hal ini membuat pembahasan tentang sifat-sifat dan penerapan hasil kali silang di ruang berdimensi lebih tinggi menjadi tantangan sekaligus peluang menarik untuk diteliti lebih lanjut.

Meskipun jarang dibahas, hasil kali silang dimensi n relevan dalam berbagai konteks. Salah satunya adalah dalam metode Gram-Schmidt untuk menghasilkan basis ortonormal pada ruang vektor serta aturan Cramer dalam penyelesaian sistem persamaan linier juga melibatkan konsep-konsep

determinan yang terkait dengan sifat geometris vektor (Salinas-Hernandez et al. (2023)). Penelitian lainnya oleh (Shaw (1987)) menunjukkan hasil kali silang ruang Euclid dimensi 3 dapat digeneralisasi ke ruang Euclid dimensi n , (Xu (2022)) yang mendefinisikan hasil kali silang secara umum untuk sejumlah vektor dalam ruang berdimensi tinggi dengan matriks metrik yang berupa matriks simetris.

Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji secara mendalam sifat-sifat hasil kali silang dimensi n dan menganalisis perilaku operasi ini pada vektor satuan standar. Pemahaman komprehensif mengenai hasil kali silang di ruang berdimensi tinggi diharapkan dapat memberikan kontribusi pada pengembangan teori aljabar linear. Lebih lanjut, kajian ini berpotensi membuka peluang aplikasi di berbagai bidang keilmuan yang membutuhkan pemahaman mendalam tentang manipulasi vektor dalam ruang yang kompleks. Dengan demikian, penelitian ini tidak hanya mengisi kekosongan pengetahuan teoretis, tetapi juga meletakkan fondasi bagi riset selanjutnya yang dapat mendorong inovasi dan solusi untuk permasalahan di masa depan.

1.2 Perumusan Masalah

Rumusan masalah berikut ini dirumuskan berdasarkan penjelasan latar belakang sebelumnya.

1. Bagaimana sifat-sifat dari hasil kali silang di \mathbb{R}^n ?
2. Bagaimana hasil kali silang vektor satuan standar di \mathbb{R}^n ?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan perumusan masalah dalam penelitian ini tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Menganalisis sifat-sifat dari hasil kali silang di \mathbb{R}^n .

2. Menganalisis hasil kali silang vektor satuan standar di \mathbb{R}^n .

1.4 Manfaat Penelitian

Berdasarkan tujuan dari penelitian ini, berikut ini adalah dampak yang diharapkan dari penelitian ini.

1. Penelitian ini dapat memperluas pemahaman tentang aljabar linear, khususnya dalam konteks hasil kali silang di dimensi lebih tinggi. Pengetahuan ini dapat menjadi referensi baru dalam studi ruang vektor multidimensi dan membantu menjelaskan konsep-konsep yang sebelumnya belum banyak dieksplorasi.
2. Hasil penelitian ini diharapkan menjadi landasan bagi penelitian lebih lanjut dalam topik-topik yang terkait, seperti aljabar eksterior, teori bivektor, dan geometri diferensial, yang semuanya relevan untuk memahami struktur ruang berdimensi lebih tinggi.

1.5 Batasan Masalah

Untuk menjaga fokus dan relevansi dalam penelitian ini dengan konteks permasalahan maka akan ada beberapa hal yang perlu dibatasi diantaranya.

1. Penelitian ini hanya akan mempertimbangkan solusi untuk bilangan real.
2. Penelitian ini akan berfokus pada hasil kali silang dimensi n dari sisi aljabarnya