

**ANALISIS KESTABILAN DAN SENSITIVITAS MODEL
MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT PNEUMONIA
DENGAN PENGARUH RESISTENSI ANTIBIOTIK**

Skripsi

**Disusun untuk memenuhi salah satu syarat
memperoleh gelar Sarjana Matematika**



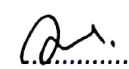
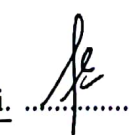
**Najla Aretha Khairunnisa
1305621001**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA**

2026

LEMBAR PERSETUJUAN HASIL SIDANG SKRIPSI
ANALISIS KESTABILAN DAN SENSITIVITAS MODEL MATEMATIKA
PENYEBARAN PENYAKIT PNEUMONIA DENGAN PENGARUH
RESISTENSI ANTIBIOTIK

Nama : Najla Aretha Khairunnisa
 No. Registrasi : 1305621001

	Nama	Tanda Tangan	Tanggal
Penanggung Jawab			
Dekan	: <u>Dr. Hadi Nasbey, S.Pd., M.Sc.</u> NIP. 197909162005011004		30/01/2026
Wakil Penanggung Jawab			
Wakil Dekan I	: <u>Dr. Meiliasari, S.Pd., M.Sc.</u> NIP. 197905042009122002		30/01/2026
Ketua	: <u>Drs. Sudarwanto, M.Si, DEA.</u> NIP. 196503251993031003		23/01/2026
Sekretaris	: <u>Dr. Yudi Mahatma, M.Si.</u> NIP. 197610202008121001		22/01/2026
Penguji Ahli	: <u>Dr. Lukita Ambarwati, S.Pd., M.Si.</u> NIP. 197210262001122001		22/01/2026
Pembimbing I	: <u>Dr. Eti Dwi Wiraningsih, S.Pd., M.Si.</u> NIP. 198102032006042001		23/01/2026
Pembimbing II	: <u>Ibnu Hadi, M.Si.</u> NIP. 198107182008011017		22/01/2026

Dinyatakan lulus ujian skripsi tanggal 19 Januari 2026

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Saya yang bertanda tangan di bawah ini, mahasiswa Program Studi Matematika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta:

Nama : Najla Aretha Khairunnisa
No Registrasi : 1305621001
Program Studi : Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi yang saya buat dengan judul "*Analisis Kestabilan dan Sensitivitas Model Matematika Penyebaran Penyakit Pneumonia dengan Pengaruh Resistensi Antibiotik*" adalah:

1. Dibuat sendiri, mengadopsi hasil kuliah, buku-buku, dan referensi acuan yang tertera di dalam referensi pada skripsi saya.
2. Bukan merupakan hasil duplikasi skripsi yang telah dipublikasikan atau pernah dipakai untuk mendapatkan gelar sarjana di Universitas lain kecuali pada bagian-bagian sumber informasi dicantumkan berdasarkan tata cara referensi yang semestinya.

Pernyataan ini dibuat dengan sesungguhnya dan saya bersedia menanggung segala akibat yang timbul jika pernyataan saya tidak benar.

Jakarta, 15 Januari 2026



Najla Aretha Khairunnisa



KEMENTERIAN PENDIDIKAN TINGGI, SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA
PERPUSTAKAAN DAN KEARSIPAN

Jalan Rawamangun Muka Jakarta 13220

Telepon/Faksimili: 021-4894221

Laman: lib.unj.ac.id

LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai sivitas akademika Universitas Negeri Jakarta, yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : Najla Aretha Khairunnisa
NIM : 1305621001
Fakultas/Prodi : FMIPA / Matematika
Alamat email : arethanajla6@gmail.com

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Perpustakaan dan Kearsipan Universitas Negeri Jakarta, Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif atas karya ilmiah:

☒ Skripsi ☐ Tesis ☐ Disertasi ☐ Lain-lain (.....)

yang berjudul :

Analisis Kestabilan dan Sensitivitas Model Matematika Penyebaran
Penyakit Pneumonia dengan Pengaruh Resistensi Antibiotik

Dengan Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif ini Perpustakaan dan Kearsipan Universitas Negeri Jakarta berhak menyimpan, mengalihmediakan, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data (*database*), mendistribusikannya, dan menampilkan/mempublikasikannya di internet atau media lain secara *fulltext* untuk kepentingan akademis tanpa perlu meminta ijin dari saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan atau penerbit yang bersangkutan.

Saya bersedia untuk menanggung secara pribadi, tanpa melibatkan pihak Perpustakaan Universitas Negeri Jakarta, segala bentuk tuntutan hukum yang timbul atas pelanggaran Hak Cipta dalam karya ilmiah saya ini.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Jakarta, 5 Februari 2026

Penulis

(Najla Aretha Khairunnisa)
nama dan tanda tangan

ABSTRAK

NAJLA ARETHA KHAIRUNNISA. Analisis Kestabilan dan Sensitivitas Model Matematika Penyebaran Penyakit Pneumonia dengan Pengaruh Resistensi Antibiotik. Skripsi, Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta. Januari 2026.

Pneumonia merupakan penyakit infeksi saluran pernapasan akut pada jaringan paru-paru yang dapat menyerang siapa saja tanpa memandang usia. Penanganan pneumonia seringkali terkendala oleh fenomena resistensi antibiotik yang disebabkan oleh penggunaan obat yang tidak bijak. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis dinamika penyebaran penyakit pneumonia dengan mempertimbangkan pengaruh resistensi antibiotik melalui model matematika SVEIATR (*Susceptible, Vaccinated, Exposed, Antibiotic Sensitive Infected, Antibiotic Resistant Infected, Treated, Recovered*). Analisis kestabilan dilakukan dengan menentukan titik ekuilibrium bebas penyakit dan uji asumsi (A1)–(A5), lalu menghitung bilangan reproduksi dasar (R_0) menggunakan metode matriks generasi selanjutnya. Hasil perhitungan menunjukkan nilai $R_0 = 0,001945 < 1$, yang berarti penyakit cenderung menghilang dari populasi dalam jangka panjang. Hal ini didukung oleh simulasi numerik yang menunjukkan bahwa populasi terinfeksi menuju nol dan sistem mencapai kestabilan pada titik ekuilibrium bebas penyakit E_0 . Selain itu, analisis sensitivitas menunjukkan bahwa parameter laju pengobatan dan vaksinasi memiliki pengaruh negatif yang signifikan terhadap R_0 , sehingga peningkatan pada kedua parameter tersebut sangat efektif dalam menekan penyebaran penyakit pneumonia.

Kata kunci. *Model Matematika, Analisis Kestabilan, Bilangan Reproduksi Dasar, Analisis Sensitivitas, Pneumonia*

ABSTRACT

NAJLA ARETHA KHAIRUNNISA. Stability and Sensitivity Analysis of a Mathematical Model for Pneumonia Spread with the Influence of Antibiotic Resistance. Thesis, Mathematics Study Program, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Jakarta State University. January 2026.

Pneumonia is an acute respiratory infection of the lung tissue that can affect anyone, regardless of age. The management of pneumonia is often hindered by the phenomenon of antibiotic resistance, driven by the imprudent use of medication. This study aims to analyze the transmission dynamics of pneumonia by considering the influence of antibiotic resistance through the SVEIATR (Susceptible, Vaccinated, Exposed, Antibiotic Sensitive Infected, Antibiotic Resistant Infected, Treated, Recovered) mathematical model. Stability analysis is performed by determining the disease-free equilibrium point and testing assumptions (A1)-(A5), then calculating the basic reproduction number (R_0) using the *next generation matrix* method. The calculation results show $R_0 = 0.001945 < 1$, indicating that the disease tends to disappear from the population in the long term. This is supported by numerical simulations showing that the infected population converges to zero and the system reaches stability at the disease-free equilibrium point E_0 . Furthermore, sensitivity analysis reveals that treatment and vaccination rates have a significant negative influence on R_0 , suggesting that increasing these parameters is highly effective in suppressing the spread of pneumonia.

Keywords. *Mathematical Model, Stability Analysis, Basic Reproduction Number, Sensitivity Analysis, Pneumonia*

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah rabbil 'alamin. Puji syukur ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan rahmat serta nikmat-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini sebagai salah satu syarat dan tugas akhir memperoleh gelar Sarjana Matematika selama studi di Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan judul Analisis Kestabilan dan Sensitivitas Model Matematika Penyebaran Penyakit Pneumonia dengan Pengaruh Resistensi Antibiotik.

Penulis menyadari bahwa penulisan skripsi ini tidak akan selesai tanpa adanya bantuan dari beberapa pihak. Pada kesempatan kali ini penulis ingin menyampaikan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Ibu Dr. Eti Dwi Wiraningsih, S.Pd., M.Si. selaku dosen pembimbing I dan Bapak Ibnu Hadi, M.Si. selaku dosen pembimbing II yang telah dengan sabar memberikan bimbingan, dukungan, masukan dan saran, serta menjawab pertanyaan-pertanyaan penulis, sehingga skripsi ini dapat diselesaikan dengan baik.
2. Ibu Devi Eka Wardani M, S.Pd., M.Si. selaku dosen pembimbing akademik atas bimbingan, arahan dan motivasi yang diberikan selama penulis menempuh bangku perkuliahan.
3. Bapak Dr. Yudi Mahatma, M.Si. selaku Koordinator Program Studi S1 Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Jakarta.
4. Bapak dan Ibu dosen serta seluruh staf akademik dan staf administrasi di lingkungan Program Studi Matematika atas ilmu, arahan, dan bimbingan yang telah diberikan selama penulis menempuh bangku perkuliahan.
5. Mama, Almarhum Papa, Adik, serta seluruh keluarga besar yang telah mengajarkan arti kesabaran, keikhlasan, dan rasa syukur. Berkat doa dan rida mereka, Allah SWT memberikan berbagai kemudahan kepada penulis dalam setiap

prosesnya. Terima kasih atas segala pengorbanan, doa, dan kasih sayang tulus yang diberikan tanpa henti, sehingga menjadi sumber kekuatan serta motivasi yang tak ternilai bagi penulis untuk menyelesaikan skripsi ini dengan baik.

6. Seluruh teman-teman Program Studi Matematika angkatan 2021 yang telah kebersamai dan menjadikan masa perkuliahan penulis penuh cerita dan telah berjuang bersama dalam menghadapi segala tantangan akademik hingga menyelesaikan skripsi.
7. Seluruh teman-teman dan semua pihak yang tidak mungkin untuk dicantumkan namanya satu-persatu, terima kasih banyak atas segala bentuk bantuan, semangat, dan dukungan bagi penulis.

Penulis menyadari bahwa masih terdapat kekurangan dan kesalahan dalam penulisan skripsi ini disebabkan kurangnya ilmu dan komunikasi. Oleh karena itu penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun sehingga dapat menjadi lebih baik lagi.

Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi lingkungan akademik khususnya Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta, maupun pihak lain yang membutuhkan serta bagi penulis secara pribadi.

Jakarta, 15 Januari 2025



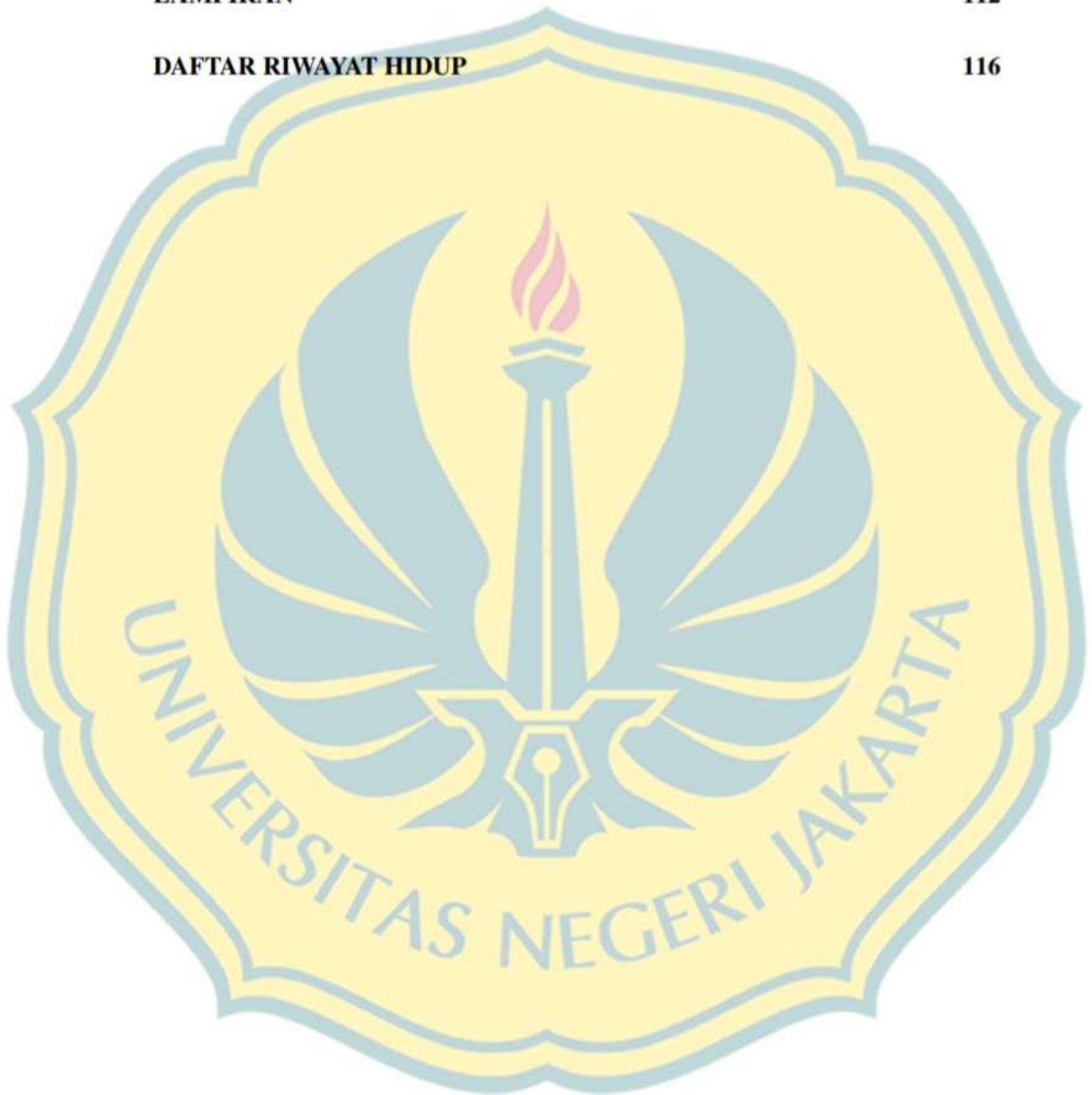
Najla Aretha Khairunnisa

DAFTAR ISI

LEMBAR PERSETUJUAN HASIL SIDANG SKRIPSI	i
SURAT PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI	ii
ABSTRAK	iii
ABSTRACT	iv
KATA PENGANTAR	v
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR TABEL	x
DAFTAR GAMBAR	xi
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah	4
1.3 Pembatasan Masalah	5
1.4 Tujuan Penelitian	5
1.5 Manfaat Penelitian	6
BAB 2 KAJIAN PUSTAKA	7
2.1 Pemodelan Matematika	7
2.2 Sistem Persamaan Diferensial	9
2.2.1 Sistem Persamaan Diferensial Linear	10
2.2.2 Sistem Persamaan Diferensial Nonlinear	12

2.3	Model SVEITR	15
2.4	Linearisasi	20
2.5	Titik Ekuilibrium	23
2.6	Nilai Eigen dan Vektor Eigen	26
2.7	Kestabilan Titik Ekuilibrium	32
2.8	Matriks Generasi Selanjutnya	41
2.9	Bilangan Reproduksi Dasar	44
2.10	Kriteria Kestabilan Dinamis	47
2.10.1	Kriteria Kestabilan Routh	48
2.10.2	Kriteria Kestabilan Hurwitz	49
2.10.3	Kriteria Routh-Hurwitz	53
2.11	Analisis Sensitivitas	55
2.12	Penyakit Pneumonia	58
2.13	Perkembangan Pemodelan Penyebaran Penyakit Pneumonia	60
BAB 3 METODOLOGI PENELITIAN		63
3.1	Jenis Penelitian	63
3.2	Pengambilan Data	63
3.3	Alur Penelitian	64
BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN		67
4.1	Asumsi Model	67
4.2	Variabel dan Parameter	69
4.3	Model Matematika Penyebaran Penyakit Pneumonia	71
4.4	Titik Ekuilibrium	77
4.5	Uji Asumsi Model Infeksi	78
4.6	Analisis Kestabilan dan Bilangan Reproduksi Dasar	84
4.7	Simulasi Numerik	87
4.8	Analisis Sensitivitas	99
BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN		105
5.1	Kesimpulan	105

5.2 Saran	107
DAFTAR PUSTAKA	108
LAMPIRAN	112
DAFTAR RIWAYAT HIDUP	116



DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Kriteria Kestabilan Titik Ekuilibrium Sistem	38
Tabel 2.2	Tabel Routh	48
Tabel 2.3	Tabel Routh-Hurwitz	54
Tabel 4.1	Definisi Variabel dalam Model Penyebaran Penyakit Pneu- monia	69
Tabel 4.2	Definisi Parameter dalam Model Penyebaran Penyakit Pneu- umonia	70
Tabel 4.3	Parameter Penyakit Pneumonia	94
Tabel 4.4	Indeks Sensitivitas Parameter terhadap R_0	102
Tabel 4.5	Dampak Perubahan Parameter Negatif ($\pm 10\%$) terhadap R_0	103
Tabel 4.6	Dampak Perubahan Parameter Negatif ($\pm 10\%$) terhadap R_0	103

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Tahapan Pemodelan Matematika	7
Gambar 2.2	Diagram Alir Model SVEITR	16
Gambar 2.3	Ilustrasi Titik Ekuilibrium Stabil	32
Gambar 2.4	Ilustrasi Titik Ekuilibrium Stabil Asimtotik	33
Gambar 2.5	Ilustrasi Titik Ekuilibrium Tidak Stabil	33
Gambar 2.6	Jenis Potret Fase Berdasarkan Nilai Eigen	39
Gambar 2.7	Diagram Alir menurut Ossaiugbo & Okposo	60
Gambar 2.8	Diagram Alir menurut Side dkk	61
Gambar 2.9	Diagram Alir menurut Olopade	61
Gambar 2.10	Diagram Alir menurut Mumbu	62
Gambar 3.1	Diagram Alir Penelitian	64
Gambar 4.1	Diagram Alir Model Matematika Penyebaran Penyakit Pne- umonia	71
Gambar 4.2	Plot Perubahan Jumlah Individu pada Subpopulasi S	95
Gambar 4.3	Plot Perubahan Jumlah Individu pada Subpopulasi V	95
Gambar 4.4	Plot Perubahan Jumlah Individu pada Subpopulasi E	96
Gambar 4.5	Plot Perubahan Jumlah Individu pada Subpopulasi I	96
Gambar 4.6	Plot Perubahan Jumlah Individu pada Subpopulasi A	97
Gambar 4.7	Plot Perubahan Jumlah Individu pada Subpopulasi T	98
Gambar 4.8	Plot Perubahan Jumlah Individu pada Subpopulasi R	98
Gambar 4.9	Plot Perubahan Jumlah Individu pada Setiap Subpopulasi . .	99
Gambar 4.10	Diagram Batang Sensitivitas Parameter terhadap R_0	104