

PEWARNAAN TITIK PELANGI ANTI-AJAIB (RVAC) PADA GRAF ROACH

Skripsi

**Disusun untuk memenuhi salah satu syarat
memperoleh gelar Sarjana Matematika**



Allan Dinen Irlando

1305621032

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA**

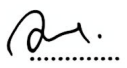
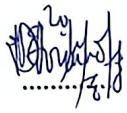
2026

LEMBAR PERSETUJUAN HASIL SIDANG SKRIPSI

PEWARNAAN TITIK PELANGI ANTI-AJAIB (RVAC) PADA GRAF .ROACH

Nama : Allan Dinen Irlando

No. Registrasi : 1305621032

	Nama	Tanda Tangan	Tanggal
Penanggung Jawab Dekan	: <u>Dr. Hadi Nasbey, S.Pd., M.Si.</u> NIP. 197909162005011004		30-01-2026
Wakil Penanggung Jawab Wakil Dekan I	: <u>Dr. Meiliasari, S.Pd., M.Sc.</u> NIP. 197905042009122002		30-01-2026
Ketua	: <u>Dr. Lukita Ambarwati, S.Pd., M.Si.</u> NIP. 197210262001122001		22-01-2026
Sekretaris	: <u>Dr. Yudi Mahatma, M.Si.</u> NIP. 197610202008121001		22-01-2026
Penguji Ahli	: <u>Drs. Sudarwanto, M.Si., DEA.</u> NIP. 196503251993031003		23-01-2026
Pembimbing I	: <u>Devi Eka Wardani M, S.Pd., M.Si.</u> NIP. 199005162019032014		19-01-2026
Pembimbing II	: <u>Med Irzal, M.Kom.</u> NIP. 197706152003121001		23-01-2026

Dinyatakan lulus ujian skripsi tanggal 14 Januari 2026

LEMBAR PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Saya yang bertanda tangan di bawah ini, mahasiswa Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta:

Nama : Allan Dinen Irlando
No Registrasi : 1305621032
Program Studi : Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi yang saya buat dengan judul *"Pewarnaan Titik Pelangi Anti-ajaib pada Graf Roach"* adalah:

1. Dibuat sendiri, mengadopsi hasil kuliah, buku-buku, dan referensi acuan yang tertera di dalam referensi pada skripsi saya.
2. Bukan merupakan hasil duplikasi skripsi yang telah dipublikasikan atau pernah dipakai untuk mendapatkan gelar sarjana di Universitas lain kecuali pada bagian-bagian sumber informasi dicantumkan berdasarkan tata cara referensi yang semestinya.

Pernyataan ini dibuat dengan sesungguhnya dan saya bersedia menanggung segala akibat yang timbul jika pernyataan saya tidak benar.

Jakarta, 30 Desember 2025



Allan Dinen Irlando



KEMENTERIAN PENDIDIKAN TINGGI, SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA
PERPUSTAKAAN DAN KEARSIPAN

Jalan Rawamangun Muka Jakarta 13220
Telepon/Faksimili: 021-4894221
Laman: lib.unj.ac.id

**LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS**

Sebagai sivitas akademika Universitas Negeri Jakarta, yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : Allan Dinen Irlando
NIM : 1305621032
Fakultas/Prodi : FMIPA / Matematika
Alamat email : allanirlandostd@gmail.com

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Perpustakaan dan Kearsipan Universitas Negeri Jakarta, Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif atas karya ilmiah:

☒ Skripsi ☐ Tesis ☐ Disertasi ☐ Lain-lain (.....)

yang berjudul :

Pewarnaan Titik Pelangi Anti-ajaib (RVAC) pada Graf Roach

Dengan Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif ini Perpustakaan dan Kearsipan Universitas Negeri Jakarta berhak menyimpan, mengalihmediakan, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data (*database*), mendistribusikannya, dan menampilkan/mempublikasikannya di internet atau media lain secara *fulltext* untuk kepentingan akademis tanpa perlu meminta ijin dari saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan atau penerbit yang bersangkutan.

Saya bersedia untuk menanggung secara pribadi, tanpa melibatkan pihak Perpustakaan Universitas Negeri Jakarta, segala bentuk tuntutan hukum yang timbul atas pelanggaran Hak Cipta dalam karya ilmiah saya ini.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Jakarta, 9 Februari 2026

Penulis

(Allan Dinen Irlando)
nama dan tanda tangan

ABSTRAK

ALLAN DINEN IRLANDO. Pewarnaan Titik Pelangi Anti-ajaib (RVAC) pada Graf Roach. Skripsi, Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta, Januari 2026.

Pewarnaan graf merupakan salah satu kajian penting dalam teori graf, khususnya dalam konteks keterhubungan dan pelabelan graf. Salah satu pengembangannya adalah pewarnaan titik pelangi anti-ajaib (*Rainbow Vertex Antimagic Coloring*/RVAC), yang merupakan penggabungan konsep *rainbow vertex-connection* dan pelabelan *vertex-antimagic edge*. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan nilai bilangan terhubung titik pelangi anti-ajaib, mengonstruksi fungsi pelabelan sisi, serta menentukan bobot simpul pada graf Roach $R(2n, 2k)$ untuk $n \geq 1$ dan $k \geq 2$. Metode penelitian yang digunakan adalah pendekatan teoretis melalui konstruksi pelabelan sisi dan analisis bobot simpul tanpa melibatkan pendekatan komputasi. Hasil penelitian menunjukkan bahwa nilai $rvac(R(2n, 2k))$ dapat ditentukan secara eksplisit berdasarkan parameter n dan k , dengan rumusan yang berbeda untuk beberapa kasus nilai k . Selain itu, diperoleh konstruksi pelabelan sisi yang dapat digeneralisasi ke dalam sejumlah pola, yang menghasilkan bobot simpul internal yang berbeda pada setiap lintasan penghubung. Dengan demikian, konstruksi yang diperoleh memenuhi sifat pewarnaan titik pelangi anti-ajaib pada graf Roach. Penelitian ini memberikan kontribusi teoretis dalam pengembangan kajian RVAC pada graf khusus serta memperkaya referensi dalam bidang teori graf dan pelabelan graf.

Kata kunci. *Graf Roach, Pelabelan Graf, Pewarnaan Titik Pelangi Anti-ajaib, Teori Graf.*

ABSTRACT

ALLAN DINEN IRLANDO. Rainbow Vertex Antimagic Coloring (RVAC) on the Roach Graph. Undergraduate Thesis, Department of Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, State University of Jakarta, January 2026.

Graph coloring is one of the important topics in graph theory, particularly in the context of graph connectivity and labeling. One of its developments is *Rainbow Vertex Antimagic Coloring* (RVAC), which combines the concepts of *rainbow vertex-connection* and *vertex-antimagic edge labeling*. This research aims to determine the rainbow vertex antimagic connection number, to construct edge labeling functions, and to determine vertex weights on the Roach graph $R(2n, 2k)$ for $n \geq 1$ and $k \geq 2$. The research method used in this study is a theoretical approach based on edge labeling constructions and vertex weight analysis without involving computational methods. The results show that the value of $rvac(R(2n, 2k))$ can be determined explicitly based on the parameters n and k , with different formulas for several cases of k . In addition, generalized edge labeling constructions are obtained, which produce distinct internal vertex weights along each connecting path. Thus, the obtained constructions satisfy the properties of rainbow vertex antimagic coloring on the Roach graph. This research provides a theoretical contribution to the development of RVAC studies on special graphs and enriches references in the field of graph theory and graph labeling.

Keywords. *Graph Labeling, Graph Theory, Roach Graph, Rainbow Vertex Antimagic Coloring.*

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah rabbil 'alamin. Puji syukur kehadiran Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika pada Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta. Skripsi dengan judul *"Pewarnaan Titik Pelangi Anti-ajaib (RVAC) pada Graf Roach"* dapat diselesaikan dengan baik berkat kelancaran serta kemudahan yang Tuhan berikan selama proses penyusunannya.

Penulis menyadari bahwa penyusunan skripsi ini tidak akan berjalan dengan baik tanpa bantuan, bimbingan, dukungan, dan doa dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dengan segala kerendahan hati, penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

1. Bapak Dr. Yudi Mahatma, M.Si., selaku Koordinator Program Studi Matematika FMIPA Universitas Negeri Jakarta, atas arahan, dukungan, dan kebijakan yang diberikan selama penulis menempuh pendidikan.
2. Ibu Devi Eka Wardani Meganingtyas, S.Pd., M.Si., selaku Dosen Pembimbing I, dan Bapak Med Irzal, M.Kom., selaku Dosen Pembimbing II, atas segala bimbingan, arahan, masukan, motivasi, serta kesabaran yang diberikan selama proses penyusunan skripsi ini.
3. Seluruh Bapak dan Ibu Dosen Program Studi Matematika FMIPA Universitas Negeri Jakarta yang telah memberikan ilmu pengetahuan, wawasan, dan pengalaman berharga selama masa perkuliahan.
4. Kedua orang tua dan keluarga penulis, atas doa, kasih sayang, dukungan moral dan material, serta semangat yang tidak pernah putus sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik.

5. Seluruh teman-teman matematika 2021, teman-teman dekat, serta seluruh pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu, terima kasih atas bantuan, kebersamaan, dan dukungan yang diberikan, terutama pada masa-masa sulit selama proses penyusunan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna karena keterbatasan pengetahuan dan pengalaman. Oleh karena itu, kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan demi perbaikan di masa mendatang.

Akhir kata, penulis berharap skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi lingkungan akademik, khususnya Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta, maupun pihak lain yang memerlukan serta bagi penulis secara pribadi.

Jakarta, 30 Desember 2025

Allan Dinen Irlando

DAFTAR ISI

LEMBAR PERSETUJUAN HASIL SIDANG SKRIPSI	i
LEMBAR PERNYATAAN	i
ABSTRAK	iii
ABSTRACT	iv
KATA PENGANTAR	v
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR TABEL	ix
DAFTAR GAMBAR	x
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah	5
1.3 Batasan Masalah	6
1.4 Tujuan Penelitian	7
1.5 Manfaat Penelitian	7
BAB 2 KAJIAN PUSTAKA	8
2.1 Definisi dan Terminologi Graf	8
2.2 Karakteristik Graf	19
2.2.1 Kardinalitas	19
2.2.2 Diameter	21

2.2.3	Graf Khusus	22
2.2.4	Operasi Graf	25
2.3	Graf Roach	28
2.4	Pewarnaan Graf	31
2.4.1	Pewarnaan Simpul (<i>Vertex Coloring</i>)	32
2.4.2	Pewarnaan Titik Pelangi Graf (<i>Rainbow Vertex Coloring</i>)	34
2.5	Pewarnaan Titik Pelangi Anti-Ajaib (<i>Rainbow Vertex Antimagic Coloring</i>)	38
BAB 3	METODOLOGI PENELITIAN	45
3.1	Tempat dan Waktu Penelitian	45
3.2	Metode Penelitian	45
3.3	Alur Penelitian	46
3.4	Teknik Pengumpulan dan Analisis Data	48
BAB 4	HASIL ANALISIS DAN PEMBAHASAN	49
4.1	Definisi dan Notasi Graf Roach	49
4.2	Sifat-Sifat Struktur Graf Roach	51
4.3	Diameter Graf Roach	51
4.4	Keterhubungan Titik Pelangi Graf Roach	54
4.5	Pewarnaan Titik Pelangi Anti-ajaib pada Graf Roach	55
4.6	Lintasan Pelangi Bobot Simpul Graf Roach	227
BAB 5	KESIMPULAN DAN SARAN	229
5.1	Kesimpulan	229
5.2	Saran	231
	DAFTAR PUSTAKA	233
	LAMPIRAN	236

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Jarak antar simpul pada graf G	37
Tabel 2.2	Nilai Jarak antar simpul pada graf G	37
Tabel 2.3	Nilai jarak antar simpul pada graf $Br_{3,3}$	41
Tabel 4.1	Lintasan pelangi $u - v$ dari $R(2n, 2k)$ saat $n \geq 3$ dengan $k \geq 2$	228
Tabel 4.2	Lintasan pelangi $u - v$ dari $R(2n, 2k)$ saat $n = 1, 2$ dengan $k \geq 2$	228



DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Contoh graf sederhana	9
Gambar 2.2	Simpul yang bertetangga	9
Gambar 2.3	Simpul Terpencil	10
Gambar 2.4	Graf Kosong	11
Gambar 2.5	Derajat	12
Gambar 2.6	Perjalanan	14
Gambar 2.7	Lintasan	15
Gambar 2.8	(a) Graf Siklik (b) Graf Asiklik	16
Gambar 2.9	(a) Graf Terhubung (b) Graf Tidak Terhubung	17
Gambar 2.10	Graf Berbobot	18
Gambar 2.11	Graf Sapu $Br_{n,m}$	20
Gambar 2.12	Diameter	22
Gambar 2.13	Graf lingkaran $C_n, 3 \leq n \leq 5$	23
Gambar 2.14	Graf lengkap $K_n, 1 \leq n \leq 4$	24
Gambar 2.15	Graf teratur (a) derajat 0, (b) derajat 1, dan (c) derajat 2	25
Gambar 2.16	Graf gabungan	26
Gambar 2.17	Graf penjumlahan	27
Gambar 2.18	Graf hasil kali kartesian	28
Gambar 2.19	Graf Roach $R(2n, 2k)$	30
Gambar 2.20	Pewarnaan titik graf K_4 dengan bilangan kromatik 4	33
Gambar 2.21	Graf G dengan lima simpul dan empat sisi	36
Gambar 2.22	Pewarnaan titik pelangi graf G	38
Gambar 2.23	Graf G dengan lima simpul dan empat sisi dengan pe- labelan antimagic	39
Gambar 2.24	Graf sapu $Br_{3,3}$	41

Gambar 2.25	Pewarnaan Titik Pelangi Anti-Ajaib Graf $Br_{3,3}$	42
Gambar 2.26	Pewarnaan Titik Pelangi Anti-Ajaib Graf $Br_{3,3}$	43
Gambar 3.1	Diagram Alir Penelitian	46
Gambar 4.1	Graf Roach $R(2n, 2k)$	50
Gambar 4.2	Lintasan p_1 ke p'_1	52
Gambar 4.3	Lintasan p_1 ke l'_k	53
Gambar 4.4	Pewarnaan Titik Pelangi Anti-ajaib graf Roach $R(12, 4)$.	65
Gambar 4.5	Pewarnaan Titik Pelangi Anti-ajaib graf Roach $R(18, 6)$.	83
Gambar 4.6	Pewarnaan Titik Pelangi Anti-ajaib graf Roach $R(2, 20)$.	127
Gambar 4.7	Pewarnaan Titik Pelangi Anti-ajaib graf Roach $R(4, 14)$.	135
Gambar 4.8	Pewarnaan Titik Pelangi Anti-ajaib graf Roach $R(6, 24)$.	158
Gambar 4.9	Pewarnaan Titik Pelangi Anti-ajaib graf Roach $R(8, 18)$.	163
Gambar 4.10	Pewarnaan Titik Pelangi Anti-ajaib graf Roach $R(14, 12)$	193
Gambar 4.11	Pewarnaan Titik Pelangi Anti-ajaib graf Roach $R(22, 10)$	206
Gambar 4.12	Pewarnaan Titik Pelangi Anti-ajaib graf Roach $R(26, 12)$	213
Gambar 4.13	Pewarnaan Titik Pelangi Anti-ajaib graf Roach $R(28, 12)$	220
Gambar 4.14	Pewarnaan Titik Pelangi Anti-ajaib graf Roach $R(30, 14)$	227