

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Perkembangan ilmu pengetahuan, teknologi, dan arus digitalisasi telah mengubah paradigma pendidikan dari yang semula berorientasi pada penguasaan pengetahuan menuju pengembangan kompetensi yang “memaksa” peserta didik beradaptasi terhadap berbagai tantangan kehidupan abad ke-21. Pendidikan tidak lagi cukup membekali peserta didik dengan kemampuan mengingat fakta, memahami konsep, atau menerapkan prosedur yang bersifat rutin, tetapi juga dituntut mampu mengembangkan kemampuan berpikir kritis, kreatif, kolaboratif, komunikatif, serta kemampuan memecahkan masalah yang kompleks. Kompetensi tersebut dipandang sebagai fondasi utama dalam mempersiapkan sumber daya manusia yang adaptif, inovatif, dan mampu menghadapi dinamika perkembangan sosial, ekonomi, maupun teknologi pada era global (*Organisation for Economic Co-operation and Development*, 2019; *Partnership for 21st Century Learning*, 2019).

Dalam konteks pendidikan matematika, tuntutan tersebut diwujudkan melalui pengembangan *Higher Order Thinking Skills (HOTS)*. HOTS merupakan kemampuan berpikir yang melibatkan proses analisis, evaluasi, dan kreasi dalam menyelesaikan berbagai permasalahan yang tidak dapat diselesaikan hanya dengan mengingat informasi atau menerapkan prosedur secara mekanis. Berdasarkan revisi Taksonomi Bloom oleh Lorin W. Anderson dan David R. Krathwohl (2001), kemampuan berpikir tingkat tinggi direpresentasikan melalui tiga proses kognitif tertinggi, yaitu menganalisis (*analyzing*), mengevaluasi (*evaluating*), dan mencipta (*creating*). Ketiga dimensi tersebut menjadi landasan konseptual dalam berbagai kebijakan pendidikan modern karena diyakini mampu mendorong peserta didik membangun pemahaman konseptual secara mendalam, menggunakan penalaran logis, serta menghasilkan solusi terhadap berbagai permasalahan baru.

HOTS memiliki posisi yang sangat strategis pada pembelajaran matematika, karena karakteristik matematika menuntut peserta didik untuk membangun hubungan antar konsep, melakukan penalaran deduktif maupun induktif, mengevaluasi berbagai strategi penyelesaian, serta menggeneralisasi

konsep ke dalam situasi yang berbeda. Oleh karena itu, keberhasilan pembelajaran matematika tidak lagi diukur semata-mata dari kemampuan memperoleh jawaban yang benar, tetapi juga dari kemampuan peserta didik menjelaskan alasan, mengevaluasi prosedur, memilih strategi yang tepat, serta menerapkan konsep matematika dalam konteks yang beragam (*National Council of Teachers of Mathematics*, 2000). Dengan demikian, pengembangan HOTS menjadi salah satu tujuan utama pembelajaran matematika sekaligus indikator penting dalam menilai kualitas proses pembelajaran.

Urgensi pengembangan HOTS juga tercermin dalam berbagai asesmen internasional, khususnya *Programme for International Student Assessment (PISA)* yang diselenggarakan oleh OECD. Berbeda dengan asesmen yang hanya mengukur penguasaan materi kurikulum, PISA dirancang untuk mengevaluasi kemampuan peserta didik dalam menggunakan pengetahuan dan keterampilan untuk menyelesaikan permasalahan nyata melalui penalaran, interpretasi, dan pemecahan masalah. Dalam domain matematika, PISA menekankan *mathematical literacy*, yaitu kemampuan merumuskan, menggunakan, dan menafsirkan matematika dalam berbagai konteks kehidupan (OECD, 2023). Oleh karena itu, capaian PISA sering digunakan sebagai indikator kemampuan berpikir tingkat tinggi peserta didik di berbagai negara.

Hasil PISA selama dua dekade terakhir menunjukkan bahwa kemampuan matematika peserta didik Indonesia masih berada pada tingkat yang memerlukan perhatian serius. Pada siklus PISA 2022, skor matematika Indonesia berada pada angka 366, masih berada di bawah rata-rata OECD sebesar 472, serta menempatkan Indonesia pada kelompok negara dengan capaian literasi matematika yang relatif rendah (OECD, 2023). Hasil tersebut menunjukkan bahwa sebagian besar peserta didik masih mengalami kesulitan dalam menyelesaikan permasalahan matematika yang memerlukan penalaran, interpretasi informasi, pemodelan matematis, dan pengambilan keputusan berdasarkan bukti.

Temuan tersebut juga konsisten dengan berbagai indikator nasional. Hasil Asesmen Nasional (AN) menunjukkan bahwa kemampuan numerasi peserta didik Indonesia masih didominasi oleh kategori dasar dan menengah, sementara proporsi peserta didik yang mampu menyelesaikan soal-soal dengan tuntutan penalaran

tingkat tinggi masih relatif terbatas. Data terbaru dari pelaksanaan Tes Kemampuan Akademik (TKA) jenjang SMA/ sederajat yang diumumkan oleh Kementerian Pendidikan Dasar dan Menengah akhir Desember 2025 menunjukkan bahwa nilai rata-rata nasional untuk mata pelajaran Matematika hanya sebesar 36,10 (skala 0–100) dari 3.489.148 peserta yang mengikuti asesmen tersebut. Rendahnya capaian pada asesmen komprehensif seperti TKA ini, jika dibaca bersama dengan stagnasi panjang skor PISA sejak 2003 hingga 2022, mencerminkan bahwa tantangan dalam penguasaan domain numerasi dan matematika pada tingkat SMA bersifat struktural dan belum teratasi secara konsisten. Temuan-temuan tersebut mengindikasikan bahwa peningkatan kualitas pembelajaran matematika tidak cukup dilakukan melalui perbaikan proses pembelajaran semata, tetapi juga memerlukan sistem asesmen yang mampu memberikan informasi lebih rinci mengenai kesulitan belajar yang dialami peserta didik.

Permasalahan tersebut menjadi semakin penting karena rendahnya capaian HOTS tidak selalu disebabkan oleh kurangnya penguasaan materi secara umum. Dalam banyak kasus, peserta didik dapat memperoleh jawaban yang benar melalui hafalan prosedur atau bahkan tebakan, tetapi masih mengalami kesulitan pada atribut kognitif tertentu yang mendasari penyelesaian masalah. Sebaliknya, peserta didik yang memperoleh jawaban salah belum tentu tidak memahami seluruh konsep yang diukur, melainkan mungkin hanya mengalami hambatan pada satu atau beberapa atribut tertentu. Oleh karena itu, skor total hasil asesmen belum mampu menggambarkan secara akurat struktur penguasaan pengetahuan maupun akar kesulitan belajar yang dimiliki setiap peserta didik.

Kondisi tersebut menunjukkan perlunya perubahan paradigma asesmen dalam pembelajaran matematika, dari asesmen yang hanya berorientasi pada hasil belajar menuju asesmen yang mampu mengidentifikasi proses berpikir dan atribut kognitif yang mendasari performa peserta didik. Informasi diagnostik semacam ini menjadi sangat penting karena memungkinkan guru merancang intervensi pembelajaran yang lebih spesifik, adaptif, dan sesuai dengan kebutuhan belajar masing-masing peserta didik. Oleh karena itu, pengembangan asesmen diagnostik yang mampu mengidentifikasi penguasaan atribut HOTS secara akurat menjadi salah satu kebutuhan mendesak dalam peningkatan kualitas pembelajaran matematika di tingkat sekolah menengah.

Pengembangan *Higher Order Thinking Skills (HOTS)* menjadi salah satu tujuan utama pembelajaran matematika, meskipun demikian pencapaiannya sangat dipengaruhi oleh karakteristik materi yang dipelajari. Tidak semua topik matematika memiliki tingkat kompleksitas kognitif yang sama. Beberapa materi menuntut penguasaan konsep secara prosedural, sedangkan materi lainnya memerlukan kemampuan berpikir relasional, penalaran abstrak, dan integrasi berbagai representasi matematis. Salah satu materi yang memiliki karakteristik tersebut adalah fungsi eksponensial, yang pada Kurikulum Merdeka dipelajari oleh peserta didik kelas X SMA sebagai bagian dari fondasi untuk mempelajari fungsi logaritma, pertumbuhan dan peluruhan, pemodelan matematika, serta berbagai aplikasi matematika dalam ilmu pengetahuan dan kehidupan sehari-hari.

Fungsi eksponensial memiliki karakteristik yang berbeda dibandingkan materi aljabar dasar karena melibatkan hubungan antara representasi simbolik, numerik, grafik, dan kontekstual secara simultan. Dalam mempelajari fungsi eksponensial, peserta didik tidak hanya dituntut memahami sifat-sifat operasi eksponen, tetapi juga harus mampu menginterpretasikan perubahan parameter fungsi, menganalisis bentuk grafik, menjelaskan karakteristik pertumbuhan maupun peluruhan eksponensial, serta menggunakan model eksponensial untuk menyelesaikan berbagai permasalahan kontekstual. Dengan demikian, keberhasilan mempelajari materi ini tidak hanya bergantung pada kemampuan prosedural, tetapi juga pada kemampuan menghubungkan berbagai representasi matematis dan menggunakan penalaran konseptual secara konsisten (*National Council of Teachers of Mathematics*, 2000).

Karakteristik tersebut menjadikan fungsi eksponensial sebagai salah satu materi yang menuntut kemampuan berpikir tingkat tinggi. Peserta didik harus mampu membedakan karakteristik pertumbuhan linear dan eksponensial, mengevaluasi pengaruh perubahan basis maupun eksponen terhadap bentuk fungsi, serta membangun model matematika berdasarkan informasi yang diperoleh dari grafik, tabel, maupun situasi nyata. Aktivitas tersebut secara langsung melibatkan proses menganalisis (C4), mengevaluasi (C5), dan mencipta (C6) sebagaimana dirumuskan dalam Taksonomi Bloom Revisi (Lorin W. Anderson & David R. Krathwohl, 2001). Oleh karena itu, fungsi eksponensial merupakan konteks yang relevan untuk mengembangkan sekaligus mengukur

kemampuan HOTS peserta didik. Namun demikian, berbagai penelitian menunjukkan bahwa fungsi eksponensial juga merupakan salah satu materi yang paling banyak menimbulkan kesulitan belajar dan miskonsepsi pada peserta didik. Kesulitan tersebut tidak hanya muncul pada aspek prosedural, tetapi juga berkaitan dengan lemahnya pemahaman konseptual terhadap makna eksponen, hubungan antar representasi, serta interpretasi fungsi dalam berbagai konteks.

Penelitian Bariyah, Setyaningrum, dan Fatwana (2024) menunjukkan bahwa banyak peserta didik mengalami kesulitan dalam memahami karakteristik pertumbuhan eksponensial, menginterpretasikan bentuk grafik, serta menerapkan aturan operasi eksponen, khususnya pada eksponen pecahan. Temuan tersebut menunjukkan bahwa kesalahan peserta didik tidak semata-mata disebabkan oleh kekeliruan perhitungan, tetapi juga oleh lemahnya struktur konseptual yang mendasari pemahaman fungsi eksponensial. Temuan serupa dilaporkan oleh Nasution, Yuanita, dan Hutapea (2025), yang menemukan bahwa sebagian besar peserta didik belum mampu menghubungkan representasi simbolik, numerik, dan grafik fungsi eksponensial secara konsisten. Akibatnya, peserta didik mengalami kesulitan ketika harus menginterpretasikan parameter fungsi, menentukan laju pertumbuhan, maupun menggunakan grafik sebagai dasar dalam menyelesaikan permasalahan kontekstual. Ketidakmampuan mengintegrasikan berbagai representasi tersebut menunjukkan adanya hambatan kognitif yang lebih mendasar dibandingkan sekadar kesalahan prosedural.

Fenomena yang sama juga ditemukan pada berbagai penelitian internasional. Ayeh (2025) menunjukkan bahwa miskonsepsi mengenai konsep fungsi masih menjadi masalah yang banyak ditemukan pada peserta didik. Sebagian besar peserta didik memandang fungsi hanya sebagai prosedur substitusi nilai (*input-output process*), bukan sebagai relasi matematis yang menggambarkan hubungan antarvariabel. Akibatnya, peserta didik mengalami kesulitan memahami sifat nonlinier fungsi eksponensial, karakteristik pertumbuhan multiplikatif, serta makna perubahan parameter fungsi. Selain itu, Nurzaenah dan Nofikusumawati (2025) mengidentifikasi berbagai miskonsepsi yang bersifat persisten pada materi eksponen, antara lain kesalahan dalam operasi eksponen, ketidakpahaman terhadap eksponen negatif maupun pecahan, serta kekeliruan dalam menghubungkan konsep eksponen dengan fenomena

pertumbuhan dan peluruhan. Miskonsepsi tersebut menunjukkan bahwa hambatan belajar peserta didik tidak hanya terjadi pada tahap penerapan prosedur, tetapi juga pada proses membangun representasi konseptual yang menjadi dasar pemahaman fungsi eksponensial.

Berbagai temuan tersebut memperlihatkan bahwa peserta didik dapat menunjukkan bentuk kesulitan belajar yang sangat beragam meskipun memperoleh skor akhir yang sama. Seorang peserta didik mungkin mengalami hambatan dalam menginterpretasikan grafik fungsi, sementara peserta didik lain mengalami kesulitan dalam memahami hubungan antara bentuk aljabar dan model pertumbuhan eksponensial. Ada pula peserta didik yang mampu menyelesaikan prosedur perhitungan dengan benar, tetapi belum memahami alasan konseptual di balik prosedur tersebut. Variasi karakteristik kesulitan belajar tersebut menunjukkan bahwa informasi hasil belajar yang hanya didasarkan pada skor total belum mampu menggambarkan struktur penguasaan konsep yang sebenarnya dimiliki peserta didik.

Permasalahan utama pada pembelajaran fungsi eksponensial bukan hanya rendahnya tingkat pencapaian hasil belajar, melainkan belum tersedianya informasi yang mampu menjelaskan atribut kognitif mana yang telah dikuasai, atribut mana yang masih mengalami hambatan, serta bagaimana pola kesulitan belajar yang dimiliki setiap peserta didik. Informasi semacam ini sangat diperlukan agar guru tidak hanya mengetahui bahwa peserta didik mengalami kesulitan, tetapi juga memahami akar kesulitan tersebut sebagai dasar dalam merancang intervensi pembelajaran yang lebih tepat sasaran. Oleh karena itu, materi fungsi eksponensial merupakan konteks yang sangat relevan untuk penerapan asesmen diagnostik, karena kompleksitas konsepnya memungkinkan identifikasi atribut kognitif secara lebih rinci dibandingkan materi yang bersifat prosedural.

Peningkatan kemampuan berpikir tingkat tinggi tidak hanya bergantung pada kualitas proses pembelajaran, tetapi juga sangat dipengaruhi oleh kualitas asesmen yang digunakan. Asesmen tidak lagi dipandang sekadar sebagai alat untuk mengukur hasil belajar pada akhir pembelajaran (*assessment of learning*), melainkan sebagai bagian integral dari proses pembelajaran yang berfungsi menyediakan informasi untuk memperbaiki pembelajaran (*assessment for*

learning) dan mendorong peserta didik merefleksikan proses belajarnya (*assessment as learning*) (Paul Black & Dylan Wiliam, 1998; Rick Stiggins, 2005). Dalam paradigma tersebut, asesmen tidak hanya berorientasi pada pemberian skor, tetapi juga harus mampu menghasilkan informasi yang bermakna mengenai proses berpikir, penguasaan konsep, serta kesulitan belajar yang dialami peserta didik.

Dalam pembelajaran matematika, kebutuhan terhadap asesmen yang informatif menjadi semakin penting karena karakteristik matematika menuntut penguasaan konsep yang saling berkaitan dan bersifat hierarkis. Kesalahan yang dilakukan peserta didik pada suatu topik tidak selalu disebabkan oleh ketidakmampuan menyelesaikan prosedur, tetapi sering kali berakar pada lemahnya penguasaan konsep prasyarat, miskonsepsi, atau kegagalan menghubungkan berbagai representasi matematika. Oleh karena itu, hasil asesmen yang hanya berupa skor akhir belum mampu menjelaskan penyebab terjadinya kesalahan maupun aspek kognitif yang perlu diperbaiki (Robert J. Mislevy, 2018). Meskipun demikian, praktik asesmen matematika di sekolah masih didominasi oleh tes objektif berbentuk *single-tier multiple choice* maupun soal uraian yang pada umumnya hanya menghasilkan informasi mengenai benar atau salahnya jawaban peserta didik. Informasi tersebut memang dapat digunakan untuk menentukan tingkat pencapaian hasil belajar, tetapi belum mampu mengungkap alasan di balik jawaban yang diberikan, tingkat keyakinan peserta didik terhadap jawabannya, maupun struktur pengetahuan yang mendasari respons tersebut. Akibatnya, guru sering kali mengalami kesulitan membedakan apakah jawaban yang benar diperoleh karena pemahaman konseptual yang baik atau sekadar hasil menebak, demikian pula jawaban yang salah belum tentu menunjukkan bahwa seluruh konsep yang diukur belum dikuasai.

Keterbatasan tersebut berdampak pada proses pengambilan keputusan pembelajaran. Guru umumnya hanya mengetahui bahwa seorang peserta didik memperoleh nilai rendah, tetapi belum memiliki informasi mengenai konsep apa yang belum dipahami, atribut kognitif mana yang belum dikuasai, serta bentuk kesulitan belajar yang menjadi penyebab utama rendahnya capaian tersebut. Padahal, informasi yang rinci mengenai sumber kesulitan belajar merupakan prasyarat penting dalam merancang pembelajaran remedial maupun intervensi

yang sesuai dengan kebutuhan masing-masing peserta didik (Susan M. Brookhart, 2017). Kondisi tersebut mendorong berkembangnya paradigma asesmen diagnostik (*diagnostic assessment*) sebagai pendekatan yang tidak hanya berfungsi mengukur hasil belajar, tetapi juga mengidentifikasi kekuatan, kelemahan, serta kebutuhan belajar peserta didik secara lebih spesifik. Asesmen diagnostik bertujuan memperoleh informasi yang dapat digunakan untuk mengidentifikasi penyebab kesulitan belajar, sehingga guru dapat merancang tindak lanjut pembelajaran yang lebih tepat sasaran (Margaret Heritage, 2010). Dengan demikian, asesmen diagnostik tidak berhenti pada proses pengukuran, tetapi menjadi bagian dari mekanisme peningkatan kualitas pembelajaran melalui penyediaan umpan balik yang bersifat diagnostik.

Dalam beberapa tahun terakhir, asesmen diagnostik juga mengalami perkembangan yang signifikan seiring dengan kemajuan teori pengukuran pendidikan. Jika pendekatan tradisional lebih menekankan interpretasi berdasarkan skor total, pendekatan modern mulai mengarahkan asesmen pada identifikasi struktur pengetahuan dan atribut kognitif yang mendasari performa peserta didik. Pergeseran paradigma ini menunjukkan bahwa keberhasilan pembelajaran tidak lagi cukup diukur berdasarkan banyaknya soal yang dijawab benar, tetapi juga berdasarkan informasi mengenai bagaimana peserta didik berpikir, atribut apa yang telah dikuasai, dan atribut apa yang masih memerlukan penguatan (Jacqueline P. Leighton & Mark J. Gierl, 2007). Meskipun demikian, penerapan asesmen diagnostik dalam pembelajaran matematika di tingkat SMA masih menghadapi berbagai tantangan. Banyak instrumen diagnostik yang telah dikembangkan masih berfokus pada identifikasi kesalahan konseptual secara umum, tetapi belum mampu mengintegrasikan informasi mengenai proses berpikir, alasan pemilihan jawaban, tingkat keyakinan peserta didik, serta penguasaan atribut kognitif dalam satu sistem asesmen yang komprehensif. Selain itu, sebagian besar implementasi asesmen diagnostik masih dilakukan secara konvensional sehingga memerlukan waktu yang relatif lama untuk proses penskoran, interpretasi hasil, dan penyusunan tindak lanjut pembelajaran.

Berdasarkan kondisi tersebut, diperlukan suatu pendekatan asesmen diagnostik yang mampu menghasilkan informasi secara lebih komprehensif mengenai proses berpikir dan struktur penguasaan konsep peserta didik. Asesmen

tersebut tidak hanya harus mampu mengidentifikasi jawaban yang benar atau salah, tetapi juga mengungkap alasan yang mendasari jawaban, tingkat keyakinan peserta didik, serta atribut kognitif yang berkontribusi terhadap keberhasilan maupun kesalahan dalam menyelesaikan suatu masalah matematika. Kebutuhan inilah yang kemudian melatarbelakangi berkembangnya berbagai format asesmen diagnostik modern, salah satunya adalah *Three-Tier Multiple Choice*, yang dirancang untuk memperoleh informasi konseptual secara lebih mendalam dibandingkan bentuk pilihan ganda konvensional.

Seiring berkembangnya paradigma asesmen diagnostik, berbagai format instrumen telah dikembangkan untuk memperoleh informasi yang lebih mendalam mengenai proses berpikir peserta didik. Bentuk asesmen pilihan ganda konvensional (*one-tier multiple choice*) dinilai belum mampu memberikan informasi yang memadai karena hanya menghasilkan data mengenai benar atau salahnya jawaban peserta didik. Informasi tersebut belum dapat menjelaskan apakah jawaban benar diperoleh melalui pemahaman konseptual yang baik atau sekadar hasil menebak (*guessing*), demikian pula jawaban salah belum dapat mengungkap alasan konseptual yang mendasari kesalahan tersebut. Akibatnya, guru mengalami keterbatasan dalam mengidentifikasi sumber kesulitan belajar maupun bentuk miskonsepsi yang dialami peserta didik (David F. Treagust, 1988).

Sebagai upaya mengatasi keterbatasan tersebut, dikembangkan *Two-Tier Multiple Choice* (2TMC) yang terdiri atas dua tingkatan respons, yaitu jawaban terhadap permasalahan yang diberikan pada tingkat pertama dan alasan yang mendukung jawaban tersebut pada tingkat kedua (David F. Treagust, 1988). Penambahan tingkat alasan memungkinkan guru memperoleh informasi mengenai proses berpikir peserta didik sehingga identifikasi miskonsepsi menjadi lebih akurat dibandingkan penggunaan pilihan ganda konvensional. Namun demikian, format dua tingkat masih belum mampu membedakan apakah alasan yang dipilih benar-benar mencerminkan keyakinan peserta didik atau hanya merupakan hasil dugaan.

Keterbatasan tersebut mendorong pengembangan *Three-Tier Multiple Choice* (3TMC) dengan menambahkan tingkat keyakinan (*confidence level*) sebagai tingkatan ketiga. Melalui kombinasi jawaban, alasan, dan tingkat

keyakinan, instrumen *Three-Tier Multiple Choice* tidak hanya mengidentifikasi benar atau salahnya respons, tetapi juga memberikan informasi mengenai tingkat pemahaman konseptual, miskonsepsi, ketidaktahuan konsep (*lack of knowledge*), maupun kemungkinan jawaban yang diperoleh melalui tebakan (Anıl Peşman & Ali Eryılmaz, 2010). Oleh karena itu, format *Three-Tier Multiple Choice* dipandang lebih representatif sebagai instrumen asesmen diagnostik dibandingkan bentuk satu maupun dua tingkat.

Perkembangan selanjutnya menunjukkan bahwa format *Three-Tier Multiple Choice* terus mengalami modifikasi menjadi *Four-Tier Multiple Choice* (4TMC), *Five-Tier Multiple Choice* (5TMC), hingga *Six-Tier Multiple Choice* (6TMC). Penambahan jumlah tingkatan dilakukan dengan tujuan memperoleh informasi diagnostik yang semakin rinci, misalnya melalui pemisahan tingkat keyakinan pada jawaban dan alasan, penambahan justifikasi terbuka, maupun kombinasi berbagai bentuk respons (Kaltakci-Gurel, Eryılmaz, & McDermott, 2017; Ismail Hakki Yılmaz, 2017). Secara teoritis, semakin banyak tingkatan respons memungkinkan diperolehnya informasi diagnostik yang lebih kaya mengenai proses berpikir peserta didik. Meskipun demikian, peningkatan jumlah tingkatan tidak selalu menghasilkan instrumen yang lebih efektif. Semakin kompleks format instrumen, semakin besar pula beban kognitif (*cognitive load*) yang harus ditanggung peserta didik selama proses pengerjaan. Penambahan tingkatan respons juga berpotensi meningkatkan waktu pengerjaan, kompleksitas penskoran, serta kesulitan interpretasi hasil asesmen. Beberapa penelitian menunjukkan bahwa instrumen dengan jumlah tingkatan yang terlalu banyak dapat menurunkan efisiensi pelaksanaan asesmen dan meningkatkan risiko inkonsistensi respons peserta didik, terutama pada konteks pembelajaran di sekolah (Kaltakci-Gurel et al., 2017).

Berdasarkan berbagai pertimbangan tersebut, penelitian ini memilih menggunakan *Three-Tier Multiple Choice* sebagai format asesmen diagnostik. Pemilihan ini didasarkan pada keseimbangan antara kelengkapan informasi diagnostik dan kepraktisan implementasi. Dibandingkan *One-Tier* dan *Two-Tier Multiple Choice*, format *Three-Tier* telah mampu mengidentifikasi jawaban, alasan, serta tingkat keyakinan peserta didik secara bersamaan sehingga memungkinkan identifikasi pemahaman ilmiah, miskonsepsi, ketidaktahuan

konsep, dan dugaan (*guessing*). Di sisi lain, dibandingkan *Four-Tier*, *Five-Tier*, maupun *Six-Tier Multiple Choice*, format *Three-Tier* lebih sederhana sehingga lebih efisien diterapkan dalam asesmen berbasis kelas tanpa mengurangi kualitas informasi diagnostik yang diperlukan. Meskipun memiliki berbagai keunggulan, *Three-Tier Multiple Choice* pada dasarnya masih menghasilkan diagnosis berdasarkan kombinasi pola respons peserta didik. Interpretasi yang dihasilkan umumnya berupa kategori seperti *scientific conception*, *misconception*, *lack of knowledge*, dan *guessing*, sehingga belum mampu menunjukkan atribut kognitif spesifik yang telah maupun belum dikuasai peserta didik. Dengan kata lain, *Three-Tier Multiple Choice* mampu menjelaskan bagaimana peserta didik memberikan respons, tetapi belum sepenuhnya menjelaskan atribut kognitif apa yang menjadi penyebab munculnya respons tersebut.

Keterbatasan tersebut menunjukkan bahwa informasi konseptual yang dihasilkan oleh *Three-Tier Multiple Choice* perlu dipadukan dengan pendekatan psikometrik yang mampu mengidentifikasi penguasaan atribut secara lebih rinci. Salah satu pendekatan yang berkembang pesat dalam beberapa dekade terakhir adalah *Cognitive Diagnostic Assessment* (CDA) melalui *Multidimensional Cognitive Diagnostic Models* (MCDMs). Model ini memfasilitasi setiap respons peserta didik dipetakan ke dalam atribut-atribut kognitif yang mendasari penyelesaian suatu butir, sehingga diagnosis yang dihasilkan tidak hanya menggambarkan kategori respons, tetapi juga struktur penguasaan atribut yang menjadi dasar kemampuan peserta didik. Oleh karena itu, integrasi *Three-Tier Multiple Choice* dengan MCDM menjadi pendekatan yang dipilih dalam penelitian ini untuk menghasilkan diagnosis yang lebih komprehensif mengenai kesulitan belajar matematika.

Berbeda dengan teori pengukuran klasik (*Classical Test Theory*) maupun *Item Response Theory* (IRT) yang pada umumnya menginterpretasikan kemampuan peserta didik melalui satu variabel laten kontinu, MCDM mengasumsikan bahwa kemampuan seseorang tersusun atas sejumlah atribut kognitif yang bersifat diskrit. Oleh karena itu, keluaran utama MCDM bukan berupa skor kemampuan tunggal, melainkan *attribute mastery profile*, yaitu kombinasi atribut yang telah maupun belum dikuasai oleh setiap peserta didik (Rupp et al., 2010; de la Torre, 2011). Pendekatan ini memberikan informasi

diagnostik yang lebih kaya karena mampu menunjukkan sumber kesulitan belajar secara lebih spesifik dibandingkan sekadar menyatakan bahwa kemampuan peserta didik tinggi atau rendah.

Dalam pembelajaran matematika, pendekatan tersebut menjadi sangat relevan karena penyelesaian suatu masalah umumnya melibatkan lebih dari satu atribut kognitif yang saling berinteraksi. Pada materi fungsi eksponensial, misalnya, peserta didik tidak hanya dituntut memahami sifat-sifat eksponen, tetapi juga harus mampu menghubungkan berbagai representasi matematis, menganalisis perubahan parameter fungsi, mengevaluasi strategi penyelesaian, serta menerapkan konsep dalam situasi kontekstual. Dengan demikian, kesalahan peserta didik tidak selalu menunjukkan kegagalan menguasai seluruh konsep, tetapi dapat disebabkan oleh ketidakmampuan menguasai atribut tertentu yang menjadi prasyarat penyelesaian masalah. Kondisi inilah yang menjadikan MCDM lebih sesuai dibandingkan pendekatan pengukuran tradisional dalam konteks penelitian ini. Seiring perkembangan *Cognitive Diagnostic Models*, berbagai model telah dikembangkan, seperti DINA (*Deterministic Inputs, Noisy "And" Gate*), DINO (*Deterministic Inputs, Noisy "Or" Gate*), A-CDM (*Additive Cognitive Diagnostic Model*), LLM (*Linear Logistic Model*), R-RUM (*Reduced Reparameterized Unified Model*), dan *Generalized DINA* (G-DINA). Masing-masing model dibangun berdasarkan asumsi hubungan yang berbeda antara atribut kognitif dan probabilitas keberhasilan peserta didik dalam menjawab suatu butir (de la Torre, 2011).

Di antara berbagai model tersebut, G-DINA dipilih dalam penelitian ini karena merupakan model yang paling umum (*saturated model*) dalam keluarga CDM. Berbeda dengan model DINA yang mengasumsikan hubungan nonkompensatori secara ketat di mana seluruh atribut harus dikuasai agar peserta didik memiliki probabilitas tinggi menjawab benar, model G-DINA mampu mengakomodasi efek utama (*main effects*) maupun efek interaksi (*interaction effects*) antaratribut secara lebih fleksibel (de la Torre, 2011). Fleksibilitas tersebut mendukung model G-DINA merepresentasikan berbagai pola hubungan atribut tanpa harus menetapkan sejak awal apakah hubungan tersebut bersifat kompensatori atau nonkompensatori. Oleh karena itu, model ini lebih sesuai digunakan pada materi fungsi eksponensial yang melibatkan interaksi beberapa

atribut HOTS secara simultan.

G-DINA selain memberikan fleksibilitas dalam pemodelan hubungan atribut juga menghasilkan keluaran psikometrik yang lebih komprehensif dibandingkan model-model CDM yang lebih restriktif. Melalui proses estimasi berbasis Q-matrix, G-DINA menghasilkan berbagai parameter psikometrik, antara lain parameter delta (δ), *success probability*, *classification accuracy*, *classification consistency*, *attribute mastery probability*, *attribute mastery profile*, serta *latent class distribution*. Keseluruhan parameter tersebut mendukung evaluasi kualitas model, kualitas butir, dan kualitas hasil diagnosis dilakukan secara menyeluruh sehingga interpretasi yang dihasilkan memiliki dasar psikometrik yang lebih kuat (de la Torre, 2011; Ma & de la Torre, 2020). Meskipun demikian, MCDM melalui G-DINA pada dasarnya hanya menghasilkan informasi mengenai penguasaan atribut kognitif berdasarkan pola respons peserta didik terhadap setiap butir. Model ini belum secara eksplisit mempertimbangkan tingkat keyakinan peserta didik ketika memberikan respons maupun membedakan apakah jawaban yang benar diperoleh melalui pemahaman konseptual atau sekadar hasil tebakan. Sebaliknya, *Three-Tier Multiple Choice* mampu memberikan informasi mengenai jawaban, alasan, dan tingkat keyakinan, tetapi belum mampu mengidentifikasi atribut kognitif yang mendasari respons tersebut. Oleh karena itu, kedua pendekatan tersebut memiliki karakteristik yang saling melengkapi.

Berdasarkan pertimbangan tersebut, penelitian ini mengintegrasikan *Three-Tier Multiple Choice* dengan *Generalized DINA* dalam satu sistem asesmen diagnostik berbasis web. Pada penelitian ini, *Tier 1* (jawaban) dan *Tier 2* (alasan) digunakan sebagai data respons yang dianalisis menggunakan model G-DINA untuk mengidentifikasi penguasaan atribut HOTS, sedangkan *Tier 3* (tingkat keyakinan) dianalisis melalui pendekatan *Three-Tier Multiple Choice* untuk mengidentifikasi tingkat keyakinan dan indikasi miskonsepsi peserta didik. Integrasi kedua pendekatan tersebut menghasilkan informasi diagnostik yang lebih komprehensif karena tidak hanya menunjukkan atribut kognitif yang telah maupun belum dikuasai, tetapi juga memberikan gambaran mengenai kualitas pemahaman konseptual dan tingkat keyakinan peserta didik terhadap respons yang diberikan. Dengan demikian, pendekatan yang digunakan dalam penelitian

ini diharapkan mampu menghasilkan diagnosis kesulitan belajar matematika yang lebih mendalam dan lebih bermanfaat sebagai dasar penyusunan intervensi pembelajaran yang tepat sasaran.

Perkembangan teknologi informasi telah mendorong terjadinya transformasi dalam berbagai aspek pendidikan, termasuk pada sistem asesmen. Pemanfaatan teknologi digital tidak lagi terbatas sebagai media penyampaian materi pembelajaran, tetapi telah berkembang menjadi sarana pelaksanaan asesmen yang mampu meningkatkan efisiensi administrasi, kualitas pengelolaan data, serta kecepatan penyajian hasil evaluasi. Sejalan dengan transformasi pendidikan digital, berbagai negara mulai mengimplementasikan *Computer-Based Testing* (CBT) sebagai alternatif pelaksanaan asesmen yang lebih adaptif dibandingkan tes berbasis kertas (*paper-based testing*). Selain mengurangi penggunaan dokumen cetak, CBT memungkinkan proses penyajian soal, pencatatan respons, penskoran, dan penyimpanan data dilakukan secara otomatis sehingga meningkatkan efisiensi pelaksanaan asesmen (Redecker, 2013).

Dalam konteks asesmen diagnostik, kebutuhan terhadap pemanfaatan teknologi menjadi semakin penting karena proses diagnosis tidak hanya menghasilkan skor akhir, tetapi juga melibatkan analisis terhadap berbagai informasi yang berasal dari setiap respons peserta didik. Pada penelitian ini, misalnya, setiap peserta didik memberikan tiga bentuk informasi yang terdiri atas jawaban (*Tier 1*), alasan (*Tier 2*), dan tingkat keyakinan (*Tier 3*). Selain itu, data respons pada *Tier 1* dan *Tier 2* selanjutnya dianalisis menggunakan model Generalized DINA (G-DINA) untuk mengestimasi berbagai parameter psikometrik, sedangkan *Tier 3* dianalisis sebagai bagian dari interpretasi *Three-Tier Multiple Choice*. Kompleksitas proses tersebut menyebabkan pelaksanaan asesmen secara manual menjadi kurang efisien, terutama apabila diterapkan pada jumlah peserta didik yang besar.

Implementasi *Computer-Based Testing* memberikan berbagai keuntungan dalam mendukung proses asesmen diagnostik. Melalui sistem berbasis komputer, seluruh respons peserta didik dapat direkam secara otomatis, disimpan dalam basis data (*database*), kemudian diproses secara langsung untuk menghasilkan berbagai keluaran analisis. Selain meningkatkan efisiensi administrasi, CBT juga meminimalkan kesalahan pencatatan data, mempercepat proses penskoran, serta

memungkinkan guru memperoleh hasil asesmen dalam waktu yang relatif singkat (Bridgeman, 2009; Bodmann & Robinson, 2004). Dengan demikian, penggunaan CBT tidak hanya meningkatkan efisiensi pelaksanaan asesmen, tetapi juga mendukung kualitas pengambilan keputusan pembelajaran karena informasi diagnostik dapat segera dimanfaatkan sebagai dasar penyusunan tindak lanjut pembelajaran.

Pada penelitian ini, implementasi CBT dilakukan melalui *platform* berbasis *website*. Pemilihan *platform website* didasarkan pada beberapa pertimbangan. Pertama, aplikasi berbasis *website* memiliki fleksibilitas yang tinggi karena dapat diakses menggunakan berbagai perangkat, seperti komputer, laptop, maupun telepon pintar (*smartphone*), tanpa memerlukan instalasi perangkat lunak tambahan. Kedua, sistem berbasis *website* memungkinkan pengelolaan data secara terpusat sehingga proses penyimpanan, pembaruan, dan analisis data menjadi lebih mudah dilakukan. Ketiga, *platform website* mendukung integrasi antara antarmuka pengguna (*user interface*), basis data, dan mesin analisis sehingga seluruh proses asesmen dapat dilaksanakan dalam satu sistem yang terpadu.

Penggunaan *Computer-Based Testing* berbasis *website* memberikan peluang untuk mengintegrasikan berbagai komponen asesmen diagnostik ke dalam satu alur kerja yang sistematis. Pada penelitian ini, peserta didik mengerjakan instrumen *Three-Tier Multiple Choice* melalui aplikasi berbasis *website*. Data respons pada Tier 1 dan Tier 2 selanjutnya diproses menggunakan model *Generalized DINA* untuk menghasilkan informasi mengenai *attribute mastery probability*, *attribute mastery profile*, dan *latent class distribution*. Sementara itu, respons pada Tier 3 diintegrasikan dengan hasil analisis tersebut untuk mengidentifikasi tingkat keyakinan peserta didik dan menginterpretasikan kemungkinan terjadinya miskonsepsi. Seluruh hasil analisis kemudian disajikan secara otomatis dalam bentuk laporan diagnostik yang dapat dimanfaatkan guru untuk mengevaluasi penguasaan atribut HOTS maupun karakteristik kesulitan belajar peserta didik.

Dibandingkan dengan penelitian-penelitian sebelumnya yang umumnya hanya memanfaatkan CBT sebagai media penyajian soal atau pelaksanaan tes daring, sistem yang dikembangkan dalam penelitian ini menempatkan *website*

sebagai bagian integral dari proses diagnosis. *Platform* yang dikembangkan tidak hanya berfungsi sebagai media administrasi asesmen, tetapi juga sebagai sistem yang mengintegrasikan proses pengumpulan data, analisis psikometrik berbasis *Generalized DINA*, analisis konseptual berbasis *Three-Tier Multiple Choice*, serta penyajian hasil diagnosis secara otomatis. Dengan demikian, sistem yang dikembangkan tidak sekadar mendigitalisasi proses asesmen, tetapi membangun suatu ekosistem asesmen diagnostik berbasis web yang mampu menghasilkan informasi mengenai penguasaan atribut HOTS, tingkat keyakinan peserta didik, indikasi miskonsepsi, serta profil kesulitan belajar secara lebih komprehensif.

Transformasi tersebut menjadi penting karena tujuan utama penelitian ini bukan hanya menghasilkan instrumen asesmen yang valid dan reliabel, tetapi juga menghasilkan sistem asesmen diagnostik yang dapat diimplementasikan secara praktis dalam pembelajaran matematika di sekolah. Integrasi *Higher-Order Thinking Skills (HOTS)*, *Three-Tier Multiple Choice*, *Computer-Based Testing* berbasis *website*, dan *Generalized DINA* diharapkan mampu menyediakan informasi diagnostik yang lebih cepat, akurat, dan mudah diinterpretasikan oleh guru. Dengan demikian, hasil asesmen tidak lagi berhenti pada pemberian skor atau klasifikasi hasil belajar, tetapi dapat dimanfaatkan secara langsung sebagai dasar dalam merancang pembelajaran remedial maupun intervensi yang lebih adaptif sesuai dengan kebutuhan belajar setiap peserta didik.

Perkembangan penelitian mengenai asesmen diagnostik dalam dua dekade terakhir menunjukkan kemajuan yang sangat pesat, baik dari aspek pengembangan instrumen, pemanfaatan teknologi, maupun pengembangan model psikometrik. Berbagai penelitian telah mengembangkan instrumen diagnostik berbasis *Higher-Order Thinking Skills (HOTS)* untuk mengidentifikasi kemampuan berpikir peserta didik pada berbagai materi matematika. Di sisi lain, penelitian mengenai *Three-Tier Multiple Choice (3TMC)* juga berkembang sebagai pendekatan yang mampu mengidentifikasi pemahaman konseptual, miskonsepsi, dan tingkat keyakinan peserta didik secara lebih baik dibandingkan pilihan ganda konvensional (Treagust, 1988; Peşman & Eryılmaz, 2010). Perkembangan tersebut kemudian diikuti dengan meningkatnya pemanfaatan *Computer-Based Testing (CBT)* sebagai media pelaksanaan asesmen yang lebih

efisien, adaptif, dan mampu mendukung pengelolaan data secara otomatis (Redecker, 2013).

Sejalan dengan perkembangan tersebut, penelitian pada bidang *Cognitive Diagnostic Assessment* (CDA) juga mengalami kemajuan melalui pengembangan berbagai *Cognitive Diagnostic Models* (CDMs) yang memungkinkan identifikasi penguasaan atribut kognitif secara lebih rinci dibandingkan pendekatan pengukuran tradisional. Model-model seperti DINA, DINO, A-CDM, dan *Generalized DINA* (G-DINA) telah banyak digunakan untuk mengidentifikasi *attribute mastery profile*, mengevaluasi kualitas butir, serta mendukung penyusunan pembelajaran yang lebih adaptif (Rupp et al., 2010; de la Torre, 2011; Ma & de la Torre, 2020). Berbagai penelitian tersebut menunjukkan bahwa *Cognitive Diagnostic Assessment* memiliki potensi besar dalam menghasilkan informasi diagnostik yang lebih mendalam dibandingkan asesmen yang hanya menghasilkan skor total.

Hasil telaah terhadap berbagai penelitian terdahulu menunjukkan bahwa sebagian besar penelitian masih mengembangkan masing-masing komponen tersebut secara terpisah. Penelitian mengenai *Three-Tier Multiple Choice* umumnya berfokus pada identifikasi miskonsepsi dan kategori respons peserta didik berdasarkan kombinasi jawaban, alasan, dan tingkat keyakinan, tetapi belum mengintegrasikan informasi tersebut dengan estimasi atribut kognitif melalui *Cognitive Diagnostic Models*. Sebaliknya, penelitian yang menggunakan *Generalized DINA* umumnya berorientasi pada estimasi *attribute mastery* berdasarkan respons dikotomis tanpa memanfaatkan informasi mengenai tingkat keyakinan peserta didik sebagai bagian dari interpretasi diagnostik. Selain itu, implementasi *Computer-Based Testing* pada sebagian besar penelitian masih terbatas sebagai media penyajian soal atau administrasi tes, belum berkembang menjadi sistem yang mampu mengintegrasikan pengumpulan data, analisis psikometrik, dan penyajian hasil diagnosis dalam satu platform berbasis web.

Berdasarkan sintesis penelitian terdahulu tersebut, dapat diidentifikasi beberapa kesenjangan penelitian yang menjadi dasar pengembangan penelitian ini. Pertama, belum banyak penelitian yang mengintegrasikan pengukuran *Higher-Order Thinking Skills* (HOTS) dengan *Cognitive Diagnostic Assessment* sehingga diagnosis yang dihasilkan tidak hanya menunjukkan tingkat pencapaian

HOTS, tetapi juga mengidentifikasi atribut kognitif yang mendasari kemampuan tersebut. Kedua, penelitian mengenai *Three-Tier Multiple Choice* masih didominasi oleh interpretasi kategori respons, sedangkan pemanfaatan data respons untuk mengestimasi penguasaan atribut melalui *Generalized DINA* masih sangat terbatas. Ketiga, penelitian yang menggunakan *Generalized DINA* umumnya belum mengintegrasikan informasi mengenai tingkat keyakinan (*confidence level*) sebagai bagian dari interpretasi hasil diagnosis. Keempat, implementasi *Computer-Based Testing* pada penelitian asesmen diagnostik masih lebih banyak difokuskan pada aspek digitalisasi pelaksanaan tes, belum mengintegrasikan proses administrasi, analisis psikometrik, dan penyajian hasil diagnosis secara otomatis dalam satu sistem berbasis website.

Berdasarkan *research gap* tersebut, penelitian ini menawarkan suatu pendekatan yang berbeda melalui pengembangan asesmen diagnostik berbasis website yang mengintegrasikan *Higher-Order Thinking Skills* (HOTS), *Three-Tier Multiple Choice*, *Computer-Based Testing*, dan *Generalized DINA* dalam satu kerangka asesmen yang utuh. Pada penelitian ini, *Tier 1* (jawaban) dan *Tier 2* (alasan) dianalisis menggunakan *Generalized DINA* untuk mengestimasi *attribute mastery probability*, *attribute mastery profile*, dan *latent class distribution*, sedangkan *Tier 3* (tingkat keyakinan) dianalisis melalui pendekatan *Three-Tier Multiple Choice* untuk mengidentifikasi tingkat keyakinan dan indikasi miskonsepsi peserta didik. Selanjutnya, kedua hasil analisis tersebut diintegrasikan ke dalam sistem *Computer-Based Testing* berbasis website sehingga menghasilkan informasi diagnostik yang lebih komprehensif, tidak hanya mengenai atribut HOTS yang telah maupun belum dikuasai, tetapi juga mengenai kualitas pemahaman konseptual dan tingkat keyakinan peserta didik sebagai dasar penyusunan intervensi pembelajaran yang lebih tepat sasaran.

Berdasarkan berbagai permasalahan empiris, landasan teoretis, dan hasil sintesis penelitian terdahulu, penelitian ini diarahkan untuk menjawab kebutuhan akan suatu sistem asesmen diagnostik yang tidak hanya mampu mengukur pencapaian peserta didik, tetapi juga mampu menjelaskan struktur penguasaan atribut kognitif, mengidentifikasi miskonsepsi, serta mendukung penyusunan intervensi pembelajaran yang lebih tepat sasaran. Berbagai penelitian sebelumnya telah menunjukkan keberhasilan pengembangan instrumen *Higher-Order*

Thinking Skills (HOTS), penerapan *Three-Tier Multiple Choice*, pemanfaatan *Computer-Based Testing*, maupun implementasi *Cognitive Diagnostic Models* secara terpisah. Namun demikian, belum banyak penelitian yang mengintegrasikan seluruh komponen tersebut ke dalam satu sistem asesmen diagnostik yang utuh, khususnya pada materi fungsi eksponensial di tingkat SMA.

Kebaruan (*novelty*) penelitian ini terletak pada integrasi konseptual, metodologis, dan implementatif dari empat komponen utama, yaitu *Higher-Order Thinking Skills* (HOTS), *Three-Tier Multiple Choice* (3TMC), *Computer-Based Testing* (CBT) berbasis *website*, dan *Generalized Deterministic Inputs, Noisy "And" Gate* (G-DINA). Integrasi tersebut diwujudkan melalui desain asesmen yang menggunakan *Tier 1* (jawaban) dan *Tier 2* (alasan) sebagai data respons yang dianalisis menggunakan model *Generalized DINA* untuk mengidentifikasi penguasaan atribut HOTS, sedangkan *Tier 3* (tingkat keyakinan) dianalisis menggunakan pendekatan *Three-Tier Multiple Choice* untuk mengidentifikasi tingkat keyakinan dan indikasi miskonsepsi peserta didik. Selanjutnya, kedua hasil analisis tersebut diintegrasikan dalam satu sistem diagnosis sehingga menghasilkan informasi yang lebih komprehensif dibandingkan apabila masing-masing pendekatan digunakan secara terpisah.

Selain kebaruan metodologis tersebut, penelitian ini juga menawarkan kebaruan pada aspek implementasi melalui pengembangan *Computer-Based Testing* berbasis *website* yang tidak hanya berfungsi sebagai media pelaksanaan tes, tetapi juga sebagai platform yang mengintegrasikan proses administrasi asesmen, validasi Q-matrix, analisis psikometrik berbasis *Generalized DINA*, analisis konseptual *Three-Tier Multiple Choice*, serta penyajian laporan diagnosis secara otomatis (*automatic diagnostic reporting*). Dengan demikian, sistem yang dikembangkan tidak sekadar mendigitalisasi proses asesmen, tetapi membangun suatu ekosistem asesmen diagnostik yang mampu mendukung pengambilan keputusan pembelajaran secara lebih cepat, objektif, dan berbasis bukti.

Dari sisi teoretis, penelitian ini diharapkan memberikan kontribusi terhadap pengembangan *Cognitive Diagnostic Assessment* melalui integrasi pendekatan diagnosis atribut berbasis *Generalized DINA* dengan pendekatan diagnosis konseptual berbasis *Three-Tier Multiple Choice*. Integrasi tersebut memperluas pemanfaatan model *Generalized DINA* dalam asesmen matematika,

tidak hanya untuk mengestimasi *attribute mastery probability*, *attribute mastery profile*, dan *latent class distribution*, tetapi juga untuk diinterpretasikan bersama informasi mengenai tingkat keyakinan peserta didik sehingga menghasilkan diagnosis yang lebih kaya dan bermakna. Dari sisi metodologis, penelitian ini menawarkan prosedur pengembangan instrumen asesmen diagnostik yang mengintegrasikan model pengembangan 4-D, penyusunan atribut HOTS, validasi Q-matrix melalui expert judgment, *Proportion of Attribute Variance Accounted For (PAVF Test)*, dan *Stepwise Wald Test*, serta evaluasi kualitas model menggunakan *model comparison*, *global model fit*, *item fit*, *Generalized Discrimination Index*, *Classification Accuracy*, dan *Classification Consistency*. Rangkaian prosedur tersebut menghasilkan suatu kerangka pengembangan instrumen yang komprehensif, mulai dari identifikasi atribut hingga interpretasi hasil diagnosis. Sementara itu, dari sisi praktis, penelitian ini diharapkan menghasilkan suatu sistem asesmen diagnostik yang dapat membantu guru memperoleh informasi mengenai atribut HOTS yang telah maupun belum dikuasai peserta didik, tingkat keyakinan terhadap respons, indikasi miskonsepsi, serta profil kesulitan belajar pada materi fungsi eksponensial. Informasi tersebut diharapkan menjadi dasar dalam merancang pembelajaran remedial maupun intervensi pembelajaran yang lebih adaptif sesuai dengan karakteristik kebutuhan belajar setiap peserta didik.

Berdasarkan keseluruhan uraian tersebut, penelitian ini berupaya mengembangkan instrumen asesmen diagnostik berbasis website berbentuk *Three-Tier Multiple Choice* yang dianalisis menggunakan *Generalized DINA (G-DINA)* untuk mengidentifikasi penguasaan atribut *Higher-Order Thinking Skills (HOTS)* dan kesulitan belajar peserta didik pada materi fungsi eksponensial. Integrasi antara HOTS, *Three-Tier Multiple Choice*, *Computer-Based Testing*, dan *Generalized DINA* diharapkan tidak hanya menghasilkan instrumen asesmen yang valid secara konseptual dan psikometrik, tetapi juga membangun suatu sistem asesmen diagnostik yang mampu menghasilkan informasi mengenai penguasaan atribut kognitif, tingkat keyakinan, miskonsepsi, serta profil kesulitan belajar peserta didik secara komprehensif. Informasi diagnostik tersebut diharapkan menjadi dasar bagi guru dalam merancang pembelajaran yang lebih adaptif, berdiferensiasi, dan berbasis bukti (*evidence-based instruction*) sehingga

proses pembelajaran tidak lagi berorientasi pada pencapaian skor semata, melainkan pada pemenuhan kebutuhan belajar setiap peserta didik. Dalam konteks yang lebih luas, penelitian ini diharapkan memberikan kontribusi terhadap transformasi sistem asesmen matematika di Indonesia yang mendukung implementasi pendekatan *Deep Learning* melalui pembelajaran yang lebih bermakna (*meaningful*), sadar (*mindful*), dan menyenangkan (*joyful*), sekaligus memperkuat pencapaian profil lulusan yang memiliki kemampuan bernalar kritis, memecahkan masalah, dan beradaptasi terhadap tantangan abad ke-21.

B. Identifikasi Masalah

Berdasarkan uraian pada latar belakang penelitian, dapat diidentifikasi beberapa permasalahan sebagai berikut.

1. Kemampuan *Higher-Order Thinking Skills (HOTS)* dan numerasi peserta didik Indonesia masih relatif rendah, sebagaimana ditunjukkan oleh hasil *Programme for International Student Assessment (PISA)*, Asesmen Nasional (AN), dan Tes Kemampuan Akademik (TKA), yang mengindikasikan bahwa sebagian besar peserta didik masih mengalami kesulitan dalam menyelesaikan permasalahan matematika yang menuntut kemampuan analisis, evaluasi, penalaran, dan pemecahan masalah.
2. Materi fungsi eksponensial merupakan salah satu materi matematika yang memiliki kompleksitas konseptual tinggi, sehingga peserta didik masih mengalami berbagai kesulitan belajar, seperti menghubungkan berbagai representasi matematis, memahami karakteristik pertumbuhan eksponensial, menginterpretasikan grafik, serta menerapkan konsep dalam penyelesaian masalah kontekstual.
3. Asesmen matematika di SMA masih didominasi oleh pendekatan yang berorientasi pada skor akhir, sehingga informasi yang dihasilkan belum mampu menjelaskan atribut kognitif yang telah maupun belum dikuasai peserta didik, penyebab kesalahan, maupun profil kesulitan belajar yang mendasari performa peserta didik.
4. Instrumen asesmen konvensional, khususnya *One-Tier Multiple Choice*, masih memiliki keterbatasan dalam mengidentifikasi proses berpikir, alasan pemilihan jawaban, tingkat keyakinan, serta miskonsepsi peserta didik,

sehingga informasi diagnostik yang dihasilkan belum memadai sebagai dasar penyusunan intervensi pembelajaran.

5. Pendekatan *Three-Tier Multiple Choice* mampu mengidentifikasi kategori respons konseptual peserta didik, seperti *scientific conception*, *misconception*, *lack of knowledge*, dan *guessing*, namun belum mampu mengidentifikasi atribut kognitif spesifik yang mendasari respons tersebut.
6. Pemanfaatan *Cognitive Diagnostic Assessment* (CDA), khususnya model Generalized DINA (G-DINA), dalam pembelajaran matematika SMA masih terbatas, sehingga informasi mengenai *attribute mastery*, *attribute mastery profile*, dan profil kesulitan belajar peserta didik belum dimanfaatkan secara optimal untuk mendukung pembelajaran.
7. Penelitian mengenai *Three-Tier Multiple Choice* dan *Cognitive Diagnostic Assessment* masih berkembang secara terpisah, sehingga belum banyak penelitian yang mengintegrasikan diagnosis konseptual, tingkat keyakinan, dan diagnosis atribut kognitif dalam satu kerangka asesmen diagnostik yang komprehensif.
8. Pemanfaatan *Computer-Based Testing* dalam asesmen diagnostik masih lebih banyak berfungsi sebagai media administrasi tes, belum berkembang menjadi sistem berbasis website yang mampu mengintegrasikan pelaksanaan asesmen, analisis psikometrik menggunakan Generalized DINA, interpretasi *Three-Tier Multiple Choice*, dan penyajian hasil diagnosis secara otomatis (*automatic diagnostic reporting*).

C. Pembatasan Masalah

1. Penelitian ini dibatasi pada pengembangan instrumen *Three-Tier Multiple Choice Web-Based Diagnostic Assessment* berbasis *Higher-Order Thinking Skills* (HOTS) untuk materi fungsi eksponensial pada peserta didik kelas X SMA. Konstruk HOTS dalam penelitian ini tidak diukur sebagai kategori C4, C5, dan C6 secara langsung, tetapi dioperasionalkan ke dalam empat atribut kognitif, yaitu: A1 memahami struktur fungsi eksponensial, A2 menganalisis grafik fungsi eksponensial, A3 membangun model fungsi eksponensial dari fenomena nyata, dan A4 mengevaluasi model fungsi eksponensial.
2. Analisis penguasaan atribut kognitif dilakukan menggunakan model Generalized DINA (G-DINA) dalam kerangka *Cognitive Diagnostic Model*.

Keluaran analisis dibatasi pada *attribute mastery probability*, *attribute mastery profile*, dan distribusi *latent class*. Kualitas instrumen ditinjau melalui validitas isi, validasi Q-matrix secara teoretis dan empiris, perbandingan model, *global model fit*, *item fit*, estimasi parameter butir, serta akurasi dan konsistensi klasifikasi diagnosis.

3. Diagnosis penguasaan konseptual dibatasi pada integrasi tiga komponen respons, yaitu ketepatan jawaban pada Tier 1, ketepatan alasan pada Tier 2, dan tingkat keyakinan pada Tier 3. Berdasarkan kombinasi ketiga tier tersebut, respons peserta didik diklasifikasikan ke dalam kategori *Sound Understanding*, *Partial Understanding*, *Misconception*, *Procedural/Fragmented Understanding*, dan *Lack of Knowledge/Guessing*.
4. Integrasi hasil G-DINA dan *Three-Tier Multiple Choice* digunakan untuk mengidentifikasi miskonsepsi dan menyusun profil kesulitan belajar peserta didik pada materi fungsi eksponensial. Interpretasi hasil difokuskan pada hubungan antara penguasaan atribut kognitif, kualitas pemahaman konseptual, serta letak dominan kategori diagnosis pada butir dan atribut yang diukur.
5. Subjek penelitian dibatasi pada 600 peserta didik SMA yang berasal dari Daerah Khusus Jakarta dan Sulawesi Selatan. Oleh karena itu, hasil penelitian dibatasi pada karakteristik materi, atribut, instrumen, sampel, dan konteks pengukuran yang digunakan dalam penelitian ini.
6. Sistem berbasis web dalam penelitian ini dibatasi pada fungsi administrasi asesmen, pengumpulan respons, pengelolaan data, dan penyajian hasil diagnosis. Penelitian tidak mencakup pengujian efektivitas intervensi pembelajaran maupun pengembangan tes diagnostik adaptif.

D. Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang dan pembatasan masalah, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah

1. Bagaimana kualitas instrumen *Three-Tier Multiple Choice Web-Based Diagnostic Assessment* pada materi fungsi eksponensial yang dikembangkan berdasarkan *Higher-Order Thinking Skills (HOTS)* dan dianalisis menggunakan model *Generalized DINA (G-DINA)*?
2. Bagaimana hasil diagnosis penguasaan peserta didik pada materi fungsi eksponensial berdasarkan estimasi penguasaan atribut kognitif melalui model

Generalized DINA (G-DINA) serta penguasaan konseptual melalui integrasi respons *Three-Tier Multiple Choice*?

3. Bagaimana hasil integrasi estimasi penguasaan atribut kognitif berdasarkan model *Generalized DINA (G-DINA)* dan diagnosis konseptual berdasarkan *Three-Tier Multiple Choice* dalam mengidentifikasi miskonsepsi serta profil kesulitan belajar peserta didik pada materi fungsi eksponensial?

E. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah tersebut, penelitian ini bertujuan untuk:

1. Mengembangkan dan mengevaluasi kualitas instrumen *Three-Tier Multiple Choice Web-Based Diagnostic Assessment* pada materi fungsi eksponensial berbasis *Higher-Order Thinking Skills (HOTS)* menggunakan model *Generalized DINA (G-DINA)*.
2. Menganalisis hasil diagnosis penguasaan peserta didik pada materi fungsi eksponensial berdasarkan estimasi penguasaan atribut kognitif melalui model *Generalized DINA (G-DINA)* serta penguasaan konseptual melalui integrasi respons *Three-Tier Multiple Choice*.
3. Menganalisis hasil integrasi estimasi penguasaan atribut kognitif berdasarkan model *Generalized DINA (G-DINA)* dan diagnosis konseptual berdasarkan *Three-Tier Multiple Choice* dalam mengidentifikasi miskonsepsi serta profil kesulitan belajar peserta didik pada materi fungsi eksponensial.

F. Manfaat Penelitian

Setelah penelitian ini dilaksanakan, diharapkan dapat memberi manfaat secara teoritis dan praktis sebagai berikut:

1. Manfaat Teoretis

a. Pengembangan Kerangka Asesmen Diagnostik Multidimensional

Penelitian ini memperkaya kajian asesmen diagnostik kognitif berbasis *Higher-Order Thinking Skills (HOTS)*, khususnya pada pembelajaran matematika SMA, melalui pengembangan instrumen *Three-Tier Multiple Choice Web-Based Diagnostic Assessment* yang dianalisis menggunakan model *Generalized DINA (G-DINA)*. Kerangka tersebut memadukan informasi mengenai penguasaan atribut kognitif dengan kualitas pemahaman konseptual yang tercermin dari ketepatan jawaban, ketepatan alasan, dan tingkat keyakinan peserta didik. Integrasi kedua sumber informasi tersebut memperluas perspektif asesmen

diagnostik multidimensional karena hasil diagnosis tidak hanya menggambarkan atribut yang telah atau belum dikuasai, tetapi juga karakteristik pemahaman yang mendasari respons peserta didik, seperti *sound understanding*, *partial understanding*, *misconception*, *procedural/fragmented understanding*, dan *lack of knowledge/guessing*.

b. Kontribusi terhadap Kajian Kualitas Psikometrik Asesmen Diagnostik

Penelitian ini memberikan bukti empiris mengenai evaluasi kualitas instrumen diagnostik melalui validitas isi, validasi Q-matrix secara teoretis dan empiris, perbandingan model, *global model fit*, *item fit*, estimasi parameter butir, probabilitas keberhasilan, serta akurasi dan konsistensi klasifikasi diagnosis. Temuan tersebut dapat menjadi rujukan metodologis dalam pengembangan dan evaluasi instrumen asesmen diagnostik berbasis *Cognitive Diagnostic Model*, khususnya model G-DINA, dengan tetap mempertimbangkan kesesuaian antara konstruk, atribut kognitif, Q-matrix, butir, dan karakteristik populasi yang diukur.

c. Pengembangan Kajian Diagnosis Penguasaan Atribut dan Pemahaman Konseptual

Penelitian ini memperkaya kajian mengenai diagnosis penguasaan peserta didik melalui dua tingkat analisis. Pertama, penguasaan atribut kognitif ditinjau berdasarkan *attribute mastery probability*, *attribute mastery profile*, dan distribusi *latent class*. Kedua, penguasaan konseptual ditinjau berdasarkan integrasi respons pada *Tier 1*, *Tier 2*, dan *Tier 3*. Kedua tingkat analisis tersebut memberikan dasar teoretis untuk memahami bahwa peserta didik dengan profil penguasaan atribut yang sama belum tentu memiliki kualitas pemahaman konseptual yang sama. Demikian pula, respons yang benar belum selalu mencerminkan pemahaman yang utuh apabila tidak didukung alasan yang tepat dan keyakinan yang memadai.

d. Penguatan Kajian Kesulitan Belajar Matematika

Penelitian ini memperkaya pemahaman teoretis mengenai kesulitan belajar pada materi fungsi eksponensial. Kesulitan belajar tidak dipandang sebagai kondisi yang homogen, tetapi dibedakan berdasarkan ketidakpenguasaan atribut, miskonsepsi, pemahaman yang terfragmentasi, pemahaman parsial, dan ketiadaan pengetahuan. Hasil integrasi G-DINA dan *Three-Tier Multiple Choice*

memberikan kerangka untuk menjelaskan letak kesulitan pada atribut dan butir tertentu serta karakteristik konseptual yang mendasarinya. Kerangka ini dapat mendukung pengembangan kajian mengenai diagnosis kesulitan belajar yang lebih spesifik dan berbasis bukti.

e. Integrasi Teknologi dalam Asesmen Diagnostik Kognitif

Penelitian ini memberikan kontribusi pada kajian pemanfaatan teknologi berbasis web dalam pelaksanaan asesmen diagnostik. Sistem yang dikembangkan mendukung administrasi tes, penyimpanan respons, pengelolaan data, dan penyajian hasil diagnosis secara lebih sistematis. Kontribusi ini tetap dibatasi pada fungsi sistem yang dikembangkan dalam penelitian, karena proses estimasi G-DINA masih dilakukan di luar sistem dan belum sepenuhnya terintegrasi secara otomatis dalam aplikasi web.

2. Manfaat Praktis

a. Bagi Guru

- 1) Guru memperoleh informasi mengenai atribut kognitif yang telah dan belum dikuasai peserta didik pada materi fungsi eksponensial.
- 2) Guru dapat mengidentifikasi kualitas pemahaman konseptual peserta didik berdasarkan hubungan antara jawaban, alasan, dan tingkat keyakinan.
- 3) Guru memperoleh informasi mengenai letak dominan miskonsepsi, pemahaman terfragmentasi, pemahaman parsial, dan ketiadaan pengetahuan pada butir serta atribut tertentu.
- 4) Hasil diagnosis dapat digunakan sebagai dasar untuk merancang tindak lanjut pembelajaran yang lebih terarah, seperti penguatan konsep dasar, remediasi prosedural, pembelajaran berbasis *conceptual change*, kegiatan pemodelan, dan pengayaan.
- 5) Guru dapat menggunakan hasil asesmen sebagai bahan refleksi untuk mengevaluasi kesesuaian materi, strategi pembelajaran, dan pengalaman belajar yang telah diberikan kepada peserta didik.

b. Bagi Kepala Sekolah

- 1) Kepala sekolah memperoleh informasi diagnostik sebagai bahan pertimbangan dalam merancang program peningkatan kualitas pembelajaran matematika.

- 2) Hasil diagnosis dapat digunakan untuk mendukung penyusunan program remedial, pendampingan, pengayaan, dan pengembangan kompetensi guru yang sesuai dengan kebutuhan peserta didik.
- 3) Instrumen berbasis web dapat mendukung pelaksanaan asesmen diagnostik secara lebih terorganisasi serta membantu sekolah dalam mendokumentasikan dan mengevaluasi hasil pembelajaran.
- 4) Temuan mengenai pola penguasaan atribut dan kesulitan konseptual dapat menjadi salah satu sumber informasi dalam penyusunan kebijakan akademik berbasis kebutuhan peserta didik.

c. Bagi Peserta Didik

- 1) Peserta didik memperoleh informasi yang lebih spesifik mengenai kemampuan yang telah dan belum dikuasai pada materi fungsi eksponensial.
- 2) Hasil diagnosis dapat membantu peserta didik mengenali perbedaan antara jawaban yang benar karena pemahaman konseptual dan jawaban yang diperoleh melalui prosedur, ketidakyakinkan, atau tebakan.
- 3) Umpan balik diagnostik dapat mendukung peserta didik dalam memperbaiki miskonsepsi, menghubungkan berbagai representasi matematis, dan mengembangkan kemampuan membangun serta mengevaluasi model eksponensial.

d. Bagi Pengembang Instrumen dan Sistem Asesmen

- 1) Penelitian ini menyediakan contoh pengembangan instrumen diagnostik yang mengintegrasikan HOTS, *Three-Tier Multiple Choice*, Q-matrix, G-DINA, dan teknologi berbasis web.
- 2) Struktur instrumen, pemetaan atribut, prosedur validasi, serta teknik analisisnya dapat menjadi acuan dalam mengembangkan asesmen diagnostik pada materi atau konteks yang berbeda.
- 3) Hasil penelitian memberikan masukan bagi pengembangan sistem asesmen yang pada tahap berikutnya dapat mengintegrasikan proses estimasi model dan pelaporan diagnosis secara lebih otomatis.

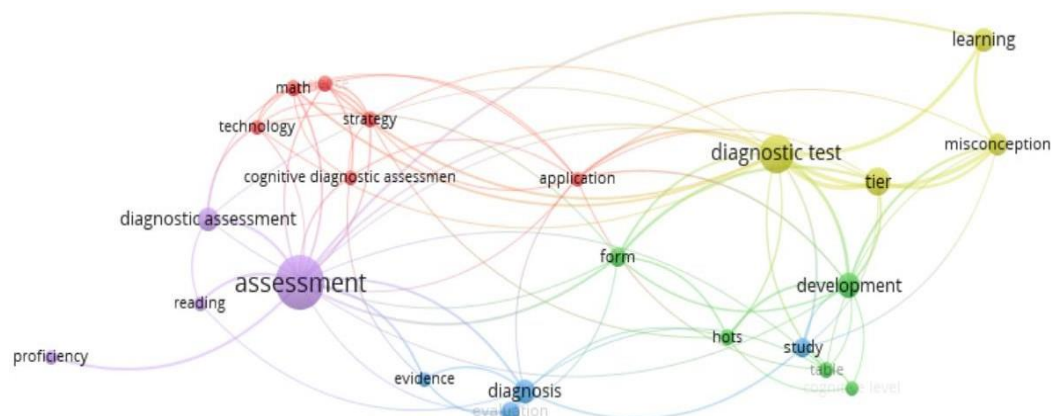
e. Bagi Peneliti Selanjutnya

- 1) Penelitian ini menyediakan rujukan metodologis mengenai pengembangan dan evaluasi instrumen asesmen diagnostik berbasis G-DINA dan *Three-Tier Multiple Choice*.

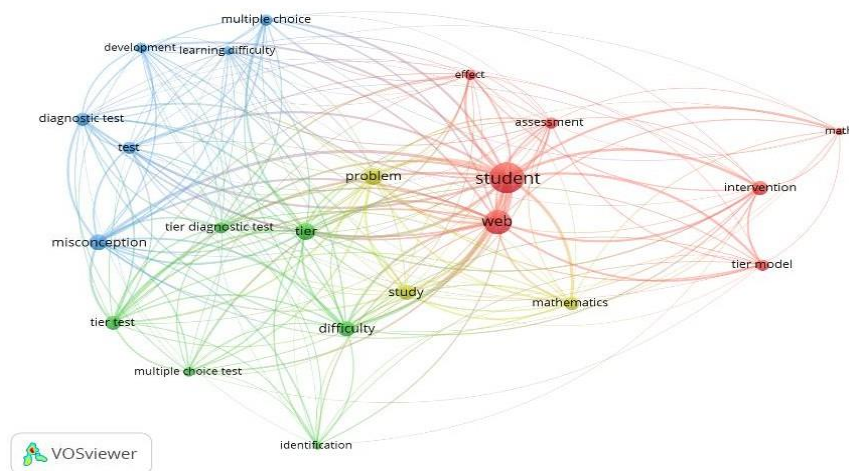
- 2) Temuan penelitian dapat menjadi dasar bagi pengembangan atribut kognitif dan Q-matrix pada materi matematika lain, jenjang pendidikan berbeda, atau populasi yang lebih luas.
- 3) Peneliti selanjutnya dapat mengkaji perbandingan model CDM, termasuk model kompensatori, nonkompensatori, dan model campuran, sesuai karakteristik konstruk yang diukur.
- 4) Hasil diagnosis dapat dikembangkan melalui triangulasi dengan wawancara klinis, *think-aloud protocol*, analisis kesalahan tertulis, atau observasi pembelajaran untuk memperkuat interpretasi terhadap proses berpikir peserta didik.
- 5) Penelitian lanjutan dapat menguji efektivitas penggunaan hasil diagnosis dalam pembelajaran berdiferensiasi, remediasi berbasis miskonsepsi, peningkatan HOTS, maupun pengembangan sistem diagnostik adaptif dan terintegrasi.

G. Kebaruan Penelitian

Penelusuran kebaruan penelitian dilakukan melalui analisis bibliometrik menggunakan perangkat lunak VOSviewer untuk memetakan kecenderungan penelitian dan mengidentifikasi ruang pengembangan penelitian pada bidang asesmen diagnostik matematika. Analisis dilakukan menggunakan kata kunci *three-tier multiple choice*, *diagnostic test*, *learning difficulty*, *mathematics*, *web-based assessment*, dan *cognitive diagnostic model*. Berikut disajikan visualisasi jaringan bibliometrik dari penelitian-penelitian terdahulu yang relevan dengan penelitian ini.



Gambar 1.2 Visualisasi Jaringan Bibliometrik 1



Gambar 1.3 Visualisasi Jaringan Bibliometrik 2

Hasil visualisasi bibliometrik menunjukkan bahwa topik seperti *diagnostic test*, *assessment*, *student*, dan *learning* memiliki keterhubungan yang relatif kuat. Sebaliknya, keterhubungan antara konsep *three-tier*, *learning difficulty*, *mathematics*, *web-based assessment*, dan *cognitive diagnostic model* masih relatif terbatas. Kondisi tersebut menunjukkan bahwa pengembangan asesmen diagnostik matematika yang mengintegrasikan diagnosis konseptual, diagnosis atribut kognitif, teknologi berbasis web, dan identifikasi kesulitan belajar masih belum banyak dieksplorasi. Hasil visualisasi juga menunjukkan bahwa keterkaitan antara asesmen diagnostik matematika dan karakteristik *Higher-Order Thinking Skills* (HOTS) masih belum tampak kuat. Padahal, pembelajaran matematika tingkat SMA menuntut kemampuan penalaran, pemecahan masalah, pemodelan matematis, dan penggunaan konsep dalam situasi kontekstual. Hasil tersebut menunjukkan adanya ruang pengembangan penelitian yang mengintegrasikan asesmen diagnostik, HOTS, konteks matematis, dan pendekatan diagnosis kognitif berbasis atribut. Meskipun analisis bibliometrik dapat menggambarkan kecenderungan umum penelitian, visualisasi jaringan belum sepenuhnya menjelaskan karakteristik metodologis dan keterbatasan penelitian terdahulu. Oleh karena itu, dilakukan *critical literature review* untuk mengidentifikasi kesenjangan penelitian secara lebih spesifik.

Kajian penelitian pada periode 2015–2025 menunjukkan bahwa *Cognitive Diagnostic Model* (CDM) berkembang sebagai pendekatan asesmen yang menghasilkan informasi diagnosis lebih rinci dibandingkan asesmen berbasis skor

karena mampu mengidentifikasi penguasaan atribut kognitif peserta didik secara spesifik. Perkembangan CDM pada periode tersebut diarahkan pada identifikasi *skill pattern*, klasifikasi penguasaan atribut, pengembangan Q-matrix, serta pemanfaatannya dalam asesmen pembelajaran dan evaluasi kompetensi peserta didik (Shi et al., 2021; Xu et al., 2023; Zhang et al., 2025). Meskipun demikian, beberapa penelitian yang terbit sebelum tahun 2015 tetap digunakan sebagai landasan konseptual karena memberikan kontribusi fundamental terhadap perkembangan teori dan metodologi yang digunakan dalam penelitian ini, khususnya pada pengembangan *three-tier diagnostic assessment* dan *Cognitive Diagnostic Model* (de la Torre, 2014; Peşman & Eryılmaz, 2010).

Dalam konteks pendidikan matematika, CDM telah digunakan untuk memetakan kompetensi matematis peserta didik dan mengidentifikasi struktur penguasaan konsep secara lebih rinci dibandingkan pendekatan pengukuran konvensional (Xu et al., 2023; Zhang et al., 2025). Penelitian berbasis model DINA umumnya berfokus pada klasifikasi penguasaan atribut, identifikasi *skill pattern*, dan estimasi kompetensi matematis peserta didik (Wafa, 2019; Xu et al., 2023). Diagnosis yang dihasilkan telah memberikan informasi mengenai atribut yang dikuasai maupun yang belum dikuasai peserta didik. Namun, sebagian besar penelitian masih berorientasi pada klasifikasi *mastery-non-mastery* dan belum banyak mengaitkan hasil diagnosis tersebut dengan kualitas pemahaman konseptual peserta didik.

Model G-DINA merupakan pengembangan CDM yang lebih umum karena dapat mengestimasi pengaruh utama setiap atribut dan pengaruh interaksi antaratribut terhadap probabilitas keberhasilan peserta didik dalam menjawab butir. Dibandingkan model DINA yang menetapkan hubungan nonkompensatori secara lebih ketat, G-DINA menyediakan struktur estimasi yang lebih fleksibel dan dapat mengakomodasi variasi hubungan antara atribut dan respons sesuai karakteristik empiris setiap butir. Meskipun demikian, penerapan G-DINA dalam pendidikan matematika masih lebih banyak berfokus pada aspek psikometrik, klasifikasi atribut, dan pengembangan prosedur diagnosis, sedangkan integrasinya dengan informasi pemahaman konseptual dan identifikasi kesulitan belajar masih relatif terbatas.

Di sisi lain, asesmen *three-tier diagnostic* berkembang sebagai pendekatan untuk mengidentifikasi miskonsepsi melalui kombinasi jawaban, alasan, dan tingkat keyakinan peserta didik (Peşman & Eryılmaz, 2010). Struktur tersebut menghasilkan informasi yang lebih kaya dibandingkan tes objektif konvensional karena diagnosis tidak hanya didasarkan pada jawaban benar atau salah, tetapi juga mempertimbangkan alasan konseptual dan keyakinan peserta didik terhadap respons yang diberikan. Akan tetapi, implementasi *three-tier* masih lebih banyak ditemukan pada bidang sains dibandingkan matematika, khususnya dalam konteks identifikasi kesulitan belajar peserta didik SMA. Selain itu, penelitian mengenai asesmen diagnostik berbasis teknologi menunjukkan perkembangan penggunaan sistem berbasis web dan asesmen digital dalam pembelajaran (Im, 2025). Namun, implementasi sistem digital tersebut umumnya masih berfokus pada administrasi tes dan penyajian hasil asesmen. Integrasi antara diagnosis konseptual berbasis *three-tier*, diagnosis atribut berbasis G-DINA, karakteristik HOTS, asesmen kontekstual, dan sistem berbasis web masih relatif terbatas. Sistem yang menghubungkan hasil diagnosis atribut dan diagnosis konseptual sebagai dasar pengambilan keputusan pembelajaran juga belum banyak dikembangkan.

Berdasarkan kajian tersebut, penelitian terdahulu cenderung mengembangkan komponen diagnosis secara parsial. Sebagian penelitian berfokus pada diagnosis atribut menggunakan CDM, sebagian lain menitikberatkan pada identifikasi miskonsepsi melalui *three-tier*, sedangkan pengembangan sistem asesmen berbasis web lebih banyak diarahkan pada aspek administrasi dan efisiensi pelaksanaan tes. Dengan demikian, masih terdapat ruang penelitian untuk mengembangkan asesmen yang mengintegrasikan diagnosis konseptual, diagnosis atribut kognitif berbasis G-DINA, asesmen HOTS kontekstual, dan teknologi berbasis web dalam satu kerangka asesmen yang lebih utuh.

Tabel 1.1 Sintesis Penelitian Terdahulu dan Kesenjangan Penelitian

Peneliti	Fokus Penelitian	Temuan	Keterbatasan	Respons Penelitian
Kusaeri (2012; 2014)	Penerapan DINA dan CDA pada konteks Indonesia	Menunjukkan potensi DINA untuk mengidentifikasi atribut dan miskonsepsi	Berfokus pada instrumen dasar, jenjang SMP, serta belum mengintegrasikan HOTS dan teknologi berbasis web	Pengembangan asesmen diagnostik berbasis G-DINA pada peserta didik SMA dengan integrasi HOTS,

Peneliti	Fokus Penelitian	Temuan	Keterbatasan	Respons Penelitian
		i matematika		<i>three-tier</i> , dan sistem berbasis web
de la Torre (2014)	Kerangka konseptual CDM dan G-DINA	Menjelaskan fondasi diagnosis atribut dan kerangka model G-DINA	Berfokus pada pengembangan kerangka dan metodologi model	Implementasi G-DINA pada konteks fungsi eksponensial dan diagnosis kesulitan belajar
Wafa (2019)	DINA pada kemampuan matematika	Mengidentifikasi penguasaan atribut matematis	Belum mengintegrasikan diagnosis konseptual	Integrasi diagnosis atribut berbasis G-DINA dan diagnosis konseptual berbasis <i>three-tier</i>
Xu et al. (2023)	Kompetensi matematis berbasis DINA/CDM	Menghasilkan diagnosis <i>skill pattern</i> dan atribut	Masih dominan berfokus pada klasifikasi <i>mastery-non-mastery</i>	Menghubungkan penguasaan atribut dengan kualitas pemahaman konseptual
Zhang et al. (2025)	Kompetensi matematika berbasis CDM	Menganalisis struktur kompetensi matematis	Berfokus pada klasifikasi atribut	Analisis miskonsepsi dan profil kesulitan belajar berdasarkan integrasi dua sumber diagnosis
Peşman dan Eryılmaz (2010)	<i>Three-tier diagnostic test</i>	Mengidentifikasi miskonsepsi berdasarkan jawaban, alasan, dan keyakinan	Penerapannya lebih dominan pada bidang sains	Implementasi <i>three-tier</i> pada matematika SMA, khususnya materi fungsi eksponensial
Shi et al. (2021)	Implementasi G-DINA	Mengembangkan prosedur estimasi dan diagnosis atribut	Lebih berfokus pada aspek psikometrik model	Integrasi G-DINA dengan asesmen pembelajaran dan diagnosis konseptual
Im (2025)	Asesmen digital berbasis CDM	Mengembangkan pemanfaatan teknologi	Integrasi analisis dan penyajian diagnosis belum sepenuhnya	Pengembangan CBT berbasis web dengan penyajian

Peneliti	Fokus Penelitian	Temuan	Keterbatasan	Respons Penelitian
		dalam diagnosis	otomatis	diagnosis <i>three-tier</i> dan pengelolaan hasil diagnosis atribut

Berdasarkan analisis bibliometrik dan *critical literature review*, terdapat beberapa kesenjangan penelitian yang masih terbuka. Pertama, penelitian CDM pada pendidikan matematika masih dominan berfokus pada klasifikasi penguasaan atribut dan belum banyak mengaitkan hasil estimasi tersebut dengan kualitas pemahaman konseptual peserta didik. Kedua, implementasi asesmen *three-tier* lebih banyak ditemukan pada bidang sains dibandingkan matematika, khususnya dalam konteks identifikasi kesulitan belajar peserta didik SMA. Ketiga, integrasi antara *three-tier diagnostic assessment*, CDM berbasis G-DINA, karakteristik HOTS, dan asesmen kontekstual dalam satu kerangka asesmen masih relatif terbatas. Keempat, pengembangan asesmen berbasis web umumnya masih berfokus pada administrasi tes dan belum sepenuhnya diarahkan pada sistem diagnosis yang mendukung pengambilan keputusan pembelajaran berbasis data. Kelima, penelitian mengenai profil kesulitan belajar peserta didik SMA pada materi fungsi eksponensial berdasarkan integrasi diagnosis konseptual dan diagnosis atribut kognitif masih terbatas. Sebagai respons terhadap *research gap* tersebut, kebaruan penelitian ini terletak pada beberapa aspek.

1. Integrasi asesmen *Three-Tier Multiple Choice* dan *Cognitive Diagnostic Model* berbasis G-DINA dalam satu kerangka diagnosis pembelajaran. Penelitian ini mengintegrasikan diagnosis konseptual berdasarkan ketepatan jawaban, ketepatan alasan, dan tingkat keyakinan dengan estimasi penguasaan atribut kognitif berdasarkan model G-DINA. Integrasi tersebut menghasilkan informasi mengenai atribut yang telah atau belum dikuasai sekaligus karakteristik pemahaman konseptual yang mendasari respons peserta didik.
2. Pengembangan kerangka atribut kognitif pada materi fungsi eksponensial berdasarkan *learning continuum*, *Attribute Hierarchy Model*, dan validasi Q-matrix berlapis. Atribut kognitif dikembangkan melalui analisis domain, penyusunan *learning continuum*, pengembangan *Attribute Hierarchy Model* (AHM), serta validasi Q-matrix melalui penilaian pakar dan analisis empiris.

Validasi empiris dilakukan menggunakan PVAF dan *Stepwise Wald Test* dalam kerangka G-DINA.

3. Pengembangan instrumen diagnostik yang mengintegrasikan HOTS, *Three-Tier Multiple Choice*, G-DINA, dan masalah kontekstual. Instrumen tidak hanya menilai ketepatan prosedural, tetapi juga mengukur kemampuan memahami struktur fungsi eksponensial, menganalisis grafik, membangun model dari fenomena nyata, dan mengevaluasi kesesuaian model. Dengan demikian, konstruk HOTS direpresentasikan melalui atribut kognitif yang spesifik sesuai karakteristik materi fungsi eksponensial.
4. Pengembangan sistem asesmen berbasis web dengan penyajian diagnosis *Three-Tier* secara langsung. Sistem berbasis web mendukung pelaksanaan tes, pengumpulan respons, pengelolaan data, dan penyajian hasil diagnosis konseptual berdasarkan respons *three-tier*. Proses estimasi G-DINA masih dilakukan di luar sistem, sehingga diagnosis atribut belum sepenuhnya dihasilkan secara otomatis dan *real-time*.
5. Pengembangan profil kesulitan belajar berdasarkan integrasi estimasi atribut dan diagnosis konseptual. Penelitian ini tidak berhenti pada klasifikasi *mastery-non-mastery*, tetapi mengintegrasikan *attribute mastery profile* hasil G-DINA dengan kategori diagnosis konseptual hasil *Three-Tier Multiple Choice*. Integrasi tersebut digunakan untuk mengidentifikasi miskonsepsi, pemahaman terfragmentasi, ketiadaan pengetahuan, serta variasi profil kesulitan belajar peserta didik pada materi fungsi eksponensial.