

KEKUATAN TAK TERATUR MODULAR PADA GRAF NAGA

Skripsi

**Disusun untuk memenuhi salah satu syarat
memperoleh gelar Sarjana Matematika**



RIZKY KURNIA

1305620026

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA**

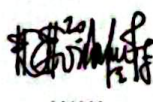
2026

LEMBAR PERSETUJUAN HASIL SIDANG SKRIPSI

KEKUATAN TAK TERATUR MODULAR PADA GRAF NAGA

Nama : Rizky Kurnia

NIM : 1305620026

	Nama	Tanda Tangan	Tanggal
Penanggung Jawab			
Dekan :	Dr. Hadi Nasbey, S.Pd., M.S NIP. 197909162005011004		14/08/2026
Wakil Penanggung Jawab			
Wakil Dekan I :	Dr. Meiliasari, S.Pd., M.Sc. NIP. 197905042009122002		14/08/2026
Ketua :	Dr. Yudi Mahatma, M.Si. NIP. 197610202008121001		25/06/2026
Penguji Ahli :	Ibnu Hadi, M.Si. NIP. 198107182008011017		29/06/2026
Sekretaris :	Dr. Eti Dwi Wiraningsih, S.Pd., M.Si. NIP. 198102032006042001		29/06/2026
Pembimbing I :	Dr. Lukita Ambarwati, S.Pd., M.Si. NIP. 1972102620011222001		30/06/2026
Pembimbing II :	Devi Eka Wardani M, S.Pd., M.Si. NIP. 199005162019032014		02/07/2026

Dinyatakan lulus ujian skripsi pada tanggal: 14 April 2026

LEMBAR PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Dengan ini saya yang bertanda tangan di bawah ini, mahasiswa Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta:

Nama : Rizky Kurnia

No. Registrasi : 1305620026

Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Program Studi : Matematika

Menyatakan bahwa skripsi yang saya buat dengan judul "**Kekuatan Tak Teratur Modular Pada Graf Naga**" ini :

1. Dibuat dan diselesaikan oleh saya sendiri.
2. Bukan merupakan duplikat skripsi yang pernah dibuat orang lain.

Pernyataan ini dibuat dengan sesungguhnya dan saya bersedia menanggung segala akibat yang timbul jika pernyataan saya tidak benar.

Jakarta, 02 Februari 2026



Rizky Kurnia



KEMENTERIAN PENDIDIKAN TINGGI, SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA
PERPUSTAKAAN DAN KEARSIPAN

Jalan Rawamangun Muka Jakarta 13220

Telepon/Faksimili: 021-4894221

Laman: lib.unj.ac.id

**LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS**

Sebagai sivitas akademika Universitas Negeri Jakarta, yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : Rizky Kurnia

NIM : 1305620026

Fakultas/Prodi : FMIPA / Matematika

Alamat email : rizkykurn5@gmail.com

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Perpustakaan dan Kearsipan Universitas Negeri Jakarta, Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif atas karya ilmiah:

☒ Skripsi ☐ Tesis ☐ Disertasi ☐ Lain-lain (.....)

yang berjudul : Kekuatan Tak Teratur Modular pada Graf Naga

.....
.....
.....

Dengan Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif ini Perpustakaan dan Kearsipan Universitas Negeri Jakarta berhak menyimpan, mengalihmediakan, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data (*database*), mendistribusikannya, dan menampilkan/mempublikasikannya di internet atau media lain secara *fulltext* untuk kepentingan akademis tanpa perlu meminta ijin dari saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan atau penerbit yang bersangkutan.

Saya bersedia untuk menanggung secara pribadi, tanpa melibatkan pihak Perpustakaan Universitas Negeri Jakarta, segala bentuk tuntutan hukum yang timbul atas pelanggaran Hak Cipta dalam karya ilmiah saya ini.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Jakarta, 14 Agustus 2026

(Rizky Kurnia)

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT yang karena berkat dan karunia-Nya penulis dapat menjalani perkuliahan hingga menyelesaikan tugas akhir ini. Penulisan skripsi ini dilakukan untuk memenuhi salah satu syarat dalam memperoleh gelar Sarjana Sains, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta.

Penulis menyadari bahwa dalam menjalani perkuliahan hingga penyusunan skripsi ini tidak lepas dari dukungan dari berbagai pihak. Oleh sebab itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Ibu Dr. Lukita Ambarwati, S.Pd., M.Si. selaku Dosen Pembimbing I dan Ibu Devi Eka Wardani Meganingtyas, S.Pd., M.Si. selaku Dosen Pembimbing II, yang telah memberikan waktu, ilmu, serta tenaga untuk membimbing penulis dalam penyusunan skripsi ini.
2. Bapak Dr. Yudi Mahatma, M.Si., selaku Koordinator Program Studi Matematika yang telah membantu penulis.
3. Ibu yang senantiasa mendukung penulis dengan tulus dan selalu memberikan motivasi kepada penulis. Semoga selalu diberikan kesehatan dan rezeki yang tak terputus.
4. Teman-teman perkuliahan yang telah membuat suasana Prodi Matematika menjadi lebih menyenangkan, baik saat pandemi maupun setelah pandemi.
5. Seluruh pihak yang tidak dapat disebutkan satu-satu, yang telah membantu penulis baik secara langsung maupun tidak langsung.

Akhir kata, penulis berharap semoga Allah SWT berkenan membalas segala kebaikan semua pihak yang telah membantu. Semoga skripsi ini dapat membawa manfaat bagi pengembangan ilmu pengetahuan.

Rizky Kurnia

ABSTRAK

RIZKY KURNIA. Kekuatan Tak Teratur Modular Pada Graf Naga. Skripsi. Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Jakarta. Februari 2026

Misalkan $G = (V, E)$ dengan V adalah himpunan simpul dan E adalah himpunan busur. Misalkan G adalah graf dengan order n , pelabelan tak teratur modular dari graf G adalah pelabelan- k busur $\varphi : E \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$ sedemikian sehingga terdapat fungsi bobot yang bijektif $wt_\varphi : V \rightarrow \mathbb{Z}_n$, dimana $\mathbb{Z}_n$ adalah grup bilangan bulat modulo n . Bobot modular didefinisikan dengan $wt_\varphi(u) = \sum_{v \in N(u)} \varphi(uv)$. Nilai minimum k sedemikian sehingga graf G memiliki pelabelan tak teratur modular dengan label paling besar k disebut kekuatan tak teratur modular dari graf G . Graf naga D_n , yaitu graf yang diperoleh dari penggabungan graf lintasan P_n dan graf siklus C_n melalui sebuah sisi penghubung. Pada penelitian ini, akan dikonstruksi pelabelan tak teratur modular untuk graf naga dan ditentukan kekuatan tak teratur modular untuk graf naga.

Kata kunci: Graf naga, kekuatan tak teratur modular, pelabelan tak teratur modular

ABSTRACT

RIZKY KURNIA. Modular Irregularity Strength of the Dragon Graph.
Thesis. Mathematics Study Program, Faculty of Mathematics and Natural
Sciences, Jakarta State University. February 2026

Let $G = (V, E)$ with V is the vertex set and E is the edge set of G . Let G be a graph with order n , modular irregular labeling of a graph G is an edge k -labeling $\varphi : E \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$ such that there exists a bijective weight function $wt_\varphi : V \rightarrow \mathbb{Z}_n$, where $\mathbb{Z}_n$ is a group of modulo n . The modular weight is defined by $wt_\varphi(u) = \sum_{v \in N(u)} \varphi(uv)$. The minimum number k such that a graph G has modular irregular labeling with largest label k is called modular irregularity strength of G . The dragon graph D_n , which is the graph obtained by joining the path graph P_n and the cycle graph C_n via a connecting edge. In this research, we construct the modular irregular labeling for dragon graph and determine its modular irregularity strength.

Keywords: Dragon graph, modular irregular labeling, modular irregularity strength

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	iv
ABSTRAK	v
ABSTRACT	vi
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR TABEL	ix
DAFTAR SIMBOL	x
DAFTAR GAMBAR	xii
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Penelitian	3
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian	3
BAB 2 KAJIAN PUSTAKA	5
2.1 Aritmetika Modular	5
2.2 Teori Graf	6
2.2.1 Definisi Graf	6
2.2.2 Beberapa Kelas Graf	6
2.3 Graf Naga	7
2.4 Pelabelan pada Graf	8
2.5 Pelabelan Teratur dan Tak Teratur	9
2.6 Pelabelan Tak Teratur Modular	11
2.7 Hasil Penemuan Terdahulu	14

BAB 3	METODOLOGI PENELITIAN	15
3.1	Pelabelan Graf Naga	16
BAB 4	HASIL DAN PEMBAHASAN	18
4.1	Batas Bawah Kekuatan Tak Teratur Modular Graf Naga	19
4.2	Nilai Eksak Kekuatan Tak Teratur Modular Graf Naga	22
4.3	Visualisasi Contoh Kasus Pelabelan Tak Teratur Modular	28
BAB 5	KESIMPULAN DAN SARAN	30
5.1	Kesimpulan	30
5.2	Saran	30
DAFTAR PUSTAKA		31
RIWAYAT HIDUP		33

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Hasil penemuan graf dengan kekuatan tak teratur modular	14
-----------	---	----

DAFTAR SIMBOL

$G(V, E)$	: graf dengan himpunan simpul V dan himpunan sisi E
V	: himpunan simpul
v	: simpul
E	: himpunan sisi
e	: sisi
$ V $	: banyaknya simpul pada graf G
$ E $	: banyaknya sisi pada graf G
$\deg(v)$	: derajat simpul v
$\delta(G)$	: derajat minimum graf G
$\Delta(G)$	: derajat maksimum graf G
$N(u)$	: himpunan tetangga simpul u
$\forall$	: kuantor universal (untuk setiap)
$\mathbb{Z}_n$	: himpunan bilangan bulat modulo n
P_n	: graf lintasan dengan n simpul
C_n	: graf lingkaran dengan n simpul
D_n	: graf naga dengan parameter n
φ	: fungsi pelabelan sisi
$\varphi(uv)$	: label sisi uv
$wt_\varphi(v)$	: bobot simpul v menurut fungsi pelabelan φ
$s(G)$	: kekuatan tak teratur graf G
$ms(G)$	: kekuatan tak teratur modular graf G
p_i	: banyaknya simpul berderajat i
u_i, v_i	: simpul ke- i pada graf naga D_n

- $\lfloor x \rfloor$: fungsi lantai dari bilangan real x
 $\lceil x \rceil$: fungsi langit-langit dari bilangan real x
 $\mathbb{Z}_{2n}$: grup bilangan bulat modulo $2n$



DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Graf lintasan P_5	7
Gambar 2.2	Graf lingkaran C_4	7
Gambar 2.3	Graf Naga	8
Gambar 2.4	Pelabelan sisi pada graf lintasan P_5	8
Gambar 2.5	Contoh Graf Teratur	9
Gambar 2.6	Contoh Graf Tak Teratur	9
Gambar 2.7	Pelabelan sisi pada graf lingkaran C_4	11
Gambar 2.8	Pelabelan tak teratur pada graf lingkaran C_4	11
Gambar 3.1	Diagram Alir	16
Gambar 4.1	Contoh Graf Naga D_n dengan $n = 4$	18
Gambar 4.2	Penamaan simpul pada graf naga D_n	23
Gambar 4.3	Pelabelan Tak Teratur Modular pada graf naga D_4 dengan $ms(D_4) = 4$	29
Gambar 4.4	Pelabelan Tak Teratur Modular pada graf naga D_6 dengan $ms(D_6) = 6$	29