

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf telah banyak dipelajari dan digunakan secara sistematis, karena terbukti efektif dalam memungkinkan pemahaman yang lebih luas tentang sifat graf dan hubungannya dengan sistem dunia nyata melalui representasi graf. Selain itu, teori graf memiliki penerapan yang luas di berbagai bidang penelitian dan dapat digabungkan dengan bidang matematika lain, salah satunya pelabelan graf. Misalkan $G = (V, E)$ adalah suatu graf sederhana, di mana graf tersebut tidak memiliki arah, dan saling terhubung antara satu dengan lainnya, dengan himpunan simpul V dan himpunan sisi E . Jumlah simpul dan sisi dalam G dilambangkan dengan $|V|$ dan $|E|$ (Chartrand & Zhang, 2012).

Chartrand, dkk. (1988) mendefinisikan suatu pelabelan yaitu pelabelan tak teratur. Pelabelan tak teratur pada graf G adalah pelabelan- k sisi di mana setiap simpul memiliki bobot yang berbeda. Kekuatan tak teratur graf G , dinotasikan $s(G)$, adalah nilai k terkecil sedemikian sehingga pelabelan tak teratur dapat dibuat menggunakan label dengan bobot tidak lebih besar dari k . Jika pelabelan semacam itu tidak ada, maka $s(G)$ didefinisikan sebagai ∞ .

Selanjutnya, Bača, dkk. (2020) menemukan varian dari pelabelan tak teratur, yaitu pelabelan tak teratur modular. Misalkan G adalah graf dengan orde n . Sebuah fungsi $f : E(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$ disebut pelabelan tak teratur modular k -sisi jika terdapat fungsi bobot bijektif $w_f : V(G) \rightarrow \mathbb{Z}_n$, dengan $\mathbb{Z}_n$ mewakili bilangan bulat modulo n . Kekuatan tak teratur modular dari graf G , yang dilambangkan sebagai $ms(G)$, merupakan nilai terkecil dari k di mana pelabelan tak teratur modular dapat diterapkan menggunakan label dari himpunan tertentu $\{1, 2, \dots, k\}$. Jika tidak terdapat pelabelan tak teratur modular yang memenuhi syarat tersebut, maka $ms(G) = \infty$.

Peneliti terdahulu telah menemukan kekuatan tak teratur modular pada graf graf tertentu. Bača, dkk. (2020) sudah menemukan kekuatan tak teratur modular untuk graf lintasan, bintang, triangular, lingkaran, dan gear. Kemudian, Kimáková, dkk. (2021) menemukan kekuatan tak teratur modular untuk graf kipas. Imran, dkk (2021) juga sudah menemukan kekuatan tak teratur modular untuk graf roda. Tilukay (2021) telah menemukan kekuatan tak teratur modular untuk graf triangular book. Sugeng, dkk. (2021) menemukan kekuatan tak teratur modular pada graf friendship.

Graf naga D_n , yang dalam literatur juga dikenal sebagai *graf tadpole*, terbentuk melalui penggabungan graf lintasan P_n dan graf lingkaran C_n , sehingga menghasilkan suatu bentuk yang menyerupai seekor naga, dengan graf lintasan sebagai ekornya dan graf lingkaran sebagai kepalanya. Pada penelitian ini, akan dikonstruksi pelabelan tak teratur modular dan ditentukan kekuatan tak teratur modular pada Graf Naga D_n .

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, masalah penelitian ini dirumuskan sebagai berikut:

1. Bagaimana konstruksi pelabelan tak teratur modular pada Graf Naga D_n ?
2. Berapakah nilai kekuatan tak teratur modular pada Graf Naga D_n ?

1.3 Batasan Penelitian

Batasan penelitian ini adalah sebagai berikut: penelitian hanya membahas kelas graf Naga D_n , dengan $n \geq 3$.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah:

1. Mengonstruksi pelabelan sisi yang merupakan pelabelan tak teratur modular pada Graf Naga D_n .
2. Menentukan nilai kekuatan tak teratur modular $ms(G)$ pada Graf Naga D_n .

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian ini meliputi:

1. Manfaat bagi Penulis

Penelitian ini diharapkan memberikan manfaat bagi penulis dalam mengembangkan pengetahuan dan keterampilan terkait pelabelan graf. Melalui kajian ini, penulis dapat memperoleh pemahaman yang lebih mendalam tentang bagaimana pelabelan tak teratur modular

digunakan untuk menentukan nilai kekuatan tak teratur modular pada graf naga.

2. Manfaat bagi Program Studi Matematika

Program studi diharapkan memperoleh tambahan referensi dan contoh konkret mengenai penerapan pelabelan tak teratur modular pada graf naga. Selain itu, penelitian ini dapat dijadikan bahan rujukan bagi mahasiswa lain yang tertarik pada bidang matematika.

3. Manfaat bagi Pembaca atau Umum

Penelitian ini diharapkan mampu memberikan wawasan kepada pembaca mengenai pelabelan tak teratur modular pada graf naga. Secara lebih luas, studi ini dapat menjadi referensi bagi siapa saja yang berminat mempelajari penerapan teori graf dalam konteks pelabelan.