PENYELESAIAN PERSAMAAN POISSON SATU DIMENSI DENGAN BATAS ROBIN NONHOMOGEN DAN PERIODIK MENGGUNAKAN FUNGSI GREEN BESERTA APLIKASINYA

Skripsi

Disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Matematika

Faqih Nur Iskandar
1305622012

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA

2026

LEMBAR PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Saya yang bertanda tangan di bawah ini, mahasiswa Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta:

Nama	:	Faqih Nur Iskandar
No. Registrasi	:	1305622012
Program Studi	:	Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi yang saya buat dengan judul "Penyelesaian Persamaan Poisson Satu Dimensi dengan Batas Robin Nonhomogen dan Periodik Menggunakan Fungsi Green Beserta Aplikasinya" adalah:

1. Dibuat oleh saya sendiri, mengadopsi hasil kuliah, buku-buku, dan referensi acuan yang tertera di dalam referensi pada skripsi saya.
2. Bukan merupakan hasil duplikasi skripsi yang telah dipublikasikan atau pernah dipakai untuk mendapatkan gelar sarjana di universitas lain kecuali pada bagian-bagian sumber informasi yang dicantumkan berdasarkan tata cara referensi yang seharusnya.

Pernyataan ini dibuat dengan sesungguhnya dan saya bersedia menanggung segala akibat yang timbul jika pernyataan saya tidak benar.

Jakarta, 20 Juli 2026

Faqih Nur Iskandar

LEMBAR PERSETUJUAN HASIL SIDANG SKRIPSI

PENYELESAIAN PERSAMAAN POISSON SATU DIMENSI DENGAN BATAS ROBIN NONHOMOGEN DAN PERIODIK MENGGUNAKAN FUNGSI GREEN BESERTA APLIKASINYA

Nama : Faqih Nur Iskandar
NIM : 1305622012

	Nama	Tanda Tangan	Tanggal
Penanggung Jawab Dekan	: Dr. Hadi Nasbey, S.Pd, M.Si. NIP. 197909162005011004		5 Agustus 2026
Wakil Penanggung Jawab Dekan I	: Dr. Meiliasari, S.Pd., M.Sc. NIP. 197905042009122002		5 Agustus 2026
Ketua	: Drs. Sudarwanto, M.Si., DEA NIP. 196503251993031003		22 Juli 2026
Penguji Ahli	: Dr. Vera Maya Santi, S.Si., M.Si. NIP. 197905312005012006		29 Juli 2026
Sekretaris	: Dr. Yudi Mahatma, M.Si. NIP. 197610202008121001		22 Juli 2026
Pembimbing I	: Dr. Lukita Ambarwati, S.Pd., M.Si. NIP. 197210262001122001		29 Juli 2026
Pembimbing II	: Dr. Eti Dwi Wiraningsih, M.Si. NIP. 198102032006042001		3 Agustus 2026

Dinyatakan lulus ujian skripsi pada tanggal: 9 Juli 2026

LEMBAR PENGESAHAN

Nama	:	Faqih Nur Iskandar
No. Registrasi	:	1305622012
Program Studi	:	Matematika
Judul	:	Penyelesaian Persamaan Poisson Satu Dimensi dengan Batas Robin Nonhomogen dan Periodik Menggunakan Fungsi Green Beserta Aplikasinya

Menyatakan bahwa skripsi ini telah siap diajukan untuk sidang skripsi.

Menyetujui,

Dosen Pembimbing I	Dosen Pembimbing II
Dr. Lukita Ambarwati, S.Pd., M.Si.	**Dr. Eti Dwi Wiraningsih, M.Si.**
NIP. 197210262001122001	NIP. 198102032006042001

Mengetahui,

Koordinator Program Studi Matematika

Dr. Yudi Mahatma, M.Si.

NIP. 197610202008121001

UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA
Intelligentia - Dignitas

KEMENTERIAN PENDIDIKAN TINGGI, SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA
PERPUSTAKAAN DAN KEARSIPAN

Jalan Rawamangun Muka Jakarta 13220
Telepon/Faksimili: 021-4894221
Laman: lib.unj.ac.id

LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai sivitas akademika Universitas Negeri Jakarta, yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : Faqih Nur Iskandar
NIM : 1305622012
Fakultas/Prodi : FMIPA / Matematika
Alamat email :

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Perpustakaan dan Kearsipan Universitas Negeri Jakarta, Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif atas karya ilmiah:

☑ Skripsi ☐ Tesis ☐ Disertasi ☐ Lain-lain (.....)

yang berjudul :
Penyelesaian Persamaan Poisson Satu Dimensi Dengan Batas Robin Nonhomogen dan Periodik Menggunakan Fungsi Green Beserta Aplikasinya

Dengan Hak Bebas Royalti Non-Ekslusif ini Perpustakaan dan Kearsipan Universitas Negeri Jakarta berhak menyimpan, mengalihmediakan, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data (*database*), mendistribusikannya, dan menampilkan/mempublikasikannya di internet atau media lain secara ***fulltext*** untuk kepentingan akademis tanpa perlu meminta ijin dari saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan atau penerbit yang bersangkutan.

Saya bersedia untuk menanggung secara pribadi, tanpa melibatkan pihak Perpustakaan Universitas Negeri Jakarta, segala bentuk tuntutan hukum yang timbul atas pelanggaran Hak Cipta dalam karya ilmiah saya ini.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Jakarta, 18 Agustus 2026

Penulis

Faqih

(Faqih Nur Iskandar)

KATA PENGANTAR

Segala puji hamba panjatkan atas berkah, kemakmuran, dan kelancaran yang diberikan oleh Allah SWT sehingga hamba dapat menyelesaikan karya ilmiah ini sebagai bukti atas pendidikan yang telah ditempu selama beberapa tahun yang penuh dengan kegigihan, kebahagiaan, kesedihan, serta emosi yang tidak dapat dituangkan dengan kata-kata.

Penulis juga mengucapkan terima kasih yang amat sangat kepada pihak-pihak yang tentunya sangat membantu saya dalam menyelesaikan karya ilmiah ini dengan segala jenis dukungan. Ucapan juga diberikan secara khusus kepada:

1. Ibu Lukita Ambarwati, atas bimbingan serta pendekatan solusi dan metode di dalam penyelesaian suatu masalah,
2. Ibu Eti Dwi Wiraningsih, atas pendekatan hal-hal detail di dalam penulisan,
3. Dosen, pembimbing, dan para staf yang bekerja di dalam Prodi Matematika Universitas Negeri Jakarta yang membimbing saya baik di dalam pelajaran maupun di luarnya,
4. Keluarga dekat saya terutama mamah, bapak, dan kakak yang mampu memberi kasih, cinta, dan kesabaran yang mendalam kepada saya,
5. Diri sendiri yang pantang menyerah serta teman-teman yang saling membantu.

Jakarta, 20 Juli 2026

Faqih Nur Iskandar

UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA
Intelligentia - Dignitas

ABSTRAK

FAQIH NUR ISKANDAR. *Penyelesaian Persamaan Poisson Satu Dimensi dengan Batas Robin Nonhomogen dan Periodik Menggunakan Fungsi Green Beserta Aplikasinya.* Skripsi. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Negeri Jakarta. 2026.

Persamaan Poisson secara luas digunakan dalam pemodelan fenomena fisis, namun penentuan solusi eksaknya pada masalah nilai batas yang kompleks seringkali menjadi tantangan komputasi. Penelitian ini bertujuan mengonstruksi solusi analitik dan numerik Persamaan Poisson satu dimensi pada syarat batas Robin nonhomogen dan periodik. Metode Fungsi Green dipilih untuk menyelesaikan masalah ini karena keunggulannya dalam mengubah persamaan diferensial menjadi persamaan integral, kemampuannya mengelola batas yang rumit melalui prinsip superposisi, serta memfasilitasi hampiran numerik yang stabil. Solusi numerik didiskritisasi menggunakan aturan kuadratur trapesium. Hasil penelitian menunjukkan bahwa rumusan Fungsi Green berhasil menghasilkan solusi analitik untuk fungsi sumber polinomial, eksponensial, dan trigonometri. Pada analisis konvergensi, metode kuadratur trapesium terbukti stabil menghasilkan galat berorde dua untuk beberapa fungsi uji, dan terintegrasi secara eksak (tanpa galat) pada fungsi konstan. Implementasi numerik pada konduksi panas tunak (batas Robin) menyimpulkan bahwa material berkonduktivitas tinggi (tembaga) menghasilkan pemerataan suhu lebih efisien dibandingkan aluminium. Selanjutnya, implementasi numerik pada potensial elektrostatik cincin (batas periodik) menunjukkan permitivitas dielektrik medium berbanding terbalik dengan amplitudo tegangan; bahan mika terbukti meredam tegangan dua kali lebih kuat dibandingkan karet silikon.

Kata Kunci: Fungsi Green, Konduksi Panas, Persamaan Poisson, Potensial Elektrostatik, Syarat Batas.

Intelligentia - Dignitas

ABSTRACT

Faqih Nur Iskandar. *Solving One-Dimensional Poisson Equations with Nonhomogeneous and Periodic Robin Boundary Conditions Using Green's Functions and Their Applications. Thesis. Faculty of Mathematics and Natural Sciences. Universitas Negeri Jakarta. 2026.*

The Poisson equation is widely used in modeling physical phenomena, yet determining its exact solution for complex boundary value problems often presents a computational challenge. This research aims to construct analytical and numerical solutions for the one-dimensional Poisson equation under nonhomogeneous Robin and periodic boundary conditions. The Green's function method is chosen to solve this problem due to its advantage in transforming differential equations into integral equations, its capability to manage intricate boundaries via the superposition principle, and its facilitation of stable numerical approximations. The numerical solution is discretized using the trapezoidal quadrature rule. The results show that the Green's function formulation successfully generates analytical solutions for polynomial, exponential, and trigonometric source functions. In the convergence analysis, the trapezooidal quadrature method proves to be stable, producing a second-order error for several test functions, and integrates exactly (zero error) for constant functions. The numerical implementation of steady-state heat conduction (Robin boundary) concludes that a material with high thermal conductivity (copper) produces a more efficient uniform temperature distribution compared to aluminum. Furthermore, the numerical implementation of the electrostatic potential of a ring (periodic boundary) shows that the dielectric permittivity of the medium is inversely proportional to the resulting voltage amplitude; mica is proven to attenuate the voltage twice as strongly as silicone rubber.

Keywords: *Boundary Conditions, Electrostatic Potential, Green's Function, Heat Conduction, Poisson Equation.*

Intelligentia - Dignitas

DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN iii

KATA PENGANTAR v

ABSTRAK vi

ABSTRACT vii

DAFTAR ISI viii

DAFTAR GAMBAR xi

DAFTAR TABEL xii

DAFTAR LAMPIRAN xiii

BAB 1 PENDAHULUAN 1

1.1 Latar Belakang 1

1.2 Rumusan Masalah 6

1.3 Tujuan Penelitian 6

1.4 Manfaat Penelitian 7

1.5 Batasan Masalah 7

BAB 2 KAJIAN PUSTAKA 8

2.1 Persamaan dalam Operator 8

2.2 Operator sebagai Transformasi 9

2.2.1 Operator Integral dan Fungsi Kernel 12

2.2.2 Operator Diferensial dan Operator Invers 12

2.2.3 Fungsi Delta 13

2.2.4 Proses Operator Invers 16

2.2.5 Domain Operator 19

2.2.6 Operator Diferensial Adjoin 21
2.3 Teori Fungsi Green 24
2.3.1 Fungsi Green Standar 25
2.3.2 Perumuman Fungsi Green 36
2.4 Konsep Turunan, Integral, dan Aturan Leibniz 41
2.5 Metode Numerik 48
2.5.1 Aturan Integrasi Trapesium 48
2.5.2 Metode Kuadratur Nyström 51
2.5.3 Analisis Konvergensi 55
2.6 Persamaan Poisson dan Aplikasi Fisis 60
2.6.1 Teori Umum Persamaan Poisson 60
2.6.2 Konduksi Panas Tunak 61
2.6.3 Potensial Elektrostatik 64

BAB 3 METODE PENELITIAN **66**

BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN **70**
4.1 Persamaan Poisson Satu Dimensi Batas Robin Nonhomogen . . 70
4.1.1 Solusi Analitik 70
4.1.2 Validasi Solusi Analitik 76
4.1.3 Solusi Numerik 81
4.1.4 Analisis Konvergensi 83
4.1.5 Konduksi Panas Tunak 94
4.2 Persamaan Poisson Satu Dimensi Batas Periodik 97
4.2.1 Solusi Analitik 98
4.2.2 Validasi Solusi Analitik 103
4.2.3 Solusi Numerik 106
4.2.4 Analisis Konvergensi 108
4.2.5 Potensial Elektrostatik 113

BAB 5 PENUTUP **118**
5.1 Kesimpulan 118

5.2 Saran 122

DAFTAR PUSTAKA **123**

LAMPIRAN **126**

RIWAYAT HIDUP **159**

UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA
Intelligentia - Dignitas

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1. Barisan Pendekatan Fungsi Delta 14
Gambar 2.2. Fungsi Green pada Nilai ξ Berbeda 34
Gambar 2.3. Fungsi $u(x)$ pada Fungsi Sumber Berbeda 35
Gambar 2.4. Ilustrasi Aproksimasi Integrasi dengan Aturan Trapesium 49
Gambar 3.1. Diagram Alur Penyelesaian Masalah 66
Gambar 4.1. Perbandingan Solusi untuk $f(x) = 1$ 85
Gambar 4.2. Perbandingan Solusi untuk $f(x) = x$ 86
Gambar 4.3. Perbandingan Solusi untuk $f(x) = x^2$ 88
Gambar 4.4. Perbandingan Solusi untuk $f(x) = e^x$ 89
Gambar 4.5. Perbandingan Solusi untuk $f(x) = \sin(x)$ 91
Gambar 4.6. Perbandingan Solusi untuk $f(x) = \cos(x)$ 92
Gambar 4.7. Perbandingan Solusi pada Bahan Tembaga 95
Gambar 4.8. Perbandingan Solusi pada Bahan Aluminium 96
Gambar 4.9. Perbandingan Tembaga dan Aluminium 97
Gambar 4.10. Perbandingan Solusi pada $f(x) = x - \pi$ 110
Gambar 4.11. Perbandingan Solusi untuk $f(x) = \cos(x)$ 112
Gambar 4.12. Perbandingan Solusi Bahan Mika 115
Gambar 4.13. Perbandingan Solusi Bahan Karet Silikon 116
Gambar 4.14. Perbandingan Bahan Mika dan Karet Silikon 117

Intelligentia - Dignitas

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1. Tabel Kesalahan dan Laju Konvergensi pada $f(x) = x^2$ . . 59
Tabel 2.2. Konduktivitas Termal pada Suhu 293 K 62
Tabel 2.3. Nilai Permitivitas Relatif Beberapa Bahan 65
Tabel 4.1. Laju Konvergensi pada $f(x) = 1$ 85
Tabel 4.2. Laju Konvergensi pada $f(x) = x$ 87
Tabel 4.3. Laju Konvergensi pada $f(x) = x^2$ 88
Tabel 4.4. Laju Konvergensi pada $f(x) = e^x$ 90
Tabel 4.5. Laju Konvergensi pada $f(x) = \sin(x)$ 91
Tabel 4.6. Laju Konvergensi pada $f(x) = \cos(x)$ 93
Tabel 4.7. Konstanta Percobaan Bahan Tembaga dan Aluminium . . 94
Tabel 4.8. Laju Konvergensi pada Tembaga 95
Tabel 4.9. Laju Konvergensi pada Aluminium 96
Tabel 4.10.Laju Konvergensi pada $f(x) = x - \pi$ 110
Tabel 4.11.Laju Konvergensi pada $f(x) = \cos(x)$ 112
Tabel 4.12.Konstanta untuk Percobaan Medium Elektrostatik 114
Tabel 4.13.Laju Konvergensi pada $f(x) = x - 1$ 115
Tabel 4.14.Laju Konvergensi pada $f(x) = x - 1$ 116

Intelligentia - Dignitas

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Barisan Pendekatan Fungsi Delta 126
Lampiran 2 Contoh Bentuk Fungsi Green 127
Lampiran 3 Solusi $u(x)$ pada Fungsi Sumber Berbeda 128
Lampiran 4 Aproksimasi Integral dengan Aturan Trapesium 129
Lampiran 5 Perbandingan Solusi Batasan Robin Nonhomogen 131
Lampiran 6 Analisis Konvergensi Batasan Robin Nonhomogen 133
Lampiran 7 Perbandingan Solusi Konduksi Panas Tunak 139
Lampiran 8 Analisis Konvergensi Konduksi Panas Tunak 140
Lampiran 9 Perbandingan Solusi Batasan Periodik 145
Lampiran 10 Analisis Konvergensi Batasan Periodik 146
Lampiran 11 Perbandingan Solusi Potensial Elektrostatik 152
Lampiran 12 Analisis Konvergensi Potensial Elektrostatik 153

UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA
Intelligentia - Dignitas