

**BAYESIAN MODEL AVERAGING GAMMA DAN WEIBULL
BERBASIS CAMPURAN HIERARKI TIGA TINGKAT
UNTUK PREDIKSI CURAH HUJAN BULANAN DKI
JAKARTA**

Skripsi

**Disusun untuk memenuhi salah satu syarat
memperoleh gelar Sarjana Matematika**



Elvin Fernando

1305622029

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA**

2026

ABSTRAK

ELVIN FERNANDO. *Bayesian Model Averaging Gamma dan Weibull Berbasis Campuran Hierarki Tiga Tingkat untuk Prediksi Curah Hujan Bulanan DKI Jakarta.* Skripsi, Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta. Juni 2026.

Curah hujan bulanan di DKI Jakarta memiliki variabilitas tinggi dan distribusi yang menjulur ke kanan, sehingga prediksinya memerlukan pendekatan probabilistik. Penelitian ini bertujuan menerapkan model *Bayesian Model Averaging* (BMA) campuran tiga tingkat hierarki yaitu global, musim, dan bulan yang menggabungkan distribusi Gamma dan Weibull, menentukan pembobotannya secara berbasis data, serta membandingkan kinerjanya dengan model tunggal di Stasiun Kemayoran dan Stasiun Maritim Tanjung Priok. Parameter diestimasi dengan *Maximum Likelihood Estimation* Newton–Raphson sebagai nilai awal, dilanjutkan inferensi Bayesian melalui *Markov Chain Monte Carlo* pada ketiga tingkat. Bobot antardistribusi Gamma dan Weibull dan bobot antartingkat ditentukan dari data melalui aproksimasi BIC. Model divalidasi dengan skema *expanding window* pada 12 bulan (Januari–Desember 2025) dan dievaluasi menggunakan *Continuous Ranked Probability Score* (CRPS). Hasil menunjukkan seluruh rantai MCMC konvergen ($\hat{R} < 1,01$) dan model terkalibrasi baik dengan 100% observasi berada dalam interval kredibel 90% pada kedua stasiun. Pembobotan bersifat adaptif tiap bulan, dengan tingkat bulan memperoleh bobot rata-rata terbesar (0,398 di Kemayoran dan 0,415 di Tanjung Priok). Berdasarkan *mean* CRPS, model BMA memperoleh kinerja terbaik di kedua stasiun, yaitu 73,21 di Kemayoran dan 47,79 di Tanjung Priok, dengan selisih kurang dari 1% terhadap model tunggal. Dengan demikian, BMA campuran hierarki menghasilkan prediksi probabilistik yang *robust* terhadap ketidakpastian pemilihan model dan distribusi.

Kata kunci: *Bayesian Model Averaging*, campuran hierarki, curah hujan, CRPS, MCMC.

ABSTRACT

ELVIN FERNANDO. *Gamma and Weibull Bayesian Model Averaging Based on a Three-Level Hierarchical Mixture for Monthly Rainfall Prediction in DKI Jakarta.* Thesis, Mathematics Study Program, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Universitas Negeri Jakarta. June 2026.

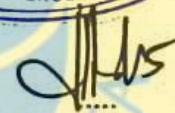
Monthly rainfall in DKI Jakarta exhibits high variability and a right-skewed distribution, so its prediction requires a probabilistic approach. This study aims to apply a three-level hierarchical Bayesian Model Averaging (BMA) mixture that is global, seasonal, and monthly which combining the Gamma and Weibull distributions, to determine its weights in a data-driven manner, and to compare its performance against single models at the Kemayoran Station and the Tanjung Priok Maritime Station. Parameters were estimated using Newton–Raphson Maximum Likelihood Estimation as starting values, followed by Bayesian inference via Markov Chain Monte Carlo at all three levels. The within-level (Gamma and Weibull) and between-level weights were determined from the data through a BIC approximation. The model was validated using an expanding-window scheme over 12 months (January–December 2025) and evaluated using the Continuous Ranked Probability Score (CRPS). The results show that all MCMC chains converged ($\hat{R} < 1.01$) and the model was well calibrated, with 100% of observations falling within the 90% credible interval at both stations. The weighting was adaptive across months, with the monthly level receiving the largest average weight (0.398 at Kemayoran and 0.415 at Tanjung Priok). Based on the mean CRPS, the BMA model achieved the best performance at both stations which is 73.21 at Kemayoran and 47.79 at Tanjung Priok, with less than a 1% margin over the single models. Thus, the hierarchical BMA mixture yields probabilistic predictions that are robust to model and distribution selection uncertainty.

Keywords: Bayesian Model Averaging, hierarchical mixture, rainfall, CRPS, MCMC.

LEMBAR PERSETUJUAN UJIAN SKRIPSI
BAYESIAN MODEL AVERAGING GAMMA DAN WEIBULL BERBASIS
CAMPURAN HIERARKI TIGA TINGKAT UNTUK PREDIKSI CURAH
HUJAN BULANAN DKI JAKARTA

Nama : Elvin Fernando

NIM : 1305622029

	Nama	Tanda Tangan	Tanggal
Penanggung Jawab			
Dekan :	Dr. Hadi Nasbey, S.Pd., M.Si. NIP. 197909162005011004		12 Agustus 2026
Wakil Penanggung Jawab			
Wakil Dekan I :	Dr. Meiliasari, S.Pd., M.Sc. NIP. 197905042009122002		12 Agustus 2026
Ketua :	Dr. Lukita Ambarwati, M.Si. NIP. 197210262001122001		23 Juli 2026
Penguji Ahli :	Dr. Yudi Mahatma, M.Si. NIP. 197610202008121001		16 Juli 2026
Sekretaris :	Ibnu Hadi, M.Si. NIP. 198107182008011017		17 Juli 2026
Pembimbing I :	Drs. Sudarwanto, M.Si., DEA NIP. 196503251993031003		23 Juli 2026
Pembimbing II :	Devi Eka Wardani M., S.Pd., M.Si. NIP. 199005162019032014		23 Juli 2026

Dinyatakan lulus ujian skripsi pada tanggal: 13 Juli 2026

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Saya yang bertanda tangan di bawah ini, mahasiswa Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta:

Nama : Elvin Fernando
No Registrasi : 1305622029
Program Studi : Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi yang saya buat dengan judul *Bayesian Model Averaging Gamma dan Weibull Berbasis Campuran Hierarki Tiga Tingkat untuk Prediksi Curah Hujan Bulanan DKI Jakarta* adalah:

1. Dibuat sendiri, mengadopsi hasil kuliah, buku-buku, dan referensi acuan yang tertera di dalam referensi pada skripsi saya.
2. Bukan merupakan hasil duplikasi skripsi yang telah dipublikasikan atau pernah dipakai untuk mendapatkan gelar sarjana di Universitas lain kecuali pada bagian-bagian sumber informasi dicantumkan berdasarkan tata cara referensi yang semestinya.

Pernyataan ini dibuat dengan sesungguhnya dan saya bersedia menanggung segala akibat yang timbul jika pernyataan saya tidak benar.

Jakarta, 13. Juli 2026



Elvin Fernando



KEMENTERIAN PENDIDIKAN TINGGI, SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA
PERPUSTAKAAN DAN KEARSIPAN

Jalan Rawamangun Muka Jakarta 13220

Telepon/Faksimili: 021-4894221

Laman: lib.unj.ac.id

LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai sivitas akademika Universitas Negeri Jakarta, yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : Elvin Fernando
NIM : 1305622029
Fakultas/Prodi : FMIPA / Matematika
Alamat email : elvin04.ef@gmail.com

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Perpustakaan dan Kearsipan Universitas Negeri Jakarta, Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif atas karya ilmiah:

☒ Skripsi ☐ Tesis ☐ Disertasi ☐ Lain-lain (.....)

yang berjudul :

Bayesian Model Averaging Gamma dan Weibull Berbasis Campuran
Tiga Tingkat untuk Prediksi Curah Hujan Bulanan DKI Jakarta

Dengan Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif ini Perpustakaan dan Kearsipan Universitas Negeri Jakarta berhak menyimpan, mengalihmediakan, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data (*database*), mendistribusikannya, dan menampilkan/mempublikasikannya di internet atau media lain secara **fulltext** untuk kepentingan akademis tanpa perlu meminta ijin dari saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan atau penerbit yang bersangkutan.

Saya bersedia untuk menanggung secara pribadi, tanpa melibatkan pihak Perpustakaan Universitas Negeri Jakarta, segala bentuk tuntutan hukum yang timbul atas pelanggaran Hak Cipta dalam karya ilmiah saya ini.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Jakarta 13 Agustus 2026

Penulis

(Elvin Fernando)
nama dan tanda tangan

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa atas segala rahmat, karunia, dan penyertaan-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "*Bayesian Model Averaging* Gamma dan Weibull Berbasis Campuran Hierarki Tiga Tingkat untuk Prediksi Curah Hujan Bulanan DKI Jakarta". Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika pada Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta.

Penulis menyadari bahwa penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari dukungan, bantuan, serta bimbingan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan rasa terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Drs. Sudarwanto, D.E.A., M.Si., selaku Dosen Pembimbing I yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan motivasi selama proses penyusunan skripsi ini.
2. Ibu Devi Eka Wardani M., S.Pd., M.Si., selaku Dosen Pembimbing II yang telah memberikan masukan, saran, dan perhatian yang sangat berarti bagi penulis.
3. Bapak Dr. Yudi Mahatma, M.Si., selaku koordinator Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam yang senantiasa memberi arahan dan membantu penulis.
4. Seluruh dosen Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta atas ilmu, wawasan, dan pengalaman berharga yang telah diberikan selama masa perkuliahan.
5. Kedua orang tua penulis atas kasih sayang, doa, dukungan, serta pengorbanan yang tiada henti, sehingga penulis dapat menyelesaikan pendidikan ini dengan baik.

6. Saudara-saudara penulis yang senantiasa memberikan semangat dan dukungan selama proses perkuliahan hingga penyusunan skripsi.
7. Rekan-rekan seperjuangan di Program Studi Matematika Universitas Negeri Jakarta angkatan 2022 atas kebersamaan, diskusi, dan pengalaman yang telah memberikan warna selama masa perkuliahan.
8. Sahabat-sahabat terdekat penulis yang selalu memberikan dukungan, motivasi, dan kebersamaan dalam setiap proses yang dilalui.
9. Penulis sendiri, Elvin Fernando, yang telah berjuang dengan penuh ketekunan, kesabaran, dan keberanian dalam menghadapi berbagai tantangan hingga skripsi ini dapat terselesaikan.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih memiliki berbagai kekurangan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun demi perbaikan di masa mendatang. Penulis berharap skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi pengembangan ilmu pengetahuan, khususnya dalam bidang statistika dan pemodelan Bayesian, serta menjadi referensi bagi penelitian selanjutnya.

Jakarta, ... Juli 2026

Elvin Fernando

DAFTAR ISI

LEMBAR PERSETUJUAN	i
SURAT PERNYATAAN	ii
ABSTRAK	iii
ABSTRACT	iv
KATA PENGANTAR	v
DAFTAR ISI	vii
DAFTAR TABEL	x
DAFTAR GAMBAR	xiii
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah	6
1.3 Tujuan Penelitian	6
1.4 Manfaat Penelitian	7
1.5 Batasan Masalah	8
BAB 2 KAJIAN PUSTAKA	10
2.1 Peramalan (<i>Forecasting</i>)	10
2.2 Distribusi Gamma	11
2.3 Distribusi Weibull	16
2.4 Estimasi Parameter	21

2.4.1	Fungsi Likelihood dan <i>Log-Likelihood</i>	21
2.4.2	<i>Maximum Likelihood Estimation</i> (MLE)	22
2.4.3	Metode <i>Newton-Raphson</i>	24
2.4.4	Estimasi MLE pada Distribusi Gamma	26
2.4.5	Estimasi MLE pada Distribusi Weibull	30
2.5	<i>Bayesian Inference</i>	34
2.5.1	Teorema Bayes	36
2.5.2	<i>Posterior Predictive Distribution</i>	38
2.6	Algoritma Markov Chain Monte Carlo (MCMC)	39
2.6.1	Skema Sampling (JAGS)	40
2.6.2	Inferensi Posterior	41
2.7	<i>Bayesian Model Averaging</i> (BMA)	42
2.7.1	Probabilitas Posterior Model	43
2.7.2	Distribusi Prediktif Gabungan	43
2.8	Model Campuran Hierarki (<i>Mixture</i>)	51
2.8.1	Klimatologi Musiman	51
2.8.2	Model Campuran	51
2.8.3	Hierarki Tiga Tingkat	52
2.8.4	Pembobotan Dua Tahap	52
2.8.5	Kalibrasi dan Ketajaman	56
2.9	Evaluasi Model	56
2.9.1	<i>Continuous Ranked Probability Score</i> (CRPS)	56
BAB 3	METODE PENELITIAN	62
3.1	Jenis Penelitian	62
3.2	Jenis dan Sumber Data	63
3.3	Teknik dan Prosedur Analisis Data	63
BAB 4	HASIL DAN PEMBAHASAN	72
4.1	Deskripsi Data	72
4.2	Statistik Deskriptif	74

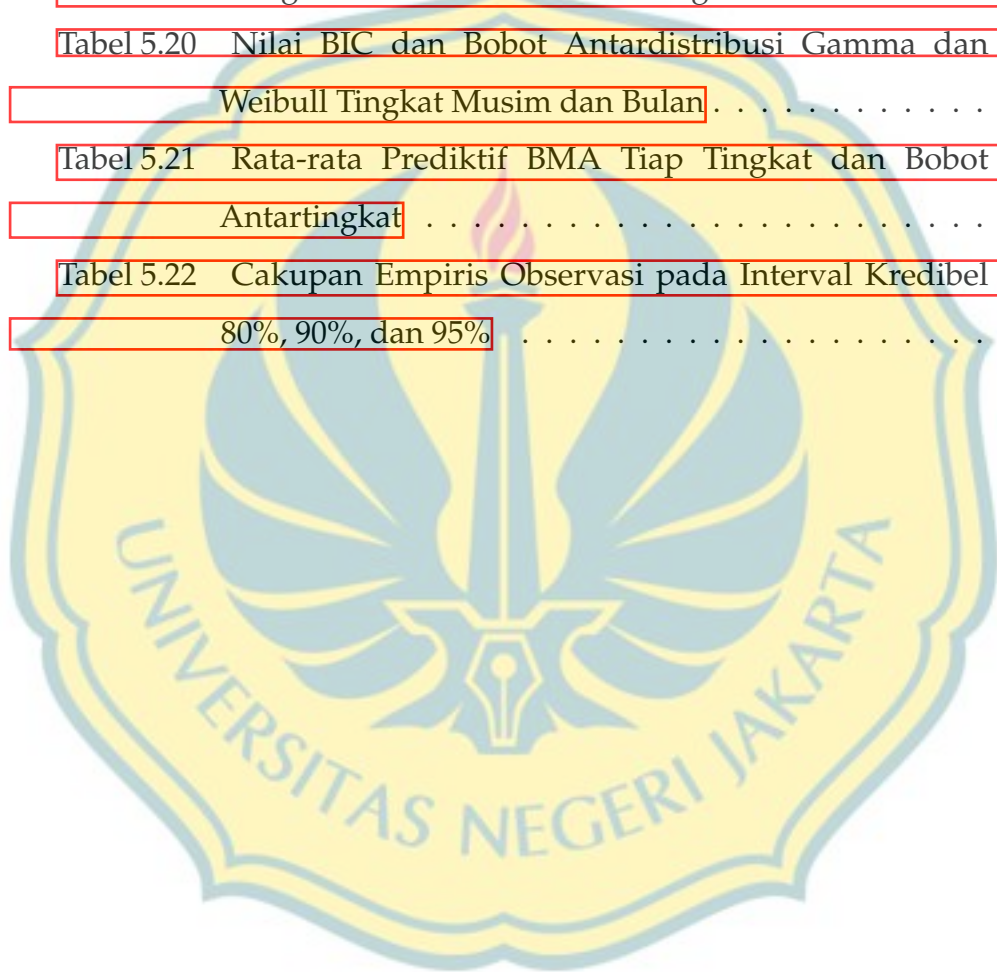
4.3	Estimasi Parameter dengan Metode <i>Maximum Likelihood</i>	
	<i>Estimation</i>	78
4.3.1	Estimasi MLE pada Tiga Tingkat	81
4.4	Inferensi Bayesian dengan <i>Markov Chain Monte Carlo</i>	83
4.5	Pembobotan Model	88
4.5.1	Bobot Antardistribusi (Gamma dan Weibull)	88
4.5.2	Bobot Antartingkat (Global, Musim, dan Bulan)	90
4.5.3	Perbandingan Bobot Dua Tahap	91
4.6	Distribusi Prediktif dan Hasil Prediksi	92
4.6.1	Stasiun Kemayoran	97
4.6.2	Stasiun Tanjung Priok	97
4.7	Evaluasi Kinerja Model dengan <i>Continuous Ranked Probability</i>	
	<i>Score (CRPS)</i>	102
4.7.1	Stasiun Kemayoran	102
4.7.2	Stasiun Tanjung Priok	103
4.7.3	Perbandingan <i>Mean CRPS</i> Antara Model dan Stasiun	104
BAB 5	KESIMPULAN DAN SARAN	107
5.1	Kesimpulan	107
5.2	Saran	108
DAFTAR PUSTAKA		109
LAMPIRAN		112
	Lampiran 1. Data Curah Hujan Bulanan Lengkap	112
	Lampiran 2. Rincian Iterasi MLE Newton–Raphson	116
	Lampiran 3. Hasil Estimasi Tingkat Global	121
	Lampiran 4. Hasil Estimasi Tingkat Musim dan Bulan	126
	Lampiran 5. Kode R Pemodelan BMA Campuran Hierarki	136
	Lampiran 6. Tautan Hasil Lengkap	143
DAFTAR RIWAYAT HIDUP		144

DAFTAR TABEL

Tabel 4.1	Potongan Data Curah Hujan Bulanan Kedua Stasiun (mm/bulan).	73
Tabel 4.2	Statistik Deskriptif Data Curah Hujan Bulanan	74
Tabel 4.3	Statistik Deskriptif Data <i>Training</i> Global dan per Musim	75
Tabel 4.4	Rata-rata Curah Hujan Bulanan Data <i>Training</i> per Stasiun (mm/bulan)	77
Tabel 4.5	Ringkasan Estimasi MLE Tiga Tingkat pada Iterasi Pertama (Jan-2025) dan Terakhir (Des-2025)	81
Tabel 4.6	Ringkasan Posterior dan Diagnostik Konvergensi Tiga Tingkat pada Iterasi Pertama (Jan-2025) dan Terakhir (Des-2025)	84
Tabel 4.7	BIC dan Bobot Antardistribusi Gamma dan Weibull Tiga Tingkat pada Iterasi Pertama dan Terakhir	89
Tabel 4.8	Bobot Antartingkat pada Iterasi Pertama, Terakhir, dan Rata-rata	90
Tabel 4.9	Prediksi dan Interval Kredibel 90% Model BMA – Stasiun Kemayoran	97
Tabel 4.10	Prediksi dan Interval Kredibel 90% Model BMA – Stasiun Tanjung Priok	98
Tabel 4.11	Cakupan Empiris Observasi pada Tiga Tingkat Interval Kredibel	98
Tabel 4.12	Nilai CRPS per Bulan Validasi – Stasiun Kemayoran	103
Tabel 4.13	Nilai CRPS per Bulan Validasi – Stasiun Tanjung Priok	104
Tabel 4.14	Ringkasan <i>Mean</i> CRPS – Perbandingan Model dan Stasiun	105

Tabel 5.1	Data Curah Hujan Bulanan Lengkap Stasiun Kemayoran dan Tanjung Priok (mm/bulan)	114
Tabel 5.2	Statistik Deskriptif Curah Hujan per Bulan Kalender Data <i>Training</i>	115
Tabel 5.3	Iterasi Newton-Raphson Parameter α Gamma (Kemayoran, Iterasi 1).	117
Tabel 5.4	Iterasi Newton-Raphson Parameter k Weibull (Kemayoran, Iterasi 1).	118
Tabel 5.5	Iterasi Newton-Raphson Parameter α Gamma (Kemayoran, Iterasi 7).	118
Tabel 5.6	Iterasi Newton-Raphson Parameter k Weibull (Kemayoran, Iterasi 7).	119
Tabel 5.7	Iterasi Newton-Raphson Parameter α Gamma (Kemayoran, Iterasi 12).	120
Tabel 5.8	Iterasi Newton-Raphson Parameter k Weibull (Kemayoran, Iterasi 12).	120
Tabel 5.9	Estimasi MLE Parameter Distribusi Gamma dan Weibull pada Tingkat Global – Stasiun Kemayoran	121
Tabel 5.10	Estimasi MLE Parameter Distribusi Gamma dan Weibull pada Tingkat Global – Stasiun Tanjung Priok	122
Tabel 5.11	Rata-rata Posterior Parameter Tingkat Global per Iterasi – Stasiun Kemayoran	122
Tabel 5.12	Rata-rata Posterior Parameter Tingkat Global per Iterasi – Stasiun Tanjung Priok	123
Tabel 5.13	Nilai Gelman-Rubin $\hat{R}$ Tingkat Global per Iterasi – Stasiun Kemayoran	123
Tabel 5.14	Nilai Gelman-Rubin $\hat{R}$ Tingkat Global per Iterasi – Stasiun Tanjung Priok	124
Tabel 5.15	Nilai BIC dan Bobot Antardistribusi Tingkat Global per Iterasi – Stasiun Kemayoran	124

Tabel 5.16	Nilai BIC dan Bobot Antardistribusi Tingkat Global per Iterasi – Stasiun Tanjung Priok	125
Tabel 5.17	Estimasi MLE Parameter Gamma dan Weibull Tingkat Musim dan Bulan	127
Tabel 5.18	Ringkasan Rata-rata Posterior Parameter Tingkat Musim dan Bulan	129
Tabel 5.19	Diagnostik Gelman–Rubin $\hat{R}$ Tingkat Musim dan Bulan	131
Tabel 5.20	Nilai BIC dan Bobot Antardistribusi Gamma dan Weibull Tingkat Musim dan Bulan	133
Tabel 5.21	Rata-rata Prediktif BMA Tiap Tingkat dan Bobot Antartingkat	134
Tabel 5.22	Cakupan Empiris Observasi pada Interval Kredibel 80%, 90%, dan 95%	135



DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Tahapan Umum dalam Prosedur Peramalan.	11
Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian	71
Gambar 4.1 Deret Waktu Curah Hujan Bulanan Kedua Stasiun (Jan-2020–Des-2025).	74
Gambar 4.2 Pola Musiman Curah Hujan Bulanan Data <i>Training</i> Kedua Stasiun.	76
Gambar 4.3 QQ-Plot Kesesuaian Data <i>Training</i> terhadap Distribusi Gamma dan Weibull.	79
Gambar 4.4 <i>Trace Plot</i> MCMC Tingkat Global Iterasi 1 – Stasiun Kemayoran.	85
Gambar 4.5 <i>Trace Plot</i> MCMC Tingkat Global Iterasi 1 – Stasiun Tanjung Priok.	86
Gambar 4.6 <i>Trace Plot</i> MCMC Tingkat Global Iterasi 12 – Stasiun Kemayoran.	87
Gambar 4.7 <i>Trace Plot</i> MCMC Tingkat Global Iterasi 12 – Stasiun Tanjung Priok.	87
Gambar 4.8 Distribusi Prediktif Model Gamma, Weibull, dan BMA – Stasiun Kemayoran.	93
Gambar 4.9 Distribusi Prediktif Model Gamma, Weibull, dan BMA – Stasiun Tanjung Priok.	95
Gambar 4.10 Prediksi BMA dan Interval Kredibel 90% terhadap Observasi Aktual Kedua Stasiun.	99
Gambar 4.11 Komposisi Bobot Antartingkat (Global, Musim, Bulan) per Bulan Validasi.	101