

KONSTRUKSI DAN EVALUASI KINERJA PETA KENDALI $\bar{X}$ ASIMETRIS BERBASIS EKSPANSI CORNISH-FISHER PADA DATA NON-NORMAL

Skripsi

**Disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Sarjana Statistika**

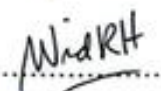


**Fikry Kamarullah
1314622011**

**PROGRAM STUDI STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA
2026**

LEMBAR PERSETUJUAN HASIL SIDANG SKRIPSI
KONSTRUKSI DAN EVALUASI KINERJA PETA KENDALI $\bar{X}$
ASIMETRIS BERBASIS EKSPANSI CORNISH-FISHER PADA
DATA NON-NORMAL

Nama : Fikry Kamarullah
NIM : 1314622011

Nama	Tanda Tangan	Tanggal
Penanggung Jawab Dekan : <u>Dr. Hadi Nasbey, S.Pd, M.Si.</u> NIP. 197909162005011004		7/8/2026
Wakil Penanggung Jawab Wakil Dekan I : <u>Dr. Meiliasari, S.Pd., M.Sc.</u> NIP. 197905042009122002		6/8/2026
Ketua Penguji : <u>Prof. Dr. Ir. Bagus Sumargo, M.Si.</u> NIP. 196309221986011001		28/7/2026
Sekretaris : <u>Faroh Ladayya, M.Si.</u> NIP. 199401282020122018		29/7/2026
Anggota Pembimbing I : <u>Prof. Dr. Suyono, M.Si.</u> NIP. 196712181993031005		29/7/2026
Pembimbing II : <u>Dra. Widyanti Rahayu, M.Si.</u> NIP. 196611032001122001		29/7/2026
Penguji Ahli : <u>Dr. Vera Maya Santi, S.Si., M.Si.</u> NIP. 197905312005012006		30/7/2026

Dinyatakan lulus ujian skripsi tanggal: 20 Juli 2026

LEMBAR PERNYATAAN

Saya menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi dengan judul **“Konstruksi dan Evaluasi Kinerja Peta Kendali $\bar{X}$ Asimetris Berbasis Ekspansi Cornish-Fisher pada Data Non-Normal”** yang disusun sebagai syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Statistika dari Program Studi Statistika Universitas Negeri Jakarta adalah karya ilmiah saya dengan arahan dari dosen pembimbing.

Sumber informasi yang diperoleh dari penulis lain yang telah dipublikasikan yang disebutkan dalam teks skripsi ini, telah dicantumkan dalam Daftar Pustaka sesuai dengan norma, kaidah dan etika penulisan ilmiah.

Jika di kemudian hari ditemukan sebagian besar skripsi ini bukan hasil karya saya sendiri dalam bagian-bagian tertentu, saya bersedia menerima sanksi pencabutan gelar akademik yang saya sandang dan sanksi-sanksi lainnya sesuai dengan peraturan perundang-undangan yang berlaku.

Jakarta, 4 Juli 2026



Fikry Kamarullah





KEMENTERIAN PENDIDIKAN TINGGI, SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA
PERPUSTAKAAN DAN KEARSIPAN

Jalan Rawamangun Muka Jakarta 13220
Telepon/Faksimili: 021-4894221
Laman: lib.unj.ac.id

**LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS**

Sebagai sivitas akademika Universitas Negeri Jakarta, yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : Fikry Kamarullah
NIM : 1314622011
Fakultas/Prodi : FMIPA / Statistika
Alamat email : fikrykamarullah23@gmail.com

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Perpustakaan dan Kearsipan Universitas Negeri Jakarta, Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif atas karya ilmiah:

☒ Skripsi ☐ Tesis ☐ Disertasi ☐ Lain-lain (.....)

yang berjudul :

Konstruksi dan Evaluasi Kinerja Peta Kendali $\bar{X}$ Asimetris Berbasis Ekspansi Cornish-Fisher pada Data Non-Normal

Dengan Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif ini Perpustakaan dan Kearsipan Universitas Negeri Jakarta berhak menyimpan, mengalihmediakan, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data (*database*), mendistribusikannya, dan menampilkan/mempublikasikannya di internet atau media lain secara *fulltext* untuk kepentingan akademis tanpa perlu meminta ijin dari saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan atau penerbit yang bersangkutan.

Saya bersedia untuk menanggung secara pribadi, tanpa melibatkan pihak Perpustakaan Universitas Negeri Jakarta, segala bentuk tuntutan hukum yang timbul atas pelanggaran Hak Cipta dalam karya ilmiah saya ini.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Jakarta, 25 Agustus 2026

Penulis

Fikry Kamarullah

ABSTRAK

FIKRY KAMARULLAH. Konstruksi dan Evaluasi Kinerja Peta Kendali $\bar{X}$ Asimetris Berbasis Ekspansi Cornish-Fisher pada Data Non-Normal. Skripsi, Program Studi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta, Juli 2026.

Peta kendali $\bar{X}$ Shewhart mengasumsikan normalitas subgrup; pada data non-normal, asumsi ini menyebabkan tingkat *false alarm* aktual menyimpang jauh dari nilai nominal yang direncanakan. Penelitian ini menurunkan formula batas kendali $\bar{X}$ asimetris berbasis ekspansi Cornish-Fisher (CF) orde kedua sebagai fungsi eksplisit dari koefisien kemiringan (γ_1), kurtosis berlebih (γ_2), dan ukuran subgrup (n), kemudian mengevaluasi kinerjanya terhadap peta kendali Shewhart konvensional serta mengidentifikasi batas operasionalnya. Evaluasi ini dilakukan melalui simulasi Monte Carlo ($R = 10.000$ replikasi) pada distribusi Gamma, log-normal, dan Weibull, mencakup 60 konfigurasi utama, analisis kepekaan pada 123 kombinasi parameter, serta prosedur kalibrasi konstanta pengali (k^*) untuk perbandingan kecepatan deteksi yang setara. Hasil menunjukkan CF memperbaiki akurasi ARL_0 secara signifikan, dengan median galat relatif ARL_0 menurun dari 67,3% (Shewhart) menjadi 9,3% (CF), serta median indeks keseimbangan *false alarm* menurun dari 1,0000 menjadi 0,0628. Namun, pada tingkat *false alarm* yang disetarakan, CF justru mendeteksi pergeseran proses lebih lambat dibandingkan Shewhart terkalibrasi, dengan rasio ARL_1 rata-rata 1,845 pada pergeseran 1,0 satuan simpangan baku. Analisis kepekaan mengidentifikasi batas operasional CF pada $|\gamma_1| \leq 1,5$ untuk kinerja andal terlepas dari n , dengan kurtosis ($r = 0,907$) teridentifikasi lebih memengaruhi galat aproksimasi dibandingkan kemiringan ($r = 0,649$) secara Pearson, meskipun koefisien Spearman menunjukkan keduanya berkontribusi hampir setara. Penelitian ini menyimpulkan bahwa keunggulan CF terletak pada akurasi kalibrasi tingkat *false alarm*, bukan pada kecepatan deteksi, sehingga penerapannya perlu mempertimbangkan konteks dan prioritas kinerja industri yang relevan.

Kata kunci: peta kendali asimetris, ekspansi Cornish-Fisher, data non-normal, *Average Run Length*, simulasi Monte Carlo

ABSTRACT

FIKRY KAMARULLAH. *Construction and Performance Evaluation of an Asymmetric $\bar{X}$ Control Chart Based on Cornish-Fisher Expansion for Non-Normal Data. Undergraduate Thesis, Statistics Study Program, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, State University of Jakarta. July 2026.*

The Shewhart $\bar{X}$ control chart assumes subgroup normality; under non-normal data, this assumption causes the actual false-alarm rate to deviate substantially from its planned nominal value. This study derives an asymmetric $\bar{X}$ control limit formula based on second-order Cornish-Fisher (CF) expansion as an explicit function of the skewness coefficient (γ_1), excess kurtosis (γ_2), and subgroup size (n), evaluates its performance against the conventional Shewhart chart, and identifies its operational boundaries. Evaluation was conducted through Monte Carlo simulation ($R = 10,000$ replications) on Gamma, log-normal, and Weibull distributions, covering 60 main configurations, a sensitivity analysis across 123 parameter combinations, and a multiplier-constant calibration procedure (k^) enabling a fair comparison of detection speed. Results show that CF substantially improves ARL_0 accuracy, with the median relative ARL_0 error decreasing from 67.3% (Shewhart) to 9.3% (CF), and the median false-alarm balance index decreasing from 1.0000 to 0.0628. However, once the false-alarm rate is equalized, CF detects process shifts more slowly than a recalibrated Shewhart chart, with an average ARL_1 ratio of 1.845 at a shift of 1.0 standard-deviation unit. The sensitivity analysis identifies CF's operational boundary at $|\gamma_1| \leq 1.5$ for reliable performance regardless of n , with kurtosis ($r = 0.907$) found to influence approximation error more strongly than skewness ($r = 0.649$) under Pearson's correlation, although Spearman's correlation indicates both contribute comparably. This study concludes that CF's principal advantage lies in false-alarm calibration accuracy rather than detection speed, so that its application should be guided by the relevant industrial performance context and priorities.*

Keywords: asymmetric control chart, Cornish-Fisher expansion, non-normal data, Average Run Length, Monte Carlo simulation

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur ke hadirat Allah Swt. atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan judul “Konstruksi dan Evaluasi Kinerja Peta Kendali $\bar{X}$ Asimetris Berbasis Ekspansi Cornish-Fisher pada Data Non-Normal”. Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana Statistika pada Program Studi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta.

Penulis menyadari bahwa penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari bantuan, bimbingan, dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih sebesar-besarnya kepada:

1. Prof. Dr. Dian Handayani, M.Si. selaku Koordinator Program Studi Statistika sekaligus Dosen Pembimbing Akademik atas segala bimbingan dan masukan yang telah diberikan selama perkuliahan.
2. Prof. Dr. Suyono, M.Si. selaku dosen pembimbing I yang telah membimbing, memberikan arahan, saran dan masukan, serta meluangkan waktu di tengah kesibukan hingga skripsi ini dapat terselesaikan.
3. Dra. Widyanti Rahayu, M.Si. selaku dosen pembimbing II sekaligus dosen pengampu mata kuliah Pengendalian Mutu yang telah membantu proses penyusunan skripsi, memberikan masukan, serta arahan hingga skripsi ini dapat terselesaikan.
4. Seluruh Bapak/Ibu dosen pengajar atas semua ilmu dan bimbingan yang diberikan, semoga segala kebaikan yang diberikan dapat menjadi berkah dan amal jariyah.
5. Seluruh staf administrasi Universitas Negeri Jakarta yang telah membantu dan memberi arahan untuk berbagai keperluan hingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
6. Orang-orang terdekat yang senantiasa memberikan dukungan dan semangat bagi penulis untuk terus termotivasi.
7. Seluruh pihak yang penulis tidak dapat sebutkan satu persatu, yang telah memberikan kehadiran, doa, dan motivasi.
8. Diri sendiri, yang tetap memilih untuk bertahan dan terus melangkah dalam perjalanan yang tidak mudah ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna, sehingga penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun dari para pembaca. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi penulis dan pembaca, serta dapat menjadi referensi dalam penerapan metode statistika, khususnya dalam bidang *quality control* pada permasalahan nyata di masyarakat.

Jakarta, 4 Juli 2026



Fikry Kamarullah



DAFTAR ISI

LEMBAR PERSETUJUAN.....	ii
LEMBAR PERNYATAAN	iii
ABSTRAK	iv
ABSTRACT	vi
KATA PENGANTAR.....	vii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR TABEL.....	xiii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xv
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	10
1.3 Batasan Masalah.....	10
1.4 Tujuan Penelitian.....	11
1.5 Manfaat Penelitian	12
BAB II KAJIAN PUSTAKA	13
2.1 Pengendalian Kualitas Statistika	13
2.2 Peta Kendali $\bar{X}$ Shewhart	15
2.2.1 Batas Kendali Shewhart.....	16
2.2.2 Hubungan dengan Distribusi Sampling	17
2.2.3 Fase Estimasi dan Fase Pemantauan.....	19
2.3 Average Run Length (ARL)	20
2.3.1 <i>In-Control</i> ARL.....	21
2.3.2 <i>Out-of-Control</i> ARL.....	21
2.3.3 Estimasi ARL melalui Simulasi Monte Carlo.....	22
2.4 Distribusi Probabilitas Non-Normal	23
2.4.1 Distribusi Gamma	24
2.4.2 Distribusi log-normal	26
2.4.3 Distribusi Weibull	29
2.5 Momen, Kumulan, dan Statistika Bentuk Distribusi	31
2.5.1 Momen Distribusi	31
2.5.2 Koefisien Kemiringan.....	31
2.5.3 Kurtosis Berlebih	32

2.5.4 Kumulan.....	32
2.5.5 Momen $\bar{X}$ dan Penyusutan Kemiringan	34
2.6 Ekspansi Cornish-Fisher	36
2.6.1 Titik Tolak Ekspansi Edgeworth	36
2.6.2 Formula Ekspansi Cornish-Fisher Orde Kedua	38
2.6.3 Syarat Validitas	39
2.6.4 Sifat Asimetri Kuantil	40
2.7 Peta Kendali Asimetris.....	40
2.7.1 Pendekatan <i>Weighted-Variance</i>	40
2.7.2 Pendekatan Koreksi Kemiringan	41
2.7.3 Pendekatan Berbasis Cornish-Fisher	41
2.8 Tinjauan Penelitian Terdahulu.....	42
2.8.1 Burr (1967).....	42
2.8.2 Schilling dan Nelson (1976)	42
2.8.3 Choobineh dan Ballard (1987).....	43
2.8.4 Yourstone dan Zimmer (1992).....	43
2.8.5 Bai dan Choi (1995).....	43
2.8.6 Wu (1996)	44
2.8.7 Chan dan Cui (2003).....	44
2.8.8 Schoonhoven dan Does (2010)	44
2.8.9 Huberts et al. (2018)	45
2.8.10 Braden dan Matis (2022)	45
2.8.11 Posisi Penelitian	47
BAB III METODOLOGI PENELITIAN.....	49
3.1 Jenis dan Pendekatan Penelitian.....	49
3.2 Alur Penelitian.....	49
3.3 Derivasi Formula Batas Kendali Peta Kendali $\bar{X}$ Asimetris	50
3.3.1 Penetapan Probabilitas <i>False Alarm</i> dan Kuantil Target	50
3.3.2 Penurunan Kuantil Cornish-Fisher untuk Batas Kendali Atas.....	51
3.3.3 Penurunan Kuantil Cornish-Fisher untuk Batas Kendali Bawah.....	52
3.3.4 Formula Eksplisit UCL_{CF} dan LCL_{CF} sebagai Fungsi γ_1 , γ_2 , dan n	53
3.3.5 Verifikasi Kondisi Batas dan Analisis Sifat Asimetri	54
3.4 Prosedur Estimasi Parameter pada Fase I	56
3.4.1 Estimasi Nilai Tengah dan Simpangan Baku Proses	56
3.4.2 Estimasi Koefisien Kemiringan	57
3.4.3 Estimasi Kurtosis Berlebih	58

3.4.4 Persyaratan Ukuran Sampel Fase I	58
3.5 Desain Studi Simulasi	60
3.5.1 Distribusi yang Dikaji dan Skenario Parameter.....	60
3.5.2 Ukuran Subgrup yang Diuji.....	61
3.5.3 Skenario Pergeseran Proses	62
3.6 Ukuran Kinerja Peta Kendali	62
3.6.1 <i>In-Control</i> ARL (ARL_0)	62
3.6.2 <i>Out-of-Control</i> ARL (ARL_1)	63
3.6.3 Indeks Keseimbangan <i>False Alarm</i> (IKF)	63
3.7 Prosedur Simulasi Monte Carlo untuk ARL	64
3.7.1 Algoritma 1: Estimasi ARL_0	64
3.7.2 Algoritma 2: Estimasi ARL_1	65
3.7.3 Penentuan Jumlah Replikasi	65
3.7.4 Prosedur Penyetaraan ARL_0 untuk Perbandingan ARL_1	66
3.8 Prosedur Penyetaraan ARL_0 melalui Kalibrasi Konstanta Pengali k	67
3.8.1 Definisi Konstanta Pengali Terkalibrasi	67
3.8.2 Algoritma Pencarian k^* melalui Metode Biseksi.....	68
3.8.3 Evaluasi ARL_1 Adil dengan Batas Kendali Terkalibrasi.....	69
3.9 Analisis Kepekaan dan Identifikasi Batas Operasional.....	69
3.9.1 Kisi Parameter untuk Analisis Kepekaan.....	69
3.9.2 Kriteria Penilaian Akurasi dan Batas Operasional.....	71
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....	72
4.1 Evaluasi ARL_0 pada Konfigurasi Utama.....	72
4.1.1 Pola Umum	72
4.1.2 Klasifikasi Status Kinerja dan Kesenjangan pada n Kecil	74
4.1.3 Kasus Khusus: Weibull ($k = 3,6$).....	75
4.2 Evaluasi ARL_1 pada Perbandingan Awal	76
4.3 Analisis Kepekaan dan Identifikasi Batas Operasional.....	77
4.3.1 Distribusi Status Kinerja	77
4.3.2 Batas Operasional dalam Ruang (γ_1, n)	78
4.3.3 Peran Kemiringan dan Kurtosis terhadap Galat Aproksimasi	79
4.4 Penyetaraan ARL_0 dan Evaluasi ARL_1 pada Kondisi Setara	80
4.4.1 Nilai Konstanta Pengali Terkalibrasi	80
4.4.2 Kecepatan Deteksi pada ARL_0 Setara.....	82
4.5 Sintesis Temuan.....	84
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN.....	86

5.1 Kesimpulan	86
5.2 Saran.....	87
5.2.1 Saran bagi Penelitian Lanjutan	87
5.2.2 Saran bagi Praktisi	88
DAFTAR PUSTAKA	90
LAMPIRAN.....	94



DAFTAR TABEL

Tabel 1.1. Peluang <i>false alarm</i> aktual (α) peta kendali $\bar{X}$ Shewhart	5
Tabel 2.1. Perbandingan penelitian terdahulu	45
Tabel 3.1. Skenario distribusi dan parameter dalam studi simulasi.....	61
Tabel 3.2. Kisi Parameter untuk Analisis Kepekaan	70
Tabel 4.1. Hasil uji Wilcoxon <i>signed-rank</i> berpasangan	73
Tabel 4.2. Ringkasan galat relatif ARL_0 (GARL) dan indeks keseimbangan <i>false alarm</i> (IKF) per keluarga distribusi	74
Tabel 4.3. Perbandingan ARL_1 pada pergeseran $\delta = 1,0$ satuan simpangan baku, $n = 5$	76
Tabel 4.4. Distribusi status kinerja CF per keluarga distribusi pada analisis kepekaan.....	77
Tabel 4.5. Pola pencapaian status Andal berdasarkan rentang $ \gamma_1 $	78
Tabel 4.6. Koefisien korelasi Pearson antara GARL CF dengan γ_1 , γ_2 , dan n pada 123 kombinasi analisis kepekaan	79
Tabel 4.7. Nilai k^* hasil kalibrasi biseksi untuk Shewhart dan CF, $n = 5$	80
Tabel 4.8. Rasio rata-rata ARL_1 CF terhadap ARL_1 Shewhart (keduanya terkalibrasi pada $ARL_0 \approx 370,4$), dirata-ratakan atas 11 distribusi, per besar pergeseran δ ...	82
Tabel 4.9. Sintesis perbandingan kinerja peta kendali CF terhadap Shewhart pada tiga dimensi evaluasi	84

DAFTAR GAMBAR

Gambar 3.1. Diagram Alir Penelitian	50
Gambar 4.1. Perbandingan IKF Shewhart dengan Cornish-Fisher.....	74
Gambar 4.2. Heatmap IKF Peta Kendali CF (Gamma, Log-normal, Weibull).....	79
Gambar 4.3. Sebaran AR_0 CF terhadap γ_1 menurut n	80
Gambar 4.4. Kurva ARL_1 Adil untuk distribusi Gamma.....	83
Gambar 4.5. Kurva ARL_1 Adil untuk distribusi Log-normal	83
Gambar 4.6. Kurva ARL_1 Adil untuk distribusi Weibull.....	84



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Sintaks R.....	95
Lampiran 2. Tabel Hasil Evaluasi ARL_0 pada 60 Konfigurasi Utama	102
Lampiran 3. Tabel Hasil Analisis Kepekaan	107
Lampiran 4. Tabel Hasil Kalibrasi Konstanta Pengali k^* dan ARL_1 Adil.....	111

