

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dalam proses produksi industri, tidak ada dua produk yang benar-benar identik. Setiap unit yang dihasilkan selalu memiliki perbedaan kecil dalam berat, dimensi, atau komposisi kimianya. Perbedaan ini disebut variasi, yaitu sifat inheren proses produksi yang tidak dapat dihilangkan sepenuhnya. Meskipun demikian, variasi ini dapat dipahami, dipantau, dan dikendalikan agar tidak melampaui batas yang dapat ditoleransi sehingga kualitas produk tetap terjaga secara konsisten.

Pemahaman tentang variasi menjadi fondasi *Statistical Process Control* (SPC), yaitu kerangka berbasis data yang memantau proses produksi secara kontinu, mendeteksi penyimpangan sedini mungkin, dan memberi sinyal kapan tindakan korektif diperlukan (Montgomery, 2020). SPC memungkinkan deteksi dini sebelum produk cacat diproduksi sehingga pemborosan bahan baku dan sumber daya inspeksi dapat diminimalkan.

Kemampuan deteksi dini tersebut bertumpu pada pemahaman yang tepat mengenai sumber variasi. Shewhart (1931) membedakan variasi proses menjadi dua sumber yang berbeda secara konseptual. Pertama adalah variasi acak atau *common cause variation*, yaitu fluktuasi inheren yang bersumber dari getaran mesin, fluktuasi suhu, atau variabilitas antaroperator dalam kondisi proses yang stabil. Variasi ini selalu hadir, bersifat stabil dan dapat diprediksi, serta tidak memerlukan tindakan korektif karena merupakan bagian normal dari operasi proses itu sendiri. Kedua adalah variasi tak acak atau *assignable cause variation*, yaitu penyimpangan yang besar dan tidak biasa yang dapat ditelusuri penyebabnya secara spesifik, misalnya mata pisau mesin yang aus, bahan baku dari pemasok berbeda, atau kerusakan sensor pengukur. Variasi jenis ini bersifat tidak stabil, tidak dapat diprediksi, dan harus segera dideteksi serta dihilangkan agar proses kembali terkendali.

Perbedaan mendasar antara dua jenis variasi tersebut menentukan tujuan utama SPC, yaitu membiarkan variasi acak berjalan sebagai bagian normal proses

sambil secara aktif mendeteksi kehadiran variasi tak acak sesegera mungkin. Semakin cepat variasi tak acak terdeteksi, semakin kecil jumlah produk cacat yang terlanjur dihasilkan sebelum tindakan korektif diambil. Kemampuan deteksi dini ini menjadikan SPC sebagai kerangka pengendalian kualitas yang diadopsi luas dalam praktik industri manufaktur (Montgomery, 2020).

Alat utama SPC untuk mencapai tujuan tersebut adalah peta kendali atau *control chart*, yaitu grafik yang menampilkan statistik proses dari waktu ke waktu disertai batas kendali atas atau *Upper Control Limit* (UCL) dan batas kendali bawah atau *Lower Control Limit* (LCL) sebagai ambang deteksi. Shewhart (1931) memperkenalkannya sebagai alat grafis yang mengomunikasikan keadaan suatu proses kepada operator lapangan secara visual dan kontinu. Selama statistik proses berada di antara kedua batas tersebut, proses dinyatakan terkendali dan hanya mengandung variasi acak. Ketika statistik melampaui salah satu batas, peta kendali memberi alarm sebagai sinyal bahwa variasi tak acak kemungkinan telah hadir dan proses perlu diselidiki.

Sejak diperkenalkan, berbagai varian peta kendali telah dikembangkan untuk mengatasi keterbatasan peta kendali Shewhart dalam skenario tertentu. Tinjauan sistematis Haridy et al. (2024) mengonfirmasi bahwa optimasi desain peta kendali, baik dari sisi efektivitas deteksi pergeseran maupun pengendalian laju *false alarm*, tetap menjadi arah penelitian aktif dalam literatur pengendalian kualitas statistika hingga saat ini. Peta kendali *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) yang diperkenalkan Roberts (1959) menggunakan bobot eksponensial yang menurun pada pengamatan masa lalu sehingga lebih sensitif terhadap pergeseran kecil yang berlangsung secara gradual. Peta kendali *Cumulative Sum* (CUSUM) yang dikembangkan Page (1954) mengakumulasi deviasi pengamatan dari nilai target sehingga mampu mendeteksi pergeseran kecil yang persisten dengan lebih cepat dibandingkan Shewhart. Kedua metode ini unggul dalam skenario pergeseran kecil yang gradual, namun memerlukan parameter desain tambahan seperti nilai λ pada EWMA dan nilai h serta k pada CUSUM yang penentuannya bergantung pada besar pergeseran yang ingin dideteksi. Adaptasi terhadap non-normalitas juga telah diupayakan pada keluarga EWMA, misalnya melalui statistik ber-*trim* yang diusulkan Saeed dan Abu-Shawiesh (2021) untuk

meningkatkan ketahanan (*robustness*) EWMA terhadap pelanggaran asumsi normalitas, sebuah arah yang berbeda dari pendekatan koreksi distribusional berbasis Cornish-Fisher yang menjadi fokus penelitian ini.

Berbeda dengan EWMA dan CUSUM yang dirancang untuk mendeteksi pergeseran kecil secara gradual, penelitian ini berfokus pada variasi yang berkaitan dengan nilai tengah proses, khususnya apakah rata-rata karakteristik kualitas produk bergeser dari targetnya. Untuk memantau jenis variasi ini, peta kendali rata-rata atau peta kendali $\bar{X}$ dipilih sebagai objek kajian berdasarkan empat pertimbangan. Pertama, peta kendali $\bar{X}$ paling luas digunakan dalam industri manufaktur dan menjadi standar dalam panduan regulasi *Food and Drug Administration* (FDA, 2011) serta panduan ICH Q10 (International Council for Harmonisation, 2008) yang mewajibkan verifikasi proses berbasis subgrup (Montgomery, 2020). Kedua, peta kendali $\bar{X}$ unggul dalam mendeteksi pergeseran besar yang terjadi secara mendadak, skenario umum dalam proses produksi *batch* (Montgomery, 2020). Ketiga, degradasi kinerja peta kendali $\bar{X}$ akibat pelanggaran asumsi normalitas telah didokumentasikan secara spesifik dan kuantitatif oleh Schilling dan Nelson (1976), sehingga peta kendali ini menjadi konteks yang tepat untuk mengkaji dampak non-normalitas secara mendalam. Keempat, peta kendali $\bar{X}$ menghasilkan statistik uji yang memiliki makna langsung dalam satuan asli data sehingga dapat diinterpretasikan dan dikomunikasikan kepada operator lapangan tanpa memerlukan pemahaman tentang pembobotan eksponensial atau akumulasi simpangan.

Peta kendali $\bar{X}$ Shewhart bertumpu pada asumsi bahwa data proses mengikuti distribusi normal. Atas dasar asumsi ini, batas kendali atas dan batas kendali bawah ditetapkan secara simetris pada jarak tiga kali simpangan baku dari nilai tengah proses. Penetapan ini secara teori menghasilkan peluang alarm palsu atau *false alarm* sebesar 0,00270, yang berarti rata-rata satu alarm palsu terjadi dalam setiap 370,4 subgrup yang diamati. Nilai 370,4 ini dikenal sebagai *in-control Average Run Length* (ARL_0) dan diadopsi sebagai tolok ukur standar kinerja peta kendali dalam kondisi terkendali (Montgomery, 2020).

Namun, data empiris dari berbagai sektor industri menunjukkan bahwa distribusi variabel proses secara sistematis menyimpang dari normalitas. Pyzdek

(1995) mendokumentasikan bahwa distribusi normal jarang dijumpai dalam praktik proses manufaktur, dan temuan ini sejalan dengan Huberts et al. (2018) yang mengevaluasi keberlakuan Teorema Limit Pusat pada peta kendali Shewhart untuk berbagai distribusi non-normal dengan ukuran sampel besar (hingga $n = 1.000$ observasi), dan menunjukkan bahwa penyimpangan dari normalitas tetap berdampak pada kinerja peta kendali bahkan ketika ukuran sampel diperbesar. Kondisi ini semakin relevan dalam era digitalisasi industri karena semakin besar dataset yang terkumpul, semakin kuat bukti statistik yang mengungkap non-normalitas yang sebelumnya tidak terdeteksi akibat keterbatasan ukuran sampel (Huberts et al., 2018).

Penyimpangan dari normalitas ini bukan fenomena yang terisolasi pada satu jenis proses saja, melainkan dijumpai secara konsisten di berbagai sektor industri yang berbeda. Dalam rekayasa keandalan, waktu antar-kegagalan komponen mesin dan peralatan industri secara konsisten mengikuti distribusi Gamma, yaitu distribusi yang bersifat miring ke kanan dengan ekor panjang yang mencerminkan variabilitas alami antar siklus kegagalan komponen (Lawless, 2003; Montgomery, 2020). Dalam industri farmasi dan pengolahan partikel, distribusi ukuran partikel hasil proses granulasi dan penggilingan mengikuti distribusi log-normal, sebagaimana didokumentasikan secara ekstensif dalam analisis *cascade impactor* (alat ukur distribusi ukuran partikel aerosol) untuk produk inhalasi (Dunbar et al., 2003). Dalam rekayasa struktur dan material, kekuatan tarik material, umur pakai komponen mekanis berputar, dan waktu kegagalan akibat kelelahan material mengikuti distribusi Weibull, distribusi yang fleksibel karena mampu mengakomodasi laju kegagalan yang meningkat, konstan, maupun menurun seiring waktu operasi bergantung pada nilai parameter bentuknya (Chan dan Cui, 2003).

Ketiga distribusi tersebut, yaitu Gamma, log-normal, dan Weibull, dipilih sebagai objek kajian dalam penelitian ini karena bersama-sama membentuk cakupan yang representatif terhadap karakteristik distribusi miring ke kanan yang paling sering dijumpai dalam praktik industri. Distribusi Gamma mewakili kelas proses berbasis waktu atau hitungan yang secara struktural menghasilkan kemiringan kanan. Distribusi log-normal mewakili kelas proses multiplikatif yang sangat umum di industri kimia dan farmasi. Distribusi Weibull mewakili kelas

proses kegagalan material yang fleksibel karena parameter bentuknya secara tunggal mengendalikan kemiringan distribusi, dari sangat ekstrem pada $k = 0,5$ hingga mendekati simetris pada $k \approx 3,6$. Pemilihan ketiga distribusi ini sekaligus memungkinkan evaluasi yang komprehensif karena masing-masing memberikan pasangan nilai kemiringan γ_1 dan kurtosis berlebih γ_2 , yang berbeda secara sistematis, sehingga cakupan studi simulasi merepresentasikan berbagai derajat non-normalitas yang relevan secara industri.

Dampak konkret dari penyimpangan ketiga jenis distribusi tersebut terhadap kinerja peta kendali $\bar{X}$ pertama kali didokumentasikan secara sistematis dan kuantitatif oleh Schilling dan Nelson (1976). Dengan metode inversi fungsi karakteristik, mereka menghitung peluang *false alarm* aktual pada berbagai distribusi non-normal dan berbagai ukuran subgrup, kemudian membandingkannya dengan nilai nominal 0,00270. Hasilnya menunjukkan penyimpangan yang substansial dan konsisten, yaitu semakin miring distribusi populasi dan semakin kecil ukuran subgrup, maka semakin jauh peluang *false alarm* aktual dari nilai nominal yang seharusnya dikendalikan. Besaran penyimpangan tersebut terangkum dalam Tabel 1.1 berikut.

Tabel 1.1.* Peluang false alarm aktual (α) peta kendali $\bar{X}$ Shewhart dengan batas kendali $\pm 3\sigma$ dan nilai ARL_0 aktual pada berbagai distribusi dan ukuran subgrup n

Distribusi	n	α aktual ($\pm 3\sigma$)	$ARL_0 = \frac{1}{\alpha}$
Normal (referensi)	Semua	0,00270	370,4
Persegi Panjang	5	0,00094	1.063,8
	10	0,00188	531,9
	25	0,00240	416,7
Gamma ($\alpha = 0,5$)	4	0,01408	71,0
	10	0,00931	107,4
	25	0,00606	165,0
	100	0,00365	274,2
Gamma ($\alpha = 1$) / Eksponensial	5	0,00931	107,4
	10	0,00672	148,9
	25	0,00453	220,8
	100	0,00318	314,4

* Kolom α aktual ($\pm 3\sigma$) adalah nilai “Tail Areas Outside $\pm 3\sigma$ ” dari tabel asli. Nilai nominal distribusi normal adalah $\alpha = 0,00270$ dan $ARL_0 = 370,4$. Kolom ARL_0 diturunkan dari kolom α aktual menggunakan hubungan $ARL_0 = \frac{1}{\alpha}$. Sumber: Diadaptasi dari Schilling dan Nelson (1976, Table 1, hal. 186-187).

Gamma ($a = 2$)	5	0,00672	148,9
	10	0,00494	202,3
	25	0,00365	274,2
Gamma ($a = 4$)	5	0,00494	202,3
	10	0,00387	258,1
	25	0,00318	314,4

Tabel 1.1 memperlihatkan secara kuantitatif seberapa signifikan penurunan kinerja peta kendali Shewhart ketika distribusi data menyimpang dari normalitas. Untuk distribusi Gamma dengan $a = 1$ yang identik dengan distribusi eksponensial, peluang *false alarm* aktual pada $n = 10$ mencapai 0,00672 sebagaimana dinyatakan eksplisit oleh Schilling dan Nelson (1976), menghasilkan ARL_0 aktual sekitar 149 atau hanya 40 persen dari nilai nominal 370,4. Pola yang sama terlihat di seluruh distribusi yang dikaji, yaitu semakin kecil parameter bentuk distribusi Gamma, yang bersesuaian dengan kemiringan yang semakin besar, maka semakin parah degradasi ARL_0 yang terjadi. Pola tersebut kemudian diformulasikan secara teoritis melalui hubungan antara koefisien kemiringan γ_1 , ukuran subgrup n , dan akurasi batas kendali, yang menjadi inti kajian penelitian ini.

Perlu ditegaskan bahwa dampak pelanggaran asumsi normalitas tidak terbatas pada meningkatnya laju *false alarm* semata. Batas kendali yang tidak akurat secara bersamaan menggeser posisi UCL dan LCL dari nilai yang seharusnya, sehingga kemampuan peta kendali mendeteksi pergeseran nilai tengah proses yang nyata pun terganggu. Dengan kata lain, kesalahan yang terjadi bersifat ganda, di mana laju kesalahan Tipe I atau *false alarm* menjadi tidak terkendali dan pada saat yang sama kemampuan deteksi pergeseran nyata yang mencerminkan kualitas pengendalian kesalahan Tipe II juga menurun. Penelitian ini oleh karenanya tidak hanya bertujuan memperbaiki akurasi *false alarm*, melainkan secara bersamaan juga meningkatkan kualitas deteksi pergeseran nilai tengah proses melalui batas kendali yang lebih mencerminkan struktur probabilistik data yang sesungguhnya.

Temuan Schilling dan Nelson (1976) bukan sekadar catatan historis, melainkan tetap mencerminkan kondisi industri modern. Huberts et al. (2018) mengonfirmasi bahwa degradasi ARL_0 akibat non-normalitas tetap terjadi secara konsisten meskipun ukuran dataset produksi saat ini jauh lebih besar dibandingkan

era Schilling dan Nelson, sehingga pengembangan batas kendali yang lebih akurat untuk distribusi miring tetap relevan pada konteks data industri kontemporer.

Permasalahan ini juga relevan dengan Tujuan Pembangunan Berkelanjutan (*Sustainable Development Goals/SDGs*) yang dicanangkan Perserikatan Bangsa-Bangsa (United Nations, 2015), khususnya SDGs nomor 9 tentang Industri, Inovasi, dan Infrastruktur (target 9.4: modernisasi industri menuju proses yang lebih efisien) dan SDGs nomor 12 tentang Konsumsi dan Produksi yang Bertanggung Jawab (target 12.5: pengurangan limbah dan produk cacat). Dampak operasional dari *false alarm* yang berlebihan dapat dikuantifikasikan secara langsung dari data Tabel 1.1. Pada distribusi eksponensial dengan $n = 5$, laju *false alarm* aktual mencapai 3,5 kali nilai nominal. Dalam konteks ini, Montgomery (2020) mengestimasi bahwa biaya kualitas dalam industri manufaktur secara tipikal mencakup 5–25 persen dari pendapatan penjualan tahunan, dengan komponen inspeksi menyumbang porsi signifikan, sementara Pyzdek (1995) menegaskan bahwa asumsi normalitas yang tidak tepat merupakan salah satu sumber ketidakakuratan paling umum dalam praktik SPC industri. Pengembangan batas kendali yang akurat untuk distribusi non-normal, sebagaimana menjadi fokus penelitian ini, dengan demikian merupakan kontribusi metodologis terhadap pencapaian kedua target SDGs tersebut melalui pengurangan pemborosan sumber daya inspeksi dan peningkatan akurasi deteksi pergeseran proses nyata.

Kebutuhan akan pengendalian proses yang lebih akurat tersebut mendorong diusulkannya berbagai pendekatan untuk mengatasi keterbatasan peta kendali Shewhart pada data non-normal, meskipun masing-masing mengandung keterbatasan yang belum sepenuhnya teratasi. Transformasi Box-Cox (1964) mengubah data ke skala yang mendekati normal sebelum peta kendali diterapkan, tetapi menghasilkan batas kendali dalam skala transformasi yang tidak dapat diinterpretasikan langsung oleh operator lapangan dalam satuan asli pengukuran. Pendekatan nonparametrik seperti yang dikembangkan Chakraborti dan Eryilmaz (2007) bebas dari asumsi distribusional apa pun, tetapi membutuhkan ukuran $N \geq 1.000$ agar estimasi kuantil ekor distribusi cukup andal, persyaratan yang kerap tidak terpenuhi di lingkungan produksi aktual (Montgomery, 2020). Choobineh dan Ballard (1987) mengusulkan metode *weighted variance* yang membagi ragam

distribusi menjadi komponen atas dan bawah nilai tengah sehingga menghasilkan batas kendali asimetris tanpa transformasi data, namun pendekatan ini hanya memanfaatkan informasi kemiringan (γ_1) dan sama sekali tidak menggunakan kurtosis berlebih (γ_2) sehingga koreksinya bersifat parsial dan tidak memadai untuk distribusi yang memiliki kurtosis yang jauh dari nol.

Keterbatasan tersebut, terutama ketidakmampuan metode *weighted variance* mengakomodasi kurtosis, mendorong dikembangkan ekspansi Cornish-Fisher (Cornish dan Fisher, 1938) yang menawarkan pendekatan aproksimasi kuantil yang lebih komprehensif. Metode ini menggunakan kuantil distribusi normal standar sebagai titik tolak, lalu mengoreksinya secara analitis menggunakan informasi kemiringan γ_1 , kurtosis berlebih γ_2 , dan kuadrat kemiringan γ_1^2 dari distribusi data, sehingga batas kendali yang dihasilkan tetap berada dalam skala data asli, tidak memerlukan sampel besar, dan secara simultan mengakomodasi bentuk distribusi yang tidak simetris maupun berekor tebal. Penerapannya pada peta kendali $\bar{X}$ yang diterapkan Chan dan Cui (2003) menunjukkan bahwa batas kendali asimetris berbasis ekspansi Cornish-Fisher (CF) secara konsisten menghasilkan ARL_0 yang lebih mendekati nilai nominal dibandingkan Shewhart pada data non-normal, dan dikembangkan lebih lanjut oleh Braden dan Matis (2022) yang menyertakan koreksi γ_1 dan γ_2 secara simultan dengan evaluasi kinerja pada berbagai parameter distribusi Gamma menggunakan kurva karakteristik operasi, menghasilkan formula eksplisit tunggal yang menghubungkan γ_1 , γ_2 , dan n langsung ke UCL dan LCL. Bagaimanapun, evaluasi kinerja formula tersebut baru dilakukan pada satu keluarga distribusi tanpa prosedur penyetaraan ARL_0 yang adil untuk perbandingan ARL_1 antarmetode.

Di tingkat nasional, penerapan CF dalam konteks statistika terapan telah mulai berkembang meskipun belum menyentuh permasalahan peta kendali $\bar{X}$ untuk data kontinu non-normal secara langsung. Nuha (2013) mengembangkan *p-chart* modifikasi berbasis CF untuk pengendalian proses pada tingkat ketidaksesuaian yang sangat kecil, membuktikan bahwa CF mampu mengakomodasi distribusi yang tidak simetris dan menghasilkan peluang *false alarm* yang lebih mendekati nilai nominal dibandingkan *p-chart* standar. Dalam bidang manajemen risiko keuangan, Andespa et al. (2022) menerapkan ekspansi CF untuk menghitung *Expected*

Shortfall pada aset saham tunggal yang datanya berdistribusi miring, menunjukkan bahwa CF relevan di berbagai konteks analisis data non-normal. Perkembangan ini mengindikasikan bahwa fondasi pemahaman tentang ekspansi CF sudah mulai terbentuk dalam statistika Indonesia, namun penerapannya pada peta kendali variabel khususnya peta kendali $\bar{X}$ dengan derivasi formula tertutup eksplisit belum pernah dikaji secara mendalam.

Di tingkat internasional, perkembangan penelitian telah berlangsung secara bertahap dan dapat ditelusuri melalui empat fase yang berurutan secara kronologis. Fase pertama adalah identifikasi masalah oleh Schilling dan Nelson (1976) yang mendokumentasikan degradasi ARL_0 secara kuantitatif menggunakan metode inversi fungsi karakteristik, membuktikan bahwa peluang *false alarm* aktual dapat menyimpang hingga lebih dari tiga kali nilai nominal pada distribusi yang sangat miring. Fase kedua adalah usulan solusi awal melalui pendekatan berbasis momen oleh Choobineh dan Ballard (1987) yang mengusulkan metode *weighted variance*, yaitu membagi ragam distribusi menjadi komponen atas dan bawah nilai tengah untuk menghasilkan batas kendali asimetris; pendekatan ini merupakan terobosan pertama yang menghasilkan batas tidak simetris namun hanya memanfaatkan informasi kemiringan γ_1 dan mengabaikan kurtosis berlebih γ_2 . Fase ketiga adalah penerapan ekspansi Cornish-Fisher pertama kali pada peta kendali oleh Chan dan Cui (2003) yang merintis penggunaan aproksimasi kuantil berbasis kumulatif untuk mengoreksi batas kendali $\bar{X}$ dan R, sehingga peluang *false alarm* di kedua ekor distribusi dapat diperbaiki secara bersamaan. Namun, keterbatasannya terletak pada prosedur penentuan batas yang masih memerlukan pencarian numerik, bukan formula tertutup. Penelitian Wu (1996) serta Chan dan Cui (2003) mengembangkan koreksi serupa namun bersifat distribusi-spesifik, sementara Schoonhoven dan Does (2010) serta Huberts et al. (2018) memberikan konfirmasi empiris bahwa degradasi kinerja tetap signifikan bahkan pada dataset berukuran besar di era modern. Fase keempat adalah perluasan terkini oleh Braden dan Matis (2022) yang mengembangkan CF dengan menyertakan koreksi kemiringan γ_1 dan kurtosis berlebih γ_2 secara simultan, dan mengevaluasi kinerjanya pada berbagai parameter distribusi Gamma menggunakan OC *curves*. Kontribusi mereka membuktikan bahwa koreksi dua momen secara bersamaan memberikan akurasi lebih baik

dibandingkan koreksi satu momen, dan formula yang dihasilkan berbentuk *closed-form* eksplisit dari γ_1 , γ_2 , dan n .

Rangkaian penelitian tersebut menunjukkan minat yang konsisten terhadap topik ini, namun dua kesenjangan tetap terbuka. Pertama, Braden dan Matis (2022) telah menurunkan formula *closed-form* yang secara aljabar identik dengan Teorema 3.1 (Subbab 3.3.4), sehingga derivasi pada penelitian ini berperan sebagai verifikasi independen, bukan formula yang belum pernah ada. Namun, evaluasi kinerjanya baru dilakukan pada satu keluarga distribusi (Gamma) tanpa prosedur penyetaraan ARL_0 yang adil untuk perbandingan ARL_1 . Kedua, analisis kepekaan sistematis terhadap berbagai kombinasi ketiga parameter tersebut, yang merupakan informasi praktis bagi penerapan lapangan, belum disajikan secara koheren dalam satu kajian terpadu untuk tiga keluarga distribusi sekaligus, dan prosedur penyetaraan ARL_0 sebelum membandingkan ARL_1 juga belum pernah diterapkan. Kedua kesenjangan inilah yang menjadi fokus kontribusi penelitian ini.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, tiga permasalahan berikut menjadi fokus kajian dalam penelitian ini.

1. Bagaimana formula batas kendali peta kendali $\bar{X}$ asimetris yang diturunkan dari ekspansi Cornish-Fisher orde kedua sebagai fungsi eksplisit dari γ_1 (koefisien kemiringan atau *skewness*), γ_2 (kurtosis berlebih atau *excess kurtosis*), dan n (ukuran subgrup)?
2. Seberapa besar perbedaan kinerja peta kendali $\bar{X}$ asimetris Cornish-Fisher dibandingkan peta kendali $\bar{X}$ Shewhart dalam hal ARL_0 , ARL_1 , dan indeks keseimbangan *false alarm* pada distribusi Gamma, log-normal, dan Weibull?
3. Bagaimana pengaruh nilai γ_1 , γ_2 , dan n terhadap akurasi batas kendali Cornish-Fisher, serta pada kondisi apa ekspansi orde kedua ini tidak lagi memadai?

1.3 Batasan Masalah

Untuk menjaga fokus kajian dan kedalaman analisis, penelitian ini dibatasi pada hal-hal berikut.

1. Peta kendali yang dikembangkan dan dievaluasi terbatas pada peta kendali $\bar{X}$ untuk memantau pergeseran nilai tengah proses. Peta kendali jenis lain, seperti peta kendali R, S, EWMA, dan CUSUM, tidak termasuk dalam cakupan penelitian ini.
2. Ekspansi Cornish-Fisher yang digunakan adalah ekspansi orde kedua, yang mencakup suku koreksi akibat kemiringan (suku γ_1), suku koreksi akibat kurtosis berlebih (suku γ_2), dan suku koreksi orde kedua akibat kuadrat kemiringan (suku γ_1^2). Ekspansi orde ketiga dan seterusnya tidak dikaji.
3. Distribusi non-normal yang diuji dalam simulasi terbatas pada tiga keluarga distribusi, yaitu Gamma, log-normal, dan Weibull. Pemilihan ketiga distribusi ini didasarkan pada representasi empirisnya yang kuat dalam literatur rekayasa dan farmasi. Keluarga distribusi lain tidak termasuk dalam cakupan studi simulasi.
4. Parameter proses μ , σ , γ_1 , dan γ_2 diasumsikan diketahui dengan tepat. Pengaruh ketidakpastian estimasi parameter dari data historis pra-implementasi (disebut Fase I, lihat Subbab 2.2.3) tidak menjadi fokus utama evaluasi, meskipun prosedur estimasi disertakan sebagai panduan penerapan tanpa evaluasi kinerja estimasi Fase I melalui simulasi.
5. Ukuran subgrup yang dikaji adalah $n \in \{3,4,5,7,10\}$, sesuai dengan rentang yang lazim digunakan dalam praktik SPC industri (Montgomery, 2020). Seluruh rentang ini digunakan pada evaluasi ARL_0 dan analisis kepekaan, evaluasi ARL_1 dibatasi pada $n = 5$ sebagai ukuran subgrup representatif, sebagaimana dijelaskan pada Bab III.
6. Jumlah replikasi simulasi Monte Carlo ditetapkan sebesar $R = 10.000$ replikasi untuk setiap konfigurasi. Justifikasi presisi estimasi yang diperoleh dari jumlah replikasi ini disajikan pada Bab III.
7. Penelitian ini bersifat teoritik dan tidak menggunakan data dari proses industri nyata sebagai masukan utama. Validasi pada data nyata merupakan langkah berikutnya yang diusulkan sebagai saran penelitian lanjutan.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah dipaparkan, penelitian ini bertujuan untuk mencapai tiga hal berikut.

1. Menurunkan secara analitis formula batas kendali peta kendali $\bar{X}$ asimetris berbasis ekspansi Cornish-Fisher orde kedua yang eksplisit sebagai fungsi dari γ_1 , γ_2 , dan n .
2. Membandingkan kinerja peta kendali $\bar{X}$ asimetris Cornish-Fisher dengan peta kendali $\bar{X}$ Shewhart melalui simulasi Monte Carlo pada distribusi Gamma, log-normal, dan Weibull menggunakan ukuran kinerja ARL_0 , ARL_1 , dan indeks keseimbangan *false alarm*.
3. Mengevaluasi pengaruh γ_1 , γ_2 , dan n terhadap akurasi batas kendali serta mengidentifikasi batas operasional penerapan ekspansi Cornish-Fisher orde kedua.

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan memberikan manfaat baik secara teoritis maupun praktis bagi pihak berikut.

1. Bagi Peneliti

Penelitian ini mengembangkan kemampuan dalam derivasi formula statistika secara analitis, perancangan studi simulasi Monte Carlo, dan sintesis literatur ilmiah internasional secara kritis.

2. Bagi Pembaca

Penelitian ini menyajikan derivasi matematis yang lengkap dan bertahap, sehingga memungkinkan pembaca dengan latar belakang statistika untuk memahami landasan teoritis peta kendali asimetris berbasis Cornish-Fisher secara mandiri, sekaligus memperoleh gambaran kuantitatif tentang kondisi kapan peta kendali konvensional masih memadai dan kapan modifikasi diperlukan.

3. Bagi Praktisi dan Industri

Formula batas kendali yang dihasilkan dapat diterapkan langsung oleh insinyur kualitas dan manajer produksi menggunakan empat estimator standar, yaitu $\bar{X}$, S_p , $\hat{\gamma}_1$, dan $\hat{\gamma}_2$, tanpa komputasi iteratif maupun perangkat lunak statistika khusus. Panduan operasional dari hasil analisis kepekaan memberikan kriteria konkret mengenai pada kondisi γ_1 dan n berapa peta kendali asimetris Cornish-Fisher perlu dipertimbangkan sebagai pengganti peta kendali Shewhart.