

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pemodelan matematika merupakan salah satu metode yang digunakan untuk merepresentasikan permasalahan pada dunia nyata ke dalam bentuk matematis. Melalui pendekatan ini, hubungan antar komponen dalam suatu fenomena dapat digambarkan dalam bentuk persamaan yang mempermudah proses analisis dan penyusunan strategi penyelesaian masalah (Side et al., 2021). Pemodelan matematika tidak hanya bersifat teoritis, tetapi juga memiliki implementasi yang luas dalam berbagai bidang ilmu pengetahuan, seperti biologi, ekonomi, maupun kesehatan (Beta et al., 2022).

Dalam bidang kesehatan, pemodelan matematika sering digunakan untuk menganalisis dinamika penyebaran penyakit menular. Melalui model yang dibangun, penyebaran penyakit dianalisis dengan lebih terstruktur sehingga memberikan gambaran mengenai faktor-faktor penularan serta upaya pengendalian yang dapat dilakukan (Imran et al., 2021). Salah satu penyakit yang menjadi perhatian serius saat ini adalah pneumonia.

Pneumonia adalah kondisi peradangan akut pada jaringan paru yang dapat disebabkan oleh infeksi berbagai mikroorganisme, seperti bakteri, virus, jamur, dan parasit, ataupun disebabkan oleh faktor eksternal lain, termasuk paparan bahan kimia dan kerusakan fisik paru. Gejalanya terlihat dari adanya batuk, kesulitan bernapas seperti sesak napas maupun napas cepat. Hal ini dikarenakan alveoli yang seharusnya berisi udara saat berna-

pas, namun pada kasus pneumonia, alveoli berisi nanah dan cairan sehingga proses pernapasan terganggu dan asupan oksigen yang terhirup menjadi terbatas (Firdaus et al., 2024).

Berdasarkan data dari (UNICEF, 2024), pneumonia masih menjadi penyebab utama kematian anak di bawah usia lima tahun di seluruh dunia dengan lebih dari 725.000 kematian setiap tahun, termasuk 190.000 bayi baru lahir. Secara global, tingkat kejadian pneumonia mencapai sekitar 1.400 kasus per 100.000 anak atau 1 kasus per 71 anak setiap tahun, dengan kasus terbanyak terjadi di Asia Selatan sekitar 2.500 kasus per 100.000 anak dan Afrika Barat dan Tengah sekitar 1.620 kasus per 100.000 anak. Meskipun angka kematian akibat pneumonia telah menurun sekitar 54 persen sejak tahun 2000, laju penurunan ini masih lebih lambat dibandingkan penyakit menular lainnya seperti diare. Kondisi ini menunjukkan bahwa pneumonia tetap menjadi ancaman serius bagi kesehatan masyarakat, terutama di negara berkembang dengan akses vaksinasi, gizi yang cukup, dan layanan kesehatan yang terbatas.

Kondisi serupa juga terjadi di Indonesia. Menurut data pada profil (Kementerian Kesehatan Republik Indonesia, 2025), pneumonia juga menjadi penyebab kematian balita terbesar dengan estimasi sekitar 19.000 kematian anak pada tahun 2018 dan pada tahun 2024 angka kematian akibat pneumonia pada balita mencapai 0,12 persen. Angka tersebut hampir tiga kali lebih tinggi dibandingkan kelompok umur 1–4 tahun. Cakupan penemuan kasus pneumonia pada balita di Indonesia selama periode 2015–2024 menunjukkan tren yang fluktuatif, dengan cakupan tertinggi pada tahun 2016 sebesar 65,3 persen. Cakupan tersebut menurun pada masa pandemi COVID-19 dan meningkat kembali menjadi 52,7 persen pada tahun 2024. Beberapa provinsi dengan cakupan di atas 100 persen meliputi DI Yogyakarta (149,2 persen), Papua Selatan (111,8 persen), dan DKI Jakarta (108,6 persen), yang menunjukkan adanya peningkatan penemuan kasus dari estimasi jumlah kasus pneumonia.

Berbagai penelitian sebelumnya telah mengkaji penyebaran penyakit

pneumonia menggunakan beragam model matematika. Penelitian oleh (Side et al., 2021) yang mengembangkan model SEIR dengan pengaruh vaksinasi pada balita di Kota Makassar, dan menunjukkan bahwa semakin tinggi tingkat vaksinasi pada balita, maka semakin cepat penyakit akan hilang dari populasi. Penelitian oleh (Zhafran and Arnellis, 2022) memodifikasi penelitian sebelumnya menjadi model SEIRS, yaitu mengasumsikan bahwa individu sembuh baik yang telah divaksinasi ataupun belum, dapat kembali menjadi rentan terhadap penyakit karena kondisi imun yang menurun, tidak menjaga pola hidup sehat, atau tidak menjaga kebersihan lingkungan.

Penelitian lain dilakukan oleh (Imran et al., 2021) yang mengembangkan model SEIPR dengan asumsi bahwa pada penyakit pneumonia terdapat individu rentan yang terinfeksi namun belum menunjukkan gejala klinis dan belum dapat menularkan penyakit, serta menambahkan faktor pengobatan bagi individu yang terinfeksi dan memperhatikan faktor imunisasi. Kemudian, penelitian tersebut dikembangkan menjadi model SEIPRS oleh (Beta et al., 2022) dengan mengabaikan asumsi bahwa pneumonia tidak hanya berasal dari bawaan sejak lahir, melainkan juga dipengaruhi oleh kontak langsung dengan individu yang terinfeksi. Selain itu, ditambahkan individu laten yang memiliki kemungkinan untuk sembuh atau bahkan tidak berkemungkinan terinfeksi karena dipengaruhi oleh faktor vaksinasi, sehingga individu yang telah sembuh tetap memiliki potensi untuk kembali rentan apabila berinteraksi dengan individu laten yang tidak melalui fase pengobatan, yang dapat meningkatkan risiko penularan kembali di populasi.

Selain itu, (Bahaye et al., 2023) mengembangkan model *age-structured* SIR untuk menganalisis pengaruh intervensi berupa perawatan dan nutrisi terhadap penyebaran pneumonia pada dua kelompok rentan, yaitu anak-anak dan lansia. Hasil penelitian menunjukkan bahwa angka reproduksi efektif R_e akan lebih kecil dari satu apabila kombinasi kedua intervensi diterapkan, diperkuat oleh hasil simulasi numerik bahwa penerapan kedua intervensi lebih efektif dibandingkan salah satu strategi saja. Sensitivitas parameter juga memperlihatkan bahwa laju transmisi memiliki pengaruh paling besar

dalam meningkatkan penyebaran, sedangkan nutrisi yang baik menjadi faktor paling signifikan dalam menurunkan risiko infeksi. Namun, penelitian tersebut belum mempertimbangkan strategi kontrol optimal dalam upaya menekan penyebaran pneumonia.

Selain model-model tersebut, beberapa penelitian epidemiologi modern mulai mengembangkan model yang mempertimbangkan kompartemen H (*Hospitalized*) dan D (*Deceased*) untuk menggambarkan penyakit dengan tingkat keparahan tinggi. Misalnya, penelitian oleh (Nave et al., 2020) mengembangkan model SEIHRD pada dinamika COVID-19 dengan memisahkan individu terinfeksi menjadi kategori infeksi ringan, infeksi berat yang memerlukan perawatan, serta kematian. Model ini menunjukkan bahwa penambahan kompartemen H dan D mampu memberikan estimasi yang lebih akurat terhadap beban layanan kesehatan dan risiko mortalitas. Sementara (Wusu et al., 2021) menggunakan model SEIRD untuk menganalisis dinamika COVID-19 di Nigeria dan menekankan pentingnya memasukkan kompartemen kematian untuk memberikan gambaran epidemiologis yang lebih realistis. Kedua penelitian tersebut memperlihatkan bahwa struktur model yang lebih rinci sangat diperlukan pada penyakit pernapasan akut seperti pneumonia, terutama pada kelompok balita dan lansia yang memiliki risiko rawat inap dan tingkat kematian lebih tinggi dibandingkan kelompok usia lainnya.

Penerapan teori kontrol optimal pada model matematika penyebaran pneumonia juga telah dibuktikan efektif oleh sejumlah penelitian. (Firdaus et al., 2024) mengembangkan model SEIRS dengan dua variabel kontrol berupa vaksinasi dan pengobatan pada balita, serta penerapan Prinsip Maksimum Pontryagin. Hasilnya menunjukkan bahwa kombinasi kedua kontrol tersebut mampu menurunkan jumlah individu terinfeksi secara signifikan serta meminimalkan biaya intervensi. Lalu, penelitian oleh (Bohari and Siduppa, 2024) menerapkan dua kontrol optimal pada model SEIR berupa kampanye kesehatan dan pengobatan. Hasil analisis menunjukkan bahwa penerapan kedua kontrol secara bersamaan lebih efektif dalam menekan

penyebaran penyakit daripada hanya salah satunya. Kemudian, (Swai et al., 2021) mengembangkan model dua strain pneumonia (strain sensitif dan strain resisten) dengan tiga strategi kontrol, yaitu vaksinasi, edukasi, dan pengobatan. Penelitian ini menyimpulkan bahwa kombinasi ketiga kontrol menghasilkan penurunan signifikan pada populasi terinfeksi dan total biaya pengendalian. Namun, penelitian-penelitian tersebut masih mengasumsikan populasi homogen dan belum mempertimbangkan perbedaan tingkat kerentanan antar kelompok umur serta keberadaan kompartemen rawat inap.

Berdasarkan uraian penelitian-penelitian di atas, kelompok balita dan lansia secara konsisten diidentifikasi sebagai kelompok dengan risiko keparahan dan kematian tertinggi akibat pneumonia, sebagaimana ditunjukkan oleh penelitian (Bahaye et al., 2023), serta ditegaskan oleh (Nave et al., 2020) dan (Wusu et al., 2021) bahwa kedua kelompok umur tersebut memiliki risiko rawat inap dan mortalitas yang lebih tinggi dibandingkan kelompok usia produktif. Kondisi ini sejalan dengan karakteristik biologis balita yang memiliki sistem imun belum berkembang sempurna dan lansia yang mengalami penurunan fungsi imun akibat penuaan (Perhimpunan Dokter Paru Indonesia, 2023). Selain alasan biologis tersebut, ketersediaan data epidemiologi di Indonesia pada laporan profil kesehatan (Kementerian Kesehatan Republik Indonesia, 2025) yang lebih terdokumentasi untuk kelompok balita dan lansia dibandingkan kelompok usia produktif, sehingga mendukung estimasi parameter model yang lebih akurat. Oleh karena itu, penelitian ini memfokuskan kajian pada kelompok balita dan lansia.

Kemudian, berbagai penelitian di atas juga menunjukkan bahwa masih diperlukan model yang lebih komprehensif dalam menggambarkan dinamika penyebaran pneumonia. Pada penelitian ini, model disusun dengan menambahkan kompartemen E (*Exposed*), H (*Hospitalized*), dan V (*Vaccinated*) untuk mencerminkan dinamika klinis pneumonia yang lebih akurat. Penambahan kompartemen E didasari karena pneumonia memiliki masa inkubasi selama 1 hingga 7 hari, yaitu masa ketika individu yang telah ter-

papar patogen belum menunjukkan gejala dan belum dapat menularkan penyakit kepada individu lain (Perhimpunan Dokter Paru Indonesia, 2023). Kompartemen H ditambahkan karena pada pneumonia, terutama pada kelompok balita dan lansia, sering kali kasusnya berkembang menjadi kasus berat yang memerlukan perawatan intensif di rumah sakit dengan durasi rawat yang bervariasi antara 5 hingga 10 hari (Perhimpunan Dokter Paru Indonesia, 2023). Kemudian, kompartemen V menggambarkan upaya pencegahan infeksi pada individu rentan, serta upaya penguatan imunitas melalui vaksinasi ulang untuk mencegah adanya infeksi berulang pada individu yang telah sembuh. Vaksinasi ulang diberikan berdasarkan asumsi bahwa kekebalan yang diperoleh bersifat sementara, karena terdapat berbagai jenis patogen penyebab pneumonia sehingga individu yang sembuh dari satu jenis patogen tetap memiliki risiko untuk kembali menjadi rentan terhadap jenis patogen lainnya.

Kompleksitas dinamika penularan pneumonia yang dipengaruhi oleh faktor umur, masa inkubasi, risiko keparahan, serta kemungkinan kehilangan kekebalan menuntut adanya pendekatan yang lebih realistis. Pendekatan berbasis *age-structured* SVEIHR pada penelitian ini dirancang untuk merepresentasikan fase laten, fase infeksi, kebutuhan perawatan rumah sakit, hingga perlindungan melalui vaksinasi dalam dua kelompok usia rentan. Dengan pendekatan tersebut, analisis terhadap efektivitas strategi kontrol optimal dapat dilakukan secara lebih akurat.

Berdasarkan latar belakang tersebut, penulis bermaksud melakukan penelitian berjudul “Pemodelan dan Strategi Kontrol Optimal pada Penyebaran Penyakit Pneumonia dengan Pendekatan *Age-Structured* SVEIHR”, dengan fokus pada dua kelompok usia, yaitu balita dan lansia. Melalui penelitian ini, diharapkan diperoleh pemahaman yang lebih mendalam mengenai dinamika penyebaran pneumonia yang dapat digunakan sebagai dasar perumusan strategi pengendalian yang efektif dalam menekan kasus dan angka kematian akibat pneumonia di Indonesia, khususnya pada kelompok usia yang paling rentan.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, permasalahan yang akan dikaji dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana formulasi model matematika penyebaran pneumonia dengan pendekatan *age-structured* SVEIHR yang memisahkan kelompok balita dan lansia?
2. Bagaimana analisis kestabilan dan simulasi numerik dari model *age-structured* SVEIHR?
3. Bagaimana pengaruh penerapan kontrol vaksinasi dan kontrol terapi terhadap dinamika penyebaran pneumonia pada kedua kelompok umur berdasarkan hasil simulasi numerik model?

1.3 Batasan Masalah

Agar penelitian ini lebih terarah, fokus, dan sesuai dengan tujuan yang ingin dicapai, maka penelitian dibatasi pada beberapa hal berikut.

1. Model yang digunakan adalah *age-structured* SVEIHR, di mana populasi dibagi menjadi enam kompartemen, yaitu *Susceptible* (S), *Vaccinated* (V), *Exposed* (E), *Infected* (I), *Hospitalized* (H), dan *Recovered* (R). Populasi dibagi menjadi dua kelompok umur utama yaitu balita (0–5 tahun) dan lansia (≥ 60 tahun) dengan menerapkan strategi kontrol optimal berupa vaksinasi dan terapi pada kedua kelompok umur tersebut.
2. Model yang dibangun hanya mempertimbangkan interaksi dan penularan pneumonia di antara kelompok balita dan lansia. Kontribusi penularan dari kelompok usia lainnya kepada balita maupun lansia tidak dimodelkan secara eksplisit sebagai kompartemen atau sumber transmisi tersendiri, sehingga dinamika penularan yang berasal dari luar dua kelompok umur tersebut diasumsikan tidak memengaruhi laju transmisi dalam model.

3. Populasi dianggap homogen dalam tiap kelompok umur dan tidak dibedakan berdasarkan gender, lokasi geografis, maupun faktor sosial ekonomi lainnya.
4. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diambil dalam rentang waktu tahun 2019 hingga 2024 dengan cakupan seluruh Indonesia. Data diambil dari Profil Kesehatan Indonesia, Badan Pusat Statistik, dan beberapa penelitian penyakit pneumonia terdahulu yang relevan.
5. Data pneumonia tahun 2019-2021 (periode pandemi COVID-19) diasumsikan tetap merepresentasikan tren penyebaran pneumonia secara umum, serta adanya intervensi sementara selama masa pandemi tidak mempengaruhi nilai parameter dalam penelitian ini.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Menyusun model matematika penyebaran pneumonia dengan pendekatan *age-structured* SVEIHR yang membedakan kelompok usia balita dan lansia.
2. Menganalisis sifat kestabilan dan melakukan simulasi numerik dari model *age-structured* SVEIHR.
3. Mengetahui pengaruh penerapan strategi kontrol optimal terhadap jumlah kasus pneumonia, rawat inap, dan kematian pada kedua kelompok umur dengan berbagai strategi intervensi (tanpa kontrol, salah satu saja, serta kombinasi) melalui simulasi numerik.

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat bagi berbagai pihak, yaitu:

1. Bagi penulis

Penelitian ini diharapkan dapat meningkatkan pemahaman penulis mengenai penerapan pemodelan matematika epidemiologi, khususnya model *age-structured* SVEIHR, serta pengaplikasian teori kontrol optimal dalam menganalisis strategi pengendalian penyakit pneumonia.

2. Bagi pembaca dan akademisi

Hasil penelitian ini diharapkan dapat menjadi referensi dan bahan kajian dalam pengembangan model matematika yang mempertimbangkan struktur umur, rawat inap, dan kematian, serta penerapan kontrol optimal pada penyakit menular, khususnya pneumonia.

3. Bagi Masyarakat / Pengambil Kebijakan

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan gambaran kuantitatif mengenai efektivitas strategi pengendalian dalam menekan jumlah kasus, rawat inap, dan kematian akibat pneumonia, sehingga dapat menjadi bahan pertimbangan dalam perumusan kebijakan pengendalian pneumonia yang lebih efektif dan efisien.