

**ANALISIS STRUKTUR *PARTIALLY ORDERED SET*
(POSET) UNTUK MENENTUKAN ELEMEN MAKSIMUM,
MINIMUM, *CHAIN*, DAN *ANTICHAIN* PADA
PERMAINAN KEMACETAN**

Skripsi

**Disusun untuk memenuhi salah satu syarat
memperoleh gelar Sarjana Matematika**



Sandrina Widya Andani

1305621031

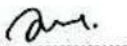
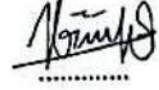
**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA**

2026

LEMBAR PERSETUJUAN HASIL SIDANG SKRIPSI

Analisis Struktur *Partially Ordered Set* (POSET) untuk Menentukan Elemen Maksimum, Minimum, *Chain*, dan *Antichain* pada Permainan Kemacetan

Nama : Sandrina Widya Andani
No. Registrasi : 1305621031

	Nama	Tanda Tangan	Tanggal
Penanggung Jawab Dekan	: Dr. Hadi Nasbey, S.Pd, M.Si. NIP. 197909162005011004		19/05/2024
Wakil Penanggung Jawab Wakil Dekan I	: Dr. Meiliasari, S.Pd, M.Sc. NIP. 197905042009122002		19/05/2024
Ketua	: Dr. Lukita Ambarwati, S.Pd., M.Si. NIP.197210262001122001		08/05/2024
Sekretaris	: Dr. Yudi Mahatma, M.Si. NIP.197610202008121001		28/04/2024
Penguji Ahli	: Drs. Sudarwanto, M.Si., DEA. NIP.196503251993031003		28/04/2024
Pembimbing I	: Ibnu Hadi, M.Si. NIP.198107182008011017		09/05/2024
Pembimbing II	: Dr. Eti Dwi Wiraningsih, S.Pd., M.Si NIP.198102032006042001		11/05/2024

Dinyatakan lulus ujian skripsi tanggal 13 April 2026

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Saya yang bertanda tangan di bawah ini, mahasiswa Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta:

Nama : Sandrina Widya Andani
No Registrasi : 1305621031
Program Studi : Matematika

Dengan ini menyatakan bahwa skripsi yang saya buat dengan judul *"Analisis Struktur Partially Ordered Set (POSET) untuk Menentukan Elemen Maksimum, Minimum, Chain, dan Antichain pada Permainan Kematetan"* adalah:

1. Dibuat sendiri, mengadopsi hasil kuliah, buku-buku, dan referensi acuan yang tertera di dalam referensi pada skripsi saya.
2. Bukan merupakan hasil duplikasi skripsi yang telah dipublikasikan atau pernah dipakai untuk mendapatkan gelar sarjana di Universitas lain kecuali pada bagian-bagian sumber informasi dicantumkan berdasarkan tata cara referensi yang semestinya.

Pernyataan ini dibuat dengan sesungguhnya dan saya bersedia menanggung segala akibat yang timbul jika pernyataan saya tidak benar.

Jakarta, 3 Maret 2026



Sandrina Widya Andani



KEMENTERIAN PENDIDIKAN TINGGI, SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS NEGERI JAKARTA
PERPUSTAKAAN DAN KEARSIPAN

Jalan Rawamangun Muka Jakarta 13220

Telepon/Faksimili: 021-4894221

Laman: lib.unj.ac.id

LEMBAR PERNYATAAN PERSETUJUAN PUBLIKASI
KARYA ILMIAH UNTUK KEPENTINGAN AKADEMIS

Sebagai sivitas akademika Universitas Negeri Jakarta, yang bertanda tangan di bawah ini, saya:

Nama : SANDRINA WIDYA ANDANI
NIM : 130564031
Fakultas/Prodi : FMIPA / MATEMATIKA
Alamat email : sandrinawandani@gmail.com

Demi pengembangan ilmu pengetahuan, menyetujui untuk memberikan kepada Perpustakaan dan Kearsipan Universitas Negeri Jakarta, Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif atas karya ilmiah:

☒ Skripsi ☐ Tesis ☐ Disertasi ☐ Lain-lain (.....)

yang berjudul :

Analisis Struktur Partially Ordered set (POSET) untuk Menentukan
Elemen Maksimum, Minimum, Chain, dan Antichain pada
Permainan Kemacetan.

Dengan Hak Bebas Royalti Non-Eksklusif ini Perpustakaan dan Kearsipan Universitas Negeri Jakarta berhak menyimpan, mengalihmediakan, mengelolanya dalam bentuk pangkalan data (*database*), mendistribusikannya, dan menampilkan/mempublikasikannya di internet atau media lain secara *fulltext* untuk kepentingan akademis tanpa perlu meminta ijin dari saya selama tetap mencantumkan nama saya sebagai penulis/pencipta dan atau penerbit yang bersangkutan.

Saya bersedia untuk menanggung secara pribadi, tanpa melibatkan pihak Perpustakaan Universitas Negeri Jakarta, segala bentuk tuntutan hukum yang timbul atas pelanggaran Hak Cipta dalam karya ilmiah saya ini.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Jakarta, 18 Agustus 2026

Penulis

(SANDRINA WIDYA ANDANI)
nama dan tanda tangan

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah rabbil 'alamin. Puji syukur kehadiran Allah SWT yang telah memberikan rahmat serta nikmat-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini sebagai salah satu syarat dan tugas akhir memperoleh gelar Sarjana Matematika selama studi di Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan judul **Analisis Struktur *Partially Ordered Set* (POSET) untuk Menentukan Elemen Maksimum, Minimum, Chain, dan Antichain pada Permainan Kemacetan.**

Penulis menyadari bahwa penulisan skripsi ini tidak akan selesai tanpa adanya bantuan dari beberapa pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan kali ini penulis ingin menyampaikan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Dr. Yudi Mahatma, M.Si. selaku Koordinator Program Studi Matematika yang telah memberikan arahan, dukungan, serta fasilitas selama proses perkuliahan hingga penyusunan skripsi ini.
2. Bapak Ibnu Hadi, M.Si. selaku dosen pembimbing I dan Ibu Dr. Eti Dwi Wiraningsih, M.Si. selaku dosen pembimbing II yang telah memberi bimbingan, masukan, dan motivasi sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
3. Ibu Devi Eka Wardani Meganingtyas, S.Pd., M.Si. selaku dosen pembimbing akademik yang telah memberikan bimbingan dan arahan selama masa perkuliahan.
4. Bapak Ibu dosen yang telah mengajar penulis selama perkuliahan yang ilmunya sangat bermanfaat bagi penulis dalam menyelesaikan skripsi dan bekal untuk masa depan penulis.
5. Ibu, Bapak, Mas serta keluarga penulis yang telah memberikan dukungan, semangat, doa juga nasihat dalam penyusunan skripsi. Berkat doa dan ridhonya, Allah memberi berbagai kemudahan kepada

penulis dan penulis selalu bersemangat dalam menyelesaikan skripsi ini dengan baik.

6. Seluruh teman-teman Prodi Matematika angkatan 2021 yang telah menemani penulis melewati setiap semester bersama-sama. Terima kasih banyak atas segala bentuk bantuan, semangat, dan dukungan bagi penulis.
7. Terima kasih kepada Avi, Farah, dan Zhafira. Kehadiran mereka menjadi sumber motivasi yang mendorong penulis untuk tetap berusaha hingga skripsi ini dapat diselesaikan.
8. Sandrina Widya Andani. Terima kasih karena telah berjuang di tengah kebingungan layaknya berada dalam labirin hingga akhirnya menemukan jalan keluar. Terima kasih karena tetap berusaha bangkit, dan terus melangkah ke depan. Tidak ada yang sia-sia pada setiap proses belajar bahkan dari hal yang semula sangat tidak diketahui sekalipun.

Penulis menyadari bahwa masih terdapat kekurangan dan kesalahan dalam penulisan skripsi ini disebabkan kurangnya ilmu dan komunikasi. Oleh karena itu penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun sehingga dapat menjadi lebih baik lagi.

Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi lingkungan akademik khususnya Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta, maupun pihak lain yang membutuhkan serta bagi penulis secara pribadi.

Jakarta, 3 Maret 2026

Sandrina Widya Andani

ABSTRAK

SANDRINA WIDYA ANDANI. Analisis Struktur *Partially Ordered Set* (PO-SET) untuk Menentukan Elemen Maksimum, Minimum, *Chain*, dan *Antichain* pada Permainan Kemacetan. Skripsi, Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Jakarta. Maret 2026.

Penelitian ini menganalisis struktur *partially ordered set* (poset) pada permainan kemacetan (*congestion games*) untuk menentukan elemen minimum, maksimum, *chain*, dan *antichain*. Pada permainan kemacetan, tipe jalan yang digunakan sebagai data merupakan tipe 2 jalur 2 arah tak terbagi (2/2-TT) sehingga kecepatan arus bebasnya sebesar 42 km/jam dan merupakan tipe jalanan perkotaan dengan demikian kepadatan jenuhnya adalah 140 smp/jam. Metode penelitian dilakukan dengan simulasi menggunakan data sekunder lalu lintas di Jakarta Selatan, dan menggunakan model Greenshield untuk menentukan kepadatan serta jumlah pemain. Hasil penelitian menunjukkan keadaan seimbang saat berada di keadaan ke 104 dengan fungsi potensi sebesar 20,964. Kemudian analisis poset menghasilkan elemen maksimum dengan fungsi potensi terbesar terdapat pada keadaan pertama dengan fungsi potensi sebesar 38,009 dan elemen minimum berada pada saat keadaan seimbang yakni pada keadaan 104 dengan fungsi potensi sebesar 20,964. Diagram Hasse yang terbentuk membentuk satu rantai tunggal sehingga tidak ada antichain yang terbentuk.

Kata kunci. *Congestion Games, Partially Ordered Set, Chain, Antichain*

ABSTRACT

SANDRINA WIDYA ANDANI. Analysis of Partially Ordered Set (POSET) Structure to Determine Maximum, Minimum, Chains, and Antichains in Congestion Games. Mini Thesis, Mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Universitas Negeri Jakarta. March 2026.

This study analyzes the partially ordered set (poset) structure in congestion games to determine the minimum, maximum, chain, and antichain elements. In the congestion game, the road type used as data is a 2-lane, 2-way undivided (2/2-TT) road, so the free-flow speed is 42 km/h, and since it is an urban road type, the saturation density is 140 vehicles per hour. The research method involved simulation using secondary traffic data from South Jakarta and the Greenshield model to determine density and the number of players. The results indicate an equilibrium state at state 104 with a potential function of 20,964. Subsequently, the poset analysis revealed that the element with the maximum potential function was found in the first state with a potential function of 38,009, while the element with the minimum potential function was found at the equilibrium state, namely state 104, with a potential function of 20,964. The resulting Hasse diagram formed a single chain, meaning no antichain was formed.

Keyword. *Congestion Games, Partially Ordered Set, Chain, Antichain*

DAFTAR ISI

LEMBAR PERSETUJUAN HASIL SIDANG SKRIPSI	i
LEMBAR PERNYATAAN	i
PUBLIKASI SKRIPSI	i
KATA PENGANTAR	iv
ABSTRAK	vi
ABSTRACT	vii
DAFTAR ISI	viii
DAFTAR TABEL	x
DAFTAR GAMBAR	xi
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan Penelitian	3
1.4 Manfaat Penelitian	4
1.5 Batasan Masalah	4
BAB 2 KAJIAN PUSTAKA	5
2.1 Teori Permainan	5
2.2 Permainan Kemacetan	6
2.2.1 <i>Congestion Game</i>	6

2.2.2	<i>Nash Equilibrium</i>	7
2.2.3	Ilustrasi Permainan Kemacetan	11
2.3	Kriteria Jalan	14
2.4	Menentukan Parameter Pemain	15
2.5	Model <i>Greenshield</i>	16
2.6	Relasi	18
2.6.1	Relasi pada himpunan	19
2.7	<i>Partially Ordered Set</i> (POSET)	20
2.7.1	Elemen-elemen dalam POSET	21
2.7.2	Diagram Hasse	22
2.8	Contoh Analisis POSET pada Permainan Kemacetan	25
BAB 3	METODE PENELITIAN	30
3.1	Alur Penelitian	30
3.2	Sumber Data	32
3.3	Metode Pengerjaan	33
BAB 4	PEMBAHASAN	35
4.1	Olah Data ke dalam Permainan Kemacetan	35
4.2	Analisis <i>Partially Ordered Set</i>	57
4.3	POSET Dapat Mengidentifikasi Elemen Maksimum, Minimum, <i>Chain</i> , dan <i>Antichain</i>	62
4.4	Interpretasi Hasil	62
BAB 5	KESIMPULAN DAN SARAN	64
5.1	Kesimpulan	64
5.2	Saran	65
	DAFTAR PUSTAKA	67
	LAMPIRAN	69
	DAFTAR RIWAYAT HIDUP	78

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Tabel 2.1: Kecepatan arus bebas, V_{ab}	17
Tabel 3.1	Data Kemacetan di Jakarta Selatan, Agustus 2022 (Pukul 20.00 - 20.59 WIB)	32
Tabel 4.1	Hasil Perhitungan Parameter Jumlah Pemain pada Setiap Sumber Daya	39
Tabel 4.2	Sebaran Pemain dan Panjang Jalan	40
Tabel 4.3	Sebaran Biaya Permainan	42
Tabel 4.4	Fungsi Potensi pada Keadaan 1	45
Tabel 4.5	Biaya Permainan dan Fungsi Potensi pada Keadaan 1 .	45
Tabel 4.6	Biaya Permainan dan Fungsi Potensi pada Keadaan 2 .	46
Tabel 4.7	Biaya Permainan dan Fungsi Potensi pada Keadaan 3 .	47
Tabel 4.8	Biaya Permainan dan Fungsi Potensi pada Keadaan 4 .	48
Tabel 4.9	Biaya Permainan dan Fungsi Potensi pada Keadaan 5 .	49
Tabel 4.10	Biaya Permainan dan Fungsi Potensi pada Keadaan 6 .	50
Tabel 4.11	Biaya Permainan dan Fungsi Potensi pada Keadaan 7 .	51
Tabel 4.12	Biaya Permainan dan Fungsi Potensi pada Keadaan 8 .	52
Tabel 4.13	Biaya Permainan dan Fungsi Potensi pada Keadaan 9 .	53
Tabel 4.14	Biaya Permainan dan Fungsi Potensi pada Keadaan 10	54
Tabel 4.15	Biaya Permainan dan Fungsi Potensi pada Keadaan 103	55
Tabel 4.16	Biaya Permainan dan Fungsi Potensi pada Keadaan 104	56
Tabel 5.1	Output Fungsi Potensi Setiap Keadaan dalam Tabel . .	73
Tabel 5.2	Output Fungsi Potensi Setiap Keadaan dalam Tabel . .	74
Tabel 5.3	Output Fungsi Potensi Setiap Keadaan dalam Tabel . .	75

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Contoh Diagram Hasse	24
Gambar 2.2	Contoh Diagram Hasse POSET pada Permainan Ke- macetan	29
Gambar 3.1	Alur Penelitian	31
Gambar 3.2	Peta Daerah Kemacetan	33
Gambar 4.1	Visualisasi Diagram Hasse	59
Gambar 5.1	Lokasi Jl. Tebet Barat I	69
Gambar 5.2	Lokasi Jl. Tegal Parang Selatan I (Haji Ali)	70
Gambar 5.3	Lokasi Jl. Tulodong Bawah	70
Gambar 5.4	Lokasi Jl. Wijaya Timur VI	71
Gambar 5.5	Lokasi Jl. Zeni AD Raya	71
Gambar 5.6	Input SageMath untuk Mendapatkan Fungsi Potensi	72
Gambar 5.7	Input SageMath untuk Membuat Diagram Hasse	76
Gambar 5.8	Hasil Visualisasi dengan Diagram Hasse	77