

Daftar Isi

I	PENDAHULUAN	4
1.1	Latar Belakang Masalah	4
1.2	Perumusan Masalah	6
1.3	Pembatasan Masalah	6
1.4	Tujuan Penulisan	7
1.5	Manfaat Penulisan	7
1.6	Metode Penelitian	7
II	LANDASAN TEORI	8
2.1	Citra	8
2.1.1	Pengertian Citra	8
2.1.2	Citra Digital	9
2.1.3	Pixel	10
2.1.4	Citra Biner	10
2.1.5	Matriks Citra Bitmap	11
2.1.6	Citra Grayscale	13
2.1.7	Citra Warna	15
2.2	Noise (derau)	16
2.3	Format BMP	16
2.4	Segmentasi	17
2.5	Mengubah Warna menjadi Grayscale	18
2.6	Normalisasi	19
2.7	Nilai Eigen dan Vektor Eigen	19
2.8	Matriks Kovariansi dan Matriks Korelasi	28
2.8.1	Matriks Kovariansi	28
2.8.2	Matriks Korelasi	32
2.9	Algoritma Template Matching	36
2.9.1	Pengertian Template Matching	36
2.9.2	Template Matching Correlation	41

III PEMBAHASAN	50
3.1 Alur Pembentukan Template	50
3.1.1 Proses Pembentukan Template Huruf dan Angka pada format BMP	51
3.1.2 Binerisasi Template Disimpan Dalam Database	51
3.2 Proses Pengenalan Karakter	53
3.2.1 Alur Sistem	53
3.2.2 Input Citra	54
3.2.3 Grayscale	54
3.2.4 Matriks Citra input Grayscale	55
3.2.5 Perhitungan Korelasi dari Huruf dan Angka	55
3.2.6 Proses Selesai pencarian Korelasi Terbesar	58
3.2.7 Output Text Berupa Vector ASCII	60
IV PENUTUP	61
4.1 Kesimpulan	61
4.2 SARAN	61
DAFTAR PUSTAKA	62

Daftar Gambar

2.1	citra biner	10
2.2	citra biner01	11
2.3	Matrix Citra Bitmap	12
2.4	Matrix Citra Biner	12
2.5	Matrix 1 dan 3 bit	14
2.6	keabuan matriks x	14
2.7	pick Gray	14
2.8	kombinasi R=67 G=96 B=111	15
2.9	gangguan pixel	16
2.10	Format bmp	17
2.11	Proses segmentasi	17
2.12	hasil segmentasi	18
2.13	grayscale	18
2.14	koefisien korelasi	49
3.1	Proses sistem	51
3.2	bmp	52
3.3	binerisasi	52
3.4	template exp	53
3.5	NormalCK	54
3.6	citrainput	54
3.7	inputgrayscale	55
3.8	hasil1	58
3.9	hasil1	59
3.10	hasil1	59
3.11	hasil1	60
3.12	Output	60

Bab I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Informasi mengalami perkembangan yang sangat penting dalam dunia sekarang ini, di antaranya informasi dalam bentuk teks. Istilah teks sebenarnya berasal dari kata *text* yang berarti 'tenunan'. Teks dapat terdiri dari beberapa kata atau lebih yang mempunyai kandungan ide, amanat dan muatan abstrak yang hanya dapat dibayangkan saja. Teks dapat di temukan pada kehidupan sehari-hari dalam bentuk digital maupun non-digital. Seiring berkembangnya teknologi gadget dan jaringan internet sehingga cukup mudah untuk menjumpai teks dalam bentuk digital yang dapat di akses dengan bebas. Teks yang ada pada majalah digital, koran online, artikel-artikel, buku-buku digital, dokumen dapat di jumpai dalam bentuk digital maupun non digital. Teks ASCII yang berupa karakter ketik bisa didapat dengan cara melakukan pengetikan dengan menggunakan software pengolah kata, sedangkan teks dalam bentuk format gambar bisa didapat dengan cara menggunakan alat bantu seperti *scanner* dan memfoto dengan kamera pada sebuah teks. Sebagai manusia di dapat dengan mudah bisa mengenali informasi dari setiap kata, huruf dan angka pada teks ketik ASCII maupun teks yang ada pada gambar. Tidak seperti manusia, komputer memang dapat membaca teks format ketikan ASCII dan mengetahui perhuruf serta angkanya sehingga dapat di lakukan pengeditan, perhitungan dan pengolahan kembali pada teks tersebut, namun komputer tidak dapat mengenali huruf serta angka pada format gambar sehingga komputer akan kesulitan melakukan pengeditan kedalam bentuk teks ketikan ASCII. Kerja komputer pada teks dalam format gambar hanya dapat sekedar menyajikan dan menampilkan gambar yang bisa terlihat di layar monitor, sehingga untuk mendapatkan teks ASCII pada gambar ini salah

satunya cara di lakukan pengetikan ulang untuk dapat mengedit kembali teks tersebut pada format gambar, akan tetapi ini akan membutuhkan waktu yang cukup lama jika teks yang akan diketik ulang cukup banyak.

Teknologi deteksi Optical Character Recognition (OCR) dapat memungkinkan komputer langsung membaca pola yang akan mendeteksi identitas sebuah karakter dari ruang kosongnya, bentuk yang berdekatan, garis diagonal, perpotongan dan lainnya. Jadi pengidentifikasiannya lebih kompleks dalam prosesnya. Matriks template matching adalah teknologi yang dimiliki oleh deteksi OCR, ketika scanner memindai sebuah teks pada kertas misalnya akan didapat hasil scaner dalam format gambar(JPEG,PNG dan lainnya), Jika di input gambar pada deteksi OCR ini maka sistem akan mendeteksi huruf dan angka pada format gambar tersebut dengan menyamakan bentuk, sudut dan pola karakter dari gambar bitmap yang ada di database ataupun pada template yang dibuat. OCR ini sudah muncul di tahun 1929 oleh *Gustav Tauschek* di Jerman. Mesin OCR yang dibuat saat itu berupa mesin mekanik yang menggunakan template dan photodetektor. Pada tahun 1974, *Ray kurzweil* membuat program pertama yang menggunakan system OCR berbasis omni font. Program ini mampu mengenali teks tercetak yang menggunakan font normal atau standar.

Pada saat ini terdapat beberapa sistem deteksi otomatis yang dirancang untuk dapat mengenali karakter cetakan, yaitu: Optical Character Recognition (OCR) , Magnetic Ink Character Recognition (MICR) dan License Plate Recognition (LPR). MICR banyak digunakan untuk pendeteksian teks pada cek perbankan otomatis di seluruh dunia, untuk digunakan sebagai penyortir otomatis. Sistem deteksi MICR kurang fleksibel dibandingkan OCR karena harus mempunyai karakter atau kode yang dicetak dalam format stylesheet sempurna dan harus akurat. LPR merupakan salah satu hasil perkembangan dari bidang pengolahan citra, dimana proses pencatatan plat nomor kendaraan dapat dilakukan secara otomatis. Di Negara luar, LPR sudah banyak dikembangkan sehingga dapat diterapkan dan dimanfaatkan pada berbagai sistem parkir, sistem tol dan sistem lalu lintas untuk tindakan pelanggaran. Indonesia sendiri sudah ada yang menggunakan LPR namun masih

sedikit dan jarang dilakukan pengembangan. Meskipun banyak pengembangan yang dilakukan di luar negeri juga tidak dapat mengandalkannya karena struktur plat nomor setiap negara berbeda-beda. Dibutuhkan penyesuaian pada rasio panjang dan lebar plat nomor kendaraan yang ada di Indonesia dan membangun template bitmap yang lebih spesifik sebagai input plat nomor agar bisa dikenali secara maksimal. Pada penulisan kali ini akan dicoba untuk menguji tingkat keakuratan sistem deteksi pengenalan plat nomor kendaraan dengan algoritma template matching pada matlab sebagai software *image procesing*.

1.2 Perumusan Masalah

Perumusan masalah yang akan dikaji adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana cara sistem dapat mengenali atau mendeteksi sebuah citra yang berisikan pixel yang membentuk huruf dan angka kedalam format text.
2. Bagaimana dengan tingkat akurasi koefisien korelasi pada deteksi karakter yang dibuat.

1.3 Pembatasan Masalah

Pembatasan masalah dalam penulisan ini adalah:

1. Deteksi karakter ini akan berfokus hanya pada huruf alfabet kapital dan angka.
2. Gambar teks scanner atau photo yang digunakan adalah hitam putih.

1.4 Tujuan Penulisan

Tujuan yang ingin dicapai dalam penulisan ini adalah:

1. Membentuk matriks citra biner huruf dan angka agar dapat dikenali oleh bahasa komputer.
2. Membuat tahapan-tahapan proses agar komputer dapat secara otomatis melakukan segmentasi.
3. Menguji keakuratan sistem deteksi yang dikembangkan dalam melakukan perhitungan koefisien korelasi pada karakter-karakter huruf dan angka.

1.5 Manfaat Penulisan

Manfaat yang diharapkan dari penulisan ini adalah dapat mengetahui cara komputer mendeteksi sebuah huruf dan mengetahui perhitungan pada matriks citra template menggunakan algoritma *Template Matching Korelasi* berbasis citra hitam putih.

1.6 Metode Penelitian

Skripsi ini berbiara tentang Pengolahan citra deteksi huruf. Skripsi ini berfokus pada kajian teori tentang matriks serta proses cepat perhitungan antara matriks citra dengan template matching yang dibangun menggunakan bantuan software Matlab.

Bab II

LANDASAN TEORI

2.1 Citra

2.1.1 Pengertian Citra

Citra atau image merupakan istilah lain dari gambar, sebagai salah satu komponen multimedia yang memegang peran sangat penting sebagai informasi dalam bentuk visual. Meskipun sebuah citra atau gambar memiliki banyak informasi, namun seringkali citra yang dimiliki mengalami penurunan kualitas, misalnya saja sebuah citra mengalami cacat atau noise, kabur atau blur, buram karena intensitas cahaya yang kurang ataupun pecah karena pixel yang dipakai terlalu sedikit. Tentu ini akan mengganggu dan informasi yang disampaikan oleh citra menjadi berkurang. Citra adalah suatu representasi, kemiripan atau imitasi dari objek. Suatu citra diperoleh dari penangkapan kekuatan sinar yang dipantulkan oleh objek.

Suatu citra dapat didefinisikan sebagai fungsi $f(x, y)$ berukuran M baris dan N kolom, dengan x dan y adalah koordinat dan nilai f pada titik (x, y) dimana intensitas terangnya citra pada titik tersebut.

Secara umum citra dapat dibedakan menjadi dua macam, yaitu citra kontinyu dan citra diskrit. Citra kontinyu dihasilkan dari sistem optik yang menerima sinyal analog seperti mata manusia, kamera analog. Citra diskrit atau citra digital dihasilkan melalui proses digitalisasi terhadap citra kontinyu, nilai $f(x, y)$ secara keseluruhan berhingga (*finite*) maka dapat dikatakan citra bernilai diskrit. Citra digital yaitu citra yang telah didiskritkan dapat dihasilkan dari mesin digital seperti kamera digital dan *scanner*.

2.1.2 Citra Digital

Citra yang akan diproses dengan komputer digital harus direpresentasikan secara numerik dengan nilai-nilai diskrit. Sebuah citra digital (*digital image*) adalah sebuah citra $f(x, y)$ yang telah didiskritkan, baik dalam koordinat maupun intensitasnya. Citra digital dapat dianggap sebagai suatu matriks dimana indeks baris dan kolomnya melambangkan posisi suatu titik dalam citra dan nilainya menyatakan intensitas cahaya pada titik-titik tersebut. Satu unit dalam matriks citra digital ini disebut sebagai *picture element* atau *pixel*. Berikut ini merupakan citra digital, ukuran citra digital umumnya memiliki tinggi citra m dan lebar citra n . Sebuah citra digital dapat direpresentasikan dengan matriks \mathbf{X} :

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} f(1,1) & f(1,2) & \cdots & f(1,n) \\ f(2,1) & f(2,2) & \cdots & f(2,n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f(m,1) & f(m,2) & \cdots & f(m,n) \end{pmatrix}$$

Citra dengan tinggi citra m , lebar citra n , dan intensitas L dapat dianggap sebagai fungsi $f : m \times n \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = f \quad ; 1 \leq x \leq m; 1 \leq y \leq n; 0 \leq f \leq L - 1$$

dimana

(x, y) : titik koordinat matriks citra

$f(x, y)$: besarnya intensitas cahaya dengan selang $[0, L]$ pada titik (x, y)

Besarnya partisi dan nilai maksimum dari intensitas cahaya diperoleh dari banyaknya *binary digit (bit)* yang digunakan untuk merepresentasikan citra digital, dengan menggunakan Persamaan $2^b = L$ dimana

b : jumlah bit yang digunakan

L : banyaknya nuansa warna yang dihasilkan

Suatu *pixel* menyatakan intensitas atau warna dari suatu titik dalam citra, apabila dialokasikan sejumlah bit untuk menyatakan intensitas *pixel* ter-

sebut, maka dapat dihitung ukuran berkas keseluruhan citra. Dalam penggunaan 8 bit (1 byte) akan diperoleh sebanyak $2^8 = 256$ nuansa warna, sedangkan dengan 24 bit (3 byte) $2^{24} = 16.777.216$ nuansa warna.

2.1.3 Pixel

Pixel(Picture Elements) adalah nilai tiap-tiap entri matriks pada bitmap. Rentang nilai-nilai *pixel* ini dipengaruhi oleh banyaknya warna yang dapat ditampilkan. Jika suatu *bitmap* dapat menampilkan 256 warna maka nilai-nilai *Pixelnya* dibatasi dari 0 sampai 255. Sebuah citra adalah kumpulan *pixel-pixel* yang disusun dalam dua dimensi. Indeks baris dan kolom (x, y) dari sebuah *pixel* dinyatakan dalam bilangan bulat. *Pixel* $(1, 1)$ terletak pada sudut kiri atas pada citra, indeks x bergerak ke kanan dan indeks y bergerak ke bawah.

2.1.4 Citra Biner

Citra biner adalah citra digital yang hanya memiliki dua kemungkinan nilai *pixel* yaitu 0 dan 1, karena menggunakan 1 bit maka $2^1 = 2$ terdiri dari 2 elemen dimana nilai maksimalnya 1 untuk putih (intensitas cahaya maksimal) dan 0 untuk hitam. Citra biner juga disebut sebagai citra (*black and white*)B & W atau monokrom. Oleh karena itu, setiap *pixelnya* pada citra biner cukup direpresentasikan dengan 1 bit. Citra biner $b(x, y)$ dapat didefinisikan seperti ini :

$$b(x, y) = 1 \text{ untuk } f(x, y) > T ; 0 \text{ yang lain}$$

huruf/skripsiku/bab1/citra biner.jpg



Gambar 2.1: citra biner

huruf/skripsiku/bab1/citra biner01.jpg

1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Gambar 2.2: citra biner01

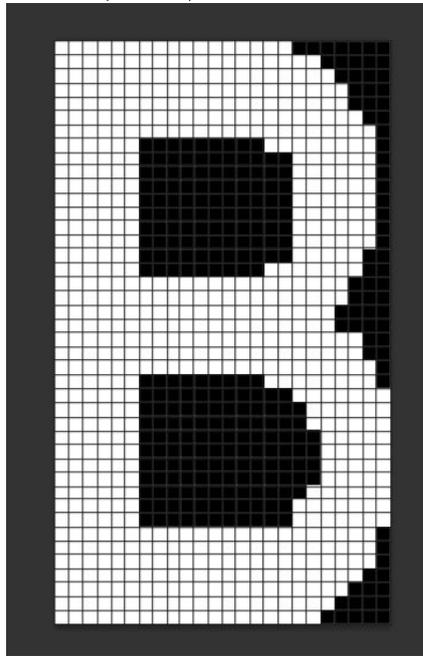
Pada Citra biner *pixel* yang mempunyai nilai intensitas 0 yang berarti warna *pixel* tersebut hitam. Alasan penggunaan citra biner adalah karena citra biner memiliki sejumlah keuntungan seperti membutuhkan memori lebih kecil karena nilai derajat keabuan hanya membutuhkan representasi 1 bit serta waktu pemrosesan lebih cepat.

2.1.5 Matriks Citra Bitmap

Citra *bitmap* adalah susunan bit-bit warna untuk tiap *pixel* yang membentuk pola tertentu. Pola-pola warna ini menyajikan informasi yang dapat dipahami sesuai dengan persepsi indera penglihatan manusia. Format file ini merupakan format grafis yang fleksibel untuk *platform Windows* sehingga dapat dibaca oleh program grafis manapun. Format ini mampu menyimpan informasi dengan kualitas tingkat 1 bit sampai 24 bit. Citra bitmap didefinisikan sebagai fungsi $f(x, y)$ dengan x dan y adalah koordinat bidang. Besaran f untuk tiap koordinat (x, y) disebut intensitas atau derajat keabuan citra pada titik tersebut. Gambar di bawah ini menunjukkan matrix 42×24 dalam format bitmap.

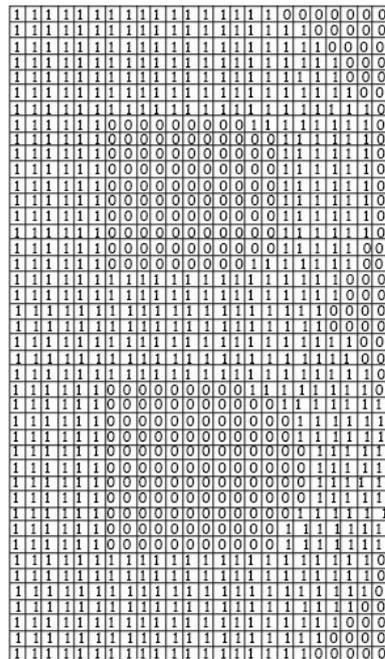
Nilai *pixel* atau entri-entri dari matriks ini mewakili warna yang ditampilkan di mana ordo matriks merupakan dimensi panjang dan lebar dari *bitmap*. Nilai-nilai warna ditentukan berdasarkan intensitas cahaya diwakili oleh bilangan cacah. Nilai 0 menerangkan tidak adanya cahaya sedangkan nilai yang lain menerangkan adanya cahaya dengan intensitas tertentu. Nilai-nilai ini biasa didapatkan melalui fungsi-fungsi yang disediakan oleh bahasa pemrograman berdasarkan input berupa lokasi entri-entri matriks yang hendak dicari. Di bawah ini merupakan contoh entri-entri *pixel* dari matriks citra bitmap yang berukuran 42×24 sesudah dijadikan biner.

huruf/skripsiku/bab1/Matrix Citra Bitmap.jpg



Gambar 2.3: Matrix Citra Bitmap

huruf/skripsiku/bab1/Matrix Citra Biner.jpg



Gambar 2.4: Matrix Citra Biner

2.1.6 Citra Grayscale

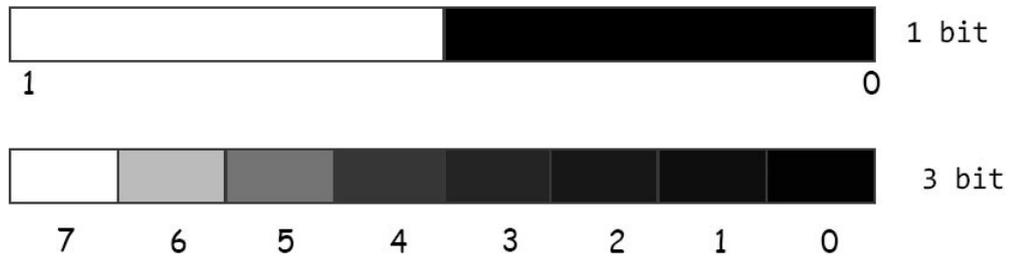
Citra grayscale merupakan citra digital yang hanya memiliki satu nilai kanal pada setiap *pixel*-nya. Nilai tersebut digunakan untuk menunjukkan tingkat intensitas. Warna yang dimiliki adalah warna dari hitam,keabuan dan putih. Tingkat keabuan disini merupakan warna abu dengan berbagai tingkatan dari hitam hingga mendekati putih. Tingkat partisi hitam putih ditentukan dari berapa bit yang dipakai. Semakin banyak bit yang digunakan semakin besar intensitas cahaya yang didapat.

Citra *grayscale* yang memiliki kedalaman warna 1 bit (2 kombinasi warna keabuan *gray level*) nilai *pixel*nya berada pada 0 untuk intensitas warna hitam hingga nilai intensitas maksimalnya 1 mendekati putih. Citra *grayscale* yang memiliki kedalaman warna 3 bit (8 kombinasi warna keabuan) nilai *pixel*nya berada pada 0 untuk intensitas warna hitam hingga nilai intensitas maksimalnya 7 mendekati putih. Citra *grayscale* yang memiliki kedalaman warna 8 bit (256 kombinasi warna keabuan *gray level*) nilai *pixel*nya berada pada 0 untuk intensitas warna hitam hingga nilai intensitas maksimalnya 255 mendekati putih. Bisa juga digunakan bit yang lebih besar seperti diatas 64 bit sehingga kombinasi warna abu-abu yang dihasilkan lebih banyak lagi, akan tetapi tidak terlalu dibutuhkan karena hanya sedikit mata yang sensitif yang dapat membedakan *pixel* abu-abu yang sangat rapat karena warna keabuannya berbeda tetapi sangat mirip sehingga kebanyakan mata manusia pada umumnya tidak perlu membutuhkan partisi warna yang banyak. Berikut ini ilustrasi partisi keabuan dari 1 bit sampai 3 bit.

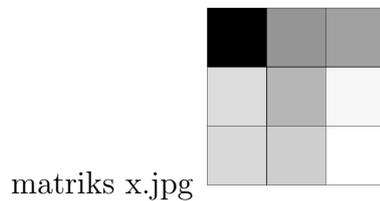
Contoh lainnya seperti ini, misalnya sebuah citra berukuran 3 x 3 *pixel* dengan intensitas 256, maka fungsi $f(x,y)$ berada pada selang $[0,255]$ dan citra direpresentasikan sebagai matrix \mathbf{X} , seperti berikut:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 0 & 149 & 161 \\ 220 & 182 & 246 \\ 217 & 206 & 255 \end{pmatrix}$$

huruf/skripsiku/bab1/Matrix 1 dan 3 bit.jpg



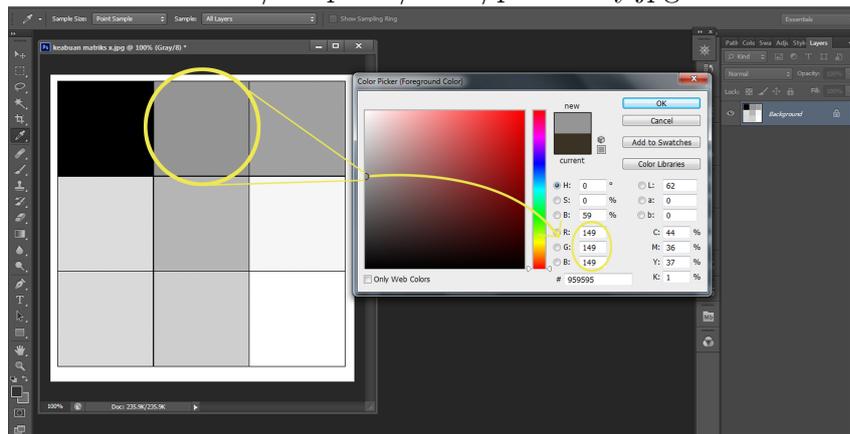
Gambar 2.5: Matrix 1 dan 3 bit



Gambar 2.6: keabuan matriks x

pixel pada koordinat (1,1) mempunyai nilai intensitas 0 yang berarti warna *pixel* tersebut hitam, *pixel* pada (1,2) mempunyai intensitas 149 yang berarti nilai 149 memiliki warna di antara hitam dan putih, dan pada koordinat *pixel* (3,3) warna *pixel* tersebut putih.

huruf/skripsiku/bab1/pick Gray.jpg



Gambar 2.7: pick Gray

2.1.7 Citra Warna

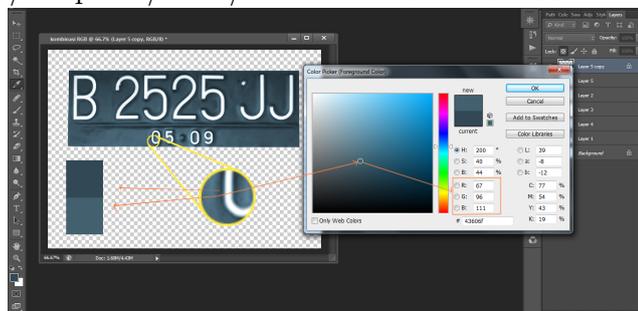
Setiap nuansa warna dapat ditirukan dari ketiga warna primer, yaitu merah, hijau dan biru. Suatu warna dapat dinyatakan sebagai kombinasi dari nilai 3 warna primer tersebut. Dengan kata lain, sebuah fungsi c yang menyatakan warna, merupakan fungsi dengan variabel komponen warna merah (r), hijau (g), dan biru (b), yaitu $c(r, g, b)$.

Definisi dari citra dapat dikembangkan untuk mencakup komponen-komponen ketiga warna primer dalam cahaya, yakni merah, hijau dan biru. Jadi $f(x, y)$ adalah kombinasi dari 3 fungsi citra yang menyatakan intensitas warna merah $r(x, y)$, warna hijau $g(x, y)$ dan warna biru $b(x, y)$ $f(x, y) = c(r(x, y), g(x, y), b(x, y))$ dimana

- $r(x, y)$: fungsi citra monokrom merah-putih dengan r -bit
- $g(x, y)$: fungsi citra monokrom hijau-putih dengan g -bit
- $b(x, y)$: fungsi citra monokrom biru-putih dengan b -bit
- $f(x, y)$: fungsi citra warna dengan $(r + g + b)$ -bit

Dalam prakteknya, komponen $r(x, y)$, $g(x, y)$ dan $b(x, y)$ dapat direkonstruksi dari suatu nilai $f(x, y)$, dengan letak pengalokasian bit yang terpisah. Pada umumnya representasi citra warna $f(x, y)$ menggunakan 24-bit, dengan pengalokasian bit yang terpisah masing-masing citra monokrom merah $r(x, y)$ 8-bit, hijau $g(x, y)$ 8-bit, dan biru $b(x, y)$ 8-bit.

huruf/skripsiku/bab1/kombinasi R=67 G=96 B=111.jpg



Gambar 2.8: kombinasi R=67 G=96 B=111

2.2 Noise (derau)

Noise adalah suatu gangguan yang disebabkan oleh penyimpanan data digital yang diterima oleh alat penerima data gambar yang dapat mengganggu kualitas citra. Noise dapat disebabkan oleh gangguan fisik (optik) pada alat penangkap citra misalnya kotoran debu yang menempel pada lensa foto maupun akibat proses pengolahan yang tidak sesuai.

huruf/skripsiku/bab1/gangguan pixel.jpg

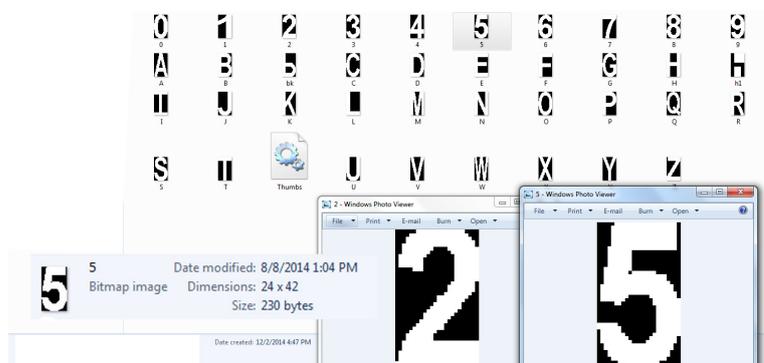


Gambar 2.9: gangguan pixel

2.3 Format BMP

Format gambar atau image paling sederhana adalah BMP (*bitmap*). *Bitmap* adalah format gambar asli di sistem operasi *Windows*. *Bitmap* mendukung gambar dengan 1, 4, 8, 24 dan 32 bit per *pixel*, meskipun file *Bitmap* menggunakan 16 dan 32 bit per pixel hal ini jarang terjadi. *Bitmap* juga mendukung gambar untuk 4 dan 8 bit per *pixel*. Namun, *Bitmap* digunakan hanya dengan blok besar dengan warna identik, sehingga nilai yang sangat terbatas. Kriteria yang paling penting dari citra ini adalah kedalaman warna yaitu berapa banyak bit per *pixel* yang didefinisikan dari sebuah warna.

huruf/skripsiku/bab1/Format bmp.jpg



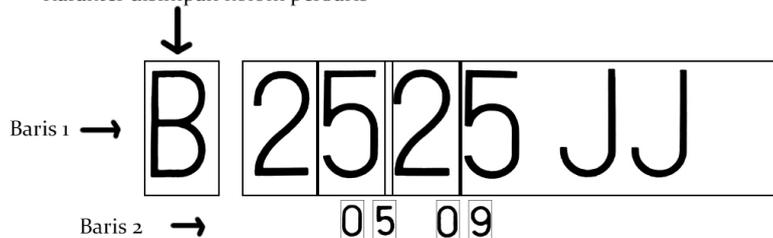
Gambar 2.10: Format bmp

2.4 Segmentasi

Segmentasi sangat penting dalam pembentukan sistem OCR karena berimbas pada karakter-karakter yang akan dikenali. Segmentasi adalah proses mengisolasi sub huruf dari kata, memisahkan sebaris kata menjadi 1 karakter kuruf yang nantinya akan dikenali oleh citra bitmap yang sudah direpresentasikan nilai-nilai matriksnya.

huruf/skripsiku/bab1/Proses segmentasi.jpg

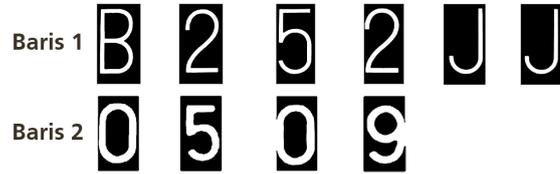
Karakter disimpan kolom perbaris



Gambar 2.11: Proses segmentasi

Proses Segmentasi dimulai dengan memberi masukan sistem berupa citra dokumen asli dengan ekstensi jpg, bmp, atau png. Citra ini kemudian diubah menjadi citra biner yang hanya memiliki nilai 0 (hitam) dan 1 (putih) saja, lalu filtering dimulai pembacaan setiap karakter dengan mendeteksi baris pada dokumen dan diikuti pembacaan kolom pada setiap baris yang didapatkan.

huruf/skripsiku/bab1/hasil segmentasi.jpg



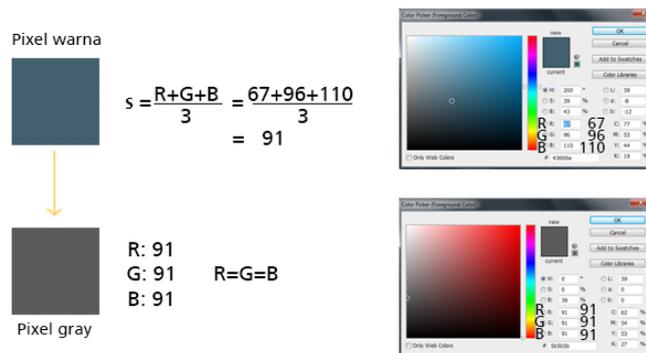
Gambar 2.12: hasil segmentasi

2.5 Mengubah Warna menjadi Grayscale

Pada proses awal *image processing* akan dilakukan perubahan citra berwarna menjadi citra grayscale, hal ini digunakan untuk menyederhanakan model citra. Seperti yang di ketahui, citra warna memiliki layer matriks yaitu RGB. Bila setiap proses perhitungan dilakukan menggunakan tiga layer, berarti dilakukan tiga perhitungan yang sama. Sehingga akan di ubah 3 layer warna menjadi 1 layer grayscale. Dalam citra ini tidak ada lagi warna, yang ada adalah derajat keabuan. Untuk mengubah citra berwarna yang mempunyai entri nilai matriks r , g dan b menjadi citra grayscale dengan nilai s , dapat dilakukan dengan cara mengambil rata-rata dari nilai r , g dan b sehingga dapat dituliskan menjadi seperti ini:

$$s = \frac{(r+g+b)}{3}$$

huruf/skripsiku/bab1/grayscaleing.jpg



Gambar 2.13: grayscaleing

2.6 Normalisasi

Hasil dari segmentasi yang sudah diisolasi per huruf karakter akan dilanjutkan ke proses ekstraksi. Proses segmentasi menghasilkan representasi karakter huruf pada matriks $m \times n$ matriks. Matriks-matriks ini akan dinormalisasi dengan mengurangi ukuran dan menghilangkan informasi yang mengganggu tanpa menghilangkan informasi yang penting dari karakteristik huruf.

$$I'(x, y) = \begin{cases} \Phi d + \chi, & \text{jika } I(x, y) > \Phi \\ \Phi d - \chi, & \text{jika } I(x, y) < \Phi \end{cases}$$

dengan

$$\chi = \sqrt{\frac{\rho d (I(x, y) - \Phi)^2}{\rho}}$$

dimana:

I' adalah citra hasil

I adalah citra asal

ρ dan Φ adalah nilai rata-rata dan nilai varian dari citra asal

Φd dan ρd adalah rata-rata dan varian hasil yang diinginkan

2.7 Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Definisi 2.7.1. Misalkan \mathbf{X} matriks berukuran $n \times n$ dan \mathbf{e} vektor tak nol berukuran $n \times 1$. Skalar dari matriks \mathbf{X} yang dinotasikan oleh λ disebut *nilai eigen* apabila memenuhi Persamaan $\mathbf{X}\mathbf{e} = \lambda\mathbf{e}$. Vektor \mathbf{e} disebut *vektor eigen*.

Vektor eigen yang memenuhi Persamaan $\mathbf{X}\mathbf{e} = \lambda\mathbf{e}$ dinamakan vektor eigen yang bersesuaian dengan nilai eigen λ yang telah diperoleh. Nilai eigen diperoleh dengan cara menyelesaikan Persamaan

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & \cdots & x_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix} \\
& \begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & \cdots & x_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \\
& \left(\begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & \cdots & x_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

atau

$$\begin{aligned}
\mathbf{X}\mathbf{e} &= \lambda\mathbf{e} \\
\mathbf{X}\mathbf{e} - \lambda\mathbf{e} &= \mathbf{0} \\
(\mathbf{X} - \lambda\mathbf{I})\mathbf{e} &= \mathbf{0} \tag{2.1}
\end{aligned}$$

Persamaan (2.1) mempunyai solusi yang bukan merupakan vektor nol jika dan hanya jika determinan $\mathbf{X} - \lambda\mathbf{I}$ sama dengan nol ($|\mathbf{X} - \lambda\mathbf{I}| = 0$). Artinya untuk memperoleh solusi tidak nol, harus dicari nilai eigen λ sedemikian sehingga $|\mathbf{X} - \lambda\mathbf{I}| = 0$. Untuk menentukan vektor eigen yang bersesuaian dengan suatu nilai eigen, maka nilai eigen yang telah diperoleh disubstitusikan ke Persamaan (2.1). Misal λ merupakan nilai eigen dari \mathbf{X} , dan vektor \mathbf{e} merupakan vektor eigen dari \mathbf{X} . Maka himpunan vektor eigen $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_n\}$ yang bersesuaian dengan nilai eigen $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$ akan membentuk ruang vektor yang dinamakan *ruang eigen* dari \mathbf{X} .

Definisi 2.7.2. Misal e_1, e_2, \dots, e_n adalah kumpulan dari n vektor, maka e_1, e_2, \dots, e_n dikatakan saling bebas linier (*linearly independent*) jika memenuhi kondisi berikut

$$c_1e_1 + c_2e_2 + \cdots + c_n e_n = 0 \tag{2.2}$$

dipenuhi hanya apabila c_i seluruhnya bernilai nol ($i = 1, 2, \dots, n$). Jika kondisi tersebut tidak terpenuhi, maka vektor e_1, e_2, \dots, e_n dikatakan tidak bebas linier (*linearly dependent*) atau bergantung linier.

Definisi tersebut menunjukkan bahwa jika satu atau lebih vektor dapat ditulis sebagai kombinasi linier dari himpunan vektor lain, maka himpunan vektor tersebut bergantung linier.

Teorema 2.7.1. Misalkan $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_n$ merupakan vektor eigen dari matriks \mathbf{X} yang berkorespondensi dengan nilai eigen yang tak berulang $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$, maka $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_n\}$ bebas linier.

Bukti. Misalkan $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_n$ merupakan vektor eigen dari \mathbf{X} yang berkorespondensi dengan nilai eigen yang tak berulang $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$. Dengan menggunakan kontradiksi, asumsikan $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_n\}$ bergantung linier.

Karena vektor eigen tak nol, maka $\{\mathbf{e}_1\}$ bebas linier. Misalkan r merupakan bilangan bulat terbesar sedemikian sehingga $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_r\}$ bebas linier. Karena diasumsikan $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_n\}$ bergantung linier, maka r akan memenuhi $1 \leq r < n$. Lebih lanjut $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_{r+1}\}$ akan bergantung linier. Jadi terdapat skalar c_1, c_2, \dots, c_{r+1} yang tidak semua sama dengan nol, sedemikian sehingga

$$c_1\mathbf{e}_1 + c_2\mathbf{e}_2 + \dots + c_{r+1}\mathbf{e}_{r+1} = 0. \quad (2.3)$$

Kalikan masing-masing ruas Persamaan (2.3) dengan \mathbf{X} sebagai berikut

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(c_1\mathbf{e}_1 + c_2\mathbf{e}_2 + \dots + c_{r+1}\mathbf{e}_{r+1}) &= 0. \\ c_1\mathbf{X}\mathbf{e}_1 + c_2\mathbf{X}\mathbf{e}_2 + \dots + c_{r+1}\mathbf{X}\mathbf{e}_{r+1} &= 0. \end{aligned}$$

Selanjutnya gunakan

$$\mathbf{X}\mathbf{e}_1 = \lambda_1\mathbf{e}_1, \mathbf{X}\mathbf{e}_2 = \lambda_2\mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{X}\mathbf{e}_{r+1} = \lambda_{r+1}\mathbf{e}_{r+1},$$

dan akan didapatkan

$$c_1\lambda_1\mathbf{e}_1 + c_2\lambda_2\mathbf{e}_2 + \dots + c_{r+1}\lambda_{r+1}\mathbf{e}_{r+1} = 0. \quad (2.4)$$

Kalikan kedua ruas Persamaan (2.3) dengan λ_{r+1} menjadi

$$c_1\lambda_{r+1}\mathbf{e}_1 + c_2\lambda_{r+1}\mathbf{e}_2 + \dots + c_{r+1}\lambda_{r+1}\mathbf{e}_{r+1} = 0.$$

kurangi hasilnya dengan Persamaan (2.4) maka didapatkan

$$c_1(\lambda_1 - \lambda_{r+1})\mathbf{e}_1 + c_2(\lambda_2 - \lambda_{r+1})\mathbf{e}_2 + \dots + c_r(\lambda_r - \lambda_{r+1})\mathbf{e}_r = 0.$$

Karena $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_r\}$ himpunan bebas linier, maka mengakibatkan

$$c_1(\lambda_1 - \lambda_{r+1}) = c_2(\lambda_2 - \lambda_{r+1}) = \dots = c_r(\lambda_r - \lambda_{r+1}) = 0.$$

Selanjutnya karena $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ tak berulang, maka $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$ juga tak berulang, sehingga diperoleh

$$c_1 = c_2 = \dots = c_r = 0. \quad (2.5)$$

Substitusi Persamaan (2.5) ke Persamaan (2.3) didapatkan

$$c_{r+1}\mathbf{e}_{r+1} = 0.$$

Karena vektor eigen dari \mathbf{e}_{r+1} tak nol, maka

$$c_{r+1} = 0. \quad (2.6)$$

Persamaan (2.5) dan (2.6) kontradiksi dengan fakta bahwa c_1, c_2, \dots, c_{r+1} tidak semua sama dengan nol. Sehingga terbukti bahwa $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_n\}$ bebas linier.

□

Definisi 2.7.3. Matriks \mathbf{X} berukuran $n \times n$ dikatakan matriks ortogonal jika memenuhi $\mathbf{X}^T\mathbf{X} = \mathbf{X}\mathbf{X}^T = \mathbf{I}$.

Akibat dari Definisi 2.7.3, suatu matriks \mathbf{X} dikatakan matriks ortogonal jika memenuhi kondisi $\mathbf{X}^{-1} = \mathbf{X}^T$. Matriks yang tidak memenuhi kondisi $\mathbf{X}^T \mathbf{X} = \mathbf{X} \mathbf{X}^T = \mathbf{I}$, maka matriks \mathbf{X} disebut matriks singular.

Definisi 2.7.4. Suatu matriks \mathbf{X} dikatakan dapat didiagonalisasi jika terdapat matriks \mathbf{E} sehingga $\mathbf{E}^{-1} \mathbf{X} \mathbf{E} = \mathbf{D}$, dimana \mathbf{D} merupakan matriks diagonal.

Matriks \mathbf{E} merupakan matriks $n \times n$ dengan elemen kolomnya merupakan vektor-vektor eigen dari matriks \mathbf{X} , sedangkan \mathbf{D} merupakan matriks diagonal yang elemen diagonalnya merupakan nilai eigen dari \mathbf{X} .

Definisi 2.7.5. Suatu matriks \mathbf{X} dapat didiagonalkan secara ortogonal jika \mathbf{X} mempunyai matriks pendagonal \mathbf{E} yang bersifat ortogonal.

Misalkan matriks \mathbf{X} dapat didiagonalisasi dengan matriks pendagonal \mathbf{E} , maka dapat diperoleh hubungan

$$\begin{aligned}\mathbf{E}^{-1} \mathbf{X} \mathbf{E} &= \mathbf{D} \\ \mathbf{E} \mathbf{E}^{-1} \mathbf{X} \mathbf{E} \mathbf{E}^{-1} &= \mathbf{E} \mathbf{D} \mathbf{E}^{-1} \\ \mathbf{X} &= \mathbf{E} \mathbf{D} \mathbf{E}^{-1}\end{aligned}$$

Matriks \mathbf{X} dapat didiagonalisasi secara ortogonal dengan matriks pendagonal \mathbf{E} yang ortogonal, maka mengakibatkan

$$\mathbf{X} = \mathbf{E} \mathbf{D} \mathbf{E}^T \tag{2.7}$$

dengan mentranspose Persamaan (2.7), maka akan diperoleh

$$\begin{aligned}\mathbf{X}^T &= (\mathbf{E} \mathbf{D} \mathbf{E}^T)^T \\ \mathbf{X}^T &= \mathbf{E} \mathbf{D} \mathbf{E}^T\end{aligned} \tag{2.8}$$

Dari Persamaan (2.7) dan (2.8) didapatkan bahwa matriks \mathbf{X} dapat didiagonalisasi secara ortogonal, jika matriks \mathbf{X} memenuhi sifat $\mathbf{X} = \mathbf{X}^T$ (matriks simetri), dengan matriks pendagonal \mathbf{E} yang ortogonal.

Contoh 2.7.1. Misal diberikan matriks \mathbf{X} berukuran 4×4 sebagai berikut:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 6 & 9 & 5 & 0 \\ 9 & 17 & 9 & 0 \\ 5 & 9 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

dengan menggunakan Persamaan (2.1) dapat diperoleh matriks $(\mathbf{X} - \lambda\mathbf{I})$

$$\mathbf{X}\mathbf{e} = \lambda\mathbf{e}$$

$$\mathbf{X}\mathbf{e} - \lambda\mathbf{e} = \mathbf{0}$$

$$(\mathbf{X} - \lambda\mathbf{I})\mathbf{e} = \mathbf{0}$$

$$\left(\begin{bmatrix} 6 & 9 & 5 & 0 \\ 9 & 17 & 9 & 0 \\ 5 & 9 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 - \lambda & 9 & 5 & 0 \\ 9 & 17 - \lambda & 9 & 0 \\ 5 & 9 & 6 - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Nilai eigen λ dari matriks \mathbf{X} dapat diperoleh dengan mencari solusi dari $\det(\mathbf{X} - \lambda\mathbf{I}) = 0$.

$$\det(\mathbf{X} - \lambda\mathbf{I}) = 0$$

$$\begin{vmatrix} 6 - \lambda & 9 & 5 & 0 \\ 9 & 17 - \lambda & 9 & 0 \\ 5 & 9 & 6 - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned}
& -0 + 0 - 0 + (3 - \lambda) \begin{vmatrix} 6 - \lambda & 9 & 5 \\ 9 & 17 - \lambda & 9 \\ 5 & 9 & 6 - \lambda \end{vmatrix} = 0 \\
(3 - \lambda) [(6 - \lambda)(6 - \lambda)(17 - \lambda) + 810] - (25(17 - \lambda) + (81(6 - \lambda) + 81(6 - \lambda))) &= 0 \\
(3 - \lambda)[(1422 - 240\lambda + 29\lambda^2 - \lambda^3) - (1397 - 187\lambda)] &= 0 \\
(3 - \lambda)(-\lambda^3 + 29\lambda^2 - 53\lambda + 25) &= 0 \\
-3\lambda^3 + 87\lambda^2 - 159\lambda + 75 + \lambda^4 - 29\lambda^3 + 53\lambda^2 - 25\lambda &= 0 \\
\lambda^4 - 32\lambda^3 + 140\lambda^2 - 184\lambda + 75 &= 0
\end{aligned}$$

solusi dari akar-akar Persamaan $\lambda^4 - 32\lambda^3 - 140\lambda^2 + 184\lambda + 75 = 0$ merupakan nilai eigen dari matriks \mathbf{X} , yaitu

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= 3 \\
\lambda_2 &= 0.9233 \\
\lambda_3 &= 1 \\
\lambda_4 &= 27.0767
\end{aligned}$$

Vektor eigen dari matriks \mathbf{X} dapat diperoleh dari solusi Persamaan (2.1) dengan mencari vektor yang bersesuaian dengan nilai eigen.

$$(\mathbf{X} - \lambda\mathbf{I})\mathbf{e} = \mathbf{0}$$

$$\begin{bmatrix} 6 - \lambda & 9 & 5 & 0 \\ 9 & -\lambda & 9 & 0 \\ 5 & 9 & 6 - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

untuk nilai eigen $\lambda_1 = 3$, maka Persamaan (2.1) menjadi

$$\begin{bmatrix} 3 & 9 & 5 & 0 \\ 9 & 14 & 9 & 0 \\ 5 & 9 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

dengan operasi baris elementer terhadap matriks $(\mathbf{X} - \lambda\mathbf{I})$

$$\begin{bmatrix} 3 & 9 & 5 & 0 \\ 9 & 14 & 9 & 0 \\ 5 & 9 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 3 & 9 & 5 & 0 \\ 6 & 5 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \approx$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 & 0 \\ 6 & 5 & 4 & 0 \\ 3 & 9 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 5 & 10 & 0 \\ 0 & 9 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \approx$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 5 & 10 & 0 \\ 0 & 9 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 9 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \approx$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \approx$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

maka diperoleh

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

maka solusi dari persamaan (2.1) untuk nilai eigen $\lambda_1 = 3$ adalah

$$e_1 = 0, \quad e_2 = 0, \quad e_3 = 0, \quad e_4 = \alpha \quad ; \text{dimana } \alpha \text{ adalah konstanta}$$

sehingga vektor eigen \mathbf{e}_1

$$\mathbf{e}_1 = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \alpha \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

dengan cara yang serupa, dapat diperoleh vektor eigen yang bersesuaian dengan λ_2 , λ_3 , dan λ_4 . Sehingga vektor-vektor eigen dari matriks \mathbf{X} adalah

$$\mathbf{e}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{e}_2 = \begin{bmatrix} -0.5544 \\ 0.6207 \\ -0.5544 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{e}_3 = \begin{bmatrix} -0.7071 \\ 0 \\ 0.7071 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{e}_4 = \begin{bmatrix} 0.4389 \\ 0.784 \\ 0.4389 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2.8 Matriks Kovariansi dan Matriks Korelasi

2.8.1 Matriks Kovariansi

Andaikan X adalah matriks data berukuran $m \times n$, sebagai berikut

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mn} \end{bmatrix}$$

dan $\bar{\mathbf{x}}$ adalah matriks rata-rata dari vektor baris matriks data \mathbf{X}

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{x}} &= \frac{1}{n} \begin{bmatrix} x_{11} + x_{12} + \cdots + x_{1n} \\ x_{21} + x_{22} + \cdots + x_{2n} \\ \vdots \\ x_{m1} + x_{m2} + \cdots + x_{mn} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{x_{11} + x_{12} + \cdots + x_{1n}}{n} \\ \frac{x_{21} + x_{22} + \cdots + x_{2n}}{n} \\ \vdots \\ \frac{x_{m1} + x_{m2} + \cdots + x_{mn}}{n} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \vdots \\ \bar{x}_m \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{2.9}$$

Selanjutnya, didefinisikan matriks μ adalah matriks berukuran $m \times n$ dengan elemennya adalah matriks $\bar{\mathbf{x}}$ sebagai berikut

$$\begin{aligned}
\mu &= \begin{bmatrix} \bar{x} & \bar{x} & \cdots & \bar{x} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \bar{x}_1 & \bar{x}_1 & \cdots & \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 & \bar{x}_2 & \cdots & \bar{x}_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{x}_m & \bar{x}_m & \cdots & \bar{x}_m \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.10}$$

Kurangi matriks \mathbf{X} dengan Persamaan matriks (2.10) yang menghasilkan matriks \mathbf{Q} berukuran $m \times n$ sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\mathbf{Q} &= \mathbf{X} - \mu \\
&= \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mn} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{x}_1 & \bar{x}_1 & \cdots & \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 & \bar{x}_2 & \cdots & \bar{x}_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{x}_m & \bar{x}_m & \cdots & \bar{x}_m \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} x_{11} - \bar{x}_1 & x_{12} - \bar{x}_1 & \cdots & x_{1n} - \bar{x}_1 \\ x_{21} - \bar{x}_2 & x_{22} - \bar{x}_2 & \cdots & x_{2n} - \bar{x}_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} - \bar{x}_m & x_{m2} - \bar{x}_m & \cdots & x_{mn} - \bar{x}_m \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.11}$$

Matriks kovarian Σ dapat diperoleh dengan menggunakan Persamaan (2.27) sebagai berikut

$$\begin{aligned}
\Sigma &= \frac{1}{n-1} \mathbf{Q}\mathbf{Q}^T \\
&= \frac{1}{n-1} \begin{bmatrix} x_{11} - \bar{x}_1 & x_{12} - \bar{x}_1 & \cdots & x_{1n} - \bar{x}_1 \\ x_{21} - \bar{x}_2 & x_{22} - \bar{x}_2 & \cdots & x_{2n} - \bar{x}_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} - \bar{x}_m & x_{m2} - \bar{x}_m & \cdots & x_{mn} - \bar{x}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11} - \bar{x}_1 & x_{12} - \bar{x}_1 & \cdots & x_{1n} - \bar{x}_1 \\ x_{21} - \bar{x}_2 & x_{22} - \bar{x}_2 & \cdots & x_{2n} - \bar{x}_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} - \bar{x}_m & x_{m2} - \bar{x}_m & \cdots & x_{mn} - \bar{x}_m \end{bmatrix}^T \\
\Sigma &= \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \cdots & s_{1m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{1m} & s_{2m} & \cdots & s_{mm} \end{bmatrix} \tag{2.12}
\end{aligned}$$

dengan

$$s_{ik} = \frac{1}{n-1} \sum_{r=1}^n (x_{ir} - \bar{x}_i)(x_{kr} - \bar{x}_k)$$

Contoh 2.8.1. Misal diberikan \mathbf{X} sebuah matriks berukuran 6×6 sebagai berikut:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 8 & 12 & 4 & 7 & 8 & 16 \\ 12 & 3 & 14 & 6 & 6 & 15 \\ 9 & 11 & 14 & 6 & 6 & 10 \\ 7 & 5 & 6 & 10 & 2 & 9 \\ 9 & 7 & 2 & 16 & 2 & 3 \\ 2 & 14 & 7 & 6 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

dan $\bar{\mathbf{x}}$ adalah matriks rata-rata dari vektor baris matriks data \mathbf{X}

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{x}} &= \frac{1}{n} \begin{bmatrix} x_{11} + x_{12} + \dots + x_{16} \\ x_{21} + x_{22} + \dots + x_{26} \\ \vdots \\ x_{61} + x_{62} + \dots + x_{66} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 8 + 12 + 4 + 7 + 8 + 16 \\ 12 + 3 + 14 + 6 + 6 + 15 \\ 9 + 11 + 10 + 4 + 14 + 10 \\ 7 + 5 + 6 + 10 + 2 + 9 \\ 9 + 7 + 2 + 16 + 2 + 3 \\ 2 + 14 + 7 + 6 + 2 + 5 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 9.17 \\ 9.33 \\ 9.67 \\ 6.5 \\ 6.5 \\ 6 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Selanjutnya, didefinisikan matriks μ adalah matriks berukuran 6×6 dengan elemennya adalah matriks $\bar{\mathbf{x}}$ sebagai berikut

$$\begin{aligned}\mu &= \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}} & \bar{\mathbf{x}} & \dots & \bar{\mathbf{x}} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 9.17 & 9.17 & 9.17 & 9.17 & 9.17 & 9.17 \\ 9.33 & 9.33 & 9.33 & 9.33 & 9.33 & 9.33 \\ 9.67 & 9.67 & 9.67 & 9.67 & 9.67 & 9.67 \\ 6.5 & 6.5 & 6.5 & 6.5 & 6.5 & 6.5 \\ 6.5 & 6.5 & 6.5 & 6.5 & 6.5 & 6.5 \\ 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Matriks kovarian Σ dapat diperoleh dengan menggunakan Persamaan (2.27)

sebagai berikut

$$\begin{aligned}
 \Sigma &= \frac{1}{n-1}(\mathbf{X} - \mu)(\mathbf{X} - \mu)^T \\
 &= \frac{1}{6-1} \begin{bmatrix} -1.2 & 2.83 & -5.2 & -2.2 & -1.2 & 6.83 \\ 2.67 & -6.3 & 4.67 & -3.3 & -3.3 & 5.83 \\ -0.7 & 1.33 & 0.33 & -5.7 & 4.33 & 0.33 \\ -0.5 & -1.5 & -0.5 & 3.5 & -4.5 & 2.5 \\ 2.5 & 0.5 & -4.5 & 9.5 & -4.5 & -3.5 \\ -4 & 8 & 1 & 0 & -4 & -1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} -1.2 & 2.67 & -0.7 & -0.5 & 2.5 & -4 \\ 2.83 & -6.3 & 1.33 & -1.5 & 0.5 & 8 \\ -5.2 & 4.67 & 0.33 & -0.5 & -4.5 & 1 \\ -2.2 & -3.3 & -5.7 & 3.5 & 9.5 & 0 \\ -1.2 & -3.3 & 4.33 & -4.5 & -4.5 & -4 \\ 6.83 & 5.83 & 0.33 & 2.5 & -3.5 & -1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 17.8 & 0.93 & 2.47 & 2.5 & -3.5 & 4 \\ 0.93 & 24.7 & -0.5 & 5.2 & -11 & -9.8 \\ 2.47 & -0.5 & 10.7 & -8.2 & -15 & -0.8 \\ 2.5 & 5.2 & -8.2 & 8.3 & 9.5 & 0.2 \\ -3.5 & -11 & -15 & 9.5 & 29.9 & 2.2 \\ 4 & -9.8 & -0.8 & 0.2 & 2.2 & 19.6 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

2.8.2 Matriks Korelasi

Matriks korelasi adalah matriks yang setiap elemennya merupakan nilai korelasi. Matriks korelasi umumnya dilambangkan dengan ρ , dan dapat diperoleh dengan cara :

1. Menghitung Matriks kovariansi Σ dari Persamaan (2.27).
2. Menghitung matriks baku yang isinya adalah simpangan baku. Dengan asumsi, jika $i \neq k$ dihasilkan $cov(i, k) = 0$, sehingga dapat ditulis ke

dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \sqrt{s_{11}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{s_{22}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sqrt{s_{mm}} \end{bmatrix}$$

3. Menghitung invers dari matriks deviasi dengan cara \mathbf{A}^{-1}

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{s_{11}}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{s_{22}}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{\sqrt{s_{mm}}} \end{bmatrix}$$

matriks korelasi ρ dapat diperoleh dengan menggunakan Persamaan (2.30) sebagai berikut

$$\begin{aligned} \rho &= \mathbf{A}^{-1} \Sigma \mathbf{A}^{-1} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{s_{11}}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{s_{22}}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{\sqrt{s_{mm}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \cdots & s_{1m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{1m} & s_{2m} & \cdots & s_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{s_{11}}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{s_{22}}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{\sqrt{s_{mm}}} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{s_{11}}{\sqrt{s_{11}}\sqrt{s_{11}}} & \frac{s_{12}}{\sqrt{s_{11}}\sqrt{s_{22}}} & \cdots & \frac{s_{1m}}{\sqrt{s_{11}}\sqrt{s_{mm}}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{s_{1m}}{\sqrt{s_{11}}\sqrt{s_{mm}}} & \frac{s_{2m}}{\sqrt{s_{22}}\sqrt{s_{mm}}} & \cdots & \frac{s_{mm}}{\sqrt{s_{mm}}\sqrt{s_{mm}}} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \cdots & r_{1m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{1m} & r_{2m} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{2.13}$$

dengan:

$$r_{ik} = \frac{1}{n-1} \sum_{r=1}^n \left(\frac{x_{ir} - \bar{x}_i}{\sqrt{s_{ii}}} \right) \left(\frac{x_{kr} - \bar{x}_k}{\sqrt{s_{kk}}} \right)$$

Untuk $i = k$ menghasilkan $r = 1$

$$r_{11} = \frac{1}{n-1} \sum_{r=1}^n \left(\frac{x_{1r} - \bar{x}_1}{\sqrt{s_{11}}} \right) \left(\frac{x_{1r} - \bar{x}_1}{\sqrt{s_{11}}} \right) = \frac{s_{11}}{\sqrt{s_{11}}\sqrt{s_{11}}} = 1$$

$$r_{mm} = \frac{1}{n-1} \sum_{r=1}^n \left(\frac{x_{mr} - \bar{x}_m}{\sqrt{s_{mm}}} \right) \left(\frac{x_{mr} - \bar{x}_m}{\sqrt{s_{mm}}} \right) = \frac{s_{mm}}{\sqrt{s_{mm}}\sqrt{s_{mm}}} = 1$$

Setelah didapat Σ selanjutnya akan dihitung matriks baku yang isinya adalah simpangan baku. Dengan asumsi, jika $i \neq k$ dihasilkan $cov(i, k) = 0$, sehingga dapat ditulis ke dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \sqrt{s_{11}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{s_{22}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{s_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{s_{44}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{s_{55}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{s_{66}} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \sqrt{17.8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{24.7} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{10.7} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{8.3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{29.9} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{19.6} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4.22 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4.97 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3.27 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.88 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5.47 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4.43 \end{bmatrix}$$

Menghitung invers dari matriks deviasi dengan cara \mathbf{A}^{-1}

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}^{-1} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{s_{11}}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{s_{22}}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{s_{33}}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{s_{44}}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{s_{55}}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{s_{66}}} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \frac{1}{4.22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4.97} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3.27} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2.88} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5.47} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4.43} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0.24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.31 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.35 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.18 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.23 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

selanjutnya cari matriks korelasi ρ dengan menggunakan Persamaan

$$\begin{aligned}
 \rho &= \mathbf{A}^{-1}\Sigma\mathbf{A}^{-1} \\
 \mathbf{A}^{-1}\Sigma &= \begin{bmatrix} 0.24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.31 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.35 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.18 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.23 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 17.8 & 0.93 & 2.47 & 2.5 & -3.5 & 4 \\ 0.93 & 24.7 & -0.5 & 5.2 & -11 & -9.8 \\ 2.47 & -0.5 & 10.7 & -8.2 & -15 & -0.8 \\ 2.5 & 5.2 & -8.2 & 8.3 & 9.5 & 0.2 \\ -3.5 & -11 & -15 & 9.5 & 29.9 & 2.2 \\ 4 & -9.8 & -0.8 & 0.2 & 2.2 & 19.6 \end{bmatrix} \\
 & \hspace{25em} (2.14)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\rho &= \mathbf{A}^{-1}\Sigma \begin{bmatrix} 0.24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.31 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.35 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.18 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.23 \end{bmatrix} \\
\rho &= \begin{bmatrix} 1 & 0.04 & 0.18 & 0.21 & -0.2 & 0.21 \\ 0.04 & 1 & -0 & 0.36 & -0.4 & -0.4 \\ 0.18 & -0 & 1 & -0.9 & -0.9 & -0.1 \\ 0.21 & 0.36 & -0.9 & 1 & 0.6 & 0.02 \\ -0.2 & -0.40 & -0.9 & 0.6 & 1 & 0.09 \\ 0.21 & -0.40 & -0.1 & 0.02 & 0.09 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.15}
\end{aligned}$$

2.9 Algoritma Template Matching

2.9.1 Pengertian Template Matching

Template matching adalah sebuah teknik dalam pengolahan citra digital yang berfungsi untuk mencocokkan tiap-tiap bagian dari satu citra dengan citra yang menjadi *template* (acuan). Citra yang ingin dikenali akan dibandingkan dengan citra *template* yang ada di dalam basis data, kemudian dicari kesamaannya dengan menggunakan suatu aturan tertentu. Pencocokan citra yang menghasilkan tingkat kemiripan/kesamaan yang tinggi menentukan suatu citra tersebut dikenali sebagai salah satu citra *template*.

Kelebihan *template matching* adalah algoritma ini mudah untuk dituliskan ke dalam bahasa program dan mudah untuk menyediakan data referensinya. Komputasi tidak terlalu besar karena data yang digunakan berupa matriks. Namun, membutuhkan data referensi atau basis data yang banyak untuk mendapatkan hasil yang optimal. Basis data bisa berupa citra ataupun citra yang telah dijadikan matriks. Semakin banyak jenis huruf yang ingin di deteksi, maka semakin banyak data referensi yang harus disiapkan.

Matriks korelasi X dan Y peubah acak X_1, \dots, X_n dan Y_1, \dots, Y_n

adalah mn matrik adalah $corr(X, Y)$. Jika ukuran korelasi yang digunakan adalah koefisien momen-produk, matriks korelasi akan sama dengan matriks kovarians peubah acak yang telah distandarkan $X_i/SD(X_i)$ untuk $i = 1, \dots, n$. Sehingga, matriks korelasi merupakan matriks definit tak-negatif.

Matriks korelasi selalu simetris, yakni korelasi antara X dan Y adalah sama dengan korelasi antara X and Y.

Definisi 2.9.1. Seperti biasa Titik awal adalah percobaan acak dengan probabilitas P pada ruang sampel. Lalu asumsikan bahwa semua nilai yang diharapkan dalam bagian ini ada. Misalkan sekarang X dan Y adalah variabel random bernilai real untuk percobaan dengan rata-rata $E(X), E(Y)$ dan Varians $Var(X), Var(Y)$. masing-masing sebagai berikut.

Kovarian dari (X,Y) di definisikan sebagai berikut.

$$cov(X, Y) = E([X - E(X)][Y - E(Y)])$$

dan asumsikan varian positif, korelasi(X,Y) didefinisikan seperti ini:

$$corr(X, Y) = \frac{cov(X, Y)}{\sigma_x \sigma_y}$$

dimana

$$\sigma_x^2 = var(X) = E[(X - E(X))^2] = E[(X - E(X)).E(X - E(X))]$$

$$\sigma_y^2 = var(Y) = E[(Y - E(Y))^2] = E[(Y - E(Y)).E(Y - E(Y))]$$

$$cov(X, X) = var(X)$$

$$cov(Y, Y) = var(Y)$$

anggap $\mu_x = E(X)$ serta $\mu_y = E(Y)$ maka

$$cov(X, X) = E[(X - E(X))^2] = E[(X - \mu_x)^2] = var(X)$$

$$cov(Y, Y) = E[(Y - E(Y))^2] = E[(Y - \mu_y)^2] = var(Y)$$

dan

$$\sigma_x = \sqrt{E[(X - \mu_x)^2]}$$

$$\sigma_y = \sqrt{E[(Y - \mu_y)^2]}$$

maka dapat di tulis

$$\text{corr}(X, Y) = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{E([X - \mu_x][Y - \mu_y])}{\sqrt{E[(X - \mu_x)^2]} \cdot \sqrt{E[(Y - \mu_y)^2]}}$$

Andaikan X dan Y adalah matriks data berukuran $m \times n$, random variabel, dan setiap variannya berhingga, maka $\text{cov}(X, Y)$ adalah matriks dimana (m, n) adalah entri dari kovarian..

$$\text{cov}(X, Y) = E([X_{mn} - \mu_{xm}][Y_{mn} - \mu_{ym}])$$

$$\mu_{im} = E(X)\mu_{im} = E(Y)$$

$$\text{cov}(X, Y) =$$

$$\begin{bmatrix} E([X_{1r} - \mu_{x1}][Y_{1r} - \mu_{y1}]) & E([X_{1r} - \mu_{x1}][Y_{2r} - \mu_{y2}]) & \cdots & E([X_{1r} - \mu_{x1}][Y_{mr} - \mu_{ym}]) \\ E([X_{2r} - \mu_{x2}][Y_{1r} - \mu_{y1}]) & E([X_{2r} - \mu_{x2}][Y_{2r} - \mu_{y2}]) & \cdots & E([X_{2r} - \mu_{x2}][Y_{mr} - \mu_{ym}]) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E([X_{mr} - \mu_{xm}][Y_{1r} - \mu_{y1}]) & E([X_{mr} - \mu_{xm}][Y_{2r} - \mu_{y2}]) & \cdots & E([X_{mr} - \mu_{xm}][Y_{mr} - \mu_{ym}]) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{cov}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \cdots & s_{1m} \\ s_{21} & s_{22} & \cdots & s_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{n1} & s_{n2} & \cdots & s_{nm} \end{bmatrix}$$

$$s_{ik} = E[(x_{ir} - \mu_{xi})(x_{kr} - \mu_{yk})]$$

menghitung matriks simpangan baku σ_x yang isinya adalah simpangan baku. Dengan asumsi , jika $i \neq k$ dihasilkan $\text{cov}(i, k) = 0$ sehingga dapat ditulis kedalam matriks sebagai berikut:

$$\sigma_x = \sqrt{\text{cov}(X, X)} = \sqrt{E[(X - \mu_x)^2]}$$

$$\mu_i = E(X)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \sqrt{t_{11}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{t_{22}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sqrt{t_{mm}} \end{bmatrix}$$

lalu di hitung invers dari matriks diagonal deviasi $cov(X, X)$ dengan cara A^{-1}

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{t_{11}}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{t_{22}}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{\sqrt{t_{mm}}} \end{bmatrix}$$

$$= (diag(\sqrt{cov(X, X)}))^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{E([X_{1r}-\mu_{x1}][X_{1r}-\mu_{x1}]})} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{E([X_{2r}-\mu_{x2}][X_{2r}-\mu_{x2}]})} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{\sqrt{E([X_{mr}-\mu_{xm}][X_{mr}-\mu_{xm}]})} \end{bmatrix}$$

Selanjutnya menghitung matriks simpangan baku σY yang isinya adalah simpangan baku. Dengan asumsi , jika $i \neq k$ dihasilkan $cov(i, k) = 0$ sehingga dapat ditulis kedalam matriks sebagai berikut:

$$\sigma_y = \sqrt{cov(Y, Y)} = \sqrt{E[(Y - \mu_y)^2]}$$

$$\mu_i = E(Y)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \sqrt{u_{11}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{u_{22}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sqrt{u_{mm}} \end{bmatrix}$$

lalu dihitung invers dari matriks diagonal deviasi $cov(Y, Y)$ dengan cara B^{-1}

$$\mathbf{B}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{u_{11}}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{u_{22}}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{\sqrt{u_{mm}}} \end{bmatrix}$$

$$= (diag(\sqrt{cov(Y, Y)}))^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{E([Y_{1r}-\mu_{y1}][Y_{1r}-\mu_{y1}])}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{E([Y_{2r}-\mu_{y2}][Y_{2r}-\mu_{y2}])}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{\sqrt{E([Y_{mr}-\mu_{ym}][Y_{mr}-\mu_{ym}])}} \end{bmatrix}$$

matriks korelasi $corr(X, Y)$ dapat diperoleh dengan menggunakan diagonal invers dari $cov(X, X)$ dan $cov(Y, Y)$ sebagai berikut

$$Corr(X, Y) = \frac{Cov(X, Y)}{(diag(\sigma X))(diag(\sigma Y))}$$

$$Corr(X, Y) = (diag\sqrt{(cov(X, X))})^{-1}Cov(X, Y)(diag\sqrt{(cov(Y, Y))})^{-1}$$

$$Corr(X, Y) = A^{-1}Cov(X, Y)B^{-1}$$

$$\begin{aligned}
&= A^{-1}Cov(X, Y)B^{-1} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{t_{11}}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{t_{22}}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{\sqrt{t_{mm}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \cdots & s_{im} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{1m} & s_{2m} & \cdots & s_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{u_{11}}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{u_{22}}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{\sqrt{u_{mm}}} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{s_{11}}{\sqrt{t_{11}}\sqrt{u_{11}}} & \frac{s_{12}}{\sqrt{t_{11}}\sqrt{u_{22}}} & \cdots & \frac{s_{1m}}{\sqrt{t_{11}}\sqrt{u_{mm}}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{s_{1m}}{\sqrt{t_{11}}\sqrt{u_{mm}}} & \frac{s_{2m}}{\sqrt{t_{22}}\sqrt{u_{mm}}} & \cdots & \frac{s_{mm}}{\sqrt{t_{mm}}\sqrt{u_{mm}}} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \cdots & r_{1m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{1m} & r_{2m} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \tag{2.16}
\end{aligned}$$

dengan:

$$r_{ik} = \frac{E[(x_{ir} - \mu_{xi})(y_{kr} - \mu_{yk})]}{\sqrt{t_{ii}}\sqrt{u_{kk}}}$$

$$r_{ik} = \frac{E[(x_{ir} - \mu_{xi})(y_{kr} - \mu_{yk})]}{\sqrt{E[(x_{ir} - \mu_{xi})^2]}\sqrt{E[(y_{kr} - \mu_{yk})^2]}}$$

dengan

$$\mu_{xi} = E(X) \quad \mu_{yk} = E(Y)$$

2.9.2 Template Matching Correlation

Template Matching korelasi fleksibel dan relatif mudah digunakan, ini menjadikan template matching salah satu metode yang populer. penerapan perhitungannya kebanyakan dibatasi oleh perhitungan-perhitungan yang tersedia atau yang telah dibuat sebagai identifikasi template yang besar dan kompleks. Kesamaan antara dua buah matriks citra dapat dihitung nilainya dengan menghitung matriks korelasinya (*correlation*). Matriks korelasi dua buah matriks dapat dihitung dengan menggunakan rumus berikut:

Diberikan X dan Y matriks data pixel berukuran $m \times n$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mn} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{m1} & y_{m2} & \cdots & y_{mn} \end{bmatrix}$$

lalu μ_x dan μ_y adalah matriks rata-rata dari vektor baris matriks X dan Y . Dengan μ_{xi} rata-rata matriks pada baris ke i , μ_{yk} rata-rata matriks pada baris ke k

$$\begin{aligned} \mu_x &= \frac{1}{n} \begin{bmatrix} x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1n} \\ x_{21} + x_{22} + \dots + x_{2n} \\ \vdots \\ x_{m1} + x_{m2} + \dots + x_{mn} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1n}}{n} \\ \frac{x_{21} + x_{22} + \dots + x_{2n}}{n} \\ \vdots \\ \frac{x_{m1} + x_{m2} + \dots + x_{mn}}{n} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mu_{x1} \\ \mu_{x2} \\ \vdots \\ \mu_{xm} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{2.17}$$

$$\begin{aligned}
\mu_{\mathbf{y}} &= \frac{1}{n} \begin{bmatrix} y_{11} + y_{12} + \dots + y_{1n} \\ y_{21} + y_{22} + \dots + y_{2n} \\ \vdots \\ y_{m1} + y_{m2} + \dots + y_{mn} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{y_{11} + y_{12} + \dots + y_{1n}}{n} \\ \frac{y_{21} + y_{22} + \dots + y_{2n}}{n} \\ \vdots \\ \frac{y_{m1} + y_{m2} + \dots + y_{mn}}{n} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \mu_{y1} \\ \mu_{y2} \\ \vdots \\ \mu_{ym} \end{bmatrix} \tag{2.18}
\end{aligned}$$

Selanjutnya , definisikan matriks μ_x dan μ_y adalah matriks berukuran $m \times n$ dengan elemennya adalah matriks $\mu_{x1}, \mu_{x2}, \dots, \mu_{xm}$ dan $\mu_{y1}, \mu_{y2}, \dots, \mu_{ym}$

$$\mu_{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mu_{x1} & \mu_{x1} & \cdots & \mu_{x1} \\ \mu_{x2} & \mu_{x2} & \cdots & \mu_{x2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_{xm} & \mu_{xm} & \cdots & \mu_{xm} \end{bmatrix} \tag{2.19}$$

$$\mu_{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \mu_{y1} & \mu_{y1} & \cdots & \mu_{y1} \\ \mu_{y2} & \mu_{y2} & \cdots & \mu_{y2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_{ym} & \mu_{ym} & \cdots & \mu_{ym} \end{bmatrix} \tag{2.20}$$

Anggap matriks Q adalah matriks hasil dari matriks X dikurangi dengan matriks μ_x yang berukuran $m \times n$ sedangkan matriks R adalah matriks Y dikurangi matriks μ_y yang berukuran $m \times n$.

$$\begin{aligned}
\mathbf{Q} &= \mathbf{X} - \mu_x \\
&= \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mn} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mu_{x1} & \mu_{x1} & \cdots & \mu_{x1} \\ \mu_{x2} & \mu_{x2} & \cdots & \mu_{x2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_{xm} & \mu_{xm} & \cdots & \mu_{xm} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} x_{11} - \mu_{x1} & x_{12} - \mu_{x1} & \cdots & x_{1n} - \mu_{x1} \\ x_{21} - \mu_{x2} & x_{22} - \mu_{x2} & \cdots & x_{2n} - \mu_{x2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} - \mu_{xm} & x_{m2} - \mu_{xm} & \cdots & x_{mn} - \mu_{xm} \end{bmatrix} \tag{2.21}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{R} &= \mathbf{Y} - \mu_y \\
&= \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{m1} & y_{m2} & \cdots & y_{mn} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mu_{y1} & \mu_{y1} & \cdots & \mu_{y1} \\ \mu_{y2} & \mu_{y2} & \cdots & \mu_{y2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_{ym} & \mu_{ym} & \cdots & \mu_{ym} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} y_{11} - \mu_{y1} & y_{12} - \mu_{y1} & \cdots & y_{1n} - \mu_{y1} \\ y_{21} - \mu_{y2} & y_{22} - \mu_{y2} & \cdots & y_{2n} - \mu_{y2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{m1} - \mu_{ym} & y_{m2} - \mu_{ym} & \cdots & y_{mn} - \mu_{ym} \end{bmatrix} \tag{2.22}
\end{aligned}$$

Selanjutnya dicari matriks kovarian X, Y dapat diperoleh dengan menggunakan Persamaan $cov(X, Y) = \frac{1}{n-1}QR$

$$\begin{aligned}
cov(X, Y) &= \frac{1}{n-1} \mathbf{QR} \\
&= \frac{1}{n-1} \begin{bmatrix} x_{11} - \mu_{x1} & x_{12} - \mu_{x1} & \cdots & x_{1n} - \mu_{x1} \\ x_{21} - \mu_{x2} & x_{22} - \mu_{x2} & \cdots & x_{2n} - \mu_{x2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} - \mu_{xm} & x_{m2} - \mu_{xm} & \cdots & x_{mn} - \mu_{xm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{11} - \mu_{y1} & y_{12} - \mu_{y1} & \cdots & y_{1n} - \mu_{y1} \\ y_{21} - \mu_{y2} & y_{22} - \mu_{y2} & \cdots & y_{2n} - \mu_{y2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{m1} - \mu_m & y_{m2} - \mu_m & \cdots & y_{mn} - \mu_m \end{bmatrix}^T \\
cov(X, Y) &= \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \cdots & s_{1m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{1m} & s_{2m} & \cdots & s_{mm} \end{bmatrix} \tag{2.23}
\end{aligned}$$

dengan

$$s_{ik} = \frac{1}{n-1} \sum_{r=1}^n (x_{ir} - \mu_{xi})(y_{kr} - \mu_{yk})$$

lalu cari matriks A^{-1} dan B^{-1} dengan menggunakan Persamaan $A = diagonal \sqrt{Cov(X, X)} = \sqrt{\frac{1}{n-1} QQ}$ dan $B = diagonal \sqrt{Cov(Y, Y)} = \sqrt{\frac{1}{n-1} RR}$ sebagai berikut

$$\begin{aligned}
Cov(X, X) &= \frac{1}{n-1} \mathbf{R} \mathbf{R} \\
&= \frac{1}{n-1} \begin{bmatrix} x_{11} - \mu_{x1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & x_{22} - \mu_{x2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & x_{mn} - \mu_{xm} \end{bmatrix} \\
&\quad \begin{bmatrix} x_{11} - \mu_{x1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & x_{22} - \mu_{x2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & x_{mn} - \mu_{xm} \end{bmatrix} \\
Cov(X, X) &= \begin{bmatrix} t_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & t_{mm} \end{bmatrix} \tag{2.24}
\end{aligned}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \sqrt{t_{11}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{t_{22}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sqrt{t_{mm}} \end{bmatrix} \tag{2.25}$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{t_{11}}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{t_{22}}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{\sqrt{t_{mm}}} \end{bmatrix} \tag{2.26}$$

dengan

$$t_{ik} = \frac{1}{n-1} \sum_{r=1}^n (x_{ir} - \mu_{xi})(x_{ir} - \mu_{xi})$$

$$\begin{aligned}
Cov(Y, Y) &= \frac{1}{n-1} \mathbf{R}\mathbf{R} \\
&= \frac{1}{n-1} \begin{bmatrix} y_{11} - \mu_{y1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & y_{22} - \mu_{y2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & y_{mn} - \mu_{ym} \end{bmatrix} \\
&\quad \begin{bmatrix} y_{11} - \mu_{y1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & y_{22} - \mu_{y2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & y_{mn} - \mu_{ym} \end{bmatrix} \\
Cov(Y, Y) &= \begin{bmatrix} u_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & u_{mm} \end{bmatrix} \tag{2.27}
\end{aligned}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \sqrt{u_{11}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{u_{22}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sqrt{u_{mm}} \end{bmatrix} \tag{2.28}$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{u_{11}}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{u_{22}}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{\sqrt{u_{mm}}} \end{bmatrix} \tag{2.29}$$

dengan

$$u_{ik} = \frac{1}{n-1} \sum_{r=1}^n (y_{ir} - \mu_{yi})(y_{ir} - \mu_{yi})$$

Setelah didapatkan $cov(X, Y)$ serta matriks baku A^{-1} dan B^{-1} yang isinya simpangan baku. Dengan asumsi, jika $i \neq k$ dihasilkan $cov(i, k) = 0$ lalu di dapatkan matriks korelasi $Corr(X, Y)$ dengan menggunakan Persamaan sebagai berikut $corr(X, Y) = A^{-1}cov(X, Y)B^{-1}$

$$\begin{aligned}
Corr(X, Y) &= A^{-1}Cov(X, Y)B^{-1} \\
&= A^{-1}Cov(X, Y)B^{-1} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{t_{11}}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{t_{22}}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{\sqrt{t_{mm}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \cdots & s_{1m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{1m} & s_{2m} & \cdots & s_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{u_{11}}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{u_{22}}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{\sqrt{u_{mm}}} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{s_{11}}{\sqrt{t_{11}}\sqrt{u_{11}}} & \frac{s_{12}}{\sqrt{t_{11}}\sqrt{u_{22}}} & \cdots & \frac{s_{1m}}{\sqrt{t_{11}}\sqrt{u_{mm}}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{s_{1m}}{\sqrt{t_{11}}\sqrt{u_{mm}}} & \frac{s_{2m}}{\sqrt{t_{22}}\sqrt{u_{mm}}} & \cdots & \frac{s_{mm}}{\sqrt{t_{mm}}\sqrt{u_{mm}}} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \cdots & r_{1m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{1m} & r_{2m} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \tag{2.30}
\end{aligned}$$

dengan:

$$\begin{aligned}
r_{ik} &= \frac{\frac{1}{n-1} \sum_{r=1}^n (x_{ir} - \mu_{xi})(y_{kr} - \mu_{yk})}{\sqrt{t_{ii}}\sqrt{u_{kk}}} \\
r_{ik} &= \frac{\frac{1}{n-1} \sum_{r=1}^n (x_{ir} - \mu_{xi})(y_{kr} - \mu_{yk})}{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{r=1}^n (x_{ir} - \mu_{xi})^2} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{r=1}^n (y_{ir} - \mu_{yk})^2}} \\
r_{ik} &= \frac{\frac{1}{n-1} \sum_{r=1}^n (x_{ir} - \mu_{xi})(y_{kr} - \mu_{yk})}{\frac{1}{n-1} \sqrt{\sum_{r=1}^n (x_{ir} - \mu_{xi})^2} \sqrt{\sum_{r=1}^n (y_{ir} - \mu_{yk})^2}}
\end{aligned}$$

$$r_{ik} = \frac{\sum_{r=1}^n (x_{ir} - \mu_{xi})(y_{kr} - \mu_{yk})}{\sqrt{\sum_{r=1}^n (x_{ir} - \mu_{xi})^2} \sqrt{\sum_{r=1}^n (y_{kr} - \mu_{yk})^2}}$$

dan

$$\mu_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_{ik}) \quad \nu_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (y_{ik})$$

Setelah didapatkan matrik korelasi $Corr(X, Y)$ di dapat mengukur kuatnya hubungan antara dua matriks. Biasanya disebut dengan Koefisien korelasi, Koefisien korelasi adalah nilai yang menunjukkan kekuatan dan arah hubungan antara dua matriks citra yang entri masing-masing matriks merupakan variabel acak. Salah satu jenis korelasi yang paling populer adalah koefisien korelasi momen-produk *Pearson*, yang diperoleh dengan membagi kovarians kedua variabel dengan perkalian simpangan bakunya. Meski memiliki nama *Pearson*, metode ini pertama kali diperkenalkan oleh *Francis Galton*.

huruf/skripsiku/bab1/koefisien korelasi.jpg

Koefisien korelasi										
Korelasi tinggi	Tinggi	Rendah	Rendah	Tanpa korelasi	Tak ada korelasi (acak)	Rendah	Sedang	Sedang	Tinggi	Korelasi tinggi
-1	< -0.9	> -0.9	< -0.4	> -0.4	0	<= +0.4	> +0.4	< +0.9	> +0.9	+1

Gambar 2.14: koefisien korelasi

koefisien korelasi tak akan melebihi dari 1 dalam nilai absolut. Korelasi bernilai 1 jika terdapat hubungan linier yang positif, bernilai -1 jika terdapat hubungan linier yang negatif, dan antara -1 dan +1 yang menunjukkan tingkat dependensi linier antara dua variabel. Semakin dekat dengan -1 atau +1, semakin kuat korelasi antara kedua variabel tersebut.

Matriks korelasi selalu simetris, yakni korelasi antara matriks X dan Y adalah sama dengan korelasi antara matriks Y and X.

$$corr(X, Y) = cor(Y, X)$$

Bab III

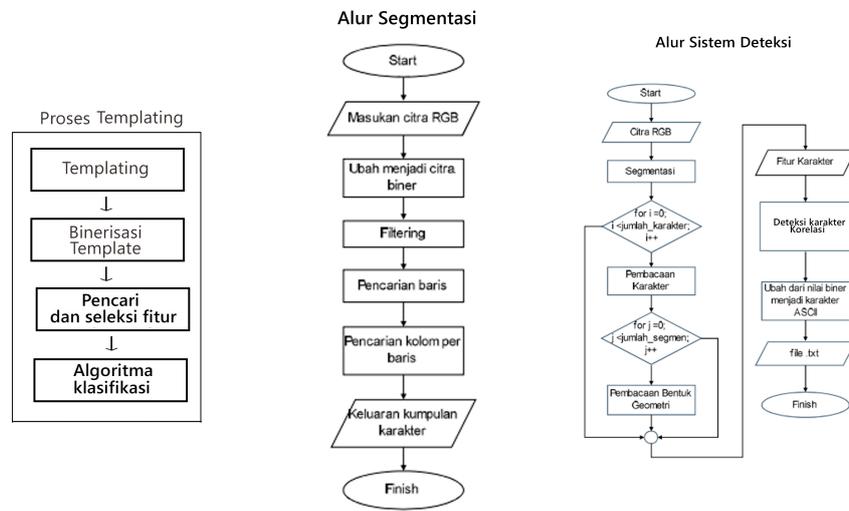
PEMBAHASAN

3.1 Alur Pembentukan Template

Dalam tahapan ini akan dibahas pembuatan sistem agar komputer dapat memproses citra agar dapat menghasilkan output berupa teks ketik ASCII. Pertama akan dibuat database yang berisi citra dengan format Bitmap grayscale karena sistem hanya dibatasi untuk memproses citra bitmap grayscale. Untuk memudahkan pemanggilan file, citra dengan format Bitmap ini di simpan dalam satu folder yang sama dengan file matlab setelahnya akan dilakukan coding agar citra format Bitmap disimpan kedalam 36 slot template karakter A sampai Z serta 1 sampai 0 dan merubahnya menjadi citra biner. 36 karakter template ini yang akan digunakan dalam proses pencocokan pada plat nomor kendaraan yang berformat JPEG berisi pixel-pixel.

Tehnik Template matching membutuhkan kebutuhan seperti berikut : menyediakan referensi citra dari sebuah objek dapat berupa citra grayscale (citra template) dan citra yang diperiksa (citra input) bisa berupa foto plat nomor kendaraan, tulisan hasil scanner atau citra lainnya. Akan dilakukan pengidentifikasian semua lokasi pixel pada citra input dengan menggunakan objek dari citra template yang tersedia. Tergantung permasalahan spesifik seperti akan mengidentifikasi citra yang di rotasi beberapa derajat atau skala citra yang diubah.

Selanjutnya Citra plat nomor yang di dihasilkan dari proses citra diskret akan dilakukan perubahan dari citra warna menjadi grayscale, agar didapat entry matriks pixel yang baik akan dibuat sistem yang akan menghilangkan noise pada citra grayscale ini. Tahapan berikutnya akan dibuat sistem yang akan mengsegmentasikan Tiap baris karakter menjadi ukuran 42 x 24 selanjutnya proses pencocokan tiap karakter setelah citra plat nomor dibinerisasikan dan



Gambar 3.1: Proses sistem

di cari nilai korelasinya. Proses ini akan di lakukan tiap karakter segmentasi terhadap 36 karakter template untuk mengetahui nilai korelasi yang terkuat. akan dibuat Prose pemanggilan karakter ASCII dari hasil korelasinya. Untuk memperjelas, di bawah ini merupakan alur proses pembuatan sistem template matching agar proses pencocokan karakter ini berjalan.

3.1.1 Proses Pembentukan Template Huruf dan Angka pada format BMP

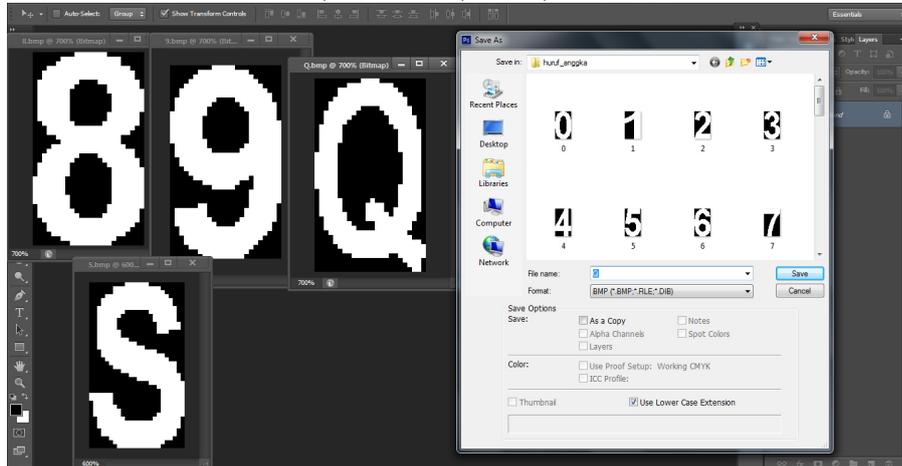
Pada proses ini Tiap karakter dibuat dalam format bmp. proses ini bisa di buat menggunakan software pengolah gambar seperti Photoshop, paint, AI atau SAI.

Dengan menggunakan matlab proses binerisasi akan di buat seperti ini.

3.1.2 Binerisasi Template Disimpan Dalam Database

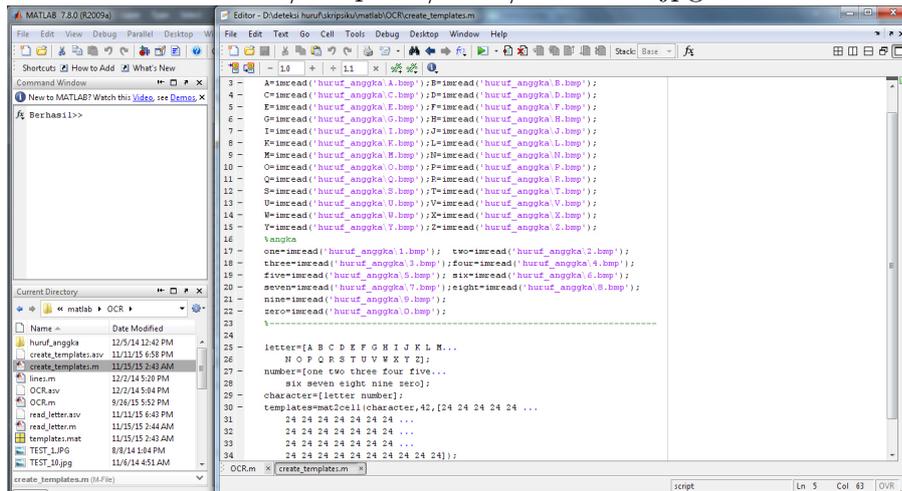
Akan menghasilkan binerisasi 36 character setelah menaruh hasil save data BMP berukuran 42 x 24 kedalam folder yang sama lalu gunakan sofware Matlab untuk memanggil BMP ke dalam workspace. Pada matlab, Pixel-pixel warna akan di buah kedalam nilai keabuan 0-255.

huruf/skripsiku/bab1/bmp.jpg



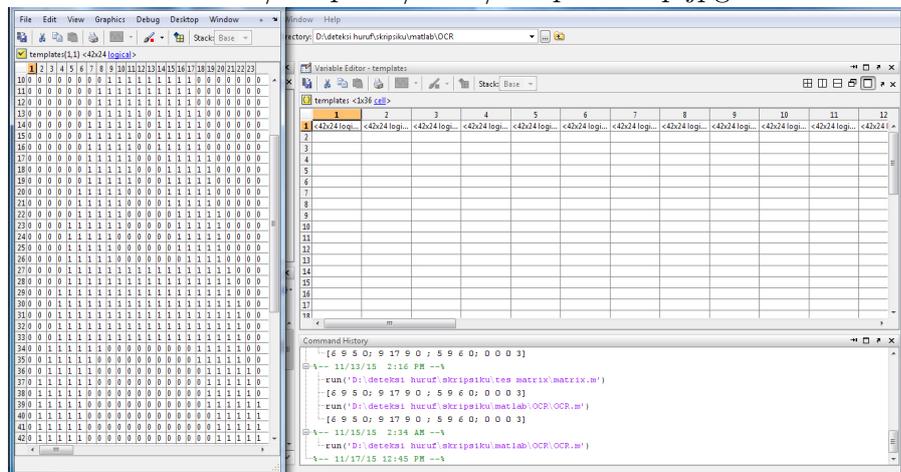
Gambar 3.2: bmp

huruf/skripsiku/bab1/binerisasi.jpg



Gambar 3.3: binerisasi

huruf/skripsiku/bab1/template exp.jpg



Gambar 3.4: template exp

3.2 Proses Pengenalan Karakter

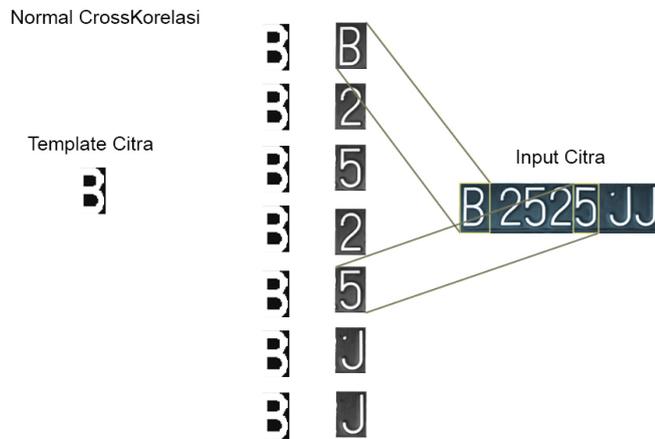
Korelasi citra, salah satu sub masalah yang terjadi dalam perhitungan nilai koefisien korelasi adalah kesamaan hasil pengukuran korelasi dari template dan segmenasi citra input yang terduplikasi berlebihan, hasil pengukuran yang hampir sama dari dua matriks citra dapat menyebabkan output yang di tunjukan menjadi salah dan tidak sesuai, dan ini sering terjadi.

3.2.1 Alur Sistem

Metode dasar menghitung koefisien korelasi citra disebut *Cross-korelasi* yang pada dasarnya adalah jumlah sederhana dari perkalian berpasangan nilai-nilai piksel yang bersesuaian dari matriks citra. Terlihat bahwa nilai korelasi memang mencerminkan kesamaan dari dua buah matriks citra yang dibandingkan. Metode *Cross-Korelasi* masih jauh dari kata sempurna. Kelemahan utamanya ada pada bias oleh perubahan kecerahan matriks citra dengan citra lain bahkan jika gambar yang di dibandingkan sama sekali tidak mirip.

$$Cross - Korelasi = \sum_{k=1}^n X(i, k) \times \sum_{k=1}^n Y(i, k)$$

Normalisasi Cross-Korelasi adalah versi yang disempurnakan dari metode *Cross-Korelasi*



Gambar 3.5: NormalCK

$$NormalCross - Korelasi = \frac{1}{N\sigma_x\sigma_y} \sum_{k=1}^n X(i, k) - \bar{X} \times \sum_{k=1}^n Y(i, k) - \bar{Y}$$

3.2.2 Input Citra

Citra yang akan diinput berukuran bebas, dihasilkan dapat dari foto hasil scanner atau lainnya, setelah itu dilakukan segmentasi pada input citra di ubah kedalam ukuran 42 x 24 hasil segmentasi tergantung dari besar ukuran pixel sebuah citra yang di input. Hasil segmentasi selanjutnya di caril nilai koefisien korelasinya dengan tmlplate citranya. korelasi tertinggi akan didapat untuk output huruf atau angka ASCII.

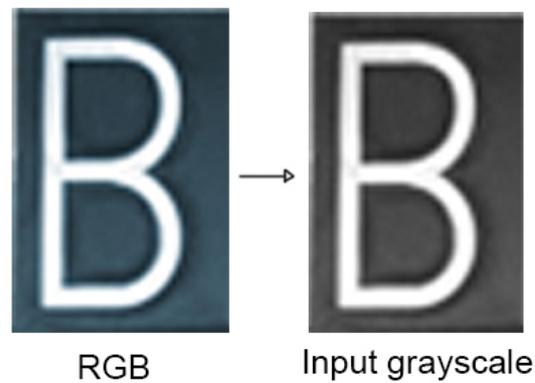


Gambar 3.6: citrainput

3.2.3 Grayscaleing

Hasil dari digitalisasi Citra input merupakan citra berwarna dengan komponen RGB. Karena Citra plat kendaraan secara visual tidak memerlukan informasi warna maka citra tersebut diubah menjadi grayscale. Dengan cara

mencari nilai rata2 dari tiap komponen piksel RGB akan menghasilkan nilai Keabuan biasanya nilai antara 0-255.



Gambar 3.7: inputgrayscale

3.2.4 Matriks Citra input Grayscale

Sebelum mencari korelasi antara citra template dan citra input, citra input yang masih grayscale akan direpresentasikan kedalam bentuk matriks yang berusu angka-angka. Angka-angka tersebut menunjukkan tingkat kecerahan atau derajat keabuan seatu citra, dalam memperoleh angka tersebut dapat digunakan software MATLAB.

3.2.5 Perhitungan Korelasi dari Huruf dan Angka

Untuk menghitung Nilai korelasi antara dua buah matriks citra dengan menggunakan rumus berikut:

$$k = \frac{\sum_{r=1}^n (x_{ir} - \bar{x}_i) \cdot (y_{kr} - \bar{y}_k)}{\sqrt{[\sum_{r=1}^n (x_{ir} - \bar{x}_i)^2 \cdot \sum_{r=1}^n (y_{kr} - \bar{y}_k)^2]}}$$

Dimana \bar{x}_i dan \bar{y}_k dirumuskan dengan Persamaan dibawah ini:

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{r=1}^n (x_{ir}) \quad \bar{y}_k = \frac{1}{n} \sum_{r=1}^n (y_{kr})$$

Keterangan:

k adalah nilai korelasi antara dua buah matriks (nilainya antara -1 dan $+1$).

x_{ir} adalah nilai *pixel* dalam matriks i x_{kr} adalah nilai *pixel* dalam matriks k \bar{x}_i adalah rata-rata nilai *pixel* matriks i \bar{x}_k adalah rata-rata nilai *pixel* matriks k n menyatakan jumlah *pixel* dalam suatu matriks.

Contoh 3.2.1. Misal diberikan \mathbf{X}_i dan \mathbf{X}_j sebuah matriks berukuran 6×6 sebagai berikut untuk penggambaran perhitungan mencari Korelasi dua buah matriks:

$$\mathbf{X}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 14 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 4 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 6 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 16 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 7 & 6 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}_j = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

dan $\bar{\mathbf{X}}_i$ adalah matriks rata-rata dari vektor baris matriks data \mathbf{X}_i

$$\bar{\mathbf{X}}_i = \frac{1}{n} \begin{bmatrix} x_{11} + x_{12} + \dots + x_{16} \\ x_{21} + x_{22} + \dots + x_{26} \\ \vdots \\ x_{61} + x_{62} + \dots + x_{66} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{X}_1 \\ \bar{X}_2 \\ \bar{X}_3 \\ \bar{X}_4 \\ \bar{X}_5 \\ \bar{X}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.83 \\ 3.83 \\ 2.33 \\ 3 \\ 3.5 \\ 3 \end{bmatrix}$$

dan $\bar{\mathbf{X}}_j$ adalah matriks rata-rata dari vektor baris matriks data \mathbf{X}_j

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{X}}_j &= \frac{1}{n} \begin{bmatrix} x_{11} + x_{12} + \dots + x_{16} \\ x_{21} + x_{22} + \dots + x_{26} \\ \vdots \\ x_{61} + x_{62} + \dots + x_{66} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \bar{X}_1 \\ \bar{X}_2 \\ \bar{X}_3 \\ \bar{X}_4 \\ \bar{X}_5 \\ \bar{X}_6 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0.33 \\ 0.5 \\ 0.33 \\ 0.33 \\ 0.33 \\ 0.33 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

korelasi dua buah matriks k dapat diperoleh dengan menggunakan Persamaan (4.1)

$$\begin{aligned}k &= \frac{\sum_{r=1}^n (x_{ir} - \bar{x}_i) \cdot (y_{kr} - \bar{y}_k)}{\sqrt{[\sum_{k=1}^n (x_{ir} - \bar{x}_i)^2 \cdot \sum_{r=1}^n (y_{kr} - \bar{y}_k)^2]}} \\ &= \frac{(x_{i11} - \bar{X}_{i1})(x_{j11} - \bar{X}_{j1}) + \dots + (x_{i66} - \bar{X}_{i6})(x_{j66} - \bar{X}_{j6})}{\sqrt{(x_{i11} - \bar{X}_{i1})(x_{i11} - \bar{X}_{i1}) + \dots + (x_{i66} - \bar{X}_{i6})(x_{i66} - \bar{X}_{i6})(x_{j11} - \bar{X}_{j1})(x_{j11} - \bar{X}_{j1}) + \dots + (x_{j66} - \bar{X}_{j6})(x_{j66} - \bar{X}_{j6})}} \\ &= \frac{(56.16666667)}{\sqrt{(618.5)(8.166666667)}} \\ &= 0.790289813\end{aligned}$$

Dari perhitungan diatas Didapat Nilai koefisien korelasi $k = 0.786182961$ dalam proses perhitungan koefisien korelasi Matriks berukuran 42×24 akan menggunakan Software Matlab. Proses selanjutnya akan disajikan hasil pencarian koefisien korelasinya dari ujicoba plat nomor yang ada

3.2.6 Proses Selesai pencarian Korelasi Terbesar

Pengujian terhadap sistem OCR berjujuan untuk mengetahui kinerjanya. Akan dilakukan pengujian terhadap sistem yang dikembangkan dengan menggunakan 15 foto plat nomor kendaraan yang berbeda. Pada ke-15 citra tersebut merupakan jenis citra plat nomor kendaraan yang seing di pakai atau umum digunakan.

Dari setiap huruf dan angka pada citra plat nomor kendaraan akan di cari korelasi terbesarnya dengan hasil template yang ada. Korelasi terbesar akan menentukan output yang akan dipilih oleh sistem, dapat sesuai harapan atau malah menjauh dari hasil yang diinginkan. Berikut ini adalah tabel hasil pengujian sistem deteksi dan pengenalan huruf dan angka pada citra plat nomor kendaraan.

huruf/skripsiku/bab1/hasil1.jpg

NO.	pixel	PLAT INPUT	INPUT	B	2	5	2	5	J	J	OUTPUT	AKURASI	
1	720	B2525JJ	KORELASI	0.2295	0.1394	0.3342	0.1394	0.3342	0.3272	0.3272	B2525JJ		
	320	B2525JJ	KORELASI	0.2433	0.1902	0.363	0.182	0.3435	0.2903	0.3542	B2525JJ	100%	
	256	B2525JJ	KORELASI	0.3002	0.3002	0.3106	0.0994	0.305	0.2988	0.3099	B2525JJ		
			TEMPLATE	B	2	5	2	5	J	J			
2	pixel	PLAT INPUT	INPUT	B	1	4	8	1	U	K	S	OUTPUT	AKURASI
	720	B1481UKS	KORELASI	0.2263	0.2043	0.0231	0.4458	0.2043	0.3073	-0.2326	0.3381	B1481UKS	
	320	B1481UKS	KORELASI	0.2498	0.1959	0.0562	0.468	0.1908	0.3755	-0.2215	0.3515	B1481UKS	100%
	256	B1481UKS	KORELASI	0.176	0.1483	0.0254	0.4236	0.1539	0.3485	-0.1787	0.3714	B1481UKS	
		TEMPLATE	B	1	4	8	1	U	K	S			
3	pixel	PLAT INPUT	INPUT	B	2	0	8	9	R	F	P	OUTPUT	AKURASI
	720	B2089RFP	KORELASI	0.2263	0.1544	0.695	0.4458	0.5073	-0.0302	-0.0235	0.0445	B2089RFP	
	320	B2089RFP	KORELASI	0.2498	0.1729	0.7172	0.468	0.502	0.0768	-0.0609	0.082	B2089RFP	88%
	256	B2089RFP	KORELASI	0.1744	0.1454	0.6461	0.4284	0.4503	0.0517	-0.0251	0.0352	B2089RFP	
		TEMPLATE	B	2	0	8	9	R	F	P			
4	pixel	PLAT INPUT	INPUT	B	1	9	1	2	R	F	P	OUTPUT	AKURASI
	720	B1912RFP	KORELASI	0.2263	0.2043	0.5073	0.2043	0.1544	-0.0302	-0.0235	0.0445	B1912RFP	
	320	B1912RFP	KORELASI	0.2988	0.1959	0.4811	0.2098	0.1718	0.0632	-0.0609	0.082	B1912RFP	100%
	256	B1912RFP	KORELASI	0.1744	0.1517	0.4837	0.1709	0.1435	0.0617	-0.0251	0.0352	B1912RFP	
		TEMPLATE	B	1	9	1	2	R	F	P			

Gambar 3.8: hasil1

huruf/skripsiku/bab1/hasil2.jpg

5	pixel	PLAT INPUT	INPUT	S	4	7	4	K		OUTPUT	AKURASI		
	720	S474K	KORELASI	0.3381	0.0206	-0.196	0.0231	-0.2326		S474K			
	320	S474K	KORELASI	0.326	0.0316	-0.1847	0.0046	-0.2435		S474K	100%		
	256	S474K	KORELASI	0.334	0.0206	-0.2062	0.0506	-0.2376		S474K			
			TEMPLATE	S	4	7	4	K					
6	pixel	PLAT INPUT	INPUT	B	2	1	7	A	N	OUTPUT	AKURASI		
	720	B217AN	KORELASI	0.2263	0.1534	0.2043	-0.196	-0.1285	-0.0882	B217AN			
	320	B217AN	KORELASI	0.2021	0.1439	0.2058	-0.2033	-0.1365	-0.0875	B217AN	100%		
	256	B217AN	KORELASI	0.2329	0.1886	0.2021	-0.2063	-0.1169	-0.0687	B217AN			
			TEMPLATE	B	2	1	7	A	N				
7	pixel	PLAT INPUT	INPUT	B	4	G	0	N	G	OUTPUT	AKURASI		
	720	B460NG	KORELASI	0.3988	-0.0194	0.6538	0.9175	-0.0327	0.6582	B460NG			
	320	B460NG	KORELASI	0.4351	-0.0188	0.6327	0.9162	-0.0231	0.6361	B460NG	100%		
	256	B460NG	KORELASI	0.3714	0.0043	0.6578	0.8607	0.0114	0.6524	B460NG			
			TEMPLATE	B	4	G	0	N	G				
8	pixel	PLAT INPUT	INPUT	B	3	7	4	8	W	G	J	OUTPUT	AKURASI
	720	B3748WGJ	KORELASI	0.2263	0.4036	-0.196	0.0231	0.4458	-0.0294	0.4887	0.3259	B3748WGJ	
	320	B3748WGJ	KORELASI	0.2231	0.3994	-0.188	0.0316	0.4659	-0.0209	0.4663	0.3908	B3748WGJ	100%
	256	B3748WGJ	KORELASI	0.2938	0.3355	-0.2142	0.0239	0.468	-0.0226	0.4696	0.3768	B3748WGJ	
			TEMPLATE	B	3	7	4	8	W	G	J		

Gambar 3.9: hasil1

huruf/skripsiku/bab1/hasil3.jpg

9	pixel	PLAT INPUT	INPUT	E	5	7	2	P	Y		OUTPUT	AKURASI
	720	E572PY	KORELASI	-0.0214	0.349	-0.196	0.1544	0.0445	-0.2165		E572PY	
	320	E572PY	KORELASI	-0.0361	0.348	-0.1855	0.1589	0.0417	-0.2335		E572PY	100%
	256	E572PY	KORELASI	-0.0197	0.3302	-0.2084	0.181	0.067	-0.2158		E572PY	
			TEMPLATE	E	5	7	2	P	Y			
10	pixel	PLAT INPUT	INPUT	R	4	8	8	4	A	H	OUTPUT	AKURASI
	720	R4884AH	KORELASI	-0.0277	0.0231	0.4458	0.4458	0.0231	-0.1303	-0.0491	R4884AH	
	320	R4884AH	KORELASI	-0.0068	0.0605	0.4567	0.4465	0.0316	-0.1298	-0.0296	R4884AH	100%
	256	R4884AH	KORELASI	-0.0071	0.0206	0.4542	0.4398	-0.0034	-0.1296	-0.0083	R4884AH	
			TEMPLATE	R	4	8	8	4	A	H		
11	pixel	PLAT INPUT	INPUT	K	3	1	3	O	N	OUTPUT	AKURASI	
	720	K3130N	KORELASI	-0.2326	0.4036	0.2043	0.4036	0.695	-0.0882	K3130N		
	320	K3130N	KORELASI	-0.2215	0.3966	0.2234	0.3883	0.7014	-0.0663	K3130N	83%	
	256	K3130N	KORELASI	-0.1975	0.377	0.2197	0.3646	0.6433	-0.081	K3130N		
			TEMPLATE	K	3	1	3	O	N			
12	pixel	PLAT INPUT	INPUT	K	9	0	6	5	A	L	OUTPUT	AKURASI
	720	K9065AL	KORELASI	-0.2302	0.5073	0.695	0.5298	0.349	-0.1303	0.0708	K9065AL	
	320	K9065AL	KORELASI	-0.1695	0.4811	0.6944	0.5211	0.3342	-0.1335	0.0807	K9065AL	86%
	256	K9065AL	KORELASI	-0.1944	0.4373	0.654	0.518	0.3364	-0.1264	0.0708	K9065AL	
			TEMPLATE	K	9	0	6	5	A	L		

Gambar 3.10: hasil1

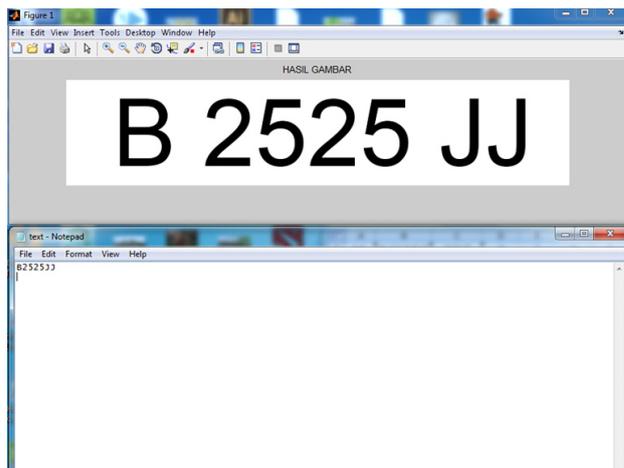
huruf/skripsiku/bab1/hasil4.jpg

13	pixel	PLAT INPUT	INPUT	B	3	8	6	0	N	O	B	OUTPUT	AKURASI
	720	B386ONOB	KORELASI	0.2263	0.4036	0.4458	0.5298	0.695	-0.0882	0.6033	0.2263	B386ONOB	
	320	B386ONOB	KORELASI	0.2506	0.4217	0.4591	0.5373	0.6969	-0.0663	0.5916	0.2571	B386ONOB	88%
	256	B386ONOB	KORELASI	0.2182	0.3868	0.4477	0.4607	0.6489	-0.0851	0.5804	0.1752	B386ONOB	
			TEMPLATE	B	3	8	6	0	N	O	B		
14	pixel	PLAT INPUT	INPUT	B	6	0	5	9	W	F	A	OUTPUT	AKURASI
	720	B6059WFA	KORELASI	0.2263	0.5298	0.695	0.3464	0.5073	-0.0294	-0.0235	-0.1285	B6059WFA	
	320	B6059WFA	KORELASI	0.2522	0.5407	0.6883	0.3517	0.3517	-0.0302	-0.0251	-0.1378	B6059WFA	88%
	256	B6059WFA	KORELASI	0.2182	0.5292	0.7009	0.349	0.4715	-0.0389	-0.0235	-0.0864	B6059WFA	
			TEMPLATE	B	6	0	5	9	W	F	A		
15	pixel	PLAT INPUT	INPUT	B	7	3	5	2	S	U	N	OUTPUT	AKURASI
	720	B7352SUN	KORELASI	0.2263	-0.196	0.4036	0.3464	0.1534	0.3381	0.3073	-0.0882	B7352SUN	
	320	B7352SUN	KORELASI	0.2506	-0.183	0.3891	0.3517	0.1713	0.3654	0.3319	-0.0841	B7352SUN	100%
	256	B7352SUN	KORELASI	0.2182	-0.2012	0.404	0.349	0.1356	0.3688	0.2989	-0.0802	B7352SUN	
			TEMPLATE	B	7	3	5	2	S	U	N		
RATA-RATA AKURASI												96%	

Gambar 3.11: hasil1

3.2.7 Output Text Berupa Vector ASCII

Dari nilai biner hasil dari pengenalan jaringan neural, selanjutnya diubah menjadi teks ASCII yang berupa karakter ketik. Proses pengubahan adalah dengan mengubah ke dalam bentuk desimal terlebih dahulu, untuk kemudian diubah ke dalam bentuk karakternya



Gambar 3.12: Output

Bab IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Pada penulisan ini didapatkan setiap segmentasi dari citra input berukuran $m \times n$ masing-masing di cross korelasikan dengan 36 template huruf dan angka yang ada dan akan menghasilkan koefisien korelasi dari setiap pasangannya, korelasi terbesar yang diambil untuk pemilihan outputnya. Untuk mendapatkan koefisien korelasinya dapat menggunakan Algoritma Template Matching korelasi.

$$k = \frac{\sum_{r=1}^n (x_{ir} - \bar{x}_i) \cdot (y_{kr} - \bar{y}_k)}{\sqrt{[\sum_{k=1}^n (x_{ir} - \bar{x}_i)^2 \cdot \sum_{r=1}^n (y_{kr} - \bar{y}_k)^2]}}$$

dengan

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{r=1}^n (x_{ir}) \quad \bar{y}_k = \frac{1}{n} \sum_{r=1}^n (y_{kr})$$

Studi kasus pada pengujian 15 citra plat nomor kendaraan pada sistem yang di kembangkan menghasilkan rata-rata akurasi pendeteksian sebesar 95.56667%. Berdasarkan hasil tersebut sistem dapat mengenali huruf dan Angka dengan baik. dari hasil analisa terdapat beberapa nilai korelasi k tertinggi tidak melebihi 0.5 dikatakan pada tabel koefisien korelasi memiliki korelasi rendah atau sedang akan tetapi menghasilkan output yang tepat, ini mengartikan korelasi pada output tersebut adalah yang paling cocok dan terbesar.

4.2 SARAN

Pada penulisan skripsi ini dibatasi template pada huruf alfabet kapital dan angka. Pengembangan selanjutnya agar menggunakan syimbol atau huruf negara lain sehingga template makin beragam dan semakin baik pendeksianya.

Bibliografi

- [1] D.A. Jadhav]D.A. Jadhav and [G. K. Veeresh]G. K. Veeresh, Jadhav, D. A. 2012. Multi-Font/Size Character Recognition, *International Journal of Advances in Engineering & Technology*.
- [2] Andleigh(1995)]Andleigh(1995) Andleigh, Prabhat K. and Thakhar, Kiran. 1995. *Multimedia System Design*. New Jersey: Prentice Hall, Inc.
- [3] Dony(2001)]Dony(2001) Dony, R. D. 2001. *The Transform and Data Compression Handbook*. Boca Raton: CRC Press LLC.
- [4] Haralambous(2007)]Haralambous(2007) Haralambous, Yannis. 2007. *Fonts & Encodings*. United States of America : OReilly Media.
- [5] Putra (2010)]Putra (2010) Putra Darma. 2010. *Pengolahan Citra Digital*. Yogyakarta : Penerbit Andi
- [6] Anton(1998)]Anton(1998) Anton, Howard. 1998. *Aljabar Linear Elementer Edisi Kelima*. Jakarta: Erlangga.
- [7] Munir(2004)]Munir(2004) Munir, Rinaldi. 2004. *Pengolahan Citra Digital dengan Pendekatan Algoritmik*. Bandung: Informatika.
- [8] Andleigh(1995)]Andleigh(1995) Andleigh, Prabhat K. and Thakhar, Kiran. 1995. *Multimedia System Design*. New Jersey: Prentice Hall, Inc.